

Міністерство освіти і науки, молоді та спорту України
Державний вищий навчальний заклад
«Національний гірничий університет»

СТАТИСТИКА
МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ
ДЛЯ ПРАКТИЧНИХ ЗАНЯТЬ
СТУДЕНТІВ НАПРЯМУ ПІДГОТОВКИ 6. 030601 МЕНЕДЖМЕНТ

Дніпропетровськ
2012

Міністерство освіти і науки, молоді та спорту України
Державний вищий навчальний заклад
«Національний гірничий університет»



ІНСТИТУТ ЕКОНОМІКИ

Факультет менеджменту

Кафедра менеджменту виробничої сфери

СТАТИСТИКА

МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ

**ДЛЯ ПРАКТИЧНИХ ЗАНЯТЬ
СТУДЕНТІВ НАПРЯМУ ПІДГОТОВКИ 6. 030601 МЕНЕДЖМЕНТ**

Дніпропетровськ
НГУ
2012

Статистика. Методичні вказівки для практичних занять з дисципліни «Статистика» для студентів напрямку 6.030601 Менеджмент / Автори: О.А. Барабан, В.В. Ільїнський, О.В. Трифонова, В.М. Шликова. – Д.: Національний гірничий університет, 2012. – 75 с.

Автори: О.А. Барабан, канд. техн. наук, доц.,
О.В. Трифонова, доц.,
В.В. Ільїнський, В.М. Шликова, асистенти.

Затверджено методичною комісією за напрямом підготовки 6. 030601 Менеджмент (протокол № 10 від 10.05.12 р.) за поданням кафедри менеджменту виробничої сфери (протокол № 10 від 18.05.12 р.).

Подано методичні рекомендації та вимоги для проведення практичних занять з дисципліни «Статистика».

Відповідальний за випуск завідувач кафедри менеджменту виробничої сфери,
д-р екон. наук, проф. Швець В.Я.

ЗМІСТ

ВСТУП.....	5
1. Засоби графічного зображення одиниць сукупності	5
2. Зведення, класифікація та групування в статистиці	7
3. Статистичні показники	15
4. Середні величини та загальні принципи їх застосування.....	24
5. Варіація ознак і статистичні способи її виміру.....	35
6. Ряди динаміки	53
7. Індекси та їх використання в економіко-статистичних дослідженнях	65
Список рекомендованої літератури.....	77

ВСТУП

Мета практичних занять з дисципліни “Статистика” – надбання навичок обчислення узагальнюючих статистичних показників, виявлення закономірностей та тенденцій розвитку досліджуваних процесів та явищ.

На практичні заняття виносяться такі теми:

- засоби графічного зображення одиниць сукупності;
- зведення, класифікація та групування в статистиці;
- статистичні показники;
- середні величини та загальні принципи їх застосування;
- ряди динаміки;
- індекси та їх використання в економіко-статистичних дослідженнях.

При підготовці до практичних занять студент повинен вивчити відповідний теоретичний матеріал по конспекту і рекомендованій літературі, тому що практичне заняття починається з перевірки теоретичних знань студентів.

Після цього студенти разом з викладачем розбирають і розв’язують типові задачі теми.

З метою кращого засвоєння теми і набуття навичок у розв’язанні задач студентам рекомендуються задачі для аудиторної роботи, які виконуються студентами самостійно під керівництвом викладача.

З метою підготовки студентів до практичних контрольних модульних робіт наведено задачі для розв’язання, що виконуються студентом під час самостійної роботи.

ТЕМА: *ЗАСОБИ ГРАФІЧНОГО ЗОБРАЖЕННЯ ОДИНИЦЬ СУКУПНОСТІ*

Питання:

1. Основні елементи графіків.
2. Види статистичних графіків.
3. Правила побудови графіків.

1. Задачі для аудиторної роботи

1. За допомогою стовпчикової діаграми зобразити дані про виробництво сталі (млн. т).

Країна	1	2	3	4	5	
Роки	1	42,6	25,8	26,2	25,2	24,6
	2	40	26,1	25,8	24,1	23,9

2. Наведені дані про характер посівних площ озимого ячменю та його врожайність за адміністративними районами однієї з областей:

№ району	Посівна площа, тис. га	Урожайність озимого ячменю, ц/га
1	2,4	16,1
2	11,1	16,4
3	9,9	32,3
4	15,9	31,6
5	2,6	18,1

Побудувати:

- картограму за допомогою штрихування для характеристики зміни врожайності в районах області;
- точкову картограму для характеристики розміщення посівів ячменю в районах.

Примітка: Схематичну картину області та розміщення на ній районів зробити за власним розсудом.

3. Наведені дані про річний фонд заробітної плати та середньоспискову кількість робітників підприємств:

Підприємство	Показник	
	Фонд зарплати, тис. грн	Середньоспискова чисельність, чол.
1	6084	1581
2	5088	1730

Побудувати діаграму у вигляді “знака Варзара”.

4. Побудувати радіальні діаграми: замкнуту за першим роком і спіральну за двома роками, використовуючи для цього дані про обсяг продажу сиру (кг) на ринках сільськогосподарської продукції

Роки	Місяці											
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1	373	305	366	457	517	543	438	440	427	488	401	387
2	420	450	416	479	506	601	501	520	459	525	498	481

Проаналізувати сезонний характер зміни продаж.

ТЕМА: ЗВЕДЕННЯ, КЛАСИФІКАЦІЯ ТА ГРУПУВАННЯ В СТАТИСТИЦІ

Питання

1. Сутність статистичного зведення і групування.
2. Групувальні ознаки і їх вибір.
3. Визначення кількості груп та розміру інтервалів групувань.
4. Метод вторинного групування.
5. Графічне зображення розподілу одиниць сукупності.

1. Типові задачі

Задача 1.

Відомі наступні дані про відсоток виконання норми виробітку 50 робітників фрезерувального цеху:

70	100	85	110	90
100	90	100	80	100
80	110	110	100	80
75	100	70	90	75
100	95	75	80	80
110	75	70	95	100
90	100	75	80	80
95	90	110	70	95
110	100	90	100	75
100	110	80	90	95

Скласти варіаційний ряд, вказати його елементи і представити графічно.

Розв'язання:

Так як групування здійснюється за дискретною ознакою, то виділяється стільки груп, скільки є градацій ознаки - 8.

1. Будуємо ранжируваний ряд розподілу робітників фрезерувального цеху за відсотком виконання норми виробітку, тобто розташовуємо їх у порядку зростання. Підраховуємо кількість одиниць у кожній групі.

<u>70 70 70 70</u>	<u>75 75 75 75</u>	<u>80 80 80 80</u>	<u>85 85</u>	<u>90 90 90 90 90</u>	<u>95 95 95 95</u>
(4)	<u>75 75 75</u>	<u>80 80 80 80</u>	(2)	<u>90</u>	<u>95</u>
	(7)	(8)		(6)	(5)

<u>100 100 100 100 100 100 100 100 100 100</u>	<u>110 110 110 110 110 110 110</u>
<u>100 100</u>	
(12)	(7)

2.

2. Отриманий варіаційний ряд представляємо у вигляді таблиці.

Розподіл робітників фрезерувального цеху за відсотком виконання норми виробітку

Відсоток виконання норми, x (варіанта)	Чисельність робітників, осіб, f (частота)
70	4
75	6
80	8
85	2
90	6
95	5
100	12
110	7
Разом	50

3. Для наочного уявлення про характер зміни частот дискретного варіаційного ряду використовуємо *полігон* (рис. 1).

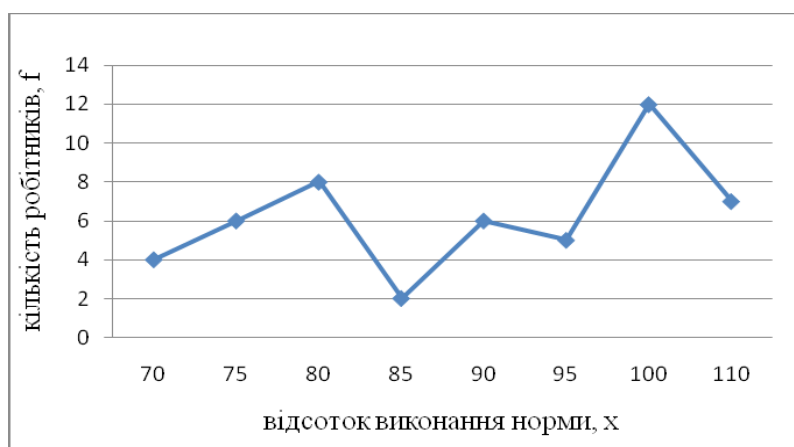


Рис.1 - Полігон розподілу робітників цеху за відсотком виконання норми виробітку

Найбільша кількість робітників фрезерувального цеху ($f = 12$), мають 100% виконання норми виробітку.

Задача 2.

Обсяг виробленої продукції (млн. грн) 40 промислових підприємств регіону наведено у таблиці

Із даних таблиці видно, що у 40% підприємств обсяг виробленої продукції складає 5-7 млн. грн.

Для графічного зображення інтервальних варіаційних рядів побудуємо:

- *полігон* (рис. 2);
- *гістограму* (рис.3);
- *кумуляту* (рис.4).



Рис. 2. Полігон розподілу підприємств за обсягом виробленої продукції



Рис. 3. Гістограма розподілу підприємств за обсягом виробленої продукції



Рис. 4. Кумулята розподілу підприємств за обсягом виробленої продукції

Задача 3.

Маємо такі дані про розподіл двох галузей промисловості за чисельністю працюючих:

№	I галузь		№	II галузь	
	Групи підприємств за кількістю працюючих, чол.	Кількість підприємств в % до підсумку		Групи підприємств за кількістю працюючих, чол.	Кількість підприємств в % до підсумку
I	До 200	2,3	I	До 150	4,7
II	200-500	12,0	II	150-350	8,1
III	500-800	41,1	III	350-450	25,0
IV	800-1000	25,3	IV	450-750	30,1
V	1000-2000	19,3	V	750-900	17,8
Всього		100,0	VI	900-2000	14,7
			Всього		100,0

Для порівняння структури підприємств за кількістю працюючих здійснити перегрупування підприємств другої галузі, взявши за базу порівняння групування підприємств першої галузі промисловості. Результати перерахунку представити у таблиці.

Зробити висновки.

Розв'язання:

В заново створену групу (до 200 чол.) галузі II зарахуємо:

- 4,7% працюючих (I група – до 150 чол.);
- для визначення кількості підприємств, які треба взяти із другої групи умовно приймається, що вона повинна бути пропорційна питомій вазі відібраних працівників.

До другої групи входили підприємства з кількістю працівників від 150 до 350 чол. і їх питома вага 8,1%.

У новий інтервал із цієї групи треба взяти підприємства з чисельністю від 150 до 200 чол. Вони складають $\frac{1}{4} \left(\frac{200 - 150}{350 - 150} = 0,25 \right)$ від кількості підприємств у цій групі. $0,25 \times 8,1\% = 2\%$.

Отже питома вага підприємств II групи, куди ввійшли підприємства з чисельністю працюючих до 200 чол. складає $4,7\% + 2\% = 6,7\%$.

Аналогічно здійснюється перегрупування усіх інших груп. Розрахунки наведено у таблиці.

№	Групи підприємств за кількістю працюючих x, чол.	Розрахунки	Кількість підприємств до підсумку, %
I	До 200	I (до 150) - 4,7% II (150-350) - 8,1% $\frac{200 - 150}{350 - 150} = 0,25$	$4,7\% + 2\% = 6,7\%$

№	Групи підприємств за кількістю працюючих x, чол.	Розрахунки	Кількість підприємств до підсумку, %
		$8,1\% \times 0,25 = 2\%$	
II	200 – 500	II $8,1\% - 2\% = 6,1\%$ III (350-450) – 25% IV (450-750) – 30,1% $\frac{500 - 450}{750 - 450} = 0,17$ $30,1\% \times 0,17 = 5,1\%$	$6,1\% + 25\% + 5,1\% = 36,1\%$
III	500 – 800	IV $30,1\% - 5,1\% = 25\%$ V (750-900) – 17,8% $\frac{800 - 750}{900 - 750} = 0,33$ $17,8\% \times 0,33 = 5,9\%$	$25\% + 5,9\% = 30,9\%$
IV	800 – 1000	V $17,8\% - 5,9\% = 11,9\%$ VI (900-2000) – 14,3% $\frac{1000 - 900}{2000 - 900} = 0,09$ $14,3\% \times 0,09 = 1,3\%$	$11,9\% + 1,3\% = 13,2\%$
V	1000 – 2000	VI (1000-2000) $14,3\% - 1,3\% = 13\%$	13%
Всього			100%

Результати розрахунків представлені у таблиці.

Результати вторинного групування

№ групи	Групи підприємств за кількістю працюючих, чол.	Кількість підприємств в % до підсумку	
		I галузь	II галузь
I	До 200	2,3	6,7
II	200 – 500	12,0	36,1
III	500 – 800	41,1	30,9
IV	800 – 1000	25,3	13,2
V	1000 – 2000	19,3	13,0
	Всього	100	100

З даних таблиці видно, що у I галузі на більшості підприємств ($41,1\% + 25,3\% = 66,4\%$) працює 500-1000 чоловік, в той час коли у II галузі на 67% ($36,1\% + 30,9\%$) підприємств працює 200-800 чоловік.

2. Задачі для розв'язання

Задача 1.

Порядок формування варіанту: порядковий номер студента за журналом викладача ($N_{ж}$) + 29 робітників.

Наведені такі дані про тарифні розряди робітників цеху:

№ п/п	Тар. розр.	№ п/п	Тар. розр.	№ п/п	Тар. розр.	№ п/п	Тар. розр.	№ п/п	Тар. розр.	№ п/п	Тар. розр.
1	5	11	3	21	3	31	3	41	2	51	6
2	5	12	3	22	3	32	5	42	1	52	5
3	4	13	1	23	4	33	3	43	3	53	4
4	4	14	2	24	4	34	6	44	2	54	3
5	4	15	4	25	3	35	4	45	5	55	3
6	4	16	3	26	4	36	4	46	3	56	1
7	3	17	6	27	4	37	2	47	4	57	3
8	3	18	3	28	4	38	5	48	1	58	5
9	2	19	6	29	4	39	3	49	6	59	5
10	1	20	3	30	1	40	3	50	4	60	

Побудуйте за цими даними:

- а) дискретний варіаційний ряд розподілу робітників за розрядами;
- б) атрибутивний ряд розподілу робітників за рівнем кваліфікації, виділивши в ньому три групи робітників:
 - низької кваліфікації;
 - середньої кваліфікації;
 - високої кваліфікації;
- в) графік розподілу робітників за тарифними розрядами. Зробити висновки.

Задача 2.

Вихідні дані обираються по групі та корегуються відповідно до $N_{ж}$.

За даними наведеними в таблиці про чисельність співробітників 30 торгівельних фірм:

Група 1

25	45	55-№Б	27	56-№Б	22+№Б
25+№Б	32+№Б	35	42	51	39
36	60	31	47-№Б	52-№Б	68
18+№Б	54-№Б	46	26+№Б	49	20+№Б
34	16	61-№Б	29+№Б	47	23

- Побудувати інтервальний варіаційний ряд, утворивши чотири групи з рівними інтервалами та назвіть його елементи.
- Представте варіаційний ряд графічно (полігон, гістограма і кумулята).
- Зробіть висновки.

