Министерство образования и науки, молодежи и спорта Украины
Государственное высшее учебное заведение
«Национальный горный университет»

Методические указания

к лабораторной работе

№ 1.5

ОПРЕДЕЛЕНИЕ МОМЕНТА ИНЕРЦИИ КРЕСТООБРАЗНОГО МАЯТНИКА ОБЕРБЕКА

г. Днепропетровск
2011

Методические указания к лабораторной работе № 1.5 “ Определение момента инерции крестообразного маятника Обербека ” по разделу «*Физические основы механики»* курса физики для студентов всех специальностей.

Сост.: И.П. Гаркуша, В.П.Куринной.

Днепропетровск: ГВУЗ «НГУ», 2011 г.

Лабораторная работа № 1.5

ОПРЕДЕЛЕНИЕ МОМЕНТА ИНЕРЦИИ КРЕСТООБРАЗНОГО МАЯТНИКА ОБЕРБЕКА

Целью работы является: 1) экспериментальная проверка основного уравнения динамики вращательного движения, 2) определение момента инерции маятника динамическим методом.

Краткая теория.

Рассмотрим твердое тело, которое может вращаться вокруг неподвижной оси. На рис.1 ось вращения *OZ* перпендикулярна чертежу и проходит через точку *O*.

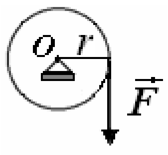

Рис. 1.

Вращение может быть вызвано только силой **F**, лежащей в плоскости, перпендикулярной к оси вращения и направленной по касательной к окружности, которую описывает точка приложения силы.

Моментом M_z ***вращающей силы*** относительно неподвижной оси *OZ* называется скалярная величина, равная произведению модуля силы на ее плечо, т.е. на длину перпендикуляра, проведенного от оси до прямой, вдоль которой действует сила,

$$M_z = Fr. \tag{1}$$

Основное уравнение динамики тела, вращающегося вокруг неподвижной оси, имеет вид

$$M_z = J_z \varepsilon_z, \tag{2}$$

где J_z – момент инерции тела относительно оси *OZ*,

ε_z – проекция вектора углового ускорения $\boldsymbol{\varepsilon}$ на ось вращения.

Моментом инерции тела относительно оси вращения называется величина, равная сумме произведений элементарных масс m_i всех частиц тела на квадраты их расстояний r_i от той же оси:

$$J_z = \sum_{i=1}^{n} m_i r_i^2 \ .$$

Прибор (крестообразный маятник), применяемый в настоящей работе, изображен схематически на рис. 2.

Он состоит из четырех стержней и двух шкивов различного радиуса, укрепленных на одной горизонтальной оси. Стержни, на которых нанесены деления, размещены взаимно перпендикулярно, образуя крестовину. По стержням могут перемещаться и закрепляться в нужном положении четыре (по одному на каждом стержне) груза-насадки одинаковой массы m_0. Перемещая насадки вдоль стержней, можно изменять момент инерции маятника.

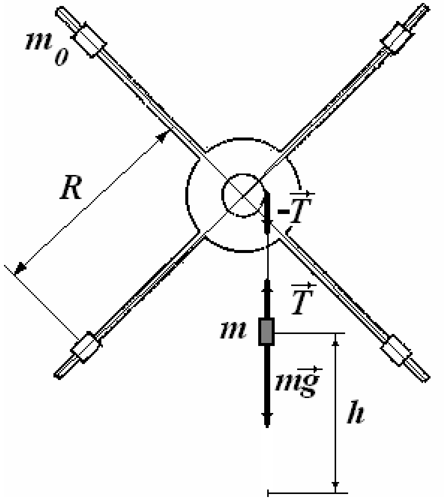

Рис. 2.

При помощи грузов различной массы m, прикрепляемых к концу намотанной на тот или иной шкив нити, маятник может приводиться во вращение.

На груз массы m, подвешенный на нити, действуют две силы: $m\mathbf{g}$ – сила тяжести и $\mathbf{T}$ – сила натяжения нити. Под действием этих сил груз совершает поступательное движение с ускорением $\boldsymbol{a}$. В проекциях на вертикаль

$$mg - T = ma \qquad (3)$$

По третьему закону Ньютона сила, равная по модулю силе натяжения, но направленная противоположно ей, приложена ко второму из взаимодействующих тел – к шкиву (по касательной). Она обозначена на рисунке $-\mathbf{T}$.

