

### **3. ОБОСНОВАНИЕ РАСЧЕТНОЙ МОДЕЛИ ОСНОВАНИЯ. ПОНЯТИЕ ОБ УПРУГОВЯЗКИХ, ВЯЗКОПЛАСТИЧЕСКИХ И УПРУГОВЯЗКОПЛАСТИЧЕСКИХ ДЕФОРМАЦИЯХ.**

Определение упругих материальных констант по 36 направлениям и коэффициентов фильтрации в 9 направлениях на данном этапе развития строительной науки не целесообразно, поскольку для этого нет экономических предпосылок. Вместе с тем, значительный интерес представляет учет таких свойств реальных грунтовых оснований как **вязкоупругость и вязкопластичность** (при этом имеется в виду нарастание и накопление вязкопластических деформаций основания во времени). Необходимо отметить, что свойства **вязкоупругости и вязкопластичности** обычно присущи водонасыщенным основаниям. Поэтому расчетная модель основания также должна учитывать и фильтрационные свойства грунтов.

**В целом, к расчетной модели грунтового основания нами были выдвинуты такие требования.**

**1. Возможность учета упругих свойств (т.е. проявляющихся мгновенно полностью обратимых деформаций).**

**2. Возможность учета вязкоупругих свойств (т.е. запаздывающих во времени полностью обратимых деформаций).**

**3. Возможность учета вязкопластических свойств (т.е. запаздывающих во времени полностью необратимых деформаций).**

**4. Возможность учета фильтрационных свойств основания (в этом случае скорость протекания во времени процесса уплотнения основания должна зависеть от геометрии, т.е. конфигурации и размеров загруженной области, толщины грунтового слоя и т.д.).**

**5. Учет явлений фильтрационной консолидации и реконсолида**

ции, в том числе полного рассеивания порового давления через некоторое время после снятия внешней нагрузки.

**6. Возможность учета явления гистерезиса.**

**7. Возможность учета влияния напряжений в грунтовом скелете на давление в поровой жидкости и наоборот, давления в поровой жидкости на напряженно- деформированное состояние грунтового скелета.**

**8. "Первичная" и "вторичная" консолидация в основании протекают одновременно. При этом процесс "вторичной" консолидации имеет значительно меньшую скорость, чем "первичной", а время его завершения значительно превышает время завершения "первичной" консолидации.**

**9. Следствием п. 8 является условие независимости (или слабой зависимости) порового давления в грунтовом основании от деформационных реологических свойств грунтового скелета (т.е. ядра ползучести и его резольвенты).**

Эти требования имеют хорошее соответствие с современными представлениями о процессе уплотнения грунтовых оснований и соответствующими экспериментальными данными [65, 66].

При этом отвечающая перечисленным выше требованиям модель не позволяет прогнозировать процессы образования областей предельного равновесия, устойчивости и разрушения грунтовых оснований [23, 24, 65, 66, 117, 125].

Таким образом, область применения подлежащей разработке модели- **расчет напряженно- деформированного состояния грунтовых оснований (в том числе водонасыщенных) при малых и средних нагрузках на основание, не значительно (до 40%) превышающих расчетное сопротивление грунта  $R$  [50, 51].**

При выборе модели основания нами рассматривался один из простейших видов напряженно- деформированного состояния грунта- компрессия.

Для выявления удовлетворяющей перечисленным выше требованиям модели нами были последовательно рассмотрены такие виды грунтовых оснований:

- упругое водо- и неводонасыщенное;
- неводонасыщенные упруговязкое, вязкопластичное и упруговязкопластичное;
- водонасыщенное упруговязкое, вязкопластичное и упруговязкопластичное.

Процесс подбора параметров модели был сведен к определению операторов изотропного основания  $\tilde{\lambda}$ ,  $\tilde{G}$ ,  $\tilde{\beta}$  и  $\tilde{k}^\Phi$ , построению с их использованием диаграмм "поровое давление - время", «осадка- время» и "осадка - нагрузка", анализу диаграмм и выбору на этой основе соответствующей расчетной модели. При этом предполагалось, что операторы  $\tilde{a}_v$  и  $\tilde{G}$  подобны, т.е. справедливо равенство

$$\frac{\tilde{a}_v \cdot y(t)}{\tilde{G} \cdot y(t)} = \frac{a_v \cdot \left[ y(t) - \int_0^t R_v(t, \tau) \cdot y(\tau) \cdot d\tau \right]}{G \cdot \left[ y(t) - \int_0^t R_G(t, \tau) \cdot y(\tau) \cdot d\tau \right]} = const, \quad (3.1)$$

где  $a_v$  и  $G$  модули соответственно объемного сжатия (расширения) и сдвига;  $R_v(t, \tau)$  и  $R_G(t, \tau)$  - резольвенты ядер соответственно объемной и сдвиговой ползучести [65, 66].

Условие (3.1) адекватно утверждению о том, что в любой отличный

от нуля момент времени **коэффициент Пуассона грунтового скелета**  $\nu$  является **постоянной величиной**. Согласно данным [24, 25, 65, 66], это утверждение справедливо при малых и средних давлениях на грунт, т.е. таких давлениях, при которых в настоящее время осуществляется проектирование подавляющего большинства зданий и сооружений.

Следствием условия (3.1) являются такие равенства:

$$\left. \begin{aligned}
 \nu &= const; \\
 \tilde{G} \cdot y(t) &= G \cdot \left[ y(t) - \int_0^t R(t, \tau) \cdot y(\tau) \cdot d\tau \right]; \\
 \tilde{\lambda} \cdot y(t) &= \lambda \cdot \left[ y(t) - \int_0^t R(t, \tau) \cdot y(\tau) \cdot d\tau \right]; \\
 \tilde{a}_\nu \cdot y(t) &= a_\nu \cdot \left[ y(t) - \int_0^t R(t, \tau) \cdot y(\tau) \cdot d\tau \right]; \\
 \tilde{E} \cdot y(t) &= E \cdot \left[ y(t) - \int_0^t R(t, \tau) \cdot y(\tau) \cdot d\tau \right]; \\
 \frac{1}{\tilde{G}} \cdot y(t) &= \frac{1}{G} \cdot \left[ y(t) + \int_0^t K(t, \tau) \cdot y(\tau) \cdot d\tau \right]; \\
 \frac{1}{\tilde{\lambda}} \cdot y(t) &= \frac{1}{\lambda} \cdot \left[ y(t) + \int_0^t K(t, \tau) \cdot y(\tau) \cdot d\tau \right];
 \end{aligned} \right\} \quad (3.2)$$

$$\left. \begin{aligned} \frac{1}{\tilde{a}_v} \cdot y(t) &= \frac{1}{a_v} \cdot \left[ y(t) + \int_0^t K(t, \tau) \cdot y(\tau) \cdot d\tau \right]; \\ \frac{1}{\tilde{E}} \cdot y(t) &= \frac{1}{E} \cdot \left[ y(t) + \int_0^t K(t, \tau) \cdot y(\tau) \cdot d\tau \right]. \end{aligned} \right\} \quad (3.2)$$

Следствием условий (8) и (9) является выбор оператора  $\tilde{k}^\phi$  в виде

$$\left. \begin{aligned} \tilde{k}^\phi \cdot y(t) &= k^\phi \cdot \frac{\partial}{\partial t} \left\{ \chi(t) + \int_0^t \chi(\tau) \cdot K(t, \tau) \cdot d\tau \right\}; \\ \chi(t) &= \int_0^t y(\tau) \cdot d\tau. \end{aligned} \right\} \quad (3.3)$$

Дальнейшие исследования выполнялись в такой последовательности.

1. Задавались параметры модели основания.
2. Для специально подобранных видов зависимостей "нагрузка - время" в рамках данной модели решалась соответствующая задача.
3. С использованием полученных таким образом данных строились зависимости «осадка- время» и "осадка - нагрузка".
4. Эти зависимости проверялись на предмет качественного соответствия выдвинутых к модели основания требованиям.

Иными словами, выполнялся численный эксперимент. Условия проведения эксперимента представлены в таблице 3.1 и на рисунках 3.1...3.3.

Расчетная схема основания представлена на рисунке 2.3.2.

Во всех рассмотренных случаях начальное и граничные условия были приняты в виде:

$$\left. \begin{array}{l} P(0,t) = 0; \\ P(H,t) = 0; \\ P(z,0) = 0. \end{array} \right\}, \quad (3.4)$$

где  $P$  - поровое давление;  $H$  - толщина слоя;  $t$  - время.

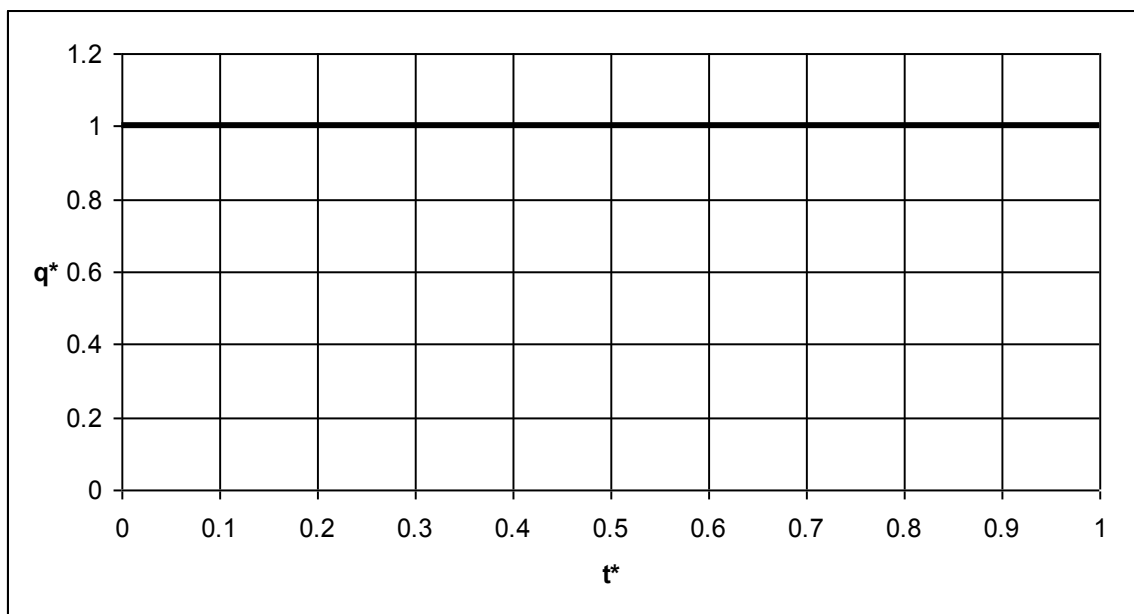


Рис. 3.1. Зависимость "нагрузка-время" при  $q = const$ . Вариант № 1

Для анализа полученных нами зависимостей порового давления и осадки основания от времени, а также осадки основания от нагрузки для удобства анализа были пронормированы (т.е. приведены к безразмерной форме записи).

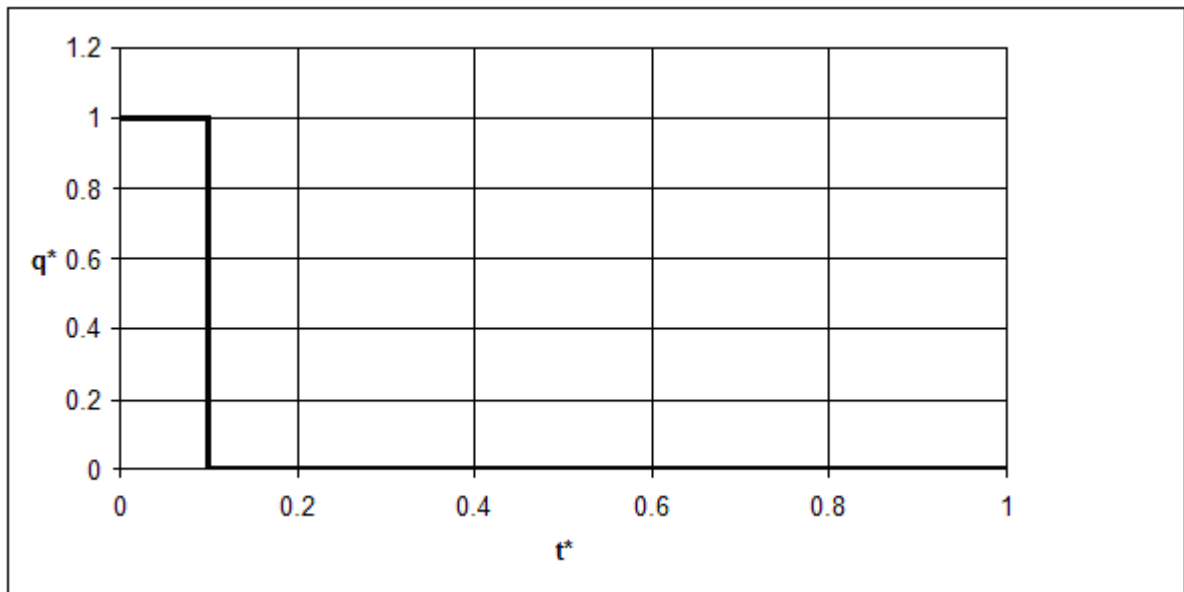


Рис. 3.2. Зависимость "нагрузка-время" при ступенчато - возрастающей нагрузке и полной разгрузке основания. Вариант № 2.