Группа 2

26	46	56-№Б	28	57-№Б	23+№Б
26+№Б	33+№Б	36	43	52	40
37	61	32	48-№Б	53-№Б	68
19+№Б	55-№Б	47	27+№Б	50	20+№Б
35	20	62-№Б	29+№Б	48-№Б	24

Группа 3

27	47	57-№Б	29	58-№Б	24+№Б
27+№Б	34+№Б	37	44	53	41
38	61	33	49-№Б	54-№Б	64
20+№Б	56-№Б	48	28+№Б	52	22+№Б
36	20	63-№Б	29+№Б	49-№Б	25

Группа 4

28	48	58-№Б	30	59-№Б	25+№Б
28+№Б	35+№Б	38	45	54	42
39	62	34	50-№Б	55-№Б	68
21+№Б	57-№Б	49	29+№Б	53	23+№Б
37	20	64-№Б	30+№Б	50-№Б	26

Группа 5

29	49	59-№Б	31	60-№Б	26+№Б
29+№Б	36+№Б	39	46	55	43
40	63	35	51-№Б	56-№Б	66
40+№Б	58-№Б	50	30+№Б	54	24+№Б
38	18	65-№Б	31+№Б	51-№Б	27

Группа 6

30	50	60-№Б	32	61-№Б	27+№Б
30+№Б	37+№Б	40	47	56	43
41	64	33	52-№Б	57-№Б	64
25+№Б	59-№Б	50	31+№Б	55	24+№Б
39	17	66-№Б	32+№Б	52-№Б	27

ТЕМА: *СТАТИСТИЧНІ ПОКАЗНИКИ*

Питання

1. Сутність і види узагальнюючих статистичних показників.
2. Абсолютні величини, одиниці їх виміру.
3. Види відносних величин, техніка їх обчислення.

1. Типові задачі

Задача 1.

Обсяг випуску електродвигунів на заводі (шт.) наведено в таблиці.

Потужність двигунів (кВт)	Період	
	Базисний	Звітний
15	400	250
45	300	350
75	300	390

Визначити динаміку випуску продукції по видам та в цілому по заводу (у %):

- 1) в натуральних одиницях;
- 2) в умовно-натуральних одиницях (в перерахунку на двигуни потужністю 15 кВт).

Зробити висновки.

Розв'язання:

Відносна величина динаміки розраховується за формулою:

$$BB_{\phi} = \frac{y_{\phi}^{зв}}{y_{\phi}^{б}} \cdot 100,$$

де $y_{\phi}^{б}$ та $y_{\phi}^{зв}$ – фактичні показники відповідно базисного та звітного періодів.

1. Результати розрахунків для обсягу виробництва в натуральних одиницях наведено в таблиці.

Потужність двигунів (кВт)	Вихідні дані		BB_{ϕ} (за натуральними одиницями), %	$K_{пер}$	Розрахунки	
	Обсяг випуску, шт.				Обсяг випуску в умовно-натуральних одиницях, шт.	
	У базисному періоді,	У звітному періоді,			У базисному періоді	У звітном у періоді
	$y_{\phi}^{б}$	$y_{\phi}^{зв}$				
1	2	3	4	5	2x5=6	3x5=7
15	400	250	63	1	400	250
45	300	350	117	3	900	1050

75	300	390	130	5	1500	1950
Разом	-	-	-	-	2800	3250

Згідно розрахунків, наведених в таблиці, у порівнянні з базисним роком обсяг випуску електродвигунів потужністю 15 кВт зменшився на 37% (63%-100%), потужністю 45 кВт та 75 кВт – збільшився відповідно на 17% та 30%.

2. Перерахунок обсягу випуску двигунів в умовні одиниці здійснюється за допомогою коефіцієнту, який визначається, як відношення потужності кожного виду двигуна до еталонного значення.

За умовами задачі $q_{еталон} = 15$ кВт.

Отже для двигунів потужністю, наприклад 75 кВт, коефіцієнт перерахунку складає $K_{пер} = \frac{75}{15} = 5$. Значення $K_{пер}$ для інших видів двигунів наведено в таблиці (гр.5).

Обсяг продукції в умовно-натуральних одиницях визначається множенням обсягів випуску продукції в натуральних одиницях на відповідні коефіцієнти перерахунку, результати наведено в таблиці (гр.6,7).

Відносна величина динаміки в цілому по заводу дорівнює:

$$BB_{\partial} = \frac{3250}{2800} \cdot 100 = 116\%$$

Таким чином загальний обсяг випуску продукції в звітному періоді на заводі збільшився на 16% в порівнянні з базисним.

Задача 2.

По одному з АПК зміна площ, засіяних зерновими культурами, характеризується такими даними (га)

Показник	Базисний період	Звітний період	
		За планом	Фактично
Посівна площа зернових культур, у т.ч.	5000	6500	6700
пшениці	2500	4000	4100
ячменя	800	1400	1450
кукурудзи	1700	1100	1150

Визначити:

- 1) відносні величини планового завдання, виконання плану і динаміки по кожній культурі окремо та по всім зерновим;
- 2) відносні величини структури посівних площ за планом та фактом, а також структурні зрушення у звітному періоді відносно плану;
- 3) відносні величини координації для звітнього періоду.

Зробити висновки.

Розв'язання:

1. Відносні величини планового завдання розраховуються за формулою

$$BB_{пз} = \frac{y_{пл}^{зв}}{y_{ф}^{б}} 100$$

де $y_{пл}^{зв}$ та $y_{ф}^{б}$ - показники відповідно за планом на звітний період та фактичні за базисний період.

Відносні величини виконання плану розраховуються за формулою

$$BB_{вп} = \frac{y_{ф}^{зв}}{y_{пл}^{отч}} 100$$

де $y_{ф}^{зв}$ та $y_{пл}^{отч}$ - відповідно фактичний та плановий показники за звітний період.

Відносні величини динаміки розраховуються за формулою $BB_{д} = \frac{y_{ф}^{зв}}{y_{ф}^{б}} 100$.

Результати розрахунків зазначених показників наведено в таблиці (гр. 4-6).

Посівна площа зернових культур	Вихідні дані			Розрахунки відносних величин					
	Період			$BB_{пз}$, %	$BB_{вп}$, %	$BB_{д}$, %	$BB_{сгр}$, %		
	Базисний	Звітний					За планом	Фактично	+/- п. п.
За планом		Фактично							
А	1	2	3	4	5	6	7	8	9
пшениці	2500	4000	4100	160	103	164	61,5	61,1	- 0,4
ячменя	800	1400	1450	175	104	181	21,5	21,6	0,1
кукурудзи	1700	1100	1150	65	105	68	16,9	17,1	0,2
Разом	5000	6500	6700	130	103	134	100	100	-

Відносні величини планового завдання (гр. 4) показують, що у звітному періоді планувалось збільшити посівні площі під пшеницею та ячменем на 60% та 75% відповідно, водночас скоротити посіви кукурудзи на 35% (65%-100%). В цілому посівні площі мали збільшитись на 30%.

Відносні величини виконання плану (гр. 5) показують, що план з посіву зернових перевиконано на 3% по пшениці, на 4% по ячменю та на 5% по кукурудзі. В цілому посівні площі збільшились відносно запланованих показників на 3%.

Відносні величини динаміки (гр. 6) свідчать про те, що посівні площі у звітному періоді збільшились у порівнянні з базисним періодом на 34%, у тому числі під пшеницею та ячменем вони збільшились на 64% та 81% відповідно, а під кукурудзою зменшились на 32% (68%-100%).

2. Відносні величини структури розраховуються за формулою

$$BB_{стр} = \frac{y_i}{\sum y} 100,$$

де y_i - окремі частини цілого.

Результати розрахунків наведено в таблиці (гр. 7-8).

Зміна структури посівних площ визначається як різниця між фактичними відносними величинами структури та плановими.

Результати розрахунків наведено в таблиці (гр. 9).

Розраховані відносні величини структури свідчать про те що:

- питома вага посівних площ під пшеницею при плані 61,5% фактично склала 61,1%, тобто зменшилась на 0,4 процентні пункти;
- питома вага посівних площ під ячменем при плані 21,5% фактично склала 21,6%, тобто збільшилась на 0,1 процентні пункти;
- питома вага посівних площ під кукурудзою при плані 16,9% фактично склала 17,1%, тобто збільшилась на 0,2 процентні пункти.

3. Відносні величини координації визначаються як відношення окремих частин одного цілого

$$BB_{коор} = \frac{y_i}{y_j} 100\%, \%$$

Визначаємо їх за плановими та фактичними даними звітнього року. Порівнюємо посівні площі під пшеницею і кукурудзою:

- за планом $BB_{коор}^i = \frac{4000}{1100} = 3,6$;
- фактично $BB_{коор}^i = \frac{4100}{1150} = 3,6$.

Фактично в звітньому періоді співвідношення між площами під пшеницею та кукурудзою відповідало запланованому.

2. Задачі для розв'язання

3.3.1. Кількість та обсяг промислової продукції підприємств державної власності становить по області за рік 115 підприємств на 288,5 тис. грн. Підприємств кооперативної власності було в області 170, які виробили промислової продукції на суму 425,3 тис. грн. Визначте показники структури та координації.

3.3.2. Обсяг реалізації платних послуг населенню області склав за рік 170,8 млн. грн., в т.ч. виконаних державними підприємствами на суму 110,5 млн. грн., колективними підприємствами – 57,5 млн. грн. та приватними на суму 2,8 млн. грн. Визначте відносні величини структури та координації.

3.3.3. В області обсяг роздрібного товарообігу склав:

Товарообіг	Обсяг, тис. грн
Всього	284,3
В т.ч.	
державні підприємства	75
колективні	173,9
приватні крамниці	35,4

Визначити відносні величини структури та координації.

3.3.4. Фактичний обсяг виробленої продукції склав за звітний рік 452 ц при коефіцієнті динаміки її виробництва рівному 1,20. Визначити відносну величину планового завдання на звітний рік за умови, що запланований обсяг склав 405 ц.

3.3.5. Кондитерською фабрикою за звітній місяць випущено слідуючу продукцію:

Продукція (цукерки)	Ціна 1 кг, грн.	Випуск, т.	
		По плану	Фактично
Наталка Полтавка	35	32	34
Ластівка	22	20	19
Шоколапка	24	17	18
Ромашка	38	9	7

Визначити показники виконання плану виробництва у натуральних та вартісних одиницях.

3.3.6. Планом на звітний період передбачено збільшити продуктивність праці на 6,5%. Фактичне збільшення продуктивності праці склало 9,4% в порівнянні з минулим роком. Визначити процент виконання плану зростання продуктивності праці.

3.3.7. Кондитерською фабрикою за звітній місяць випущено слідуючу продукцію:

Продукція (цукерки)	Випуск, т.	
	По плану	Фактично
Ромашка	25	29
Корівка	17	20
Золота лілія	19	18
Червоний мак	12	15

Визначити показники структури та координації. Зробити висновки за отриманими результатами.

3.3.8. Випуск азотних добрив хімічним заводом характеризується наступними даними.

Продукція	Випуск, тис. т.		Ціна, грн.
	По плану	Фактично	
Аміачна селітра	360	320	72
Карбамід	248	260	102
Аміачна вода	110	130	56

Визначити показники виконання плану виробництва азотних добрив у натуральному та ціновому показнику.

3.3.9. Річні закупки картоплі споживчою кооперацією та підприємствами харчової промисловості характеризується такими даними:

Організація	Замовлення, т	Виконання замовлення, %
Споживча кооперація	1485,3	93,0
Підприємства харчової промисловості	28,7	98,0

Визначити фактичну кількість закупленої продукції.

3.3.10. Рівень продуктивності праці робітників металургійного підприємства склав у попередньому році 4,95 тис. грн. Коефіцієнт динаміки продуктивності дорівнював за звітний рік 1,092. Визначити процент виконання плану продуктивності праці, який був установлений на рівні 5,6 тис. грн.

3.3.11. Випуск азотних добрив хімічним заводом характеризується наступними даними.

Продукція	Випуск, тис. т.	
	По плану	Фактично
Аміачна селітра	370	330
Карбамід	259	265
Аміачна вода	120	145

Визначити показники структури на структурні зрушення. Зробити висновки за отриманими результатами.

3.3.12. Виплавка чавуну по цехах заводу у звітному періоді характеризується наступними даними:

Види чавуну	Виплавлено, тис. т.	Коефіцієнт переводу
Ванадієвий	52	1,35
Дзеркальний	76	1,50
Передільний	126	1,0
Хронікелевий	124	1,50

Визначити загальний об'єм виплавки чавуну у натуральному та умовно натуральному показниках. Пояснити різницю у розрахунку (у переводі на передільний чавун). Пояснити різницю у розрахунку показниках обсягу випуску продукції.

3.3.13. Фермерське господарство в попередньому році виробило 2730 літрів соняшникової олії. Планом на поточний рік передбачено збільшити виробництво олії на 30%. Фактично вироблено у поточному році 3350 літрів олії. Визначити процент виконання плану виробництва олії у поточному році.

3.3.14. План виробництва продукції становив на рік 560 тис. грн, що більше фактичного обсягу виробленої продукції за попередній рік на 12,1%. Визначити фактичний обсяг продукції за звітний рік, якщо відносна величина динаміки 108 %.

3.3.15. У таблиці наведені дані про виробництво продукції прокатного цеху заводу. Розрахувати відносні величини планового завдання, виконання плану та динаміки і зробити висновки.

Показники	Роки		
	Попередній	Звітний	
		План	Факт
Вироблено, т.			
- оцинкований посуд	1180	1790,2	1885,7
- лопати сталеві	548,3	310	335,4
- стяжки міжрамні	89,4	27	30,9

3.3.16. Відносна величина виконання плану виробництва хімічної продукції становить за рік 96,3% при плановому обсязі 510 тис. грн. Визначити відносну величину динаміки, якщо в передньому періоді виготовлено продукції на суму 530 тис.грн.

3.3.17. За даними наведеними у таблиці визначити відносні величини структури і структурних зрушень. Зробити висновки за отриманими результатами.

Продукція	Звітний рік	
	План	Факт
Вироблено, т.		
- оцинкований посуд	1780,5	1834,8
- лопати сталеві	305	314,6
- стяжки міжрамні	23	27,9

3.3.18. Реалізація молока та молочних продуктів характеризується такими даними:

Продукти	Коефіцієнт перерахунку в молоко	Реалізовано, ц	
		За планом	Фактично
Молоко	1,0	270	281
Масло	23,0	20	21

Визначити виконання плану реалізації молочної продукції в умовно-натуральному вираженні.

3.3.19. Відомі такі дані про державні закупки картоплі з усіх категорій господарств адміністративного району (тис. ц):

2007	2008	2009	2010
70	59,3	76,7	66,8

Визначити відносні величини динаміки базисним способом. Зробити висновки.

3.3.20. Планом на звітний період було встановлено продуктивність праці одного робітника в 5,25 тис. грн., що на 4 % більше, ніж в попередньому періоді. Фактична продуктивність праці в звітному періоді 5,57 тис. грн. Визначити як вона змінилася в порівнянні з минулим періодом.

3.3.21. План виробництва продукції в звітному періоді перевиконано на 7%. Визначити відносну величину планового завдання, якщо фактичний обсяг у попередньому році склав 109 тис.грн, а у звітному 112 тис.грн.

3.3.22. Відомі такі дані про виробництво валової продукції на промисловому підприємстві (грн.):

Місяці	Фактично в попередньому році	Звітний рік	
		За планом	Фактично
Квітень	1012	1000	1005
травень	989	1000	999

Визначити відносні величини планового завдання і виконання плану.

3.3.23. В минулому місяці витрати на виробництво продукції на фірмі склали 85 млн.грн.,а в поточному році вони були зменшені в порівнянні з минулим роком на 1,9%. Визначити відносну величину виконання плану, якщо відомо, що за планом вони повинні бути 80 млн.грн.

