

Министерство образования и науки, молодежи и спорта Украины
Государственное высшее учебное заведение
«Национальный горный университет»

Методические указания

к лабораторной работе

№ 1.9

**ОПРЕДЕЛЕНИЕ МОМЕНТОВ ИНЕРЦИИ
ТВЕРДОГО ТЕЛА С ПОМОЩЬЮ
КРУТИЛЬНОГО МАЯТНИКА**

г. Днепропетровск
2011

Методические указания к лабораторной работе № 1.9 “ Определение моментов инерции твердого тела с помощью крутильного маятника” по разделу «*Физические основы механики*» общего курса физики для студентов всех специальностей.

Сост.: Л.Ф. Мостипан, Л.А. Коваленко, Л.П. Налбандян.

Днепропетровск: ГВУЗ «НГУ», 2011 г.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ МОМЕНТОВ ИНЕРЦИИ ТВЕРДОГО ТЕЛА С ПОМОЩЬЮ КРУТИЛЬНОГО МАЯТНИКА

Цель работы: Измерить момент инерции твердого тела относительно осей, проходящих через центр тяжести, с помощью крутильного маятника.

Краткая теория

Моментом инерции тела относительно оси вращения называется величина, равная сумме произведений элементарных масс m_i всех частиц тела на квадраты их расстояний r_i от той же оси:

$$J_z = \sum_{i=1}^n m_i r_i^2. \quad (1)$$

Момент инерции - это мера инертности тела при вращательном движении вокруг данной оси. Момент инерции определяется относительно конкретной оси. Если изменить ось вращения, изменится и момент инерции.

Момент инерции твердого тела можно определить с помощью крутильного маятника (рис. 1). В данной работе применяется крутильный маятник в виде рамки 1, внутри которой крепится симметричное тело 2 так, что его центр масс лежит на оси вращения OO' .

Если отклонить рамку от положения равновесия на некоторый произ-

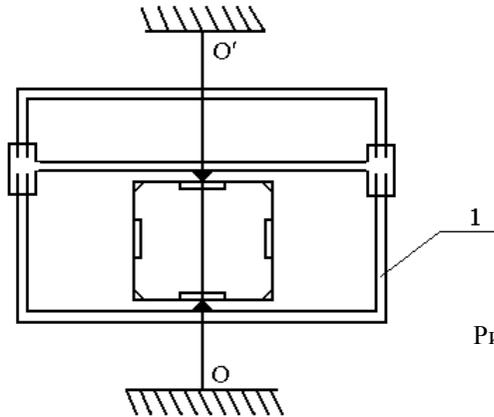


Рисунок 1

вольный угол φ и отпустить, рамка будет совершать крутильные колебания, обусловленные упругими силами, возникающими в проволоке OO' в результате деформации сдвига.

Гармоническими крутильными колебаниями твердого тела называется периодическое вращательное движение относительно оси, проходящей через центр тяжести этого тела, при котором угол отклонения от положения равновесия изменяется с течением времени t по закону синуса или косинуса:

$$\varphi = \varphi_0 \sin\left(\frac{2\pi}{T}t\right), \quad (2)$$

где φ - угловое смещение от положения равновесия в момент времени t ;
 φ_0 - максимальное угловое смещение (амплитуда колебаний);
 T - период колебаний.

Угловая скорость колебаний

$$\omega = \frac{d\varphi}{dt} = \varphi_0 \frac{2\pi}{T} \cos\left(\frac{2\pi}{T}t\right). \quad (3)$$

Максимальное значение угловой скорости ($\cos\left(\frac{2\pi}{T}t\right) = 1$)

$$\omega_{\max} = \frac{2\pi}{T} \varphi_0. \quad (4)$$

При отклонении крутильного маятника на угол φ он получает запас потенциальной энергии, равный работе деформации по закручиванию проволоки. Силой трения можно пренебречь.

Элементарная работа деформации равна элементарному изменению потенциальной энергии проволоки, взятому с обратным знаком:

$$dA_{\text{деф}} = -d\Pi = -Md\varphi, \quad (5)$$

где M - момент силы упругости.

На основании закона Гука для **упругой деформации** момент силы пропорционален углу поворота маятника:

$$M = -D\varphi, \quad (6)$$

где D - модуль кручения проволоки. Знак " - " означает, что момент силы направлен в сторону, противоположную положительному направлению отклонения рамки, т.е. момент сил упругости, возникающей в проволоке, стремится уменьшить деформацию.

Потенциальная энергия закрученной проволоки при отклонении маятника на угол φ равна работе деформации $A_{\text{деф}}$.

Согласно уравнениям (5), (6)

$$\Pi = A_{\text{деф}} = \int_0^{\varphi} D\varphi d\varphi = D \frac{\varphi_0^2}{2}. \quad (7)$$

При прохождении маятника через положение равновесия потенциальная энергия закрученной проволоки полностью превращается в кинетическую энергию вращения маятника (закон сохранения механической энергии):

$$\frac{D\varphi_0^2}{2} = \frac{J\omega_{\max}^2}{2}, \quad (8)$$

где J - момент инерции рамки.