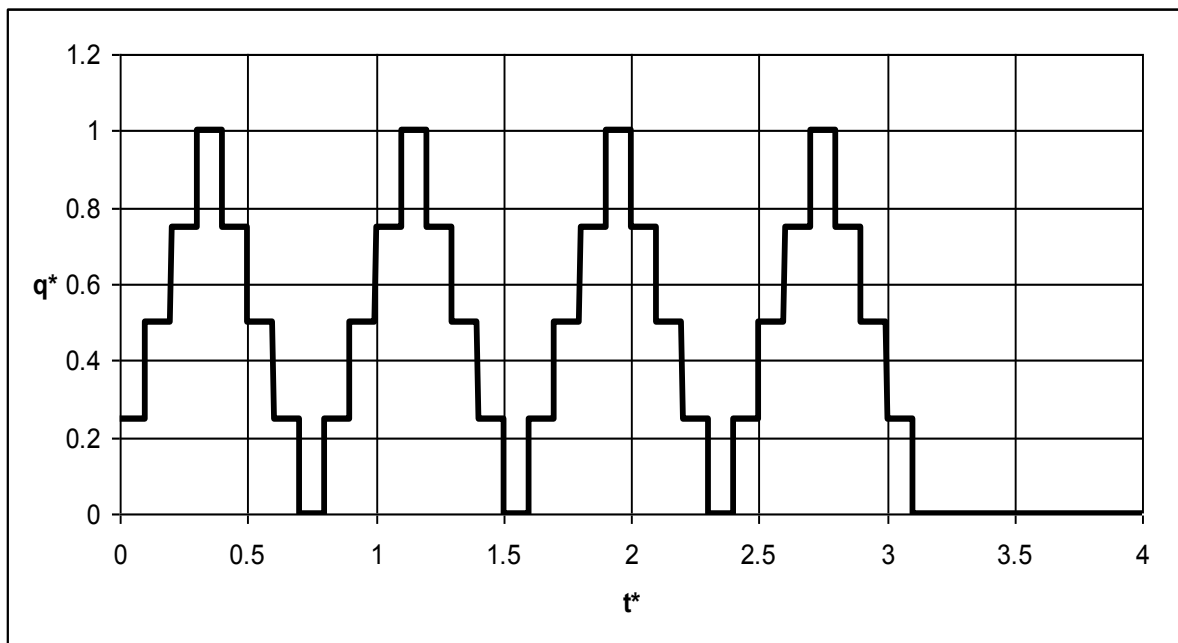


Рис. 3.3. Зависимость "нагрузка-время" при ступенчатой циклической нагрузке и полной разгрузке основания. Вариант № 3.

Таблица 3.1.

## Условия проведения численного эксперимента

№ пп.	НАИМЕНОВАНИЕ МАТЕРИАЛЬНОЙ КОНСТАНТЫ ИЛИ МАТЕРИАЛЬНОГО ОПЕРАТОРА МОДЕЛИ ОСНОВАНИЯ	НАИМЕНОВАНИЕ МОДЕЛИ ОСНОВАНИЯ			
		Упругое водо- и неводонасыщенное	Упруговязкое водо- и неводонасыщенное	Вязкопластичное водо- и неводонасыщенное	Упруговязкопластичное водо- и неводонасыщенное
1	Упругие константы Ламе $\lambda$ и $G$ (или $E$ и $\nu$ )	+	+	+	+
2	Коэффициент фильтрации в операторной форме $\tilde{k}\phi \neq const$	-	+	+	+
3	Ядро ползучести разностного типа $K(t-\tau)$	-	+	-	+
4	Ядро ползучести неразностного типа $K(\tau)$	-	-	+	+
5	Комбинированное ядро ползучести $K(t, \tau) = K(t-\tau) + K(\tau)$	-	-	-	+
6	Коэффициент порового давления $\beta = 1$	+	+	+	+

Примечания.



1. В таблице 3.1 приняты такие обозначения:

(+) - наличие в модели материальной константы или оператора;

(-) - отсутствие в модели материальной константы или оператора.

2. В ячейках таблицы знаки вверху соответствуют модели неводонасыщенного, а внизу - водонасыщенного основания.

Для этой цели были использованы формулы вида:

$$\left. \begin{aligned} P^* &= \frac{P(z,t)}{q_{\max}(t)}; \\ S^* &= -\frac{S(z,t)}{q_{\max}(t)} \cdot \frac{\lambda + 2 \cdot G}{H}; \\ z &= \frac{H}{2}; \\ t^* &= \frac{i^2 \cdot \pi^2}{H^2} \cdot c_k \cdot t; \\ \tau^* &= \frac{i^2 \cdot \pi^2}{H^2} \cdot c_k \cdot \tau; \end{aligned} \right\} \quad (3.5)$$

Здесь  $q_{\max}(t)$  - максимальное значение внешней нагрузки на рассматриваемом интервале времени.

Кроме того, для удобства изложения материала исследований и упрощения анализа представленных на рисунках 3.1.1...3.1.11, 3.2.1...3.2.8, 3.3.1...3.3.8 и 3.4.1...3.4.8 диаграмм вместо терминов "безразмерное поровое давление", " безразмерное время", и " безразмерная осадка" использовались термины "поровое давление", "время" и " осадка".

Детально методика, условия проведения и результаты численного эксперимента представлены в разделах 3.1...3.4 настоящей главы. Обсуждение результатов исследований представлено в разделе 3.5.

### 3.1. МОДЕЛЬ УПРУГОГО ВОДОНАСЫЩЕННОГО ОСНОВАНИЯ

Расчетная схема основания представлена на рисунке 2.3.2.

Поскольку при компрессии деформации сдвига и перемещения в горизонтальном направлении тождественно равны нулю из систем уравнений (2.1.33) и (2.1.38) при  $\rho = 0$  имеем:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial W}{\partial z} &= -\frac{q(t)}{(\lambda + 2 \cdot G)} + \frac{1}{(\lambda + 2 \cdot G)} \cdot P; \\ c_k \cdot \frac{\partial^2 P}{\partial z^2} - \frac{\partial P}{\partial t} + \frac{d q(t)}{d t} &= 0. \end{aligned} \right\}, \quad (3.1.1)$$

где  $W$  - перемещение в направлении оси  $0z$  в момент времени  $t$ ;  $c_k$  - коэффициент консолидации при компрессии.

Решение (3.1.1) при учете начальных и граничных условий (3.4) имеет вид:

$$K_i(t - \tau) = \exp \left[ -\frac{i^2 \cdot \pi^2}{H^2} \cdot c_k \cdot (t - \tau) \right]; \quad (3.1.2)$$

$$P(z,t) = \sum_{i=1,3,5\dots}^{\infty} \frac{4}{i \cdot \pi} \cdot \sin\left(\frac{i \cdot \pi \cdot z}{H}\right) \cdot \left\{ \begin{array}{l} q(t) - \frac{i^2 \cdot \pi^2}{H^2} \cdot c_k \cdot \\ \int_0^t q(\tau) \cdot K_i(t-\tau) \cdot d\tau \end{array} \right\}. \quad (3.1.2)$$

Далее положим в (3.1.2)  $q(t) = q = const$  и перейдем к случаю постоянной во времени внешней нагрузки. Имеем:

$$P(z,t) = q \cdot \sum_{i=1,3,5\dots}^{\infty} \frac{4}{i \cdot \pi} \cdot \sin\left(\frac{i \cdot \pi \cdot z}{H}\right) \cdot \exp\left(-\frac{i^2 \cdot \pi^2}{H^2} \cdot c_k \cdot t\right). \quad (3.1.3)$$

Вертикальное перемещение при  $z = H$  (т.е. осадку дневной поверхности основания) найдем из первого уравнения (3.1.1). Имеем:

$$\begin{aligned} S(t) = W(z,t) \Big|_{z=H} &= -\frac{1}{\lambda + 2 \cdot G} \cdot \frac{H}{0} \left( q(t) - \frac{1}{\beta} \cdot P \right) \cdot dz = \\ &= -8 \cdot \frac{H}{\lambda + 2 \cdot G} \cdot \frac{c_k}{H^2} \cdot \sum_{i=1,3,5\dots}^{\infty} \int_0^t q(\tau) \cdot \exp\left[-\frac{i^2 \cdot \pi^2}{H^2} \cdot c_k \cdot (t-\tau)\right] \cdot d\tau. \end{aligned} \quad (3.1.4)$$

Далее положим в (3.1.4)  $q(t) = q = const$  и перейдем к случаю постоянной во времени нагрузки. Имеем:

$$S(t) = -\frac{8}{\pi^2} \cdot \frac{H \cdot q}{\lambda + 2 \cdot G} \cdot \sum_{i=1,3,5\dots}^{\infty} \frac{1}{i^2} \left\{ 1 - \exp\left[-\frac{i^2 \cdot \pi^2}{H^2} \cdot c_k \cdot t\right] \right\}. \quad (3.1.5)$$

Перейдя в (3.1.4) к пределу  $c_k \rightarrow \infty$  (это адекватно утверждению о

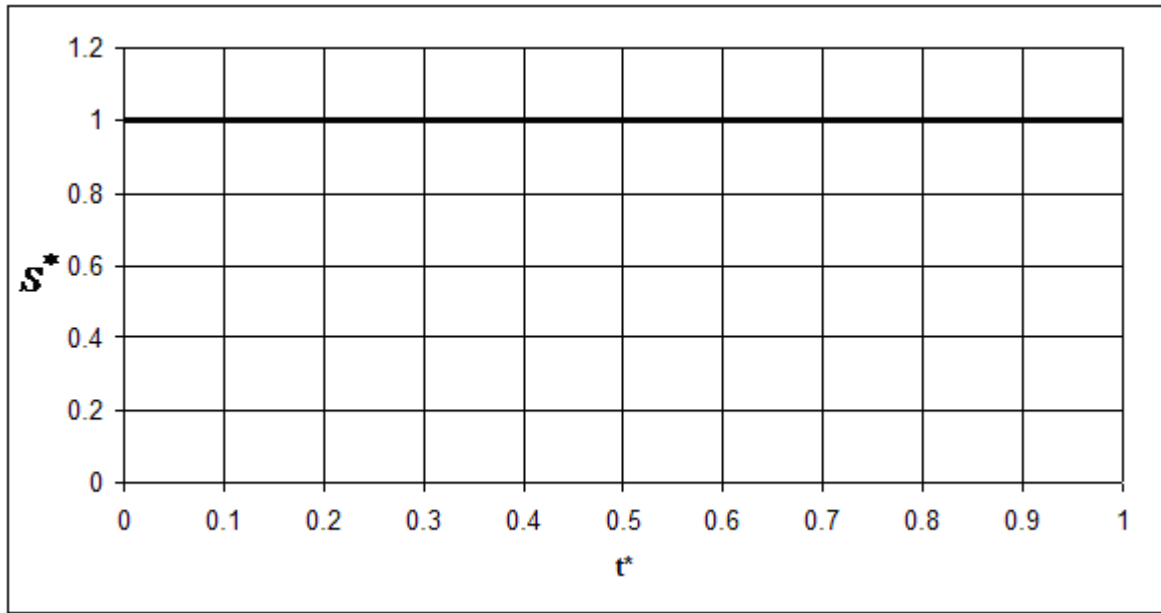


Рис. 3.1.1. Неводонасыщенное основание. Зависимость "осадка-время" при  $q = const$ . Вариант нагрузки № 1

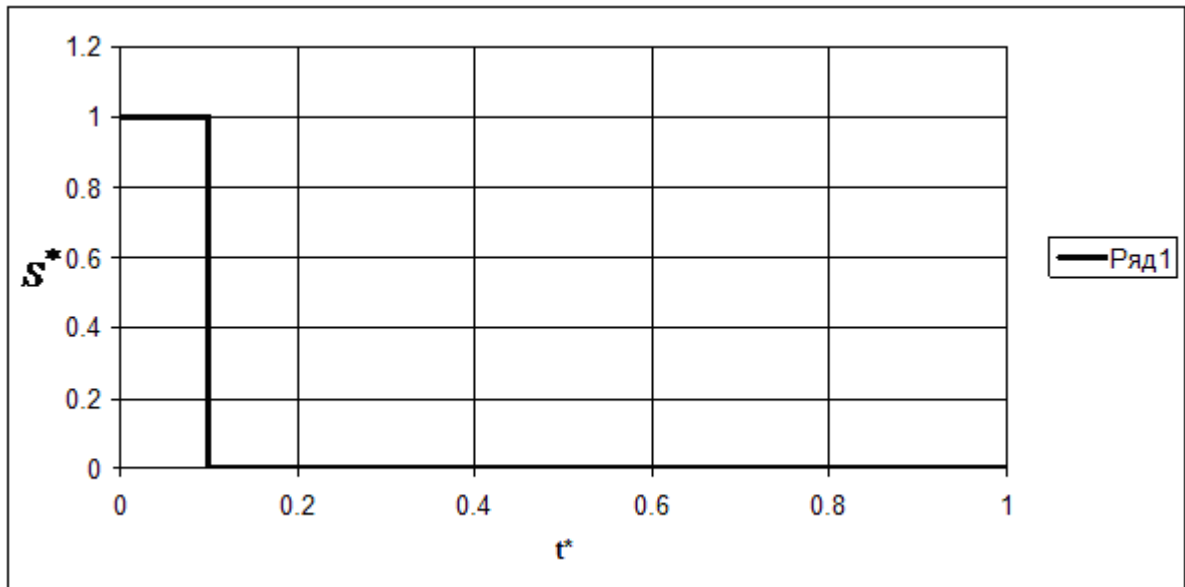


Рис. 3.1.2. Неводонасыщенное основание. Зависимость "осадка-время" при ступенчато - возрастающей нагрузке и полной разгрузке основания. Вариант нагрузки № 2