3.3.24. План виробництва продукції підприємства складав на звітний місяць 1060 грн. при відносній величині планового завдання на звітний місяць 106,0% та виконанні встановленого плану на 103,8%. Визначити відносну величину динаміки.

3.3.25. Відносна величина планового завдання з виробництва продукції підприємством складала на звітний місяць 106%. Фактичний обсяг виробництва продукції дорівнював у попередньому місяці 1000 грн, а у звітному – 1100 грн. Визначити відносну величину виконання плану.

3.3.26. Плодоконсервним заводом вироблено помідорів маринованих 30 тис. банок з об'ємом банки 800 см³ та томатного соку 50 тис. банок з об'ємом банки 300 см³. Визначити обсяг виробленої заводом консервної продукції в умовно-натуральних одиницях, тобто у банках місткістю 200 см³.

3.3.27. Кількість спеціалістів у галузі характеризується такими даними (тис. чол.):

Рік	Всього
1	17,4
2	21,5
3	23,7

Визначити відносні величини динаміки ланцюговим і базисним способом. Зробити висновки.

3.3.28. В минулому місяці витрати на виробництво продукції на фірмі склали 10 тис.грн. На поточний місяць заплановано знизити їх на 1,2% в порівнянні з попереднім. Визначити фактичні витрати на виробництво продукції якщо відомо, що вони були більші запланованих на 1,1%.

3.3.29. В минулому періоді прибуток фірми склав 120 тис.грн. На звітний період передбачалось збільшити його на 3%. Фактично він був у звітному періоді 108 тис.грн. Визначити відносну величину виконання плану.

3.3.30. Планом на звітний період передбачено зниження собівартості продукції А на 2,6% при рівні собівартості в минулому році 65 грн. Фактична в звітному році вона становила 67,9 грн. Визначити відносну величину виконання плану

ТЕМА: **СЕРЕДНІ ВЕЛИЧИНИ ТА ЗАГАЛЬНІ ПРИНЦИПИ ЇХ ЗАСТОСУВАННЯ**

Питання

1. Види середніх величин.
2. Середня арифметична, її властивості.
3. Середня гармонічна та техніка її обчислення.
4. Обчислення моди і медіани.

1. Типові задачі

Задача 1.

За результатами групування в задачі 1. (тема: «Зведення, класифікація та групування в статистиці»), розрахувати середній відсоток виконання норми виробітку, моду і медіану. Зробити висновки.

Розв'язання:

Допоміжні розрахунки виконуємо в таблиці.

Відсоток виконання норми, x (варіанта)	Чисельність робітників, осіб, f-частота	Розрахунки	
		x*f	Накопичені частоти (S _f)
70	4	280	4
75	6	450	10
80	8	640	18
85	2	170	20
90	6	540	26
95	5	475	31
100	12	1200	43
110	7	770	50
Разом	50	4525	-----

У дискретному варіаційному ряді за наявності варіант та частот середнє значення ознаки визначається за формулою середньої зваженої

$$\bar{x} = \frac{\sum xf}{\sum f} = \frac{4525}{50} = 90,5 (\%)$$

В середньому відсоток виконання норми виробітку по цеху складає 90,5.

Найбільшу частоту 12 має варіанта 100%, тому $M_0 = 100\%$ - це означає, що у більшості робітників фрезерувального цеху відсоток виконання норми виробітку складає 100.

Ранг медіани дорівнює $N_{Me} = \frac{\sum f}{2} = \frac{50}{2} = 25$. $Me = 90\%$, тому що на неї припадає накопичена частота, яка перевищує половину всього обсягу сукупності, тобто ранг медіани (26 перевищує 25).

Задача 2.

Виходячи з інтервального ряду, що було побудовано в задачі 2 (тема: «Зведення, класифікація та групування в статистиці»), обчислити середній обсяг виробленої продукції (двома способами) та структурні середні (аналітично і графічно).

Розв'язання:

1. Розраховуємо середній обсяг виробництва.

Спосіб 1.

В інтервальних варіаційних рядах за наявності варіант та частот середня арифметична визначається за формулою середньої зваженої в такій послідовності:

- знаходять середину кожного інтервалу за формулою $x_c = \frac{x_n + x_v}{2}$ (гр. 4, табл. 2)
- обчислюють добутки $x_c f$ (гр.5, табл. 2) та знаходять їх суму;
- за формулою розраховують середнє значення $\bar{x} = \frac{\sum x_c f}{\sum f} = \frac{256}{40} = 6,4$ (млн. грн).

Спосіб 2.

Сутність методу “умовного нуля” полягає в наступному:

- всі значення ознаки зменшують на постійну величину a (у варіаційних рядах з рівними інтервалами a дорівнює варіанті з найбільшою частотою), (гр. 6, табл. 4.1.2).
- одержані варіанти ділять на постійне число i , яке частіше всього дорівнює величині інтервалу (гр. 7, табл. 4.1.2);
- визначають добутки $(\frac{x_c - a}{i})f$ (гр.8, табл. 1);
- розраховують середню арифметичну (\bar{x}') із зменшених варіант

$$\bar{x}' = \frac{(\frac{x_c - a}{i})f}{\sum f} = \frac{8}{40} = 0,2 \text{ (млн. грн)}$$

- переходять до середньої первинного ряду $\bar{x} = \bar{x}'i + a$, тобто $\bar{x} = 0,2 \cdot 2 + 6,0 = 6,4$ (млн. грн)

Розрахункова таблиця

№ групи	Групи підприємств за обсягом	Кількість підприємств, f	Середина інтервалу, x_c	$x_c f$	$x_c - a,$ $(a=6,0;$ $x_c=6,0)$	$(\frac{x_c - a}{i})$	$(\frac{x_c - a}{i})f$	S_f

	виробленої продукції, млн. грн					(i=2)		
I	2	3	4	5	6	7	8	9
I	1 – 3	2	2	4	-4,0	-2	-4	2
II	3 – 5	8	4	32	-2,0	-1	-8	10
III	5 – 7	16	6	96	0	0	0	26
IV	7 – 9	9	8	72	+2,0	+1	9	35
V	9 – 11	4	10	40	+4,0	+2	8	39
VI	11 – 13	1	12	12	+6,0	+3	3	40
Всього		40	-	256	-	-	8	-

2. Модальний інтервал 5-7 млн. грн через найбільшу частоту цього інтервалу $f_3 = 16$ підприємств. Мода дорівнює

$$M_o = x_n + h \cdot \frac{f_{M_o} - f_{M_o-1}}{(f_{M_o} - f_{M_o-1}) + (f_{M_o} - f_{M_o+1})} = 5 + 2 \cdot \frac{16 - 8}{(16 - 8) + (16 - 9)} = 6,07 \text{ (млн. грн).}$$

Найбільша кількість підприємств виготовила продукцію на 6 млн. грн.

Визначення моди графічним методом виконуємо за гістограмою (рис. 5).

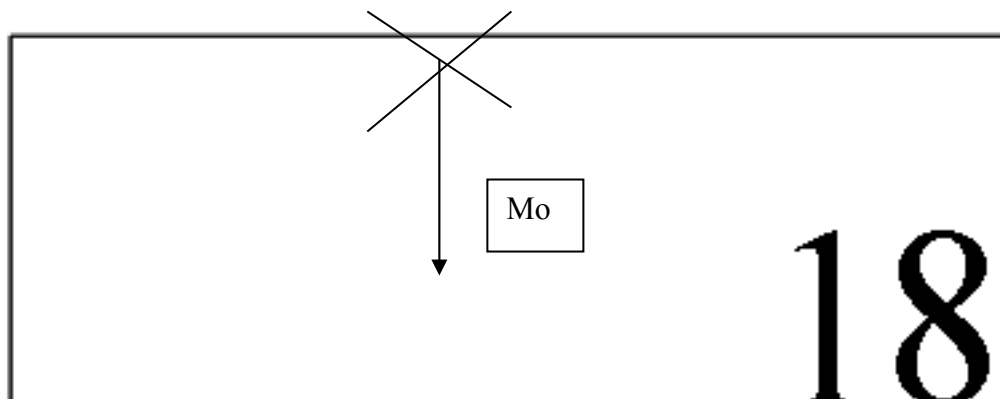


Рис. 5. Розподіл підприємств за обсягом виробленої продукції

3. Ранг медіани $N_{Me} = 40 : 2 = 20$. Медіанний інтервал 5-7 млн. грн, тому що накопичена частота саме цього інтервалу ($S_{f_3} = 26$ підприємств) вперше перевищила ранг медіани. Медіана дорівнює

$$M_e = x_n + h \cdot \frac{\frac{\Sigma f}{2} - S_{f_{Me-1}}}{f_{Me}} = 5 + 2 \cdot \frac{20 - 10}{16} = 6,25 \text{ (млн. грн).}$$

У половини підприємств обсяг продукції менший ніж на 6,25 млн. грн, а у підприємств другої половини більший.

Медіана графічним методом визначається за кумулятою (рис. 6).

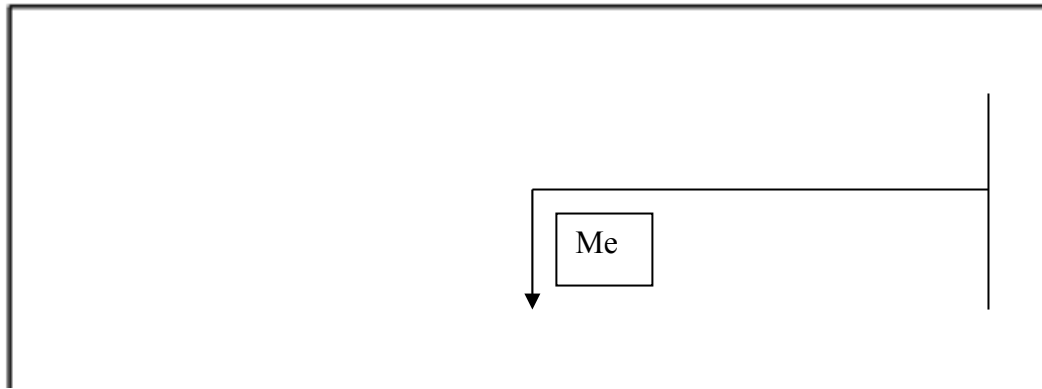


Рис. 6. Розподіл підприємств за обсягом виробленої продукції

2. Задачі для розв'язання

4.3.1. Відомі такі дані про виробіток продукції за місяць та структуру кількості робітників за окремими групами:

Група робітників	Місячний виробіток, шт.	Кількість робітників у % до підсумку
1	927	20,0
2	970	35,1
3	910	44,9

Визначити середній виробіток, та моду. Обґрунтувати вибір середньої. Зробити висновки за отриманими результатами.

4.3.2. Обчислити середній, модальний та медіанний розміри житлової площі за результатами вибіркового спостереження. Обґрунтуйте вибір середньої.

Групи сімей за житловою площею, що припадає на одну особу, кв.м	До 5	5-7	7-9	9-11	11-13	13-15	Разом
Кількість сімей	13	27	36	42	54	38	210

4.3.3. Продуктивність праці робітників характеризується такими даними:

Вироблено продукції одним робітником за зміну, шт.	195	207	245	253	257	260
Кількість робітників, чол.	6	8	9	14	17	6

Визначити середню продуктивність праці робітника, обґрунтувавши вибір середньої, та медіану. Зробити висновки.

4.3.4. У місті діють 50 державних та 20 приватних нотаріальних контор. За місяць одна державна нотаріальна контора оформляє в середньому 460 справ, приватна – 96. Визначити середню кількість справ, оформлених однією нотаріальною конторою. Обґрунтувати вибір середньої.

4.3.5. В п'яти господарствах, що мають однакові посівні площі, урожайність озимої пшениці характеризується наступними даними:

Господарство	1	2	3	4	5
Урожайність, ц/га	29	35	30	35	32

Визначити середню урожайність озимої пшениці, моду та медіану. Зробити висновки за отриманими результатами.

4.3.6. Відомі такі дані про реалізацію яблук на міських ринках:

Ринки	Частка продажу яблук на ринках у загальній його кількості		Ціна за 1 ц у звітному періоді, грн
	Базисний період	Звітний період	
1	0,40	0,43	480
2	0,60	0,57	530

Визначити середню ціну яблук у звітному періоді.

4.3.7. Відомі такі дані про витрати часу на виготовлення продукції:

Показники	Цех	
	1	2
Загальні витрати людино-годин на випуск продукції	6040	2908,4
Трудомісткість в розрахунку на одиницю продукції, людино-годин	45,0	39,5

Визначити середню трудомісткість продукції, що випущена. Обґрунтувати вибір середньої. Зробити висновки.

4.3.8. Ціни на комбікорм для тварин на міському ринку у квітні місяці були такі:

Дні березня	Ціна за 1 кг, грн.
1 – 20	10
21 – 31	15

Визначити середню ціну на корма у квітні місяці, обґрунтувавши вибір середньої.

4.3.9. Відомі такі дані про виробництво товару:

Група робітників	Усього вироблено за місяць, шт.	Середній виробіток 1 робітника, шт.
1	2724	227
2	5520	276
3	7750	310

Визначити середній виробіток робітника заводу. Обґрунтувати вибір середньої.

4.3.10. Відомі такі дані про виробництво товару та питому частину браку:

Сорт товару	Кількість, шт.	Процент бракованого товару
1	500	0,7
2	600	2,2
3	1200	3,0

Визначити середній процент бракованих виробів. Обґрунтувати вибір середньої. Зробити висновки за отриманими результатами.

4.3.11. На кінець звітнього року робітники машинобудівного заводу за віком розподілилися таким чином:

Вік (років)	20 – 30	30 – 40	40 – 50	50 – 60	60 і більше	Всього
Кількість робітників	70	75	35	30	10	220

Визначити середній вік робітника заводу, та медіану (аналітично і графічно). Зробити висновки щодо отриманих результатів.

4.3.12. Цистерна заповнена молоком різної жирності: 100 кг -3,2%; 400 кг-4%; 300 кг – 4,5 %; 700 кг – 3,5%. Визначити середню жирність молока у цистерні та моду (аналітично).

4.3.13. По виробничому об'єднанню за звітний місяць виконання плану реалізації продукції характеризується такими даними

Номер підприємства	Обсяг реалізованої продукції, тис.грн.	Виконання плану, %
1	602,7	99,3
2	641,3	102,2
3	620,0	101,6
4	688,5	98,7

Визначити середній відсоток виконання плану з реалізації продукції. Обґрунтувати вибір середньої.

4.3.14. Визначте середній бал успішності у кожній сесії за даними таблиці:

Оцінка	Кількість оцінок, отриманих в період сесії, % до підсумку	
	зимової	літньої
5	21,3	22,5
4	42,0	41,0
3	33,3	32,3
2	3,4	4,2

На скільки успішність у зимовій сесії відрізняється від літньої? Обґрунтуйте вибір середньої, та медіану (аналітично і графічно). Зробити висновки.

4.3.15. Відомі такі дані про розподіл покупців взуття за розмірами:

Розмір взуття	Питома вага покупців, %
39	6,6
40	27,5
41	43,2
42	15,3
43	4,0
44	3,4

Визначити модальний та медіанний розмір взуття (аналітично і графічно). Зробити висновки за отриманими результатами.

4.3.16. Обстеження кількості покупців універсаму дало такі результати:

Години роботи універсаму	Кількість покупців у % до підсумку
8 – 11	18
11 – 14	21
14 – 17	25
17 – 20	32
20 – 23	24

Визначити моду аналітично та графічно. Зробити висновки щодо отриманих результатів.