Эта сила и создает вращающий момент M

$$M = Tr \qquad (4)$$

(для удобства индексы в дальнейших формулах опущены).

Ускорение a может быть найдено из формулы пути при равноускоренном движении. Если h - расстояние, пройденное грузом за время t, то

$$a = \frac{2h}{t^2}, \qquad (5)$$

Учитывая связь линейного a и углового ε ускорения $a = \varepsilon r$, получим

$$\varepsilon = \frac{2h}{rt^2}. \qquad (6)$$

Из уравнений (3), (4) и (5) находим значение вращающего момента M

$$M = mr(g - \frac{2h}{t^2}). \qquad (7)$$

Если момент инерции маятника остается постоянным (насадки фиксированы), а моменты вращающих сил различны, то из уравнения (2) имеем

$$\frac{M_1}{\varepsilon_1} = \frac{M_2}{\varepsilon_2} = ... = \frac{M_k}{\varepsilon_k} = J = \text{const}. \qquad (8)$$

Подставляя сюда значения момента силы (7) и углового ускорения (6), получим формулу для расчета момента инерции маятника:

$$J = mr_k^2\left(\frac{gt^2}{2h} - 1\right), \qquad (9)$$

где m – масса груза,

r_k – радиус шкивова.

Измерения.

1) *Экспериментальная проверка основного уравнения динамики вращательного движения.*

1. Определяют высоту h опускания груза на нити.

2. Штангенциркулем измеряют радиусы шкивов r_1 и r_2.

3. Укрепляют насадки на стержнях маятника на некотором одинаковом расстоянии R от оси вращения и записывают его значение. При этом прибор должен быть сбалансирован (находиться в безразличном равновесии).

4. На конец нити прикрепляют груз m, нить наматывают на один из шкивов.

5. Измеряют 3 раза время t опускания груза m с высоты h.

6. Нить перебрасывают на другой шкив (радиуса r_2), на конец привязывают груз m_2 и так же 3 раза определяют время t_2 опускания груза на высоту h.

7. По формуле (9) рассчитывают момент инерции маятника и убеждаются, что он не изменяется, а следовательно справедлив основной закон (2).

2) *Определение момента инерции маятника динамическим методом.*

Из данных первого опыта по формуле (9) вычисляют среднее значение момента инерции J системы. Этот метод определения момента инерции называется *динамическим.*

Затем найденное значение J сравнивают с его теоретическим значением.

Согласно теории, момент инерции J маятника равен сумме моментов инерции крестовины и четырех насадок, масса которых m_0.

$$J = J_{\text{кр}} + 4m_0R^2, \qquad (10)$$

R – расстояние от оси вращения до центра масс насадок.

Момент инерции $J_{\text{кр}}$ крестовины маятника - это момент инерции двух больших взаимно перпендикулярных стержней, образующих крест, относительно оси, проходящей через их середину

$$J_{кр} = 2 \cdot \frac{1}{12} m_{ст} l^2, \qquad (11)$$

где $m_{\text{ст}}$ = масса большого стержня, l = его длина.

Теоретическое значение момента инерции вычисляют по формулам (10) и (11).

$$J = \frac{1}{6} m_{\text{ст}} l^2 + 4m_0R^2. \qquad (12)$$

№ п/п	h, м	m, кг	r, м	t, с	J_i, кг·м^2	$< J >$ кг·м^2	ΔJ_i кг·м^2	$S_{< J >}$, кг·м^2	$t_{\alpha,n}$	ΔJ кг·м^2	E, %
1											
2											
3											
4											
5											
6											

Результат записывается в виде:

$$J = (<J> + \Delta J), \text{ кг·м}^2 \text{ при } \alpha =$$

Контрольные вопросы.

1. Что называется моментом инерции тела относительно данной оси?
2. Сравните формулы $I\boldsymbol{\varepsilon} = \mathbf{M}$ и $m\boldsymbol{a} = \mathbf{F}$. В чем состоит аналогия между этими выражениями?
3. В чем суть динамического метода определения момента инерции?
4. Чему равен момент сил относительно оси?
5. Напишите основной закон динамики тела при вращении.
6. Момент какой силы заставляет маятник вращаться?
7. Как можно изменить момент инерции маятника.
8. Как можно изменить момент вращающей силы (2 способа).
9. Выведите формулу (9).
10. Какова роль момента инерции во вращательном движении?

Литература.

1. І. М. Кучерук та ін. Загальний курс фізики. Т.1. К. 1999.
2. Т. И. Трофимова. Краткий курс физики. М. 2000.