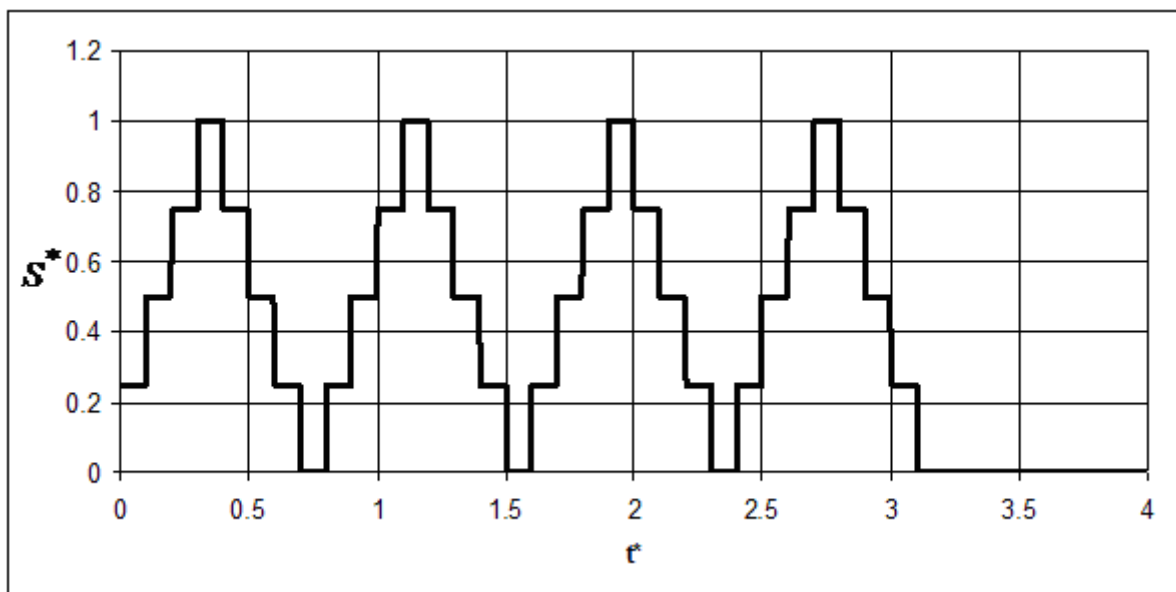


Рис. 3.1.3. Неводонасыщенное основание. Зависимость "осадка-время" при ступенчатой циклической нагрузке и полной разгрузке основания. Вариант нагрузки № 3

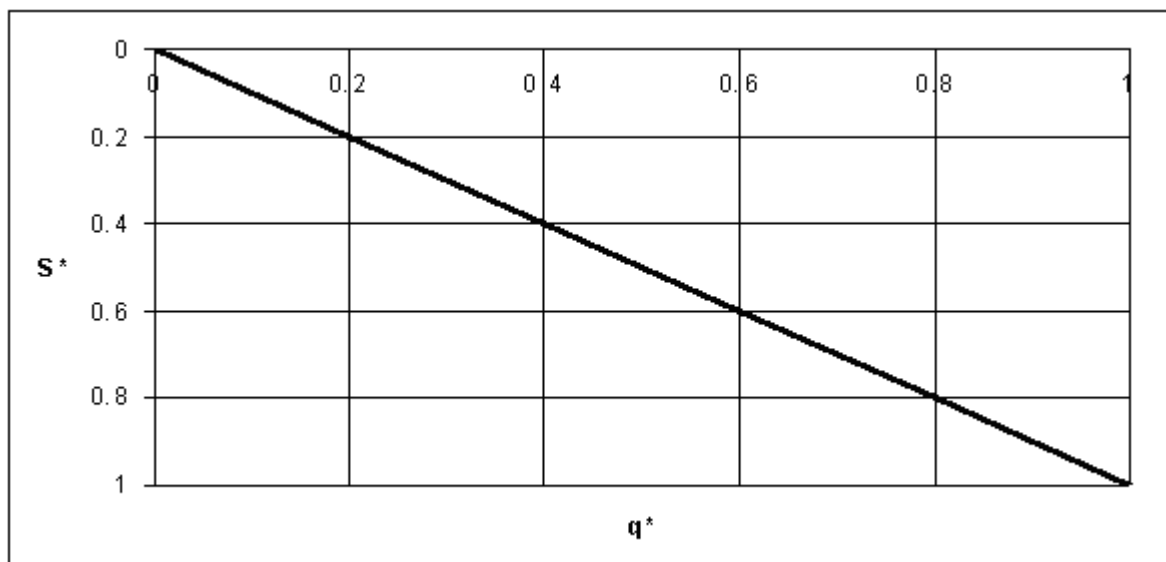


Рис. 3.1.4. Неводонасыщенное основание. Зависимость «нагрузка- осадка». Вариант нагрузки № 3

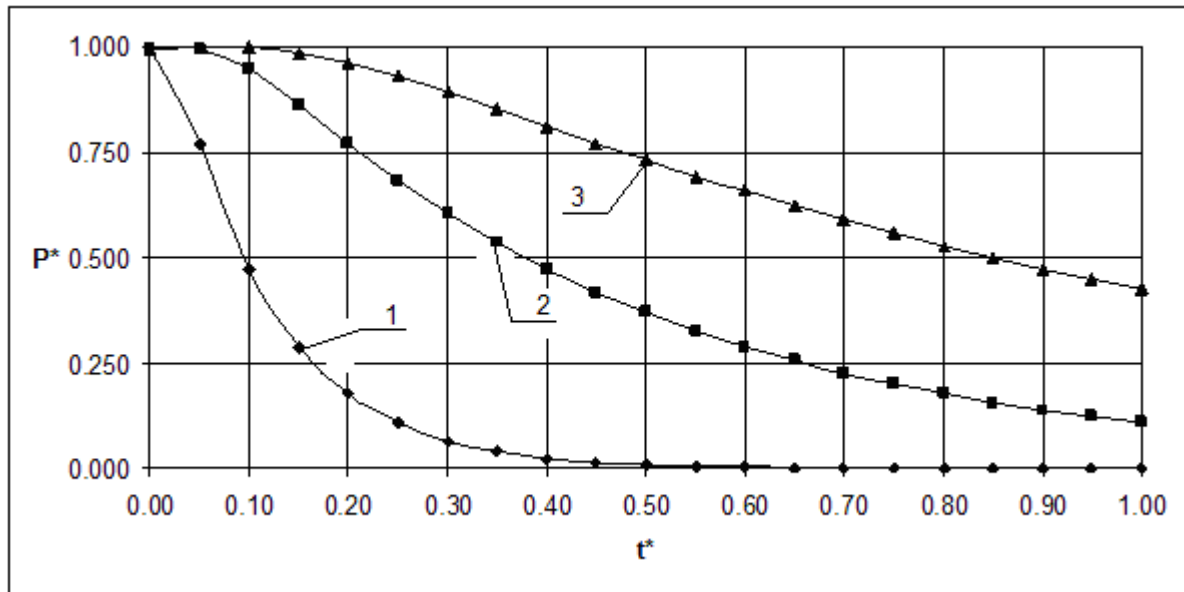


Рис. 3.1.5. Водонасыщенное основание. Зависимости "пороевое давление - время" при различных толщинах грунтового слоя. 1 - толщина грунтового слоя равна  $H$  ; 2 - то же,  $2 \cdot H$  ; 3 - то же,  $3 \cdot H$  . ". Вариант нагрузки № 1

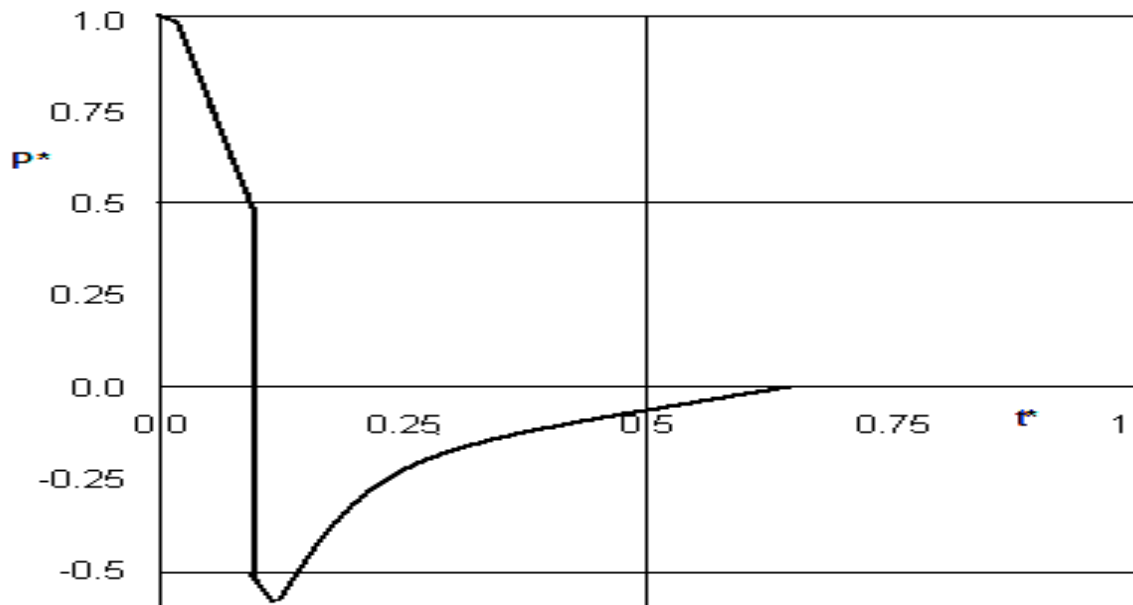


Рис. 3.1.6. Водонасыщенное основание. Зависимость "пороевое давление - время". Вариант нагрузки № 2

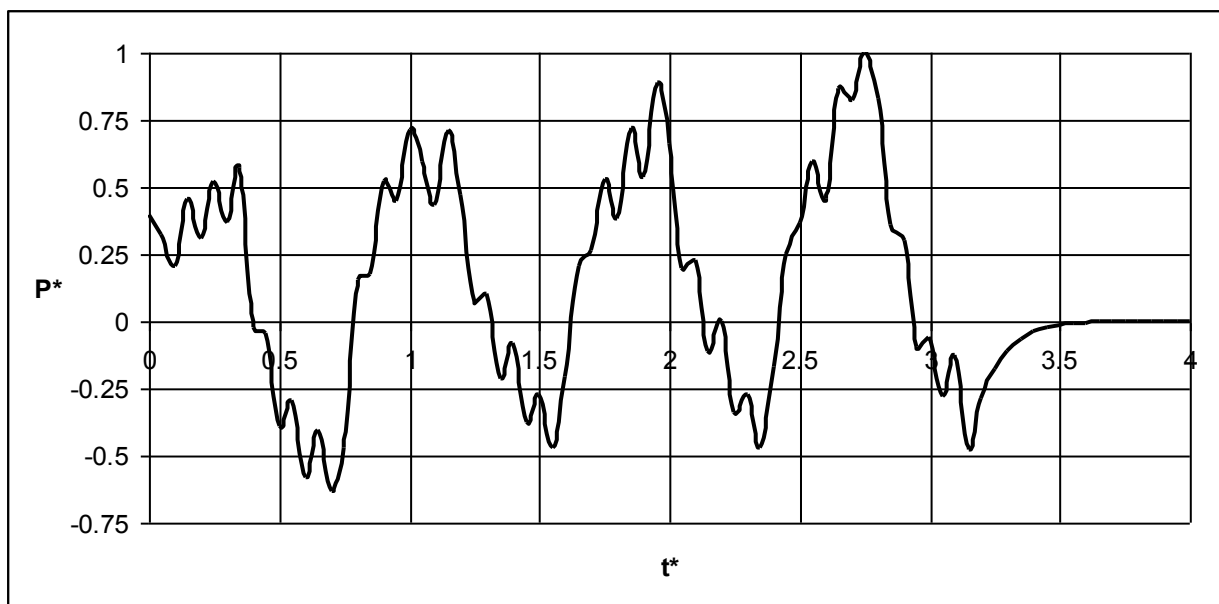


Рис. 3.1.7. Водонасыщенное основание. Зависимость "пороевое давление - время". Вариант нагрузки № 3

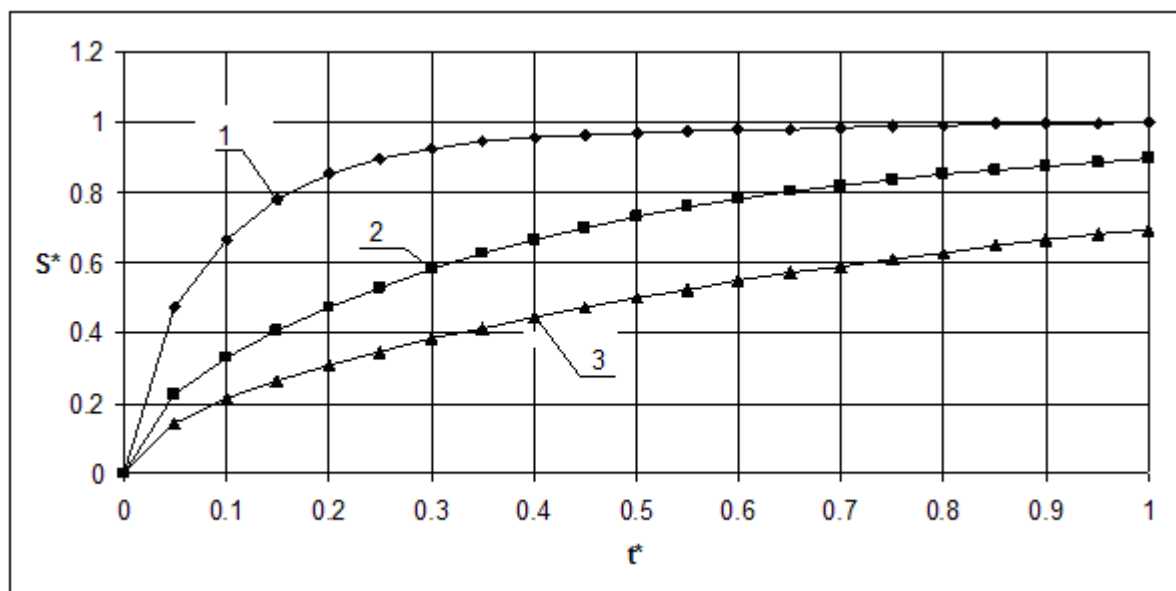


Рис. 3.1.8. Водонасыщенное основание. Зависимости «осадка- время» при различных толщинах грунтового слоя. 1 - толщина грунтового слоя равна  $H$  ; 2 - то же,  $2 \cdot H$  ; 3 - то же,  $3 \cdot H$  . ". Вариант нагрузки № 1