4.3.17. Відомі такі дані про виконання плану виробництва валової продукції на двох промислових підприємствах тресту:

Завод №1			Завод №2		
№ цеху	Фактична валова продукція, тис. грн	% виконання плану	№ цеху	Фактична валова продукція, тис. грн	% виконання плану
1	326	151,0	1	355	107,0
2	170	110,3	2	287	103,5
3	150	102,7	3	150	109,0

Необхідно визначити процент виконання плану кожним підприємством окремо і порівнять їх, обґрунтувавши вибір формули. Зробити висновки.

4.3.18. Відомі такі дані про розподіл робітників акумуляторного заводу за розміром заробітної плати.

Групи робітників за розміром заробітної плати, грн	Кількість робітників, чол.
1000 – 1500	8
1500– 2000	15
2000 – 2500	18
2500 – 3000	22
3000 – 3500	12
3500 і більше	5

Визначити медіану аналітично та графічно. Зробити висновки.

4.3.19. Відомі такі дані про розподіл робітників заводу медичного обладнання за розміром заробітної плати:

Групи робітників за розміром заробітної плати, грн	Кількість робітників, чол.
1500 – 2000	10
2000 – 2500	17
2500 – 3000	15
3000 – 3500	20
3500 - 4000	12
4000 і більше	6

Визначити моду аналітично та графічно. Зробити висновки.

4.3.20. Розподіл робітниць фабрики за виробітком вовняних тканин дав такі результати:

Групи робітниць за виробітком, погонних м	Кількість робітниць, осіб
До 52	7
52 – 54	10
54 – 56	20
56 – 58	12
58 і більше	11

Визначити модальне значення виробітку аналітично і графічно. Зробити висновки.

4.3.21. Розрахувати середню кількість працівників в установах зв'язку міста, та медіану використовуючи дані, що наведені нижче, обґрунтувати вибір середньої:

Кількість працівників	5	6	7	8	Разом
Кількість відділень	16	20	45	19	100

4.3.22. Визначити середню кількість слів у зареєстрованих за добу телеграмах, та моду (аналітично і графічно) використовуючи такі дані. Обґрунтувати вибір середньої:

Кількість слів	До 4	4 – 8	8 – 12	12 – 16	16 – 20	20 і більше	Разом
Кількість телеграм	45	30	145	110	60	30	420

4.3.23. Сума несплаченої своєчасно заборгованості за кредити на 1 липня становила 92,4 млн. грн. од. За окремими галузями економіки вона розподілялася так:

Галузь економіки	Сума несплаченої заборгованості	Питома вага несплаченої заборгованості у загальному обсязі кредитів, %
А	32,0	20
В	14,0	28
С	46,4	16

Визначте середній процент несплаченої своєчасно заборгованості. Обґрунтуйте вибір середньої.

4.3.24. Розподіл робітниць фабрики за виробітком вовняних тканин дав такі результати:

Групи робітниць за виробітком, погонних м	Кількість робітниць, осіб
До 52	6
52 – 54	9
54 – 56	22
56 – 58	12
58 і більше	9

Визначити медіану аналітично та графічно.

4.3.25. Маємо наступні дані про витрати часу на виготовлення однієї деталі робітниками заводу:

Витрати часу на одну деталь, хв.	Кількість деталей, шт.
До 15	13
15 - 18	17
18 - 21	30
21 - 24	25
24 – 27	9
27 і більше	6

Визначити середні витрати часу на виготовлення однієї деталі, а також структурні середні. Зробити висновки за отриманими результатами.

4.3.26. Маємо дані про обсяг капітальних вкладень у господарствах району:

Обсяг капітальних вкладень, тис. грн	Кількість господарств
До 40	10
40 – 60	18
60 і більше	12

Визначити середній обсяг капітальних вкладень одного господарства (тис. грн.). Обґрунтувати вибір середньої. Зробити висновки щодо отриманих результатів.

4.3.27. Заробітна плата за травень місяць звітного року 10 слюсарів одного з цехів вагоноремонтного заводу складала (грн.): 2720; 2696; 2710; 2805; 2696; 2708; 2695; 2690; 2920; 2715. Визначити середню заробітну плату одного робітника, та медіану. Обґрунтувати вибір середньої. Зробити висновки.

4.3.28. Відомі такі дані про реалізацію овочів за рік:

Категорії господарств	Вартість закуплених овочів, грн	Ціна за 1т, грн
Колгоспи	4051	780
Радгоспи	3690	930
Населення і фермери	2188	1050

Визначити середню ціну закуплених державою овочів, обґрунтувати вибір середньої.

4.3.29. Відомі такі дані про три крамниці:

№ магазину	Товарообіг, грн	Середній виробіток, грн
1	8000	870
2	12000	920
3	10050	1090

Визначити середній виробіток у трьох крамницях, обґрунтувати вибір середньої.

4.3.30. За даними таблиці визначте середню частку кредитів під заставу майна у загальній сумі кредиторської заборгованості банків. Обґрунтуйте вибір форми середньої.

Відділення комерційних банків	Загальна сума кредиторської заборгованості млн. гр. од.	Частка кредитів під заставу майна у загальній сумі кредиторської заборгованості, %
Центральні	340	35
філії	220	60

ТЕМА: ВАРІАЦІЯ ОЗНАК І СТАТИСТИЧНІ СПОСОБИ ЇЇ ВИМІРУ

Питання

1. Сутність варіації та її показники.
2. Техніка обчислення показників варіації.
3. Методи обчислення дисперсії.

1. Типові задачі

Задача 1.

Стаж роботи підприємств легкої промисловості характеризується такими даними:

Стаж роботи, років	до 5	5-10	10-15	15-20	20-25	25-30	30 та більше	Всього
% до підсумку	3	8	16	22	24	18	9	100

Для галузі визначити:

- Середній стаж роботи;
- середнє лінійне відхилення;
- дисперсію;
- середнє квадратичне відхилення;
- лінійний та квадратичний коефіцієнти варіації.
- зробити висновки за отриманими результатами.

Розв'язання:

1. Для визначення середнього стажу роботи застосуємо формулу середньої арифметичної зваженої (інтервальний ряд, дані згруповані). Для цього зробимо допоміжну таблицю.

Стаж роботи, років (x)	% до підсумку, f - частота	Середина інтервалу, x_c	$x_c * f$	$ x_c - \bar{x} $	$ x_c - \bar{x} * f$	$(x_c - \bar{x})^2$	$(x_c - \bar{x})^2 * f$
0-5	3	2,5	7,5	17,3	51,9	299,29	897,87
5-10	8	7,5	60	12,3	98,4	151,29	1210,32
10-15	16	12,5	200	7,3	116,8	53,29	852,64
15-20	22	17,5	385	2,3	50,6	5,29	116,38
20-25	24	22,5	540	2,7	64,8	7,29	174,96
25-30	18	27,5	495	7,7	138,6	89,29	1067,22
30 та більше	9	32,5	292,5	12,7	114,3	161,29	1451,61
Всього	100	-	1980	-	635,4	-	5771

$$\bar{x} = \frac{\sum x_c f}{\sum f} = \frac{1980}{100} = 19,8(\%)$$

2. Зважене середнє лінійне відхилення (\bar{d}) визначається за формулою:

$$\bar{d} = \frac{\sum |x - \bar{x}| * f}{\sum f} = \frac{635,4}{100} = 6,35\%$$

3. Звичайним методом зважену дисперсію (σ)² знаходять:

$$\sigma^2 = \frac{\sum (x - \bar{x})^2 * f}{\sum f} = \frac{5771}{100} = 57,71$$

4. Середнє квадратичне відхилення (σ):

$$\sigma = \sqrt{\sigma^2}; \quad \sigma = \sqrt{57,71} = 7,6\%$$

5. Розрахуємо лінійний та квадратичний коефіцієнти варіації:

- Лінійний коефіцієнт варіації:

$$v_{\bar{d}} = \frac{\bar{d} * 100}{\bar{x}} = \frac{6,35 * 100}{19,8} = 32,07$$

- Квадратичний коефіцієнт варіації:

$$v_{\sigma} = \frac{\sigma * 100}{\bar{x}} = \frac{7,6 * 100}{19,8} = 38,4\%$$

Висновок: по квадратичному коефіцієнту варіації видно, що зібрані дані про стаж роботи підприємств легкої промисловості не є однорідними ($K_{\sigma} > 33\%$), а розрахований середній стаж роботи є нетиповим.

Задача 2.

Робота двох заводів, які виробляють однакову продукцію, характеризується такими даними (тис.грн.):

Число місяця	Заводи	
	№1	№2
1	10	18
2	12	19
3	14	20
4	26	20
5	38	23
Всього	100	100

Визначити:

- Середнє лінійне відхилення;
- Дисперсію;

- Середнє квадратичне відхилення;
- Лінійний та квадратичний коефіцієнти варіації;
- Зробити висновки.

Розв'язання:

Середнє значення ознаки визначимо за формулою середньої арифметичної простої так як дані є не згрупованими.

$$\bar{x}_1 = \frac{\sum x}{n} = \frac{100}{5} = 20 \text{ тис. грн.}; \quad \bar{x}_2 = \frac{\sum x}{n} = \frac{100}{5} = 20 \text{ тис. грн.}$$

Вихідні дані є не згрупованими, тому для розрахунків необхідних показників варіації використовуємо формули у **простій формі**, а незважені.

Складаємо допоміжну таблицю для подальших розрахунків:

Завод № 1					Завод № 2				
Число місяця	Продукція, тис.грн., (x)	$x - \bar{x}$	$ x - \bar{x} $	$(x - \bar{x})^2$	Число місяця	Продукція, тис.грн., (x)	$x - \bar{x}$	$ x - \bar{x} $	$(x - \bar{x})^2$
1	10	-10	10	100	1	18	-2	2	4
2	12	-8	8	64	2	19	-1	1	1
3	14	-6	6	36	3	20	0	0	0
4	26	+6	6	36	4	20	0	0	0
5	38	+18	18	324	5	23	+3	3	9
Всього	100	-	48	560	Всього	100	-	6	14

Розрахуємо показники варіації для двох заводів:

Завод № 1

- Середнє лінійне відхилення (просте):

$$\bar{d}_1 = \frac{\sum |x - \bar{x}|}{n} = \frac{48}{5} = 9,6 \text{ тис.грн}$$

- Дисперсія (проста):

$$\sigma_1^2 = \frac{\sum (x - \bar{x})^2}{n} = \frac{560}{5} = 112$$

- Середнє квадратичне відхилення:

$$\sigma_1 = \sqrt{\sigma^2}; \quad \sigma_1 = \sqrt{112} = 10,6 \text{ тис.грн.}$$

- Лінійний та квадратичний коефіцієнти варіації:

$$v_{\bar{d}} = \frac{\bar{d} * 100}{x} = \frac{9,6 * 100}{20} = 48\%;$$

$$v_{\sigma} = \frac{\sigma * 100}{x} = \frac{10,6 * 100}{20} = 53\%.$$

Завод № 2

- Середнє лінійне відхилення (просте):

$$\bar{d}_2 = \frac{\sum |x - \bar{x}|}{n} = \frac{6}{5} = 1,2 \text{ тис.грн}$$

- Дисперсія (проста):

$$\sigma_2^2 = \frac{\sum (x - \bar{x})^2}{n} = \frac{14}{5} = 2,8$$

- Середнє квадратичне відхилення:

$$\sigma_2 = \sqrt{\sigma^2}; \quad \sigma_2 = \sqrt{2,8} = 1,7 \text{ тис.грн.}$$

- Лінійний та квадратичний коефіцієнти варіації:

$$v_{\bar{d}} = \frac{\bar{d} * 100}{x} = \frac{1,2 * 100}{20} = 6\%;$$

$$v_{\sigma} = \frac{\sigma * 100}{x} = \frac{1,7 * 100}{20} = 8,5\%.$$

Висновок: При однаковому на двох підприємствах середньому обсязі виробництва на заводі № 1 в середньому значення обсягу виробництва відрізняються від середнього виробництва на 9,6 тис.грн., в той же час на заводі № 2 воно складає 1,2 тис.грн. (за лінійним відхиленням), а за квадратичним відхиленням відповідно 10,6 тис.грн. та 1,7 тис.грн. Тобто обсяги виробництва на заводі № 1 коливаються в значно більших розмірах, ніж на заводі № 2, що свідчить про неритмічну роботу заводу № 1.

По коефіцієнтам варіації можливо сказати, що дані по заводу № 1 не однорідні ($K_{\sigma 1} > 33\%$), а по заводу № 2 однорідні ($K_{\sigma 2} < 33\%$), тобто визначений середній обсяг виробництва для заводу №1 є нетиповим, а для заводу №2 – навпаки.

Звідси виходить, що по заводу №1 не доцільно виконувати будь-які інші розрахунки через їх значну неточність.

Задача 3.

Виходячи з інтервального ряду, що було побудовано в задачі 2 теми: «зведення, класифікація та групування в статистиці», визначити:

- Середнє лінійне відхилення;
- дисперсію з використанням її властивостей;
- середнє квадратичне відхилення;

- лінійний та квадратичний коефіцієнти варіації;
- зробити висновки за отриманими результатами.

Розв'язання:

Вихідні дані є згрупованими, тому для розрахунків необхідних показників варіації використовуємо формули у зваженій формі.

Середній обсяг виробництва визначаємо за формулою середньої арифметичної зваженої:

$$\bar{x} = \frac{\sum x_c f}{\sum f} = \frac{256}{40} = 6,4 \text{ (млн.грн.)}$$

Для подальших розрахунків складемо допоміжну таблицю:

Групи підприємств за обсягом виробленої продукції, млн. грн	Кількість підприємств, f	x_c	$x_c - \bar{x}$ ($\bar{x} = 6,4$)	$ x_c - \bar{x} $	$ x_c - \bar{x} * f$	$(x_c - \bar{x})^2$	$(x_c - \bar{x})^2 * f$
1 – 3	2	2	-4,4	4,4	8,8	19,36	38,72
3 – 5	8	4	-2,4	2,4	19,2	5,76	46,08
5 – 7	16	6	-0,4	0,4	6,4	0,16	2,56
7 – 9	9	8	1,6	1,6	14,4	2,56	23,04
9 – 11	4	10	3,6	3,6	14,4	12,96	51,84
11 – 13	1	12	5,6	5,6	5,6	31,36	31,36
Всього	40	-	-	-	68,8	-	193,6

- Середнє лінійне відхилення

$$\bar{d} = \frac{\sum |x - \bar{x}| * f}{\sum f} = \frac{68,8}{40} = 1,72 \text{ (млн.грн.)}$$

- Дисперсія звичайним методом

$$\sigma^2 = \frac{\sum (x - \bar{x})^2 * f}{\sum f} = \frac{193,6}{40} = 4,84$$

- Дисперсія методом моментів

$$\sigma^2 = i^2 (m_2 - m_1^2),$$

де m_1 та m_2 – моменти відповідно першого та другого порядку та

$$m_1 = \frac{\sum \left(\frac{x_c - a}{i} \right) f}{\sum f}; \quad m_2 = \frac{\sum \left(\frac{x_c - a}{i} \right)^2 f}{\sum f}.$$

Для розрахунків моментів складаємо допоміжну таблицю:

Групи підприємств за обсягом виробленої продукції, млн. грн	Кількість підприємств, f	$x_c - a$ ($a=6$)	$\left(\frac{x_c - a}{i}\right)$ ($i=2$)	$\left(\frac{x_c - a}{i}\right)^j$	$\left(\frac{x_c - a}{i}\right)^2$	$\left(\frac{x_c - a}{i}\right)^2$
1 – 3	2	-4	-2	-4	4	8
3 – 5	8	-2	-1	-8	1	8
5 – 7	16	0	0	0	0	0
7 – 9	9	2	+1	9	1	9
9 – 11	4	4	+2	8	4	16
11 – 13	1	6	+3	3	9	9
Всього	40	-	-	8	-	50

$$\text{Тоді } m_1 = \frac{\sum \left(\frac{x_c - a}{i}\right) f}{\sum f} = \frac{8}{40} = 0,2; \quad m_2 = \frac{\sum \left(\frac{x_c - a}{i}\right)^2 f}{\sum f} = \frac{50}{40} = 1,25;$$

$$\sigma^2 = i^2(m_2 - m_1^2) = 2^2(1,25 - 0,2^2) = 4,84;$$

- Середнє квадратичне відхилення

$$\sigma = \sqrt{\sigma^2}; \quad \sigma = \sqrt{4,84} = 2,2 \text{ (млн.грн.)};$$

- Лінійний коефіцієнт варіації

$$v_{\bar{d}} = \frac{\bar{d} * 100}{\bar{x}} = \frac{1,72 * 100}{6,4} = 26,9\%;$$

- Квадратичний коефіцієнт варіації

$$v_{\sigma} = \frac{\sigma * 100}{\bar{x}} = \frac{2,2 * 100}{6,4} = 34,4\%.$$

Висновок: за отриманими результатами можна сказати, що в середньому значення обсягу виробництва відрізняються від середнього виробництва на 1,72 млн.грн. за лінійним відхиленням та на 4,84 млн.грн. за квадратичним відхиленням.