Из уравнения (8) с учетом (4) получим формулу момента инерции

$$J = \frac{DT^2}{4\pi^2}. \quad (9)$$

Период колебаний маятника можно определить опытным путем. Если за время t маятник совершил n колебаний, то период колебаний равен

$$T = \frac{t}{n}. \quad (10)$$

С помощью крутильного маятника можно измерять моменты инерции твердых тел относительно осей, проходящих через центр тяжести.

Методика измерений

Вначале определяют период колебаний ненагруженной рамки, по формуле (9) рассчитывают ее момент инерции J_0 . Затем укрепляют исследуемое тело в рамке и определяют период колебаний T системы "рамка + тело". Момент инерции системы J снова рассчитывают по формуле (9).

Так как момент инерции системы $J = J_0 + J_{\text{тела}}$, то момент инерции тела определяется по формуле

$$J_{\text{тела}} = J - J_0. \quad (11)$$

Экспериментальная установка показана на рисунке 2. На основании 1 помещен миллисекундомер 2 и укреплена вертикальная стойка 7, на которой крепятся кронштейны 3, 4, 8. На кронштейнах 3 и 8 закреплена стальная проволока, на которой подвешена рамка 6. В рамке имеется подвижная балка 9, с помощью которой крепятся исследуемые грузы 10. На кронштейне 4 установлена стальная плита 12, которая служит основанием для фотоэлектрического датчика 5, электромагнита 11 и шкалы 13. Электромагнит и фотоэлектрический датчик соединены с миллисекундомером. Электромаг-

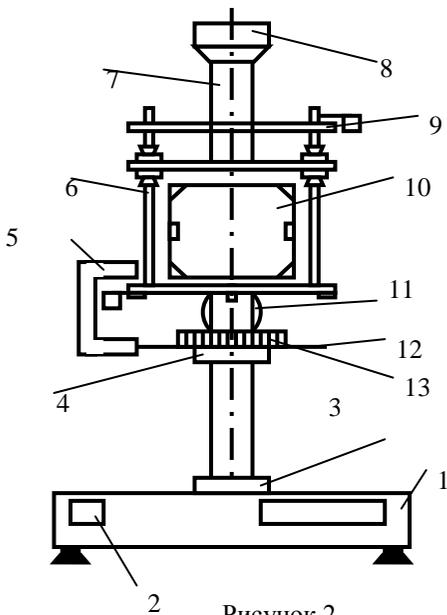


Рисунок 2

нит включается нажатием кнопки "СБРОС" и фиксирует в заданном положении выведенную на равновесия рамку. После нажатия кнопки "ПУСК" электромагнит отключается и рамка совершает крутильные колебания. При этом стрела рамки пересекает световой луч фотоэлектрического датчика, а импульсы, переданные датчиком, подсчитываются миллисекундомером и высвечиваются на цифровых табло в виде числа колебаний и продолжительности колебаний. После нажатия кнопки "СТОП" миллисекундомер отключается.

Порядок выполнения работы

1. Отклонить рамку маятника так, чтобы её стрела приближалась к электромагниту, который остановит рамку в заданном положении.
2. Нажать кнопку "ПУСК".
3. После того как маятник сделает 10-20 полных колебаний, нажать кнопку "СТОП".
4. Записать показания цифровых индикаторов, опыт повторить 3 раза.
5. По формуле (10) вычислить период T колебаний ненагруженной рамки.
6. Рассчитать по формуле (9) моменты инерции J_0 для рамки. Значение модуля кручения проволоки D указано на приборе. Определить среднее значение.
7. Укрепить груз в рамке с помощью подвижной балки так, чтобы ось вращения проходила через центр тяжести параллельно боковым граням груза. Проверить надежность крепления.
8. Произвести измерения по пунктам 2-4 для колебаний рамки с грузом при любом угле отклонения φ .
9. По формуле (10) вычислить периоды T колебаний рамки с грузом.
10. По формуле (9) рассчитать моменты инерции рамки с телом. Определить среднее значение $\langle J \rangle$.
11. По формуле (11) вычислить среднее значение момента инерции тела J_T .
12. Изменить ось вращения груза так, чтобы она проходила через одну из диагоналей груза и повторить те же измерения.

Таблица

№ п/п		n	t, c	T, c	$J, кг·м^2$	$\langle J \rangle,$ кг·м ²	$J_{т},$ кг·м ²
1	Рамка						
2							
3							
4	Рамка +тело 1						
5							
6							
7	Рамка +тело 2						
8							
9							

Контрольное задание

1. Что называется моментом инерции твердого тела?
2. Чему равна потенциальная энергия упругой деформации?
3. Какова методика измерений момента инерции твердого тела с помощью крутильного маятника?