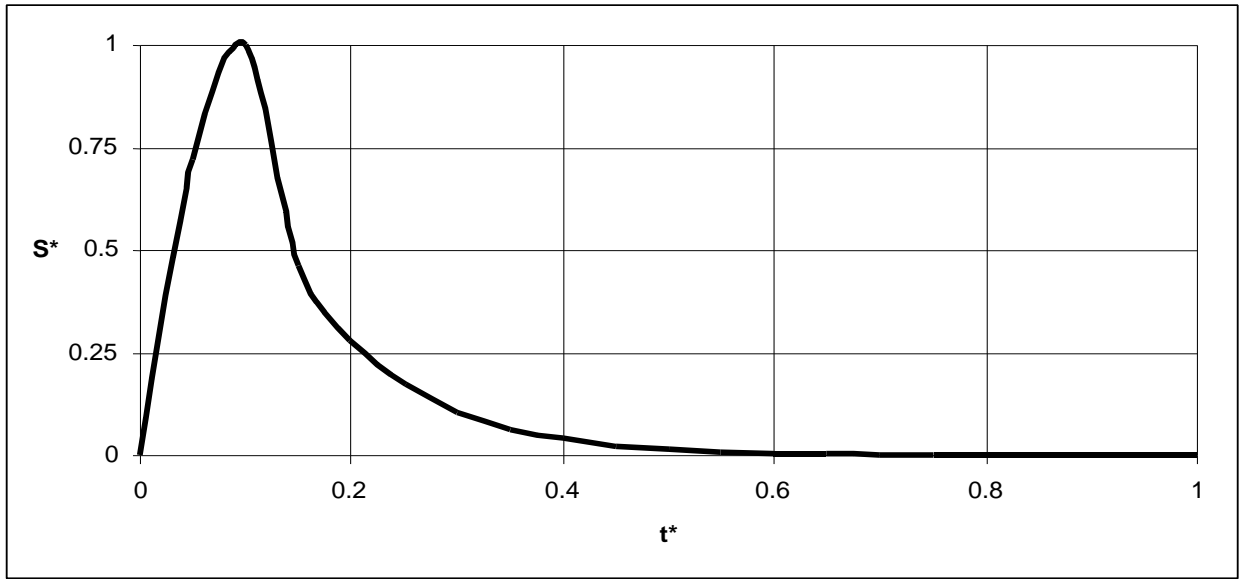


Рис. 3.1.9. Водонасыщенное основание. Зависимость «осадка- время».  
 Вариант нагрузки № 2

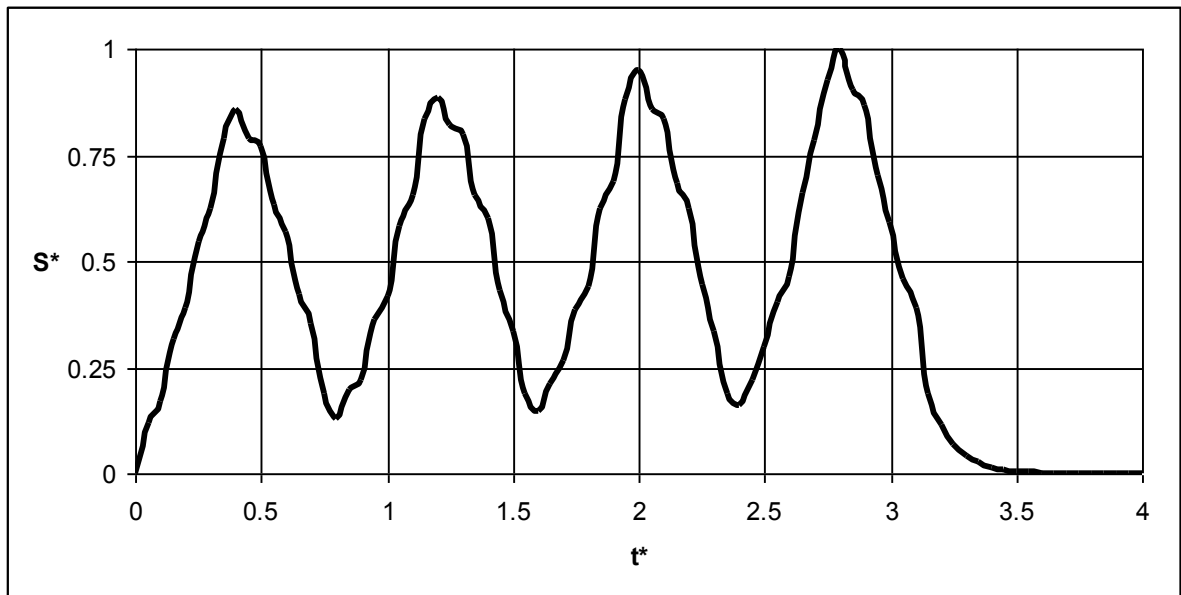


Рис. 3.1.10. Водонасыщенное основание. Зависимость «осадка- время».  
 Вариант нагрузки № 3



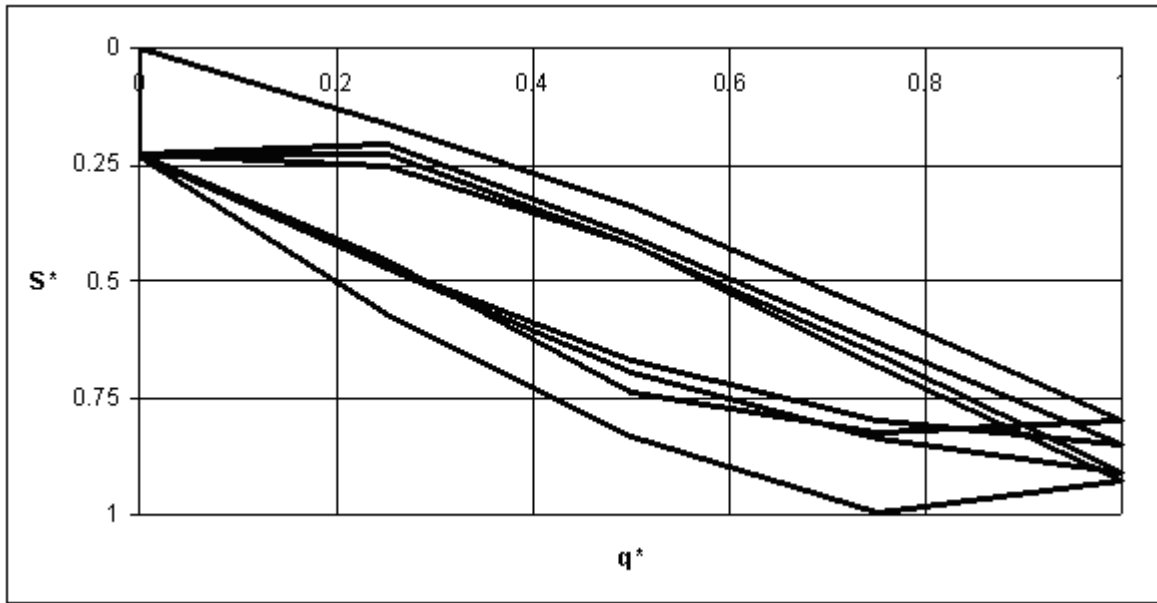


Рис. 3.1.11. Водонасыщенное основание. Зависимость «нагрузка- осадка».

Вариант нагрузки № 3

том, что процесс фильтрационной консолидации завершился мгновенно) мы получим решение задачи об уплотнении неводонасыщенного невесомого основания:

$$s(t) = -\frac{H \cdot q(t)}{\lambda + 2 \cdot G}. \quad (3.1.6)$$

Полученные нами в рамках модели невесомого упругого неводонасыщенного основания зависимости «осадка- время» представлены на рисунках 3.1.1...3.1.3. Их анализ позволил нам сделать вывод о том, что они полностью повторяют конфигурацию соответствующих им зависимостей "нагрузка - время". Иными словами, при изменении нагрузки деформирование основания происходит мгновенно.

Полученные в рамках модели невесомого упругого водонасыщенного основания зависимости "поровое давление - время" и «осадка- время» представлены на рисунках 3.1.4...3.1.11. Их анализ позволил нам сделать такие выводы.

1. При постоянной во времени внешней нагрузке зависимости "поровое давление - время" и «осадка- время» имеют вид убывающей функции.

2. После полной разгрузки основания имеет место полное рассеивание порового давления (т.е. оно убывает до нуля). При этом сразу после быстрого убывания нагрузки до нуля поровое давление меняет свой знак на противоположный.

3. Чем больше толщина грунтового слоя, тем дольше в нем протекает процесс фильтрационной консолидации (т.е. тем большее время рассеивается поровое давление и позднее наступает стабилизация осадки основания).

4. Постепенное возрастание нагрузки на основание позволяет существенно уменьшить величину порового давления в грунтовой толще.

5. Деформации упругого водо- и неводонасыщенного основания полностью обратимы.

В целом был сделан вывод о том, что модели упругого водо- и неводонасыщенного оснований имеется возможность удовлетворить условиям 1, 4...7 пунктов выдвинутых нами требований к расчетной модели основания (см. начало раздела 2).

### 3.2. МОДЕЛЬ УПРУГОВЯЗКОГО ВОДОНАСЫЩЕННОГО ОСНОВАНИЯ

Расчетная схема основания представлена на рисунке 2.3.2.

Поскольку при компрессии деформации сдвига и перемещения в горизонтальном направлении тождественно равны нулю, из систем уравнений (2.2.7) и (2.2.16) имеем:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial W}{\partial z} &= -\frac{q(t)}{(\tilde{\lambda} + 2 \cdot \tilde{G})} + \frac{1}{(\tilde{\lambda} + 2 \cdot \tilde{G})} \cdot P; \\ c_k \cdot \frac{\partial^2 P}{\partial z^2} - \frac{\partial P}{\partial t} + \frac{d q(t)}{d t} &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (3.2.1)$$

Далее учтем, что в рамках модели упруговязкого основания процессы ползучести и релаксации описываются ядрами ползучести и их резольвентами разностного типа. Для определенности примем

$$\left. \begin{aligned} K(t - \tau) &= \delta \cdot \exp[-\delta_1 \cdot (t - \tau)]; \\ R(t - \tau) &= \delta \cdot \exp[-(\delta + \delta_1) \cdot (t - \tau)]. \end{aligned} \right\} \quad (3.2.2)$$

Здесь  $K(t - \tau)$  - ядро ползучести основания;  $R(t - \tau)$  - его резольвента;  $\delta$  и  $\delta_1$  - параметры ползучести экспоненциального ядра ползучести основания и его резольвенты.

Решение второго уравнения (3.2.1) имеет вид (3.1.2) при переменной нагрузке и (3.1.3) - при постоянной. При этом осадка основания (см. первое уравнение (3.2.1)) равна:

$$S(t) = W(z, t) \Big|_{z=H} = -\frac{1}{\tilde{\lambda} + 2 \cdot \tilde{G}} \cdot \frac{H}{0} \int_0^H (q(t) - P) \cdot dz. \quad (3.2.3)$$

Далее обозначим

$$S^\phi(t) = \frac{1}{\lambda + 2 \cdot G} \cdot \frac{H}{0} \int_0^H [P(z, t) - q(t)] \cdot dz, \quad (3.2.4)$$

где  $S^\phi(t)$  - обусловленная фильтрационной консолидацией осадка основания, которую следует определять с использованием формулы (3.1.4).

С учетом (3.2.4) равенство (3.2.3) примет вид:

$$S(t) = S^\phi(t) + \int_0^t S^\phi(\tau) \cdot K(t - \tau) \cdot d\tau. \quad (3.2.5)$$

Далее подставим (3.1.4) в формулу (3.2.5). Для переменной во времени нагрузки  $q(t)$  имеем:

$$S(t) = -\frac{8}{\lambda + 2 \cdot G} \cdot \frac{c_k}{H} \cdot \left\{ \begin{aligned} & \int_0^t q(\tau) \cdot \exp \left[ -\frac{i^2 \cdot \pi^2}{H^2} \cdot c_k \cdot (t - \tau) \right] \cdot d\tau + \\ & \sum_{i=1,3,5,\dots}^{\infty} \left\{ \int_0^t K(t - \tau) \cdot \left\langle \int_0^\tau q(\xi) \cdot \exp \left[ -\frac{i^2 \cdot \pi^2}{H^2} \cdot c_k \cdot (\tau - \xi) \right] \cdot d\xi \right\rangle \cdot d\tau \right\} \end{aligned} \right\}. \quad (3.2.6)$$

С учетом (3.2.2) из (3.2.6) имеем:

$$C_0 = -\frac{8}{\lambda + 2 \cdot G} \cdot \frac{c_k}{H}; \quad (3.2.7)$$

$$N_i = \frac{i^2 \cdot \pi^2}{H^2} \cdot c_k;$$

$$S(t) = C_0 \cdot \sum_{i=1,3,5,\dots}^{\infty} \left\{ \int_0^t q(\tau) \cdot \exp\left[-\frac{i^2 \cdot \pi^2}{H^2} \cdot c_k \cdot (t - \tau)\right] \cdot d\tau + \delta \cdot \int_0^t \exp[-\delta_I \cdot (t - \tau)] \cdot \left( \int_0^{\tau} q(\xi) \cdot \exp[-N_i \cdot (\tau - \xi)] \cdot d\xi \right) \cdot d\tau \right\} \quad (3.2.7)$$

Положив в (3.2.7)  $q(t) = q = const$  найдем:

$$\left. \begin{aligned} S(t) &= S^\phi(t) + \int_0^t S^\phi(t) \cdot K(t - \tau) \cdot d\tau; \\ S^\phi(t) &= \frac{8}{\pi^2} \cdot S^\phi(\infty) \cdot \sum_{i=1,3,5,\dots}^{\infty} \frac{1}{i^2} \left\{ 1 - \exp\left[-\frac{i^2 \cdot \pi^2}{H^2} \cdot c_k \cdot t\right] \right\}; \\ S^\phi_\infty &= -\frac{H \cdot q}{\lambda + 2 \cdot G}. \end{aligned} \right\} \quad (3.2.8)$$

При ядре ползучести (3.2.2) осадка основания равна:

$$S^\phi_\infty = -\frac{H \cdot q}{\lambda + 2 \cdot G} \quad (3.2.9)$$

$$s(t) = \frac{8}{\pi^2} \cdot S_{\infty} \phi \cdot \sum_{i=1,3,5\dots}^{\infty} \frac{1}{i^2} \left\{ \frac{\delta}{\delta_1} \cdot [1 - \exp(-\delta_1 \cdot t)] + \right. \\
\left. a_i \cdot \left[ \frac{\exp(-\delta_1 \cdot t) - \exp\left(-\frac{i^2 \cdot \pi^2}{H^2} \cdot c_k \cdot t\right)}{\exp\left(-\frac{i^2 \cdot \pi^2}{H^2} \cdot c_k \cdot t\right)} \right] \right\}; \\
a_i = \frac{H^2}{(i \cdot \pi)^2 \cdot c_k - H^2 \cdot \delta_1}; \quad (3.2.9)$$

Поскольку закономерности изменения порового давления во времени исследованы ранее (см. раздел 3.1), ниже представлены исследования закономерностей развития во времени осадки водо- и неводонасыщенного основания. Для этой цели были использованы формулы (3.2.6)...(3.2.9).