По квадратичному коефіцієнту варіації видно, що зібрані дані про обсяги виробництва не є однорідними ($K_{\sigma} > 33\%$), а визначений середній обсяг виробництва є нетиповим.

2. Задачі для розв'язання

5.3.1. Відомі дані про розподіл студентів одного з факультетів за віком:

Вік студентів, років	17	18	19	20	21	22	23	24	Разом:
Кількість студентів	25	80	95	120	140	190	100	70	820

Визначити:

- розмах варіації;
- середнє лінійне відхилення; дисперсію; середнє квадратичне відхилення;
- відносні показники варіації віку студентів.

5.3.2. Маємо наступні дані про розподіл чисельності робітників за віком на двох підприємствах, який характеризується наступними даними:

Вік, років	1 підприємство	2 підприємство
до 30	100	170
30-35	380	215
35-40	340	245
40-45	90	190
45-50	75	180
50-55	55	50
55 і старше	30	20
Разом:	1070	1070

Розрахувати:

- середній вік працюючих;
- дисперсію та середнє квадратичне відхилення віку працюючих;
- коефіцієнти варіації;
- вказати, на якому підприємстві варіація віку робітників більша.

5.3.3. При вибіркового обстеженні партії товару який надійшов, отримані наступні дані про вміст вологості в зразках:

Вологість, %	Кількість проб, шт.
До 25	10
25-27	13
27-29	35
29-31	28
31-33	6
33-35	11
35-37	9
37 і більше	8

Визначити:

- Середню вологість відібраних проб;
- середнє квадратичне відхилення;
- коефіцієнт варіації.

5.3.4. За даними вибіркового обстеження зроблено групування вкладників за розміром вкладу в банк міста:

Розмір вкладу, грн.	Кількість вкладників, осіб
До 1000	40
1000-1500	75
1500-2000	130
2000-2500	110
2500-3000	70
3000 і більше	55

Визначити:

- Середній розмір вкладу;
- Середнє лінійне відхилення, дисперсію, середнє квадратичне відхилення (використовуючи спосіб моментів) та коефіцієнт варіації вкладів.

5.3.5. Маємо наступні дані про розподіл робітників підприємства за стажем роботи:

Стаж роботи, років	Чисельність робітників, осіб	
	чоловіки	жінки
3	9	6
5	11	10
7	30	15
8	17	7
10	25	16
12	10	20
13	8	14
15	6	10
Разом:	116	98

Розрахувати:

- розмах варіації;
 - середнє лінійне відхилення; дисперсію; середнє квадратичне відхилення;
 - коефіцієнт варіації по чисельності чоловіків і по чисельності жінок.
- Порівняти і зробити висновки.

5.3.6. Для визначення врожайності нового сорту кормового буряка в порядку 5%-ої механічної вибірки обстежено 100 однакових за розміром ділянок, які показали наступний розподіл за урожайністю:

Врожайність, ц. с га	Посівна площа, га
До 40	80
40-45	120
45-50	255
50-55	365
55-60	250
60 і більше	90
Разом:	1160

Розрахувати: 1) середню врожайність кормового буряка; 2) всі можливі показники варіації. Зробити висновки за отриманими результатами.

5.3.7. Маємо дані про проведення вибіркового 4% обстеження на вміст жирності сливок методом механічного відбору:

Відсоток жирності	Кількість зразків
14,5-15,0	16
15,0-15,5	27
16,0-16,5	35
16,5-17,0	43
17,0 і більше	19
Разом:	140

Визначити:

- Середній відсоток жирності сливок;
- Середнє лінійне відхилення, дисперсію, середнє квадратичне відхилення (використовуючи спосіб моментів) та коефіцієнт варіації відсотку жирності.

5.3.8. Є дані про швидкість руху поїзда на різних відрізках довжини участків:

Швидкість поїзда, км/г	140	110	80	75	65	50
Довжина участка, км.	110	230	170	180	165	130

Розрахувати:

- Середню швидкість руху поїздів на напрямку;
- Всі можливі показники варіації. Зробити висновки.

5.3.9. Маємо наступні дані про продуктивність ткачів за час роботи:

Табельний номер ткача	Виготовлено продукції ткачем, од.
1	15
2	17
3	14
4	21
5	13
6	20
Разом:	100

Визначити: 1) середню продуктивність праці ткачів; 2) всі можливі показники варіації. Зробити висновки за отриманими результатами.

5.3.10. Маємо наступні дані про розподіл злочинності неповнолітніми по одній із областей за 2 –ге півріччя звітнього року:

Вік неповнолітніх злочинців, років	Кількість злочинців, осіб
10	17
11	19
12	23
13	28
14	35
15	48
Разом:	170

Розрахувати:

- Розмах варіації;
- середнє лінійне відхилення; середнє квадратичне відхилення;
- коефіцієнт варіації. Зробити висновки.

5.3.11. Маємо розподіл будівельних корпорацій за обсягом капітальних вкладень;

Обсяг капітальних вкладень, млн.грн.	8-12	12-16	16-20	20-24	24-28	28-32	32-36	Разом:
Кількість корпорацій, од.	11	8	16	27	23	35	10	130

Визначити:

- Середній обсяг капітальних вкладень;
- середнє квадратичне відхилення; коефіцієнт варіації; зробити висновки.

5.3.12. Відомі дані страхових організацій області в числі укладених договорів по особистому добровільному страхуванню.

№ групи	Число договорів, тис.	Кількість страхових організацій, од.
1	20	6
2	26	10
3	30	15
4	32	16
5	36	3
Разом:	-	50

Визначити:

- Середнє число укладених договорів в розрахунку на одну страхову організацію області;

- всі можливі показники варіації. Зробити висновки за отриманими результатами.

5.3.13. За даними вибіркового обстеження маємо наступний розподіл фермерських господарств району за розміром угідь:

№ групи	Господарство за розміром угідь, га	Кількість господарств, од.
1	До 40	20
2	40-50	40
3	50-60	25
4	60-70	10
5	70 і більше	5
Разом:	-	100

Визначити:

- Середній розмір угіддя на одне фермерське господарство по району;
- Середнє лінійне відхилення, дисперсію, середнє квадратичне відхилення (використовуючи спосіб моментів) та коефіцієнт варіації.

5.3.14. Відомі дані про тривалість ремонту одного вагона на вагоноремонтному заводі та кількість відремонтованих вагонів:

Тривалість ремонту одного вагона, год.	Кількість відремонтованих вагонів, шт.
1-7	8
7-13	13
13-19	40
19-25	22
25 і більше	17

Розрахувати:

- Середню тривалість ремонту одного вагона;
- середнє лінійне відхилення, квадратичний коефіцієнт варіації;
- зробити висновки за отриманими результатами.

5.3.15. Маємо дані про суми отриманих кредитів 40 підприємств:

Отриманий кредит, млн.грн.	Кількість підприємств, од.
2-4	10
4-6	7
6-8	11
8-10	9
10 і більше	3

Визначити: абсолютні та відносні показники варіації. Зробити висновки.

5.3.16. Відомі дані про виробіток робітників трьох будівельних бригад:

Номер робітника	Денний виробіток робітника, шт.		
	1-а бригада	2-а бригада	3-я бригада
1	35	38	40
2	32	36	42
3	34	33	41
4	35	34	45
5	36	35	40
6	33	33	43
7	-	30	41

Визначити:

- Середню кількість деталей, оброблених одним робітником в день;
- розмах варіації;
- середнє лінійне відхилення; дисперсію; середнє квадратичне відхилення;
- коефіцієнт варіації (квадратичний та лінійний).

5.3.17. Відомі наступні дані про розподіл продовольчих магазинів міста за розміром товарообігу в місяць:

Групи продовольчих магазинів за товарообігом, тис.грн.	Кількість магазинів, од.
20-25	12
25-30	14
30-35	20
35-40	35
40-45	13
45-50	10
50-55	9
60-65	5
65 і більше	2
Разом:	120

Розрахувати:

- Середній місячний розмір товарообігу магазинів міста;
- Дисперсію (звичайним методом та методом моментів);
- Квадратичний коефіцієнт варіації.

5.3.18. Відомі дані 5% вибіркового обстеження вугілля на вміст золи, яке характеризується наступними даними:

Відсоток вмісту золи	9-11	11-13	13-15	15-17	17-19	19-21	21-23	23 і більше
Кількість проб	9	27	36	98	135	55	26	8

Визначити:

- Середній вміст відсотку зольності в породі;
- дисперсію;
- коефіцієнти варіації (лінійний та квадратичний). Зробити висновки щодо отриманих результатів.

5.3.19. За даними ряду розподілу виробничого обладнання за часом експлуатації визначити:

- Середній час експлуатації обладнання;
- всі можливі показники варіації (абсолютні та відносні).
- зробити висновки.

Вікова група обладнання, років	Кількість обладнання, од.
До 5	8
5—10	15
10—15	30
15 -20	25
20 і більше	22
Разом:	100

5.3.20. Відомі такі дані про розподіл фірм за вартістю основного капіталу (млн.грн.).

Вартість основного капіталу, млн.грн.	Кількість фірм, од.
10-15	27
15-20	16
20-25	20
25-30	8
30-35	6
35 і більше	3
Разом:	80

Розрахувати:

- Середню вартість основного капіталу;
- Середнє лінійне відхилення, дисперсію, середнє квадратичне відхилення (використовуючи спосіб моментів) та коефіцієнт варіації.

5.3.21. Маємо наступні дані про відсоток виконання норми виробітку 50 робітників фрезерувального цеху:

Відсоток виконання норми	Чисельність робітників
70	4
75	6
80	8
85	2
90	6
95	5
100	12
110	7
Разом	50

Визначити:

- розмах варіації;
- середнє лінійне відхилення; дисперсію; середнє квадратичне відхилення;
- відносні показники варіації.

5.3.22. Розподіл робітниць фабрики за виробітком вовняних тканин дав такі результати:

Групи робітниць за виробітком, погонних м	Кількість робітниць, осіб
До 52	7
52 – 54	10
54 – 56	20
56 – 58	12
58 і більше	11

Розрахувати:

- Середній виробіток робітниць;

- Середнє лінійне відхилення, дисперсію (способом моментів) та квадратичний коефіцієнт варіації. Зробити висновки.

5.3.23. Продуктивність праці робітників характеризується такими даними:

Вироблено продукції одним робітником за зміну, шт.	195	207	245	253	257	260
Кількість робітників, чол.	6	8	9	14	17	6

Визначити:

- середню продуктивність праці робітника;
- розмах варіації;
- середнє лінійне відхилення; дисперсію; середнє квадратичне відхилення;
- відносні показники варіації. Зробити висновки.

5.3.24. Визначити середню довжину пробігу вантажного автомобіля торгового підприємства та розрахувати всі показники варіації (абсолютні та відносні), якщо відомо:

Довжина пробігу за один рейс, км.	Кількість рейсів за місяць
40-60	23
60-80	15
80-100	25
100-120	23
120-140	11
140-160	8
160 і більше	5
Разом:	110

5.3.25. Відомі такі дані про розподіл робітників заводу медичного обладнання за розміром заробітної плати:

Групи робітників за розміром	Кількість робітників,
------------------------------	-----------------------

заробітної плати, грн.	осіб
1500 – 2000	10
2000 – 2500	17
2500 – 3000	15
3000 – 3500	20
3500 - 4000	12
4000 і більше	6

Визначити:

- Середню заробітну плату робітника на підприємстві;
- середнє лінійне відхилення, дисперсію, середнє квадратичне відхилення (використовуючи спосіб моментів) та коефіцієнт варіації;
- зробити висновки.

5.3.26. В п'яти господарствах, що мають однакові посівні площі, урожайність кукурудзи характеризується наступними даними:

Господарство	1	2	3	4	5
Урожайність, ц/га	30	37	34	42	39

Визначити:

- Середню урожайність кукурудзи;
- розмах варіації;
- середнє лінійне відхилення; дисперсію; середнє квадратичне відхилення;
- відносні показники варіації. Зробити висновки за отриманими результатами.

5.3.27. Робітники трамвайного депо за стажем роботи розподіляються наступним образом:

Стаж роботи, років	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
Кількість робітників, осіб	45	30	28	25	23	27	35	40	50	55	45	25	30	26	37	39

Визначити:

- Середній стаж робітника;
- розмах варіації;
- середнє лінійне відхилення; дисперсію; середнє квадратичне відхилення;
- коефіцієнт варіації (квадратичний). Зробити висновки.

5.3.28. Маємо наступні дані про кількість слів у зареєстрованих за добу телеграмах:

Кількість слів	До 4	4 – 8	8 – 12	12 – 16	16 – 20	20 і більше	Разом
Кількість телеграм	45	30	145	110	60	30	420

Розрахувати:

- Середню кількість слів у зареєстрованих за добу телеграмах;
- Середнє лінійне відхилення, дисперсію (способом моментів) та квадратичний коефіцієнт варіації. Зробити висновки.

5.3.29. Відомі дані рентгенологічного відділення однієї з клінічних лікарень міста за першу неділю червня місяця:

Дні тижня	Пон.	Вівт.	Середа	Четв.	П'ятн.	Суб.	Нед.	Разом:
Кількість обстежень, од.	50	45	60	35	40	26	20	276

Визначити:

- Середній кількість обстежень за тиждень;
- розмах варіації;
- середнє лінійне відхилення; дисперсію; середнє квадратичне відхилення;
- коефіцієнт варіації (квадратичний). Зробити висновки.

5.3.30. Маємо дані про успішність студентів у зимовій та літній сесіях:

Оцінка	Кількість оцінок, отриманих в період сесії, % до підсумку	
	зимової	літньої
5	21,3	22,5
4	42,0	41,0
3	33,3	32,3
2	3,4	4,2

Визначте:

- середній бал успішності у кожній сесії за даними таблиці;
- всі можливі показники варіації;
- зробити висновки.

ТЕМА: *РЯДИ ДИНАМІКИ*

Питання

1. Види рядів динаміки.
2. Статистичні характеристики динамічних рядів та їх взаємозв'язок..
3. Техніка розрахунку середніх значень основних характеристик рядів динаміки.
4. Способи обробки рядів динаміки з метою виявлення основної тенденції розвитку.

1. Типові задачі

Задача 1.