Для анализа полученных нами графических зависимостей осадки основания от времени при различных законах изменения внешней нагрузки была использована безразмерная форма записи (см. пояснения в начале раздела 3.1). Аналогичная форма записи была использована и при анализе зависимостей "осадка - нагрузка".

Их анализ позволил нам сделать такие выводы.

1. Модель упруговязкого неводонасыщенного основания позволяет учитывать:

- упругие деформации основания;

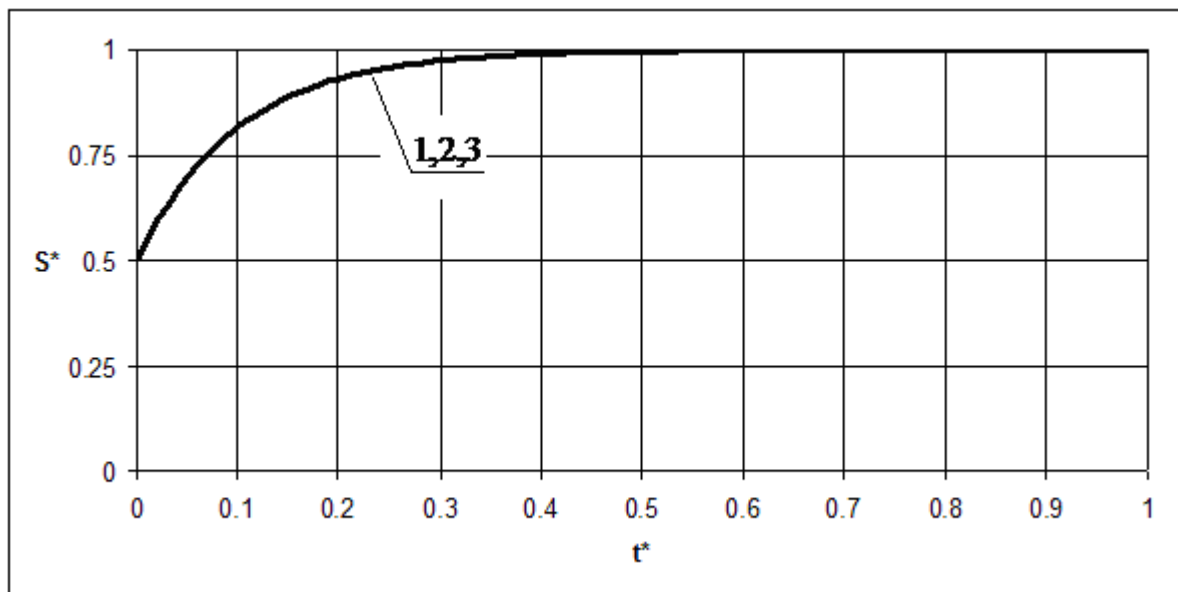


Рис. 3.2.1. Неводонасыщенное основание. Зависимости «осадка- время» при различных толщинах грунтового слоя. 1 - толщина грунтового слоя равна  $H$  ; 2 - то же,  $2 \cdot H$  ; 3 - то же,  $3 \cdot H$  .". Вариант нагрузки № 1. Кривые совпадают друг с другом

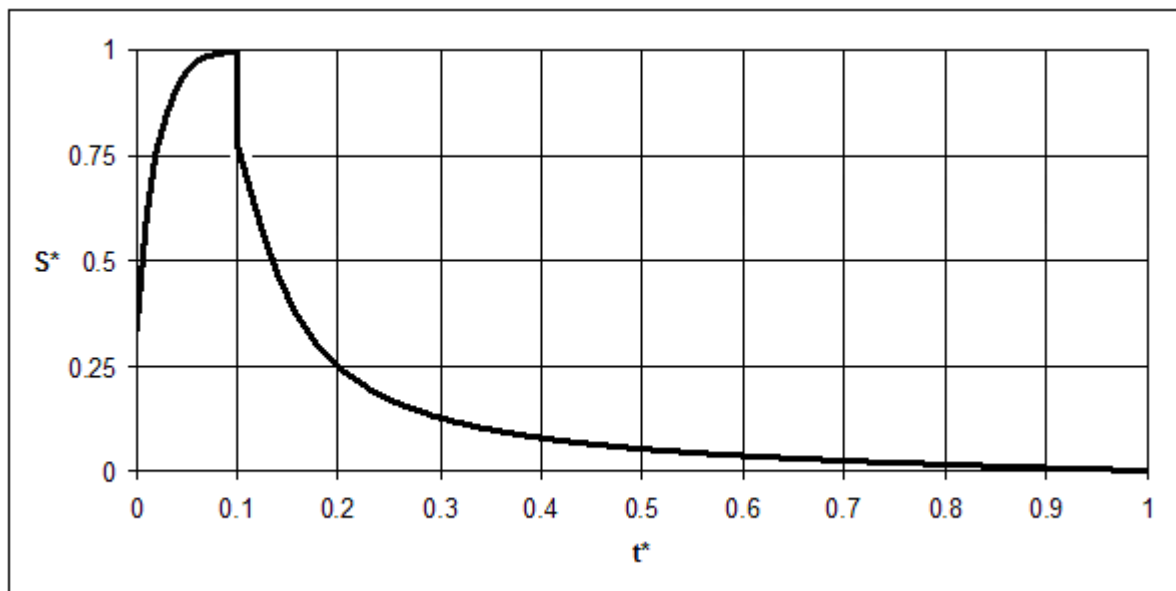


Рис. 3.2.2. Неводонасыщенное основание. Зависимость "осадка-время" при ступенчато - возрастающей нагрузке и полной разгрузке основания. Вариант нагрузки № 2

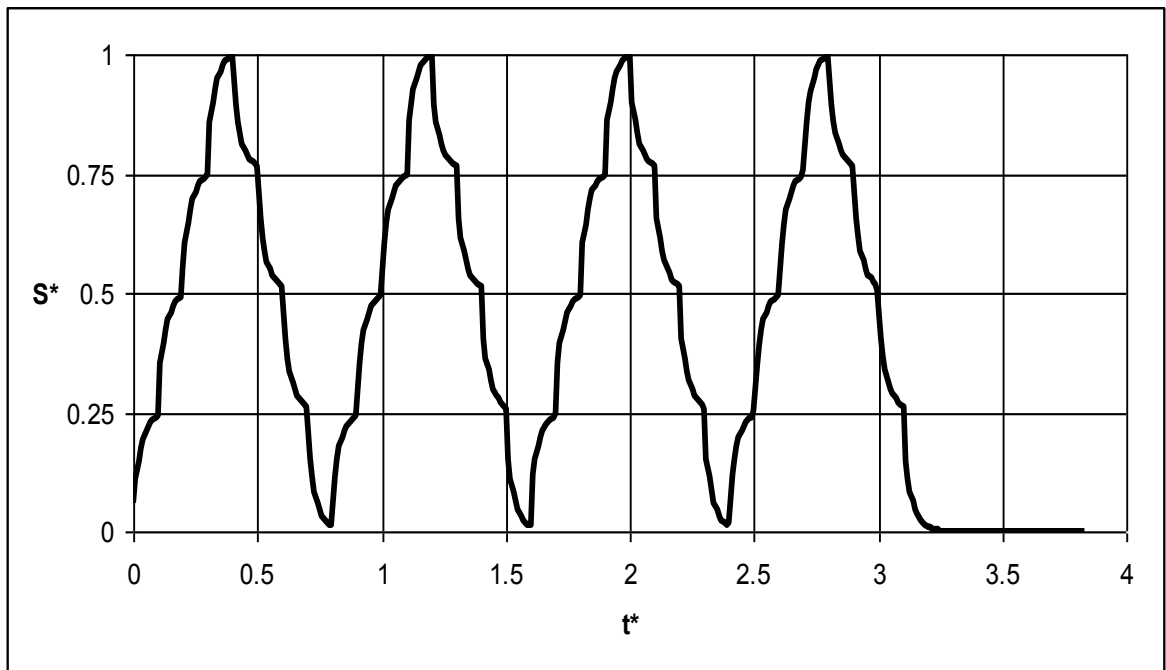


Рис. 3.2.3. Неводонасыщенное основание. Зависимость "осадка-время" при ступенчатой циклической нагрузке и полной разгрузке основания. Вариант нагрузки № 3

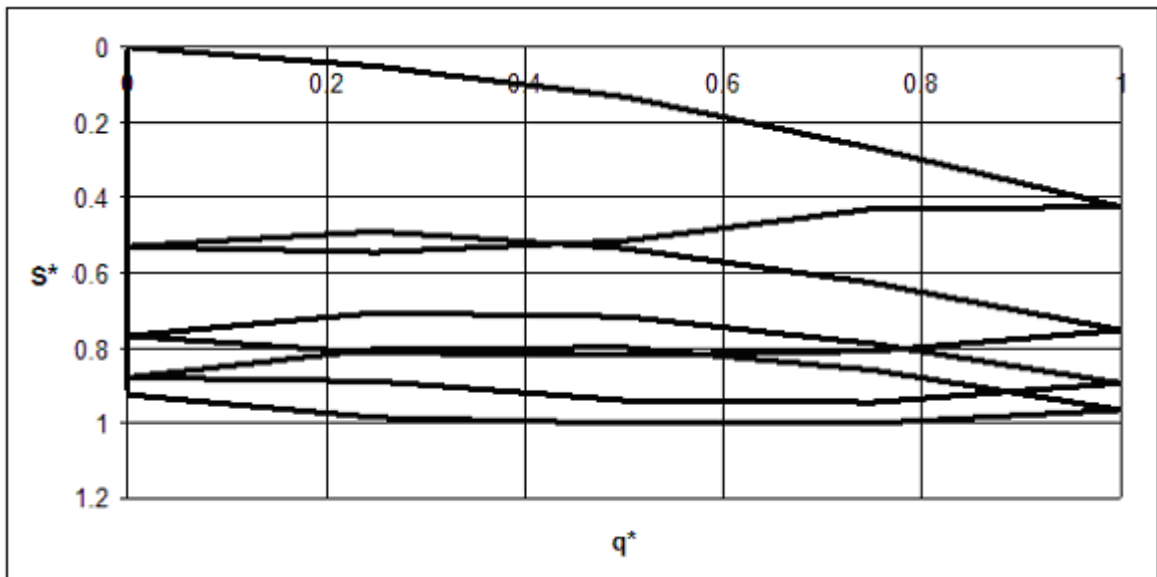


Рис. 3.2.4. Неводонасыщенное основание. Зависимость «нагрузка- осадка». Вариант нагрузки № 3



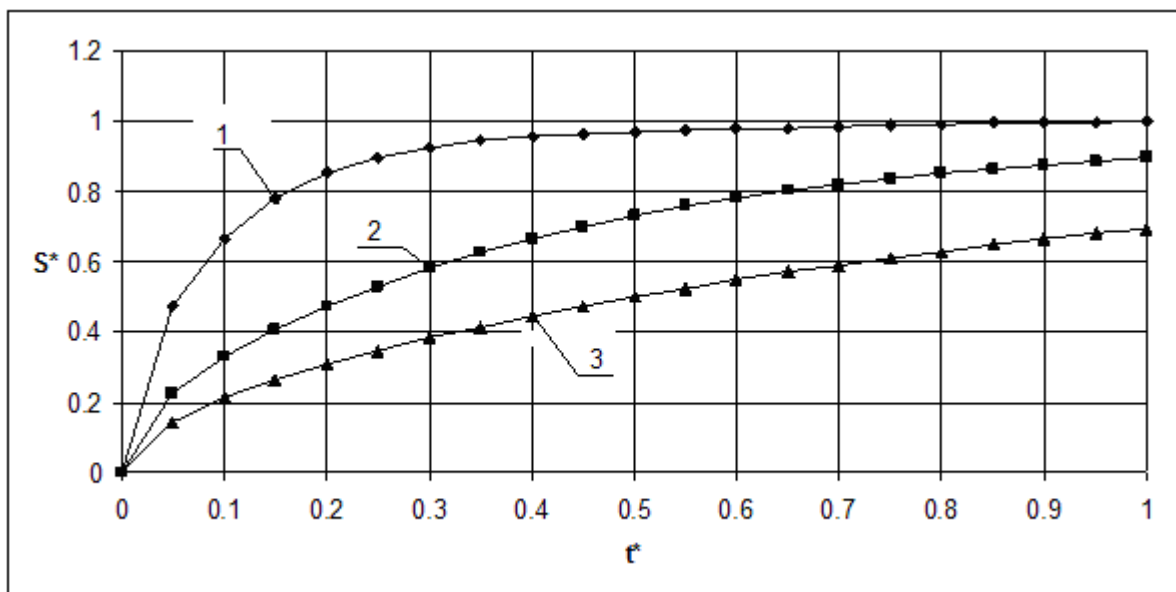


Рис. 3.2.5. Водонасыщенное основание. Зависимости «осадка- время» при различных толщинах грунтового слоя. 1 - толщина грунтового слоя равна  $H$  ; 2 - то же,  $2 \cdot H$  ; 3 - то же,  $3 \cdot H$  .". Вариант нагрузки № 1