Наведені нижче дані характеризують динаміку перевезення пасажирів за роками:

Роки	1	2	3	4	5
Перевезено пасажирів, млн. чол.	611	644	624	561	536

1. Обчислити аналітичні показники наведеного ряду динаміки базисним і ланцюговим способами. Результати подати у вигляді таблиці.

2. Визначити узагальнюючі (середньорічні) характеристики ряду динаміки усіма можливими способами.

3. Зробити висновки.

Розв'язання:

1. Розрахунок аналітичних показників наведено в таблиці.

	Роки				
	1	2	3	4	5
Перевезено пасажирів, млн. чол.	611	644	624	561	536
Абсолютний приріст, млн. чол.					
- базисний $\Delta^{\bar{}} = y_t - y_0$	-	+33	+13	-50	-75
- ланцюговий $\Delta^{\prime} = y_t - y_{t-1}$	-	+33	-20	-63	-25
Коефіцієнт росту					
- базисний $K_p^{\bar{}} = \frac{y_t}{y_0}$	-	1,05	1,02	0,92	0,88
- ланцюговий $K_p^{\prime} = \frac{y_t}{y_{t-1}}$	-	1,05	0,97	0,90	0,96
Темп росту, %					
- базисний $T_p^{\bar{}} = \frac{y_t}{y_0} \cdot 100$	-	105	102	92	88
- ланцюговий $T_p^{\prime} = \frac{y_t}{y_{t-1}} \cdot 100$	-	105	97	90	96
Коефіцієнт приросту					
- базисний $K_{np}^{\bar{}} = K_t^{\bar{}} - 1$	-	0,05	0,02	-0,08	-0,12
- ланцюговий $K_{np}^{\prime} = K_t^{\prime} - 1$	-	0,05	-0,03	-0,1	-0,04
Темп приросту, %					
- базисний $T_{np}^{\bar{}} = T_t^{\bar{}} - 100$	-	5	2	-8	-12
- ланцюговий $T_{np}^{\prime} = T_t^{\prime} - 100$	-	5	-3	-10	-4
Абсолютне значення 1% приросту $ A\% _t = 0,01 y_{t-1}$	-	6,11	6,44	6,24	5,61

За результатами розрахунків можна сказати, що:

- у порівнянні з 1 р. найбільше зростання пасажирських перевезень спостерігалось у 2 р. и склало 33 млн. чол. або 5%, тобто перевезення склали 105% від рівня 1 р. Найбільше зниження пасажирських перевезень відносно того ж року спостерігалось у 5 р. и склало 75 млн. чол. або 12%, тобто перевезення склали лише 88%;

- у порівнянні з попередніми роками найбільше зростання пасажирських перевезень спостерігалось також у 2 р. и склало 33 млн. чол. або 5%, тобто перевезення склали 105% від рівня 1 р. Найбільше зниження пасажирських перевезень спостерігалось у 4 р. порівняно з 3 р. та склало 63 млн. чол. або 10%, тобто перевезення склали лише 90% від рівня попереднього року;
- найбільший вміст одного відсотка зміни перевезень спостерігався у 3 р. та становив 6,44 млн. чол.

2. Узагальнюючі характеристики ряду динаміки:

Середньорічний абсолютний приріст

$$\bar{\Delta} = \frac{y_n - y_1}{n - 1} = \frac{536 - 611}{4} = -18,75 \text{ млн. чол.}$$

або

$$\bar{\Delta} = \frac{\Delta_n^{\bar{\sigma}}}{n - 1} = \frac{-75}{4} = -18,75 \text{ млн. чол.}$$

або

$$\bar{\Delta} = \frac{\sum \Delta_t^{\bar{\sigma}}}{n - 1} = \frac{+33 - 20 - 63 - 25}{4} = -18,75 \text{ млн. чол.}$$

Середньорічний темп росту

$$\overline{TP} = \sqrt[n-1]{\frac{y_n}{y_1}} \cdot 100 = \sqrt[4]{\frac{536}{611}} \cdot 100 = 0,97 \cdot 100 = 97\%$$

або

$$\overline{TP} = \sqrt[n-1]{\prod K_t^{\bar{\sigma}}} \cdot 100 = \sqrt[4]{1,05 \cdot 0,97 \cdot 0,9 \cdot 0,96} \cdot 100 = 0,97 \cdot 100 = 97\%$$

або

$$\overline{TP} = \sqrt[n-1]{K_n^{\bar{\sigma}}} \cdot 100 = \sqrt[4]{0,88} \cdot 100 = 97\%.$$

Середньорічний темп приросту

$$\overline{TP} = \overline{TP} - 100 = 97 - 100 = -3\%.$$

В середньому кожен рік перевезення пасажирів скорочувались на 18,75 млн. чол. або на 3%.

Задача 2.

Використовуючи взаємозв'язок показників динаміки, визначити рівні ряду динаміки і відсутні ланцюгові показники.

Рік	Виробництво продукції, млн. т	В порівнянні з попереднім роком			
		Абсолютний приріст, млн. т	Темп росту, %	Темп приросту, %	Абсолютне значення 1% приросту, млн. т
1	90,5				
2		4,1			
3			103,0		
4				-0,9	

5				
6		0,7		1,01

Розв'язання:

Визначаємо рівні ряду динаміки:

- $y_2 = y_1 + \Delta_2^{\cdot} = 90,5 + 4,1 = 94,6$ млн. т;
- $y_3 = y_2 TP_3^{\cdot} : 100 = 94,6 \cdot 103 : 100 = 97,4$ млн. т;
- $y_4 = y_3 (TII_4^{\cdot} + 100) : 100 = 97,4 \cdot (-0,9 + 100) : 100 = 96,5$ млн. т;
- $y_5 = |A\%|_6 \cdot 100 = 1,01 \cdot 100 = 101$ млн. т;
- $y_6 = y_5 + \Delta_6^{\cdot} = 101 + 0,7 = 101,7$ млн. т;
- розрахунок ланцюгових показників ряду динаміки за визначеними рівнями виконуємо аналогічно задачі 1, а результати розрахунків наведено в таблиці.

Рік	Виробництво продукції, млн. т	В порівнянні з попереднім роком			
		Абсолютний приріст, млн. т	Темп росту, %	Темп приросту, %	Абсолютне значення 1% приросту, млн. т
1	90,5	-	-	-	-
2	94,6	4,1	104,5	4,5	0,905
3	97,4	2,8	103,0	3,0	0,946
4	96,5	-0,9	99,1	-0,9	0,974
5	101,0	4,5	104,7	4,7	0,965
6	101,7	0,7	100,7	0,7	1,01

За результатами розрахунків видно, що найбільше зростання виробництва в порівнянні з попереднім роком було у 5-ому році і становило 4,5 млн. т або 4,7%, а зменшення зареєстровано тільки у 4-ому році та становило 0,9 млн. т або 0,9%. Найбільший вміст одного відсотка зміни виробництва спостерігався у 4-ому році та становив 0,974 млн. т.

Задача 3.

Маємо наступні дані про продаж вовняних тканин (тис. грн).

Квартал	Роки		
	1	2	3
I	161,9	150,0	162,1
II	122,8	103,2	137,0
III	134,6	114,4	129,0
IV	144,3	154,8	131,1

Визначити індекси сезонності методом постійної середньої та амплітуду коливань. Зобразити сезонну хвилю графічно.

Розв'язання:

Індекс сезонності розраховується за формулою $I_{сез} = \frac{\bar{y}_i}{\bar{y}} \cdot 100$,

де \bar{y}_t – середній рівень показника по однойменним місяцям (кварталам) за ряд років;

\bar{y} – загальний середній рівень показника, тобто за всі періоди.

Результати розрахунків індексів сезонності наведено в таблиці.

Квартал	Роки			\bar{y}_t	$I_{сез}, \%$
	1	2	3		
I	161,9	150,0	162,1	158,0	115
II	122,8	103,2	137,0	121	88
III	134,6	114,4	129,0	126	92
IV	144,3	154,8	131,1	143,4	105
\bar{y}_t'	140,9	130,6	139,8	$\bar{y} = 137,1$	-

Зображення сезонних коливань продаж зобразимо за допомогою сезонної хвилі (рис. 7).

Розраховуємо амплітуду (розмах) сезонних коливань

$$R = I_{сез}^{\max} - I_{сез}^{\min} = 115 - 88 = 27\%.$$



Рис. 7. Сезонні коливання продажу вовняних тканин

Сезонне зростання продаж вовняних тканин спостерігається у 1 та 4 кварталах (продаж досягає 115% від середньквартального рівня), а зниження – у 2-3 кварталах (продаж зменшується на 12% відносно середньквартального рівня). Загалом протягом року за рахунок сезонності обсяг продаж вовняних тканин коливається майже на третину (амплітуда 27%).

Задача 4.

Маємо такі дані про товарообіг крамниці за місяцями року (млн. грн).

Місяць	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Товарообіг	7,4	7,9	8,7	8,3	7,6	9,3	9,0	8,4	8,2	8,3	7,8	8,5

Провести:

- згладжування ряду методом тричленної ковзної середньої;
- вирівнювання ряду динаміки по прямій.

Нанести на графік фактичні дані та вирівняні (теоретичні) рівні ряду динаміки.

Зробити висновок про характер загальної тенденції.

Розв'язання:

1) Згладимо ряд динаміки тричленною ковзною середньою. Для визначення ковзних середніх підсумовуємо товарообіг за перші три місяці, а потім, опускаючи дані першого місяця, підсумовують товарообіг за наступні три місяці. Знайдені суми ділимо на кількість місяців в періоді (3), а отримане середнє значення відносимо до середини періоду ковзання.

$$\text{Тобто } \bar{y}'_2 = \frac{7,4 + 7,9 + 8,7}{3} = 8,0 \text{ млн. грн}; \bar{y}'_3 = \frac{7,9 + 8,7 + 8,3}{3} = 8,3 \text{ млн. грн і т.д.}$$

Результати розрахунків наведено у таблиці.

Місяць	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Товарообіг	7,4	7,9	8,7	8,3	7,6	9,3	9,0	8,4	8,2	8,3	7,8	8,5
Ковзні тричленні:												
- суми (млн. грн)	-	24	24,9	24,6	25,2	25,8	26,7	25,5	24,9	24,3	24,6	-
- середні (млн. грн)	-	8,0	8,3	8,2	8,4	8,6	8,9	8,5	8,3	8,1	8,2	-

2) Згладимо ряд динаміки по прямій, тобто розрахуємо рівняння прямої (лінійний тренд), яке має вигляд $y_t = a_0 + a_1 t$,

де \hat{y}_t – вирівняні (теоретичні) рівні ряду динаміки;

t – порядкові номери періодів часу;

a_0 і a_1 – параметри рівняння.

Вважаючи за початок відліку умовного часу перший місяць, розраховуємо параметри рівняння за формулами $a_1 = \frac{\bar{y}t - \bar{y} \cdot \bar{t}}{t^2 - (\bar{t})^2}$ та $a_0 = \bar{y} - a_1 \bar{t}$.

Допоміжні розрахунки виконуємо в таблиці.

Вихідні дані		Розрахункові дані	
t	y	t^2	yt
1	7,4	1	7,4
2	7,9	4	15,8
3	8,7	9	26,1
4	8,3	16	33,2
5	7,6	25	38
6	9,3	36	55,8
7	9,0	49	63
8	8,4	64	67,2
9	8,2	81	73,8
10	8,3	100	83
11	7,8	121	85,8
12	8,5	144	102
Сума	78	99,4	651,1
Середнє	6,5	8,3	54,2

$$\text{Тоді } a_1 = \frac{\bar{y}t - \bar{y} \cdot \bar{t}}{t^2 - (\bar{t})^2} = \frac{54,3 - 8,3 \cdot 6,5}{54,2 - 6,5^2} = \frac{0,42}{11,92} = 0,035, \quad a_0 = \bar{y} - a_1 \bar{t} = 8,3 - 0,035 \cdot 6,5 = 8,06.$$

Отримали рівняння лінійного тренду $y_t = 8,06 + 0,035t$.

Для побудови графіка розраховуємо теоретичні рівні для першого та дванадцятого місяців:

$$y_1 = 8,06 + 0,035 \cdot 1 = 8,095 \text{ (млн. грн)}; y_{12} = 8,06 + 0,035 \cdot 12 = 8,48 \text{ (млн. грн)}.$$

Графічне зображення вихідного ряду динаміки та результатів його згладжування наведено на рис. 8.



Рис. 8. Динаміка товарообігу крамниці та його тенденція.

За досліджуваній період в крамниці спостерігається тенденція до зростання товарообігу. За параметром a_1 рівняння тренда можна сказати, що кожного місяця в середньому товарообіг збільшується на 0,035 млн. грн.

2. Задачі для розв'язання

6.3.1. Залишки оборотних коштів підприємства становили, тис.грн.: на 01.01.09 – 185; 01.04.09 – 240; 01.07.09 – 215; 01.10.09 – 225; на 01.01.10 – 230. Визначте середньорічний залишок оборотних коштів.

6.3.2. Відомі такі дані про темпи зростання продуктивності праці у промисловості регіону:

Рік	Темпи росту продуктивності праці,%	
	Базисні	Ланцюгові
1	-	-
2	102,5	102,5
3	103,7	101,2

Визначити середньорічний темп росту та середній темп приросту продуктивності праці (обома способами).

6.3.3. Робота автотранспортного підприємства, яке обслуговує регіон, характеризується такими даними (млн. км):

Показник	1	2	3	4
У старих межах регіону	225	240	270	-
У нових межах регіону	-	-	320	390

Привести ряд динаміки до зіставного вигляду (здійснити змикання ряду) та розрахувати базисні абсолютні прирости, та темпи приросту.

6.3.4. Визначити середньорічний абсолютний приріст та темпи приросту (зниження) обсягу заготівель овочів ланцюговим способом, якщо державні закупівлі овочів у районі за роками складали (млн. т):

Роки				
1	2	3	4	5
14,1	14,7	13,9	16,0	16,3

6.3.5. Державні закупівлі овочів у районі складали (млн. т):

Роки				
1	2	3	4	5
14,1	14,7	13,9	16,0	16,3

Визначити абсолютні прирости ланцюговим способом та абсолютні значення 1% приросту (зниження) обсягу заготівель.

6.3.6. Абсолютне значення 1% приросту обсягу валової продукції заводу склало за 2009 рік 9,25 тис. грн, а за 2010 рік – 9,78 тис. грн. Визначити абсолютний приріст валової продукції за 2009 рік у порівнянні з 2008 роком.

6.3.7. За жовтень місяць у списковому складі робітників підприємства відбулися такі зміни:

За списком на 1.10	919 чоловік
Вибуло з 6.10	29 чоловік
Зараховано з 21.10	15 чоловік

Визначити середню денну облікову кількість робітників підприємства за жовтень (чол.).

6.3.8. Базисний темп динаміки валової продукції плодоконсервних заводів складав за 2009 рік 100,7%, а за 2010 – 120,5%. Визначити ланцюговий темп динаміки валової продукції в 2010 році у порівнянні з 2009 роком.

6.3.9. Використовуючи взаємозв'язок характеристик динаміки, визначте рівні виробництва товарів побутової хімії, абсолютну та відносну швидкість його зменшення:

Порядковий номер року	Виробництво, тис.т	Базисні характеристики динаміки		
		Абсолютний приріст, тис.т	Темп зростання, %	Темп приросту, %
1	600	x	x	x
2				-2
3		-28		
4			97	
5				-6

6.3.10. Планом розвитку підприємства на 2006 – 2010 роки було передбачено зростання виробництва валової продукції на 30%. Визначити середньорічний темп приросту виробництва валової продукції.