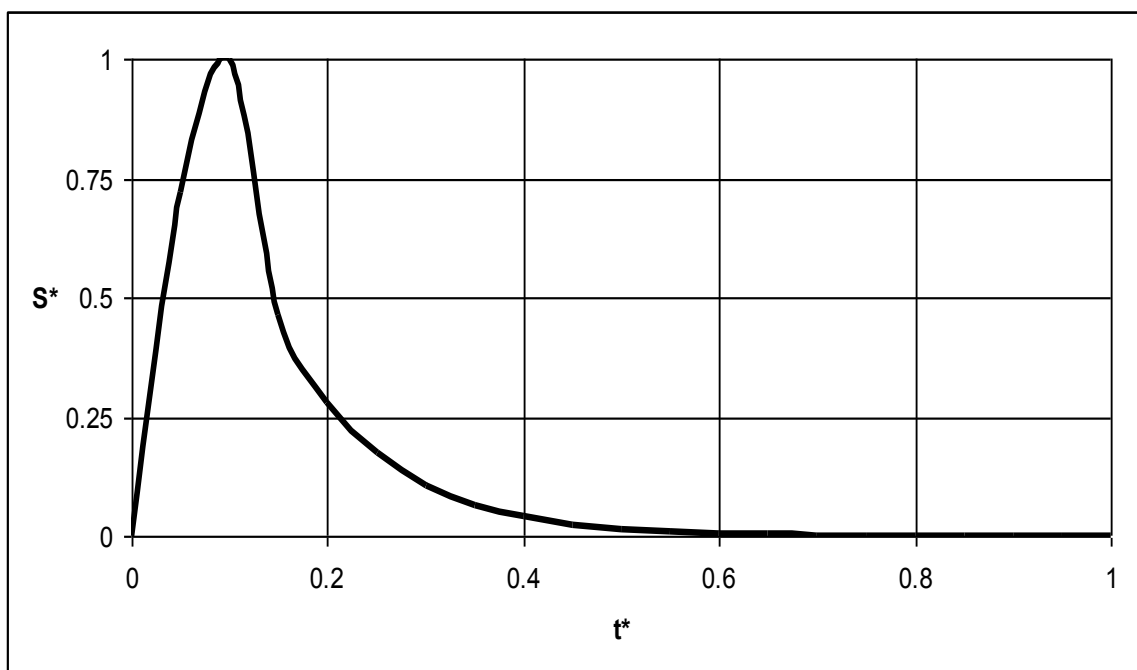


Рис. 3.2.6. Водонасыщенное основание. Зависимость «осадка- время». Вариант нагрузки № 2

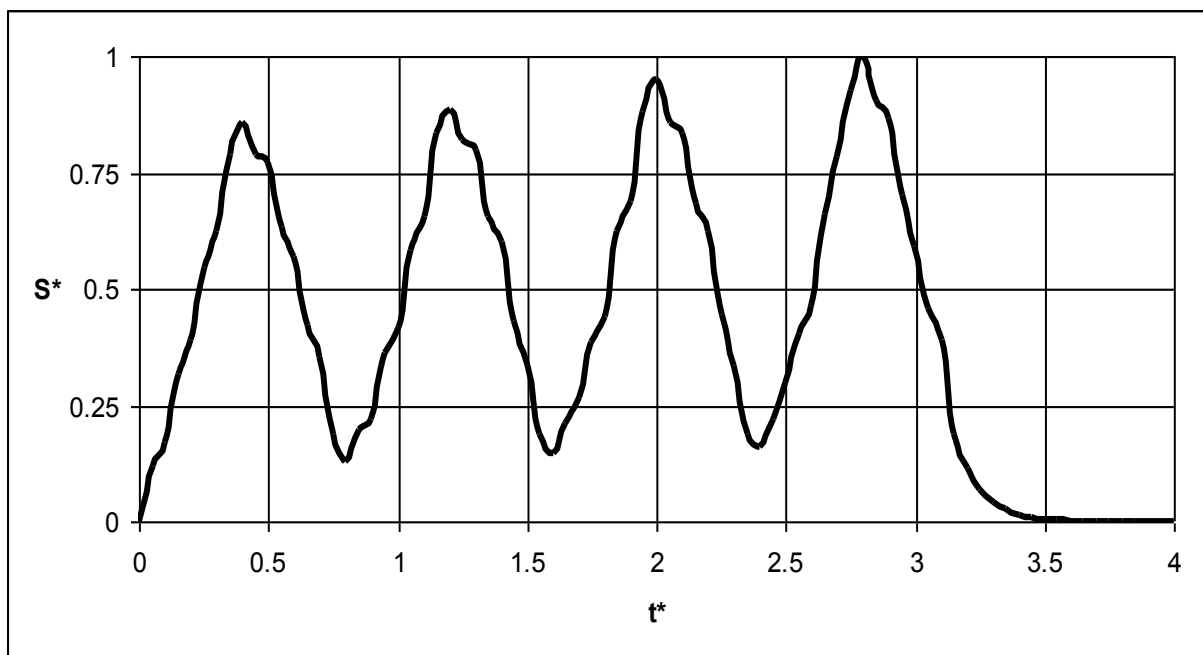


Рис. 3.2.7. Водонасыщенное основание. Зависимость «осадка- время».

Вариант нагрузки № 3

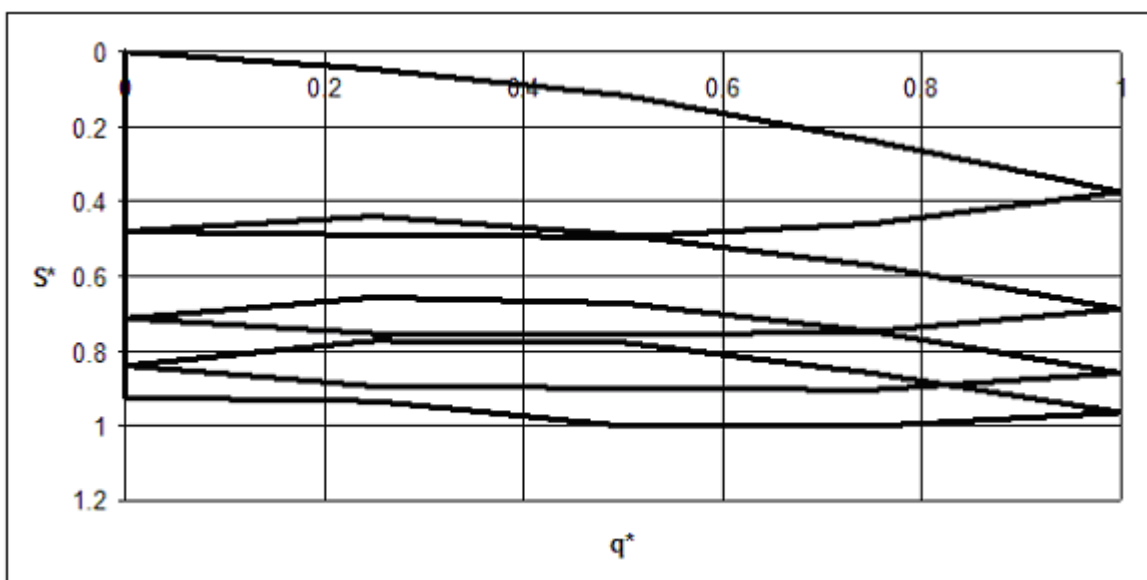


Рис. 3.2.8. Водонасыщенное основание. Зависимость «нагрузка- осадка».

Вариант нагрузки № 3

- явление последействия, в том числе явление ползучести и релаксацию грунтового основания;

- явление гистерезиса.

2. Качественные картины уплотнения водонасыщенных упругого и упруговязкого оснований практически совпадают. Отличие заключается в том, что в первом случае кривые «осадка- время» при постоянной нагрузке

$q(t) = const$  в системе координат " $S - \frac{c_k \cdot t}{H^2}$ " являются инвариантными, а во

втором - нет.

3. Основным отличием зависимостей уплотнения водо- и неводонасыщенного упруговязкого оснований является то, что в первом

случае скорость относительной осадки  $V = \frac{1}{H} \cdot \frac{\partial S}{\partial t}$  зависит от толщины

грунтового слоя  $H$ , а во втором - нет.

**4. Рассчитанные в рамках модели упруговязкого основания деформации не зависят от того, водонасыщенное основание или нет, полностью обратимы.** В этой связи данная модель плохо описывает свойства грунтовых оснований при их загрузке - разгрузке.

В целом сделан вывод о том, что при использовании модели упруговязкого водо- и неводонасыщенного оснований имеется возможность удовлетворить требования 1, 2, и 4,...,7 пунктов выдвинутых нами требований к расчетной модели основания (см. начало раздела 2).

**Поэтому модель упруговязкого водо- и неводонасыщенного оснований по сравнению с моделью упругого водо- и неводонасыщенного оснований является более общей.** Иными словами, она позволяет более полно, точно и надежно учитывать свойства реальных грунтовых оснований.

### 3.3. МОДЕЛЬ ВЯЗКОПЛАСТИЧНОГО ВОДОНАСЫЩЕННОГО ОСНОВАНИЯ

Примем расчетную схему основания, начальные и граничные условия такими же, как и в разделе 3.1.

Далее учтем, что в рамках модели вязкопластичного основания процессы ползучести и релаксации описываются ядрами ползучести и их резольвентами неразностного типа. Для определенности примем

$$K(\tau) = \delta \cdot \exp(-\delta_1 \cdot \tau). \quad (3.3.1)$$

Здесь  $K(\tau)$  - ядро ползучести основания;  $\delta$  и  $\delta_1$  - **параметры ползучести экспоненциального ядра ползучести основания.**

Для построения решения в рамках рассматриваемой модели основания достаточно в полученной ранее зависимости (3.2.5) разностное ядро ползучести  $K(t-\tau)$  заменить на неразностное ядро вида  $K(\tau)$ .  
Имеем:

$$\left. \begin{aligned} S(t) &= S^\phi(t) + \int_0^t S^\phi(\tau) \cdot K(\tau) \cdot d\tau; \\ S^\phi(t) &= \frac{1}{\lambda + 2 \cdot G} \cdot \frac{H}{0} \int_0^H [P(z, t) - q(t)] \cdot dz. \end{aligned} \right\}. \quad (3.3.2)$$

Для переменной во времени нагрузки  $q(t) \neq const$  из системы уравнений (3.3.2) с учетом (3.3.1) имеем:

$$S(t) = -\frac{8}{\lambda + 2 \cdot G} \cdot \frac{c_k}{H} \cdot \left\{ \begin{array}{l} \int_0^t q(\tau) \cdot \exp\left[-\frac{i^2 \cdot \pi^2}{H^2} \cdot c_k \cdot (t - \tau)\right] \cdot d\tau + \\ \sum_{i=1,3,5,\dots}^{\infty} \left\{ \int_0^t K(\tau) \cdot \left\langle \int_0^{\tau} q(\xi) \cdot \exp\left[-\frac{i^2 \cdot \pi^2}{H^2} \cdot c_k \cdot (\tau - \xi)\right] \cdot d\xi \right\rangle \cdot d\tau \right\} \end{array} \right\}. \quad (3.3.3)$$

С учетом (3.3.1) из (3.3.3) имеем:

$$S(t) = -\frac{8}{\lambda + 2 \cdot G} \cdot \frac{c_k}{H} \cdot \left\{ \begin{array}{l} \int_0^t q(\tau) \cdot \exp\left[-\frac{i^2 \cdot \pi^2}{H^2} \cdot c_k \cdot (t - \tau)\right] \cdot d\tau + \\ \sum_{i=1,3,5,\dots}^{\infty} \left\{ \delta \cdot \int_0^t \exp[-\delta_I \cdot (\tau)] \cdot \left\langle \int_0^{\tau} q(\xi) \cdot \exp\left[-\frac{i^2 \cdot \pi^2}{H^2} \cdot c_k \cdot (\tau - \xi)\right] \cdot d\xi \right\rangle \cdot d\tau \right\} \end{array} \right\}. \quad (3.3.4)$$

Положив в (3.3.3)  $q(t) = q = const$  найдем:

$$\left. \begin{array}{l} S(t) = S^\phi(t) + \int_0^t S^\phi(t) \cdot K(t - \tau) \cdot d\tau; \\ S^\phi(t) = \frac{8}{\pi^2} \cdot S^\phi(\infty) \cdot \sum_{i=1,3,5,\dots}^{\infty} \frac{1}{i^2} \left\{ 1 - \exp\left[-\frac{i^2 \cdot \pi^2}{H^2} \cdot c_k \cdot t\right] \right\}; \\ S_\infty^\phi = -\frac{H \cdot q}{\lambda + 2 \cdot G}. \end{array} \right\}. \quad (3.3.5)$$

При ядре ползучести (3.3.1) и  $q(t) = q = const$  осадка основания равна:

$$S(t) = \frac{8}{\pi^2} \cdot S_{\infty}^{\phi} \cdot \sum_{i=1,3,5...}^{\infty} \frac{1}{i^2} \left\{ \left[ 1 - \exp\left(-\frac{i^2 \cdot \pi^2}{H^2} \cdot c_k \cdot t\right) \right] + \frac{\delta}{\delta_1} \cdot [1 - \exp(-\delta_1 \cdot t)] + a_i \cdot \left[ \frac{\exp(-\delta_1 \cdot t) - \exp\left(-\left(\frac{i^2 \cdot \pi^2}{H^2} \cdot c_k + \delta_1\right) \cdot t\right)}{\exp\left(-\left(\frac{i^2 \cdot \pi^2}{H^2} \cdot c_k + \delta_1\right) \cdot t\right)} \right] \right\} \cdot \quad (3.3.6)$$

$$a_i = \frac{H^2}{(i \cdot \pi)^2 \cdot c_k - H^2 \cdot \delta_1};$$

$$S_{\infty}^{\phi} = -\frac{H \cdot q}{\lambda + 2 \cdot G}.$$

Поскольку закономерности изменения порового давления во времени исследованы ранее (см. раздел 3.1), ниже представлены исследования закономерностей развития во времени осадки водо- и неводонасыщенного основания. Для этой цели были использованы формулы (3.3.2)...(3.3.6).

При этом при построении диаграмм с использованием формул (3.5) была выполнена нормировка полученных нами теоретических решений (рис. 3.3.1...3.3.8).

Анализ представленных на рисунках зависимостей позволил нам сделать такие выводы.

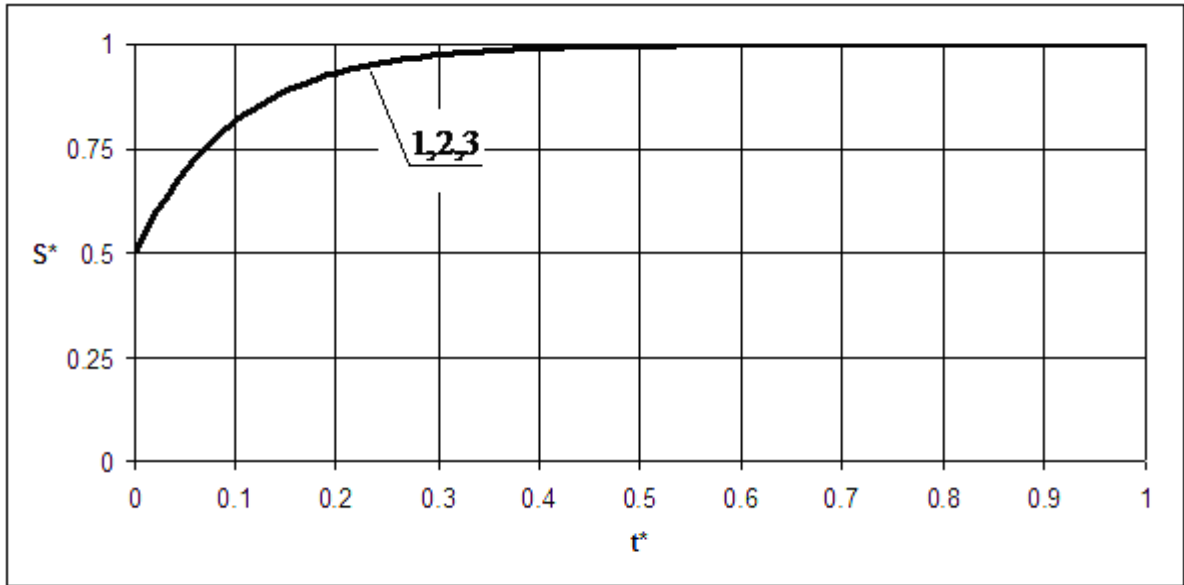


Рис. 3.3.1. Неводонасыщенное основание. Зависимости "осадка- время" при различных толщинах грунтового слоя. 1 - толщина грунтового слоя равна  $H$  ; 2 - то же,  $2 \cdot H$  ; 3 - то же,  $3 \cdot H$  .". Вариант нагрузки № 1. Кривые совпадают друг с другом

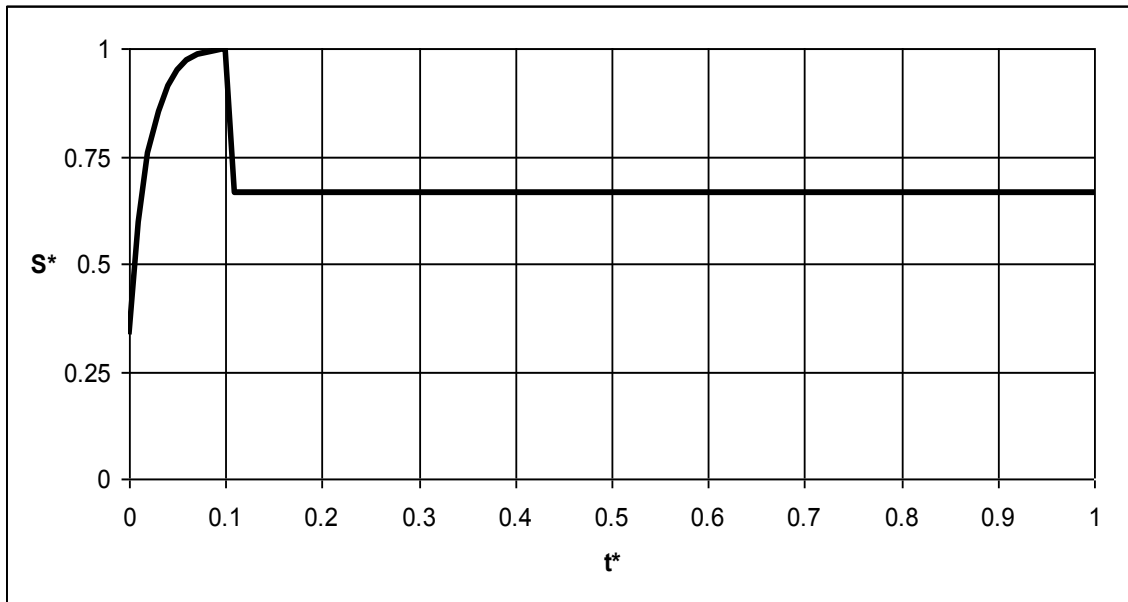


Рис. 3.3.2. Неводонасыщенное основание. Зависимость "осадка- время".  
Вариант нагрузки № 2

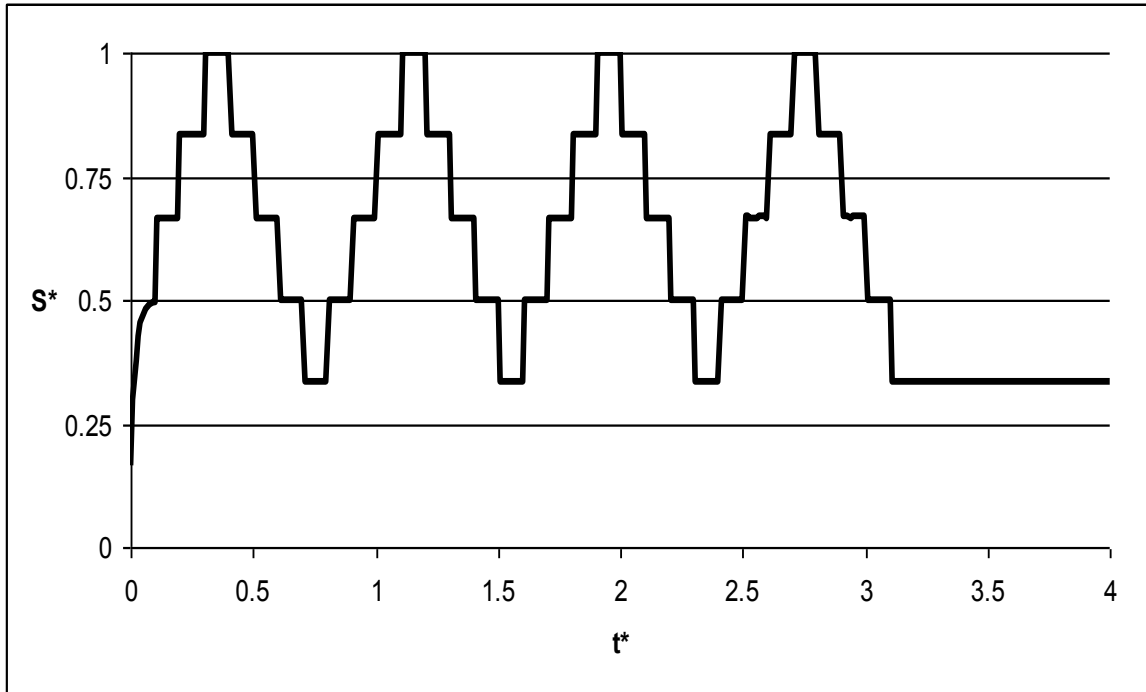


Рис. 3.3.3. Неводонасыщенное основание. Зависимость "осадка- время".  
Вариант нагрузки № 3

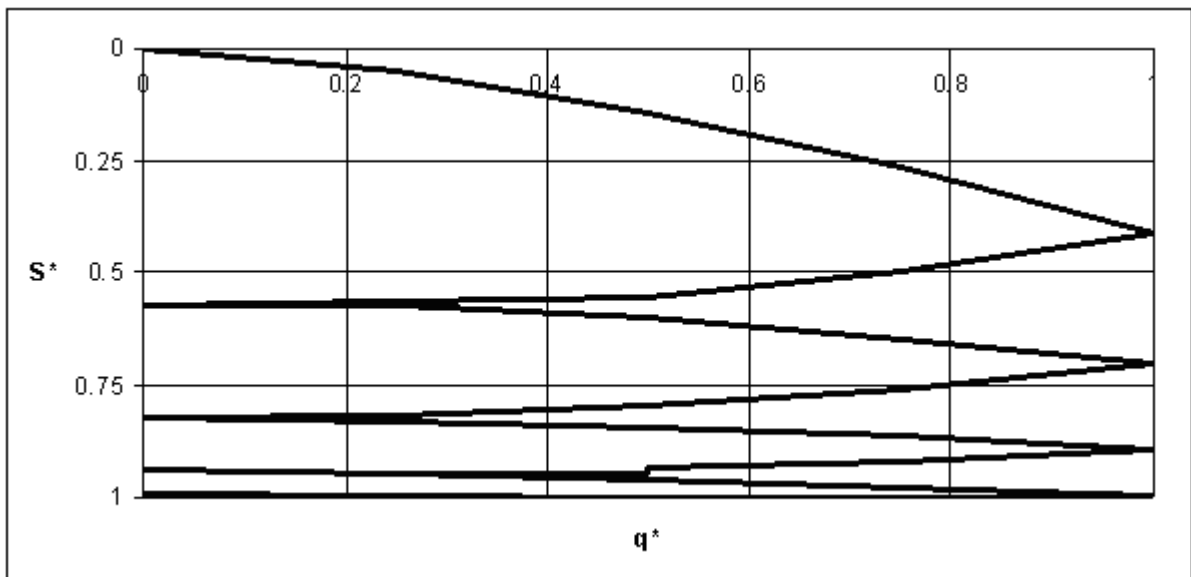


Рис. 3.3.4. Неводонасыщенное основание. Зависимость "нагрузка- осадка".  
Вариант нагрузки № 3



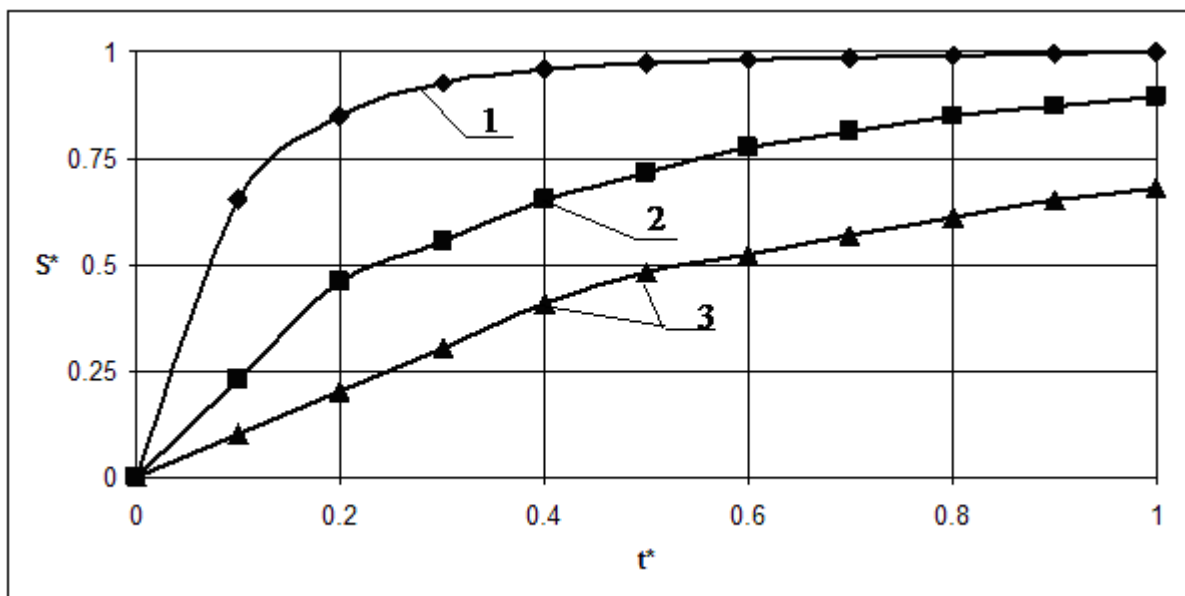


Рис. 3.3.5. Водонасыщенное основание. Зависимости «осадка- время» при различных толщинах грунтового слоя. 1 - толщина грунтового слоя равна  $H$  ; 2 - то же,  $2 \cdot H$  ; 3 - то же,  $3 \cdot H$  .". Вариант нагрузки № 1. Кривые совпадают друг с другом