6.3.11. Виробництво продукції по фабриці характеризується такими даними

Рік	1	2	3	4	5
Виробництво продукції, млн. грн	67,7	73,2	75,7	77,9	81,9

Для аналізу ряду динаміки визначити ланцюгові темпи росту і приросту.

6.3.12. Визначити середній обсяг запасів товарів за такими даними, обґрунтуйте вибір формули:

Дата	Середній обсяг запасів товарів за другий квартал, тис. грн
1.04	1514
1.05	1503
1.06	1500
1.07	1510

6.3.13. Відомі такі дані про темпи росту продуктивності праці в промисловості регіону за 2008 – 2010 р.р.:

Рік	Базисні темпи росту продуктивності праці, %
2008	-
2009	115
2010	120

Визначити середню продуктивність праці в 2010 році, якщо її рівень за 2008 рік склав 1800 гривень.

6.3.14. Визначити темп приросту (зниження) обсягу заготівель ланцюговим способом, та середньорічний абсолютний приріст, якщо відомо, що державні закупівлі овочів у районі склали (тис. т):

Роки				
1	2	3	4	5
14,1	14,7	13,9	16,0	16,3

6.3.15. Щорічні темпи приросту обсягу реалізованої продукції плодоконсервних заводів склали:

2009 р.	2010 р.
0,2	17,3

Визначити за 2010 рік базисний темп росту відносно 2008 року.

6.3.16. Відомі такі дані про темпи росту продуктивності праці у промисловості області за 2008–2010 р.р.:

Рік	Темпи росту продуктивності праці, %	
	базисні	змінні
2008	-	-
2009	110	110
2010	115	104,5

Визначити середньорічний темп росту та приросту продуктивності праці за 2008–2010 роки.

6.3.17. Відомі такі дані про поголів'я великої рогатої худоби в одному з районів (голів):

Показник	Роки			
	2007	2008	2009	2010
У старих межах	16010	16400	-	-
У нових межах	-	16900	17130	17270

Привести ряд динаміки до зіставного вигляду (здійснити змикання ряду) та розрахувати базисні темпи росту, та абсолютний приріст ланцюговим способом.

6.3.18. Відомі такі дані про залишок товарів крамниці за II квартал:

Дата	Наявність залишків товару, грн
1.IV	6000
1.V	6700
1.VI	6500
1.VII	6400

Визначити середній залишок товарів за квартал, та обґрунтуйте вибір формули.

6.3.19. Визначити середньорічний темп приросту обсягу продукції за 2008-2010 роки, якщо щорічні темпи приросту обсягу реалізованої продукції плодоконсервних заводів складали:

2009 р.	2010 р.
0,2	17,3

6.3.20. Заготівля вовни у колгоспах району характеризується такими даними:

Заготовлено вовни, ц	Роки	
	2004	2010
	30	90

Визначити середньорічний темп росту обсягу заготівель вовни.

6.3.21. Відомі такі дані про залишки товарів продовольчої крамниці (тис. грн):

На I. I	На I.II	На I.III	На I.IV	На I.V	На I.VI	На I.VII
30,0	41,0	45,0	37,0	38,0	43,0	41,0

Визначити середні залишки товарів за перше півріччя, та обґрунтуйте вибір формули.

6.3.22. Державні закупівлі овочів в районі складали (тис. ц):

Роки				
2006	2007	2008	2009	2010
14,8	15,7	14,5	17,0	16,1

Визначити темп росту (зниження) обсягу заготівель овочів базисним способом, та середньорічний темп приросту.

6.3.23. Випуск товарної продукції плодоконсервних заводів за 2010 рік у порівнянні з 2009 роком зріс на 25,8%, а в 2009 році у порівнянні з 2008 – на 45%. Визначити темп приросту в 2010 році у порівнянні з 2008 роком.

6.3.24. Визначити абсолютний приріст (зниження) обсягу заготівель овочів (тис. ц) базисним способом, та середньорічний абсолютний приріст згідно даних таблиці:

Роки				
1	2	3	4	5
14,1	14,7	13,9	16,0	16,3

6.3.25. Абсолютне значення 1% приросту обсягу валової продукції заводу склало за 2009 рік 9,12 тис. грн, а за 2010 рік – 9,69 тис. грн. Визначити темп приросту виробництва валової продукції за 2009 рік у порівнянні з 2008 роком.

6.3.26. Парк автомобілів на кінець 2006 року складав у регіоні 180 тис. шт., а на кінець 2010 року збільшився на 20%. Визначити середній річний абсолютний приріст парку автомобілів за 2006 – 2010 р. р.

6.3.27. Динаміка інвестицій характеризується наступними даними:

Порядковий номер	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Інвестиції, %	25	18	24,3	26,9	23,7	27,5	25,5	28,6	24,5

Проведіть згладжування ряду динаміки методом тричленної плинної середньої. Вирівнювання ряду динаміки по прямій. Зробити висновок про характер загальної тенденції.

6.3.28. Визначити середньоспискову кількість робітників за такими даними, обґрунтувати вибір формули:

Календарні періоди листопада місяця	Кількість робітників, чол.
2 – 8	40
9 – 15	42
16 – 20	39
21 – 25	37
26 – 30	48

6.3.29. Темпи приросту виробництва валової продукції на заводі наведено в таблиці.

Рік	Темпи приросту, %	
	базисні	ланцюгові
2008	12,1	5,5
2009	9,3	3,6
2010	25,0	14,4

Визначити середньорічний темп приросту виробництва валової продукції (обома способами).

6.3.30. Кількість працівників торговельної організації складала в березні місяці:

Календарні періоди березня	Кількість робітників, чол.
1 – 4	35
5 – 11	37
12 – 25	40
26 – 31	46

Визначити середню кількість працівників за березень місяць, обґрунтувати вибір формули.

**ТЕМА: ІНДЕКСИ ТА ЇХ ВИКОРИСТАННЯ
В ЕКОНОМІКО-СТАТИСТИЧНИХ ДОСЛІДЖЕННЯХ**

Питання

1. Класифікація індексів.
2. Індивідуальні індекси.
3. Методологічні аспекти побудови зведених індексів.
4. Сутність та умови застосування середньозважених індексів.
5. Визначення індексів змінного та фіксованого складу, а також індексів структурних зрушень.

1. Типові задачі

Задача 1.

Маємо такі дані про реалізацію м'ясних продуктів на міському ринку:

Продукт	Вересень		Жовтень	
	Ціна за 1 кг, грн	Продано, ц	Ціна за 1 кг, грн	Продано, ц
Яловичина	18	26,3	19	24,1
Баранина	15	8,8	15	9,2
Свинина	22	14,5	24	12,3

а) визначити індивідуальні та загальні індекси цін, фізичного обсягу і товарообігу; показати взаємозв'язок загальних індексів;

б) визначити абсолютну зміну товарообігу у цілому та за рахунок зміни ціни і обсягу реалізації окремо; показати їх взаємозв'язок.

Зробити висновки.

Розв'язання:

Розрахунки індивідуальних індексів наведено в таблиці.

Продукт	Вересень		Жовтень		Індивідуальні індекси		
	Ціна за 1 кг, грн	Продано, т	Ціна за 1 кг, грн	Продано, т	Фізичного обсягу $i_q = \frac{q_1}{q_0}, \%$	Цін $i_p = \frac{p_1}{p_0}, \%$	Товарообігу $i_{pq} = \frac{p_1 q_1}{p_0 q_0}, \%$
	p_0	q_0	p_1	q_1			
Яловичина	18	26,3	19	24,1	91,6	105,6	96,7
Баранина	15	8,8	15	9,2	104,6	100	104,5
Свинина	22	14,5	24	12,3	84,8	109,1	92,5

У жовтні в порівнянні з вереснем відбулися такі зміни у торгівлі окремими видами м'яса:

- обсяг реалізації яловичини зменшився на 8,4% (91,6%-100%), ціна на неї збільшилась на 5,6% (105,6-100%), а товарообіг зменшився на 3,3% (96,7%-100%);
- обсяг реалізації баранини збільшився на 4,6% (104,6%-100%), товарообіг також збільшився на 4,6% (104,6-100%) на тлі незмінних цін;
- обсяг реалізації свинини зменшився на 15,2% (84,8%-100%), ціна на неї збільшилась на 9,1% (109,1-100%), а товарообіг зменшився на 7,5% (92,5%-100%).

Для розрахунків загальних індексів складаємо розрахункову таблицю.

Продукт	Товарообіг, тис. грн		
	У вересні	У жовтні	У жовтні в цінах вересня
	$p_0 q_0$	$p_1 q_1$	$p_0 q_1$
Яловичина	473,4	457,9	433,8
Баранина	132	138	138
Свинина	319	295,2	270,6
Всього	924,4	891,1	842,4

Загальний індекс товарообігу

$$I_{pq} = \frac{\sum q_1 p_1}{\sum q_0 p_0} = \frac{891,1}{924,4} = 0,964 \text{ або } 96,4\%.$$

Загальний індекс цін

$$I_p = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_0 q_1} = \frac{891,1}{842,4} = 1,058 \text{ або } 105,8\%.$$

Загальний індекс фізичного обсягу

$$I_q = \frac{\sum q_1 p_0}{\sum q_0 p_0} = \frac{842,4}{924,4} = 0,911 \text{ або } 91,1\%.$$

У жовтні в порівнянні з вереснем товарообіг зменшився на 3,6% (96,4%-100%), у т.ч. товарообіг збільшився на 5,8% (105,8%-100%) за рахунок зміни цін та зменшився на 8,9% (91,1%-100%) за рахунок зміни обсягів реалізації м'яса.

Перевіримо взаємозв'язок загальних індексів $I_{qp} = I_q I_p$. Дійсно $1,058 \cdot 0,911 = 0,964$.

б) Загальна зміна товарообігу

$$\Delta_{pq} = \sum p_1 q_1 - \sum p_0 q_0 = 891,1 - 924,4 = -33,3 \text{ тис. грн};$$

Зміна товарообігу за рахунок зміни цін $\Delta_p = \sum p_1 q_1 - \sum p_0 q_1 = 891,1 - 842,4 = 48,7$ тис. грн;

Зміна товарообігу за рахунок зміни обсягів реалізації м'яса $\Delta_q = \sum p_0 q_1 - \sum p_0 q_0 = 842,4 - 924,4 = -82,0$ тис. грн.

У жовтні в порівнянні з вереснем товарообіг зменшився на 33,3 тис. грн. За рахунок зміни цін він збільшився на 48,7 тис. грн, а внаслідок зміни обсягів реалізації м'яса він зменшився на 82 тис. грн.

Задача 2.

Маємо такі дані:

Продукція	Обсяг реалізації в цінах відповідного періоду, тис. грн		Індекс цін
	I квартал	II квартал	
А	560	600	1,1
Б	580	620	1,35
В	430	450	0,95

Обчислити середньозважені індекси цін та фізичного обсягу, а також загальний індекс товарообігу.

Розв'язання:

Для розв'язання задачі складаємо розрахункову таблицю.

Продукція	Обсяг реалізації в цінах відповідного періоду, тис. грн		Індекс цін	Товарообігу II кварталі у цінах I кварталу $p_0 q_1 = \frac{p_1 q_1}{i_p}$
	I квартал	II квартал		
	$p_0 q_0$	$p_1 q_1$	i_p	
А	560	600	1,1	545,5
Б	580	620	1,35	459,3
В	430	450	0,95	473,7
Всього	1570	1670	-	1478,5

Загальний індекс товарообігу

$$I_{pq} = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_0 q_0} = \frac{1670}{1570} = 1,0637 \text{ або } 106,37\%.$$

У II кварталі у порівнянні з I кварталом товарообіг збільшився на 6,37% (106,37%-100%).

Середньозважений індекс цін

$$\bar{I}_p = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum \frac{p_1 q_1}{i_p}} = \frac{1670}{1478,5} = 1,1295 \text{ або } 112,95\%.$$

У II кварталі у порівнянні з I кварталом товарообіг збільшився на 12,95% (112,95%-100%) за рахунок зміни цін на продукцію.

Середньозважений індекс фізичного обсягу

$$\bar{I}_q = \frac{\sum \frac{q_1 p_1}{i_p}}{\sum p_0 q_0} = \frac{1478,5}{1570} = 0,9417 \text{ або } 94,17\%.$$

У II кварталі у порівнянні з I кварталом товарообіг зменшився на 5,83% (94,17%-100%) за рахунок зміни обсягів реалізації.

Задача 3. Маємо такі дані про випуск продукції "А" двома заводами:

№ заводу	Базисний період		Звітний період	
	Вироблено продукції, тис. шт.	Собівартість одиниці, грн	Вироблено продукції, тис. шт.	Собівартість одиниці, грн
	q_0	z_0	q_1	z_1
1	60	24	80	20
2	60	20	120	18

1. Визначити індекси змінного складу; фіксованого складу; структурних зрушень. Перевірити взаємозв'язок індексів.

2. Визначити загальну абсолютну зміну середньої собівартості, а також її зміну, яка відбулась за рахунок зміни собівартості по заводах, та зміну, яка відбулась за рахунок зрушень в структурі виробництва. Перевірити їх взаємозв'язок.

Розв'язання:

Для розрахунків індексів складаємо допоміжну таблицю.

№ заводу	Базисний період		Звітний період		Загальні витрати, тис. грн		
	Вироблено продукції, тис. шт.	Собівартість одиниці, грн	Вироблено продукції, тис. шт.	Собівартість одиниці, грн	У базисному періоді	У звітному періоді	У звітному періоді в собівартості базисного періоду
	q_0	z_0	q_1	z_1	$z_0 q_0$	$z_1 q_1$	$z_0 q_1$
1	60	24	80	20	1440	1600	1920
2	60	20	120	18	1080	2160	2400
Всього	120	-	200	-	2520	3760	4320

1. Індекс середньої собівартості (змінного складу)

$$I_z^{зм.с.} = \frac{\bar{z}_1}{\bar{z}_0} = \frac{\sum z_1 q_1}{\sum q_1} \div \frac{\sum z_0 q_0}{\sum q_0} = \frac{3760}{200} \div \frac{2520}{120} = \frac{18,8}{21} = 0,895 \text{ або } 89,5\%.$$

Індекс середньої собівартості (постійного складу)

$$I_z^{ф.с.} = \frac{\sum z_1 q_1}{\sum q_1} \div \frac{\sum z_0 q_1}{\sum q_1} = \frac{3760}{200} \div \frac{4320}{200} = \frac{18,8}{21,6} = 0,87 \text{ або } 87\%.$$

Індекс структурних зрушень

$$I_q^{смп.зр.} = \frac{\sum z_0 q_1}{\sum q_1} \div \frac{\sum z_0 q_0}{\sum q_0} = \frac{4320}{200} \div \frac{2520}{120} = \frac{21,6}{21} = 1,029 \text{ або } 102,9\%.$$

В звітному періоді в порівнянні з базисним середня собівартість продукції зменшилась на 10,5% (89,5%-100%), в т.ч. вона зменшилась на 13% (87%-100%) за рахунок зміни собівартості на окремих заводах та збільшилась на 2,9% (102,9%-100%) за рахунок змін у структурі виробництва.

Знайдені індекси пов'язані між собою таким чином $I_x^{зм.с.} = I_x^{ф.с.} \cdot I_f^{смп.зр.}$, тому $0,895 = 0,871 \cdot 1,029$.

2. Загальна абсолютна зміна середньої собівартості

$$\Delta_z = \bar{z}_1 - \bar{z}_0 = 18,8 - 21 = -2,2 \text{ грн.}$$

Абсолютна зміна середньої собівартості за рахунок зміни собівартості на окремих заводах $\Delta_z = \frac{\sum q_1 z_1}{\sum q_1} - \frac{\sum q_1 z_0}{\sum q_1} = 18,8 - 21,6 = -2,8 \text{ грн.}$

Абсолютна зміна середньої собівартості за рахунок змін у структурі виробництва $\Delta_q = \frac{\sum z_0 q_1}{\sum q_1} - \frac{\sum z_0 q_0}{\sum q_0} = 21,6 - 21 = +0,6 \text{ грн.}$

В звітному періоді в порівнянні з базисним середня собівартість продукції зменшилась на 2,2 грн, в тому числі вона зменшилась на 2,8 грн за рахунок змін собівартості на окремих заводах та збільшилась на 0,6 грн в результаті змін структури виробництва.

Обчислені абсолютні показники пов'язані між собою $\pm \Delta_z = \pm \Delta_z \pm \Delta_q$.

Дійсно $0,6 - 2,8 = -2,2 \text{ грн.}$

2. Задачі для розв'язання

7.3.1. Визначити вплив зміни цін за сортами на зміну товарообігу у відносному та абсолютному виразі.

Сорт продукції	Вироблено, шт.		Ціна за 1 шт., грн	
	Базисний період	Звітний період	Базисний період	Звітний період
1	1840	2146	9,68	11,03
2	6740	6820	3,39	3,07
3	9300	9800	2,52	3,85
Разом	17880	18766	-	-

7.3.2. Динаміка продажу продукту на ринках міста в серпні-вересні поточного року характеризувалась такими даними:

Ринок	Серпень		вересень	
	Обсяг продажу, тис.кг	Ціна 1 кг, грн..	Обсяг продажу, тис.кг	Ціна 1 кг, грн..
1	40	9	42	8,5
2	29	8	25	7

Обчислити індекс середньої ціни (змінного складу) та загальний приріст (зменшення) середньої ціни, зробити висновки.

7.3.3. Визначити зміну середньої ціни всієї продукції (у відносних та грошових одиницях), якщо її виробництво характеризується такими даними:

Сорт продукції	Вироблено, шт.		Ціна за 1 шт., грн	
	Базисний період	Звітний період	Базисний період	Звітний період
1	1840	2146	9,68	11,03
2	6740	6820	3,39	3,07
3	9300	9800	2,52	3,85
Всього	17880	18766	-	-

7.3.4. Динаміка продажу продукту на ринках міста в серпні-вересні поточного року характеризувалась такими даними:

Ринок	Серпень		вересень	
	Обсяг продажу, тис.кг	Ціна 1 кг, грн..	Обсяг продажу, тис.кг	Ціна 1 кг, грн..
1	43	10	45	9,5
2	30	9	27	8

Обчислити індекс середньої ціни (фіксованого складу) та приріст (зменшення) середньої ціни за рахунок зміни самих цін, зробити висновки.

7.3.5. Динаміка продажу продукту на ринках міста в серпні-вересні поточного року характеризувалась такими даними:

Ринок	Серпень		вересень	
	Обсяг продажу, тис.кг	Ціна 1 кг, грн..	Обсяг продажу, тис.кг	Ціна 1 кг, грн..
1	40	9	42	8,5
2	29	8	25	7

Обчислити індекс середньої ціни (структурних зрушень) та приріст (зменшення) середньої ціни внаслідок структурних зрушень, зробити висновки.

7.3.6. Маємо такі дані про обсяг виробництва та собівартість одиниці продукції:

Продукція	Собівартість одиниці продукції, грн		Обсяг виробництва, шт.	
	За планом	Фактично	За планом	Фактично
А	105	102	320	380
Б	94	98	210	200

Визначити відносну та абсолютну зміну загальних витрат на виробництво двох видів продукції у звітному періоді у порівнянні з планом.

7.3.7. Маємо такі дані за однією із крамниць:

Тканини	Реалізовано, тис. м		Ціна за 1 м, грн	
	1 кв.	2 кв.	1 кв.	2 кв.
Вовняні	2,1	1,5	22,0	24,0
Шовкові	3,0	4,0	12,5	13,0

Визначити загальний індекс товарообігу та його зміну в абсолютному виразі.

7.3.8. Є такі дані про собівартість продукції А, виготовленої на заводі міста:

Вироби	Собівартість одиниці продукції, грн.		Виготовлено продукції у звітному періоді, шт.
	Базисний період	Звітний період	
1	30	28	6000
2	60	56	7500
3	16	13	1800

Визначити:

- загальний індекс собівартості продукції;
- економічний ефект від зміни собівартості продукції.

Зробити висновки.

7.3.9. Динаміка врожайності та посівних площ зернових культур по регіону характеризується даними, наведеними в таблиці:

Сільськогосподарська культура	Врожайність, ц/га у періоді		Площа з якої зібрано урожай, тис.га у періоді	
	базисному	поточному	базисному	поточному
Пшениця	28	33	180	256
Кукурудза	33	30	41	25
ячмінь	20	21	170	120

Визначити індекс середньої врожайності змінного складу та загальний приріст (зменшення) середньої врожайності, зробити висновки.

7.3.10. Відомі такі дані про валову продукцію та зміну цін у звітному періоді:

Заводи	Валова продукція в звітному періоді, тис. грн	Індекс цін

1	120,0	1,05
2	240,7	1,10
3	321,3	0,91

Визначити середньозважений індекс цін.

7.3.11. Оптовий продаж окремих харчових продуктів на внутрішньому ринку зазнав змін. Визначте:

- Індивідуальні індекси цін;
- зведений індекс цін. Зробити висновки.

Харчовий продукт	Товарооборот у фактичних цінах, тис. грн. од.		Товарооборот поточного періоду у незмінних цінах, тис. грн. од.
	Базисний період	Поточний період	
Цукор	126	283	122
Олія	214	380	268
Разом	340	663	390

7.3.12. Наведені такі дані про обсяг виробництва та собівартість одиниці продукції:

Продукція	Собівартість одиниці продукції, грн		Обсяг виробництва, тис. шт.	
	За планом	Фактично	За планом	Фактично
А	105	102	320	380
Б	94	98	210	200

Визначити зміну середньої собівартості одиниці продукції у звітному періоді в порівнянні з планом у відносних та абсолютних одиницях.

7.3.13. Динаміка врожайності та посівних площ зернових культур по регіону характеризується даними, наведеними в таблиці:

Сільськогосподарська культура	Врожайність, ц/га у періоді		Площа з якої зібрано урожай, тис.га у періоді	
	базисному	поточному	базисному	поточному
Пшениця	28	33	180	256
Кукурудза	33	30	41	25
ячмінь	20	21	170	120

Визначити індекс середньої врожайності фіксованого складу та загальний приріст (зменшення) середньої врожайності за рахунок зміни самої врожайності, зробити висновки.

7.3.14. Визначити індивідуальні індекси цін на продукцію та товарообігу по сортах, якщо виробництво продукції характеризується такими даними:

	Вироблено, шт.	Ціна за 1 шт., грн
--	----------------	--------------------

Сорт продукції	Базисний період	Звітний період	Базисний період	Звітний період
1	1840	2146	9,68	11,03
2	6740	6820	3,39	3,07
3	9300	9800	2,52	2,82
Разом	17880	18766	-	-

7.3.15. Динаміка врожайності та посівних площ зернових культур по регіону характеризується даними, наведеними в таблиці:

Сільськогосподарська культура	Врожайність, ц/га у періоді		Площа з якої зібрано урожай, тис.га у періоді	
	базисному	поточному	базисному	поточному
Пшениця	28	33	180	256
Кукурудза	33	30	41	25
ячмінь	20	21	170	120

Визначити індекс структурних зрушень та загальний приріст (зменшення) середньої врожайності за рахунок структурних зрушень, зробити висновки.

7.3.16. Реалізація продукції, виробленої на підприємстві, характеризується такими показниками:

Найменування товару	Попередній період		Звітний період	
	Обсяг продажу, тис.шт.	Ціна одиниці, тис.грн.	Обсяг продажу, тис.шт.	Ціна одиниці, тис.грн.
Прилад РП-10	15	0,5	20	0,4
Лічильник	3	3,5	4	3,0

Визначити загальний індекс фізичного обсягу продукції та абсолютний розмір збільшення (зменшення) товарообігу за рахунок зміни фізичного обсягу, зробити висновки.

7.3.17. Реалізація продукції, виробленої на підприємстві, характеризується такими показниками:

Найменування товару	Попередній період		Звітний період	
	Обсяг продажу, тис.шт.	Ціна одиниці, тис.грн.	Обсяг продажу, тис.шт.	Ціна одиниці, тис.грн.
Прилад РП-10	15	0,5	20	0,4
Лічильник –9	3	3,5	4	3,0

Визначити загальний індекс цін і абсолютний розмір економії (перевитрат) від зміни цін, зробити висновки.

7.3.18. Реалізація продукції, виробленої на підприємстві, характеризується такими показниками:

Найменування товару	Попередній період		Звітний період	
	Обсяг продажу, тис. шт.	Ціна одиниці, тис. грн.	Обсяг продажу, тис. шт.	Ціна одиниці, тис. грн.
Прилад РП-10	15	0,5	20	0,4
Лічильник –9	3	3,5	4	3,0

Визначити загальний індекс товарообігу та абсолютний приріст товарообігу в цілому, зробіть висновки.

7.3.19. Дані про реалізацію тканин одним із спеціалізованих магазинів міста наведено у таблиці

Вид тканини	Товарооборот у фактичних цінах (тис.грн) за період		Підвищення цін у звітному періоді відносно базисного, %
	базисний	звітний	
Натуральний шовк	604	750	25
Ситець	96	150	20

Визначити загальний індекс цін і перевитрати коштів населення за рахунок підвищення цін. Зробити висновки.

7.3.20. Виробництво продукції характеризується такими даними:

Сорт продукції	Вироблено, шт.		Ціна за 1 шт., грн	
	Базисний період	Звітний період	Базисний період	Звітний період
1	1840	2146	9,68	11,03
2	6740	6820	3,39	3,07
3	9300	9800	2,52	3,85
Разом	17880	18766	-	-

Визначити індивідуальні індекси кількості виробленої продукції та зміну кількості в натуральному виразі по сортах, а також загальний індекс товарообігу.

7.3.21. Маємо такі дані про реалізацію товарів:

Товар	Вироблено, шт.		Ціна за 1 шт., грн	
	Базисний період	Звітний період	Базисний період	Звітний період
Авторучки	2000	2926	2,0	2,0
Телевізори	120	160	430,0	370,0

Визначити загальний індекс товарообігу та його загальну зміну в грошовому виразі.

7.3.22. У таблиці наведено дані про динаміку товарообігу одного з відділів крамниці:

Група товарів	Продано за квартал, тис. шт.	
	1	2
Папір крейдований	1,4	1,6
Паперові серветки	1,8	2,0

Визначити індивідуальні індекси кількості проданих товарів та зміну кількості проданих товарів в натуральному виразі.

7.3.23. Середня собівартість цегли на двох заводах у звітному періоді в порівнянні з базисним знизилась на 15% за рахунок собівартості на кожному із заводів і підвищилось на 19% за рахунок структурних зрушень. Визначити індекс середньої собівартості змінного складу.

7.3.24. Відомі такі дані про товарообіг та зміну кількості проданих товарів:

Продукція	Товарообіг у фактичних цінах, грн		Збільшення/зменшення кількості проданих товарів, %
	Базовий період	Звітний період	
Картопля	5433	6271	+10,5
Морква	434	670	-17,1
Цибуля	7148	9943	+23,2

Визначити середньозважений індекс обсягу продукції, що продана.

7.3.25. Визначити середньозважений індекс цін.

Магазин	Товарообіг у діючих цінах, тис. грн		Розмір зміни кількості реалізованої продукції, %
	Базовий період	Звітний період	
I	40	49	15
II	51	63	16,3

7.3.26. За даними про реалізацію товарів крамницею розраховано такі показники:

Товар	Індекс		
	товарообігу	ціни	Обсягу продаж

мотоцикл	1,225	0,98	-
велосипед	-	0,90	1,15

Визначити індекси, яких не вистачає.

7.3.27. Дані наведено у таблиці, характеризують товарооборот і зміну цін на окремі типи взуття одного із спеціалізованих магазинів міста:

Тип взуття	Товарооборот у фактичних цінах (тис.грн) за період		Підвищення цін у звітному періоді відносно базисного, %
	базисний	звітний	
Шкіряне	840	860	25
Текстильне і комбіноване	120	150	12

Визначити загальний індекс цін і перевитрати коштів населення за рахунок підвищення цін. Зробити висновки.

7.3.28. Визначити зміну середньої собівартості за рахунок структурних зрушень та індекс структурних зрушень у виробництві продукції за таких умов:

Сорт продукції	Вироблено, шт.		Ціна за 1 шт., грн	
	Базисний період	Звітний період	Базисний період	Звітний період
1	1840	2146	9,68	11,03
2	6740	6820	3,39	3,07
3	9300	9800	2,52	3,85
Разом	17880	18766	-	-

7.3.29. Відомі такі дані про товарообіг у звітному місяці та зміну цін:

Товарообіг, грн.	Зміна цін, %
7190	+9,9
4120	-10,0
5667	+3,0

Визначити середньозважений індекс цін.

7.3.30. Маємо наступні дані про продаж будівельних матеріалів:

Найменування матеріалу	Товарообіг у діючих цінах, тис. грн		Розмір зміни ціни у звітному періоді у порівнянні з базисним, %
	Базисний період	Звітний період	

Шифер	35	47	+17
Цемент	30	38	-19
Цегла	37	43	+20,8

Визначити середньозважений індекс фізичного обсягу.

СПИСОК РЕКОМЕНДОВАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

1. Статистика: Підручник / Під ред. С.С. Герасименко. – К.: КНЕУ, 1998. – 468 с.
2. Кулинич О.І. Теорія статистики: Задачник. – Кіровоград: Центрально-українське видавництво, 1997. – 162 с.
3. Теория статистики: Учебник / Под ред. проф. Р.А. Шмойловой. – М.: Финансы и статистика, 1999. – 560 с.
4. Практикум по теории статистики / Под ред. проф. Р.А. Шмойловой. – М.: Финансы и статистика, 1998. – 416 с.
5. Єріна А.М., Пальян З.О. Теорія статистики: Практикум. – К.: Знання, 1997. – 325 с.
6. Теория статистики: Учебник / Под ред. проф. Г.Л. Громько. – М.: ИНФРА-М, 2000. – 414 с.
7. Громько Г.Л.. Статистика – М.: Изд-во Моск. ун-та, 1981. – 408 с.

8. Ефимова М.Р., Петрова Е.В., Румянцев В.Н. Общая теория статистики. – М.: ИНФРА-М, 1997. – 416 с.
9. Статистика: Курс лекций / Под ред. В.Г. Ионина. – М.: ИНФРА-М, 1998. – 310 с.
10. Статистика: Учебное пособие / Под ред. В.Г. Ионина. – М.: ИНФРА-М, 2001. – 384 с.

Укладачі:
Барабан Ольга Андріївна
Ільїнський В'ячеслав Вікторович
Трифорова Олена Василівна
Шликова Валентина Михайлівна

СТАТИСТИКА

МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ

**ДЛЯ ПРАКТИЧНИХ ЗАНЯТЬ
СТУДЕНТІВ НАПРЯМУ ПІДГОТОВКИ 6. 030601 МЕНЕДЖМЕНТ**

Друкується у редакційній обробці авторів.

Підписано до друку 17.07.12. Формат 30x42/4
Папір офсетний. Ризографія. Умовн. друк. арк. 4,2.
Обліково-видавн. арк. 4,2. Тираж 45 прим. Зам. № 229

Державний вищий навчальний заклад
«Національний гірничий університет»
49005, м. Дніпропетровськ, просп. К. Маркса, 19.