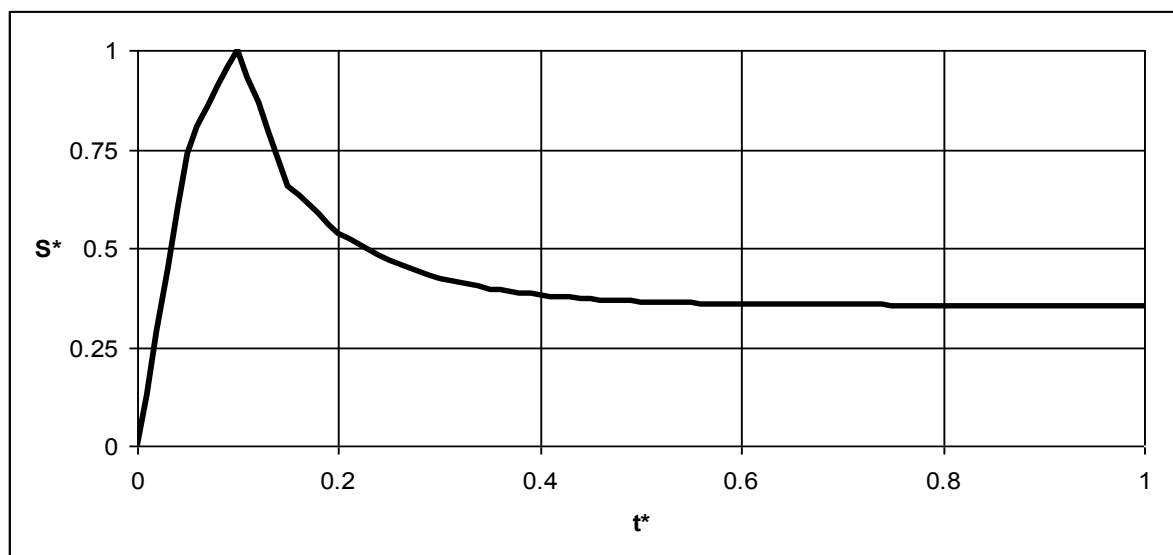


Рис. 3.3.6. Водонасыщенное основание. Зависимость «осадка- время». Вариант нагрузки № 2

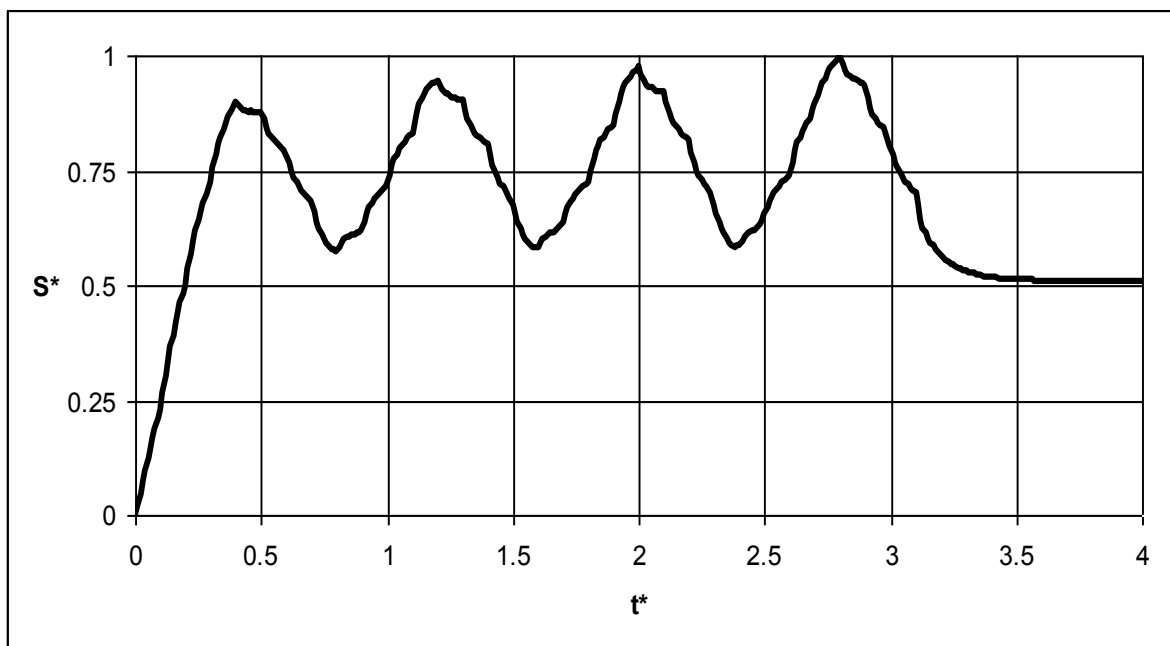


Рис. 3.3.7. Водонасыщенное основание. Зависимость «осадка- время».  
Вариант нагрузки № 3

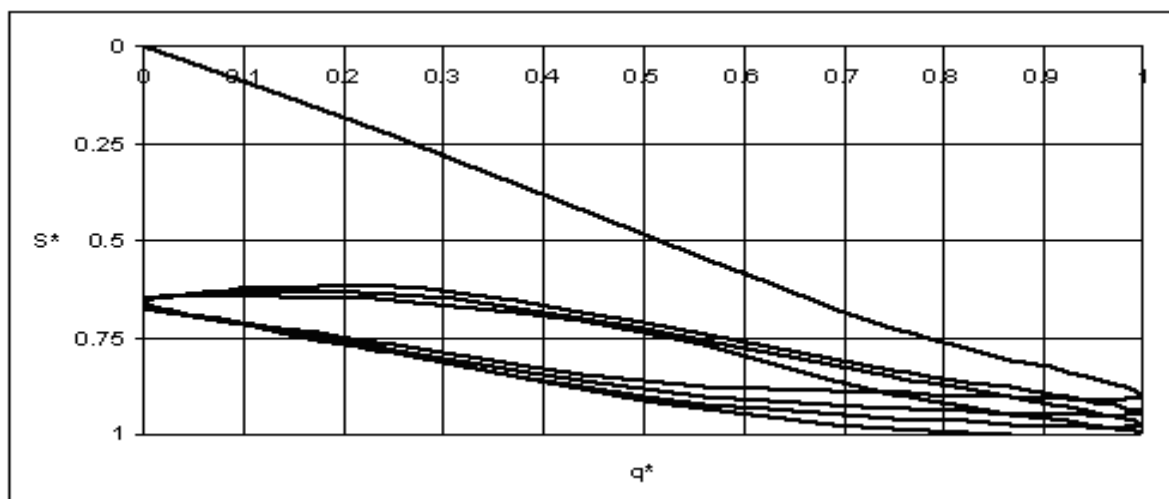


Рис. 3.3.8. Водонасыщенное основание. Зависимость «нагрузка- осадка».  
Вариант нагрузки № 3

1. При постоянной во времени внешней нагрузке зависимость «осадка- время» имеет вид возрастающей функции.

2. Толщина грунтового слоя не влияет на относительную скорость осадки неводонасыщенного основания, т.е.  $\hat{V} = \frac{V(t)}{H}$ , где  $\hat{V}$  и  $V(t)$  - соответственно относительная и фактическая скорости осадки основания а  $H$  - толщина грунтового слоя.

3. Модель вязкопластичного водо- и неводонасыщенного основания позволяет учитывать накопление полностью необратимых деформаций.

4. Использование модели позволяет учитывать явление гистерезиса.

В целом был сделан вывод о том, что при использовании модели вязкопластичного водо- и неводонасыщенного оснований имеется возможность удовлетворить требования 1 и 3...7 пунктов выдвинутых нами требований к расчетной модели основания (см. начало раздела 3). **При этом недостатком данной модели является невозможность учета запаздывающих во времени полностью обратимых деформаций основания.**

### **3.4. МОДЕЛЬ УПРУГОВЯЗКОПЛАСТИЧНОГО ВОДОНАСЫЩЕННОГО ОСНОВАНИЯ.**

Примем расчетную схему основания, начальные и граничные условия такими же, как и в разделах 3.1...3.4.

Далее учтем, что в рамках **модели упруговязкопластичного основания** процессы **ползучести и релаксации** описываются **ядрами ползучести и их резольвентами неразностного типа**. Из литературных источников известно об удачном использовании для описания упруговязкопластичных

свойств грунта составных ядер ползучести, являющихся суммой ядер разностного и неразностного типа [141, 144, 145]. Для определенности примем

$$K(t, \tau) = K_1(t - \tau) + K_2(\tau) = \delta \cdot \exp[-\delta_1 \cdot (t - \tau)] + \gamma \cdot \exp(-\gamma_1 \cdot \tau). \quad (3.4.1)$$

Здесь  $K(t - \tau)$  - ядро ползучести основания;  $\delta$ ,  $\delta_1$ ,  $\gamma$  и  $\gamma_1$  - **параметры ползучести составного экспоненциального ядра ползучести основания.**

Для построения решения в рамках рассматриваемой модели основания достаточно в полученной ранее зависимости (3.2.5) разностное ядро ползучести  $K(t - \tau)$  заменить на ядро вида  $K(t, \tau)$ . Имеем:

$$\left. \begin{aligned} S(t) &= S^\phi(t) + \int_0^t S^\phi(\tau) \cdot K(t, \tau) \cdot d\tau; \\ S^\phi(t) &= \frac{1}{\lambda + 2 \cdot G} \cdot \int_0^H [P(z, t) - q(t)] \cdot dz. \end{aligned} \right\} \quad (3.4.2)$$

Для переменной во времени нагрузки  $q(t) \neq const$  из системы уравнений (3.4.2) с учетом (3.4.1) имеем:

$$\left. \begin{aligned} S(t) &= \sum_{i=1,3,5,\dots}^{\infty} \left\{ S^\phi(t) + \int_0^t K(t, \tau) \cdot S_i^\phi(\tau) \cdot d\tau \right\}; \\ S_i^\phi(t) &= S^* \cdot \int_0^t q(\tau) \cdot \exp\left[-\frac{i^2 \cdot \pi^2}{H^2} \cdot c_k \cdot (t - \tau)\right] \cdot d\tau; \end{aligned} \right\} \quad (3.4.3)$$

$$S^* = -\frac{8}{\lambda + 2 \cdot G} \cdot \frac{c_k}{H}. \quad (3.4.3)$$

С учетом (3.4.1) из (3.4.3) имеем:

$$S(t) = \sum_{i=1,3,5,\dots}^{\infty} \left\{ \begin{aligned} & S_i^\phi(t) + \delta \cdot \int_0^t \exp[-\delta_1 \cdot (t - \tau)] \cdot S_i^\phi(\tau) \cdot d\tau + \\ & + \gamma \cdot \int_0^t \exp[-\gamma_1 \cdot (\tau)] \cdot S_i^\phi(\tau) \cdot d\tau + \end{aligned} \right\}; \quad (3.4.4)$$

$$S_i^\phi(t) = S^* \cdot \int_0^t q(\tau) \cdot \exp\left[-\frac{i^2 \cdot \pi^2}{H^2} \cdot c_k \cdot (t - \tau)\right] \cdot d\tau;$$

$$S^* = -\frac{8}{\lambda + 2 \cdot G} \cdot \frac{c_k}{H}.$$

Положив в (3.4.3)  $q(t) = q = const$  найдем:

$$S(t) = S^\phi(t) + \int_0^t S^\phi(\tau) \cdot K(t, \tau) \cdot d\tau;$$

$$S^\phi(t) = S^\phi(\infty) \cdot \sum_{i=1,3,5,\dots}^{\infty} \frac{1}{i^2 \cdot \pi^2} \left\{ 1 - \exp\left[-\frac{i^2 \cdot \pi^2}{H^2} \cdot c_k \cdot t\right] \right\}; \quad (3.4.5)$$

$$S_\infty^\phi = -\frac{H \cdot q}{\lambda + 2 \cdot G}.$$

При ядре ползучести (3.4.1) и  $q(t) = q = const$  осадка основания равна:

$$S(t) = \frac{8}{\pi^2} \cdot S_{\infty} \phi \cdot \sum_{i=1,3,5...}^{\infty} \frac{1}{i^2} \left\{ \begin{array}{l} \left[ 1 - \exp\left(-\frac{i^2 \cdot \pi^2}{H^2} \cdot c_k \cdot t\right) \right] + \\ + \frac{\delta}{\delta_1} \cdot [1 - \exp(-\delta_1 \cdot t)] + \\ + \frac{\gamma}{\gamma_1} \cdot [1 - \exp(-\gamma_1 \cdot t)] + \\ + a_i \cdot \left[ \frac{\exp(-\delta_1 \cdot t) - \exp\left(-\left(\frac{i^2 \cdot \pi^2}{H^2} \cdot c_k\right) \cdot t\right)}{\exp\left(-\left(\frac{i^2 \cdot \pi^2}{H^2} \cdot c_k\right) \cdot t\right)} \right] + \\ + b_i \cdot \left[ \frac{1 - \exp\left(-\left(\frac{i^2 \cdot \pi^2}{H^2} \cdot c_k + \gamma_1\right) \cdot t\right)}{\exp\left(-\left(\frac{i^2 \cdot \pi^2}{H^2} \cdot c_k + \gamma_1\right) \cdot t\right)} \right] \end{array} \right\};$$

$$a_i = \frac{\delta}{\frac{(i \cdot \pi)^2 \cdot c_k}{H^2} - \delta_1};$$

$$b_i = \frac{\gamma}{\frac{(i \cdot \pi)^2 \cdot c_k}{H^2} + \gamma_1};$$

$$S_{\infty} \phi = -\frac{H \cdot q}{\lambda + 2 \cdot G}. \quad (3.4.6)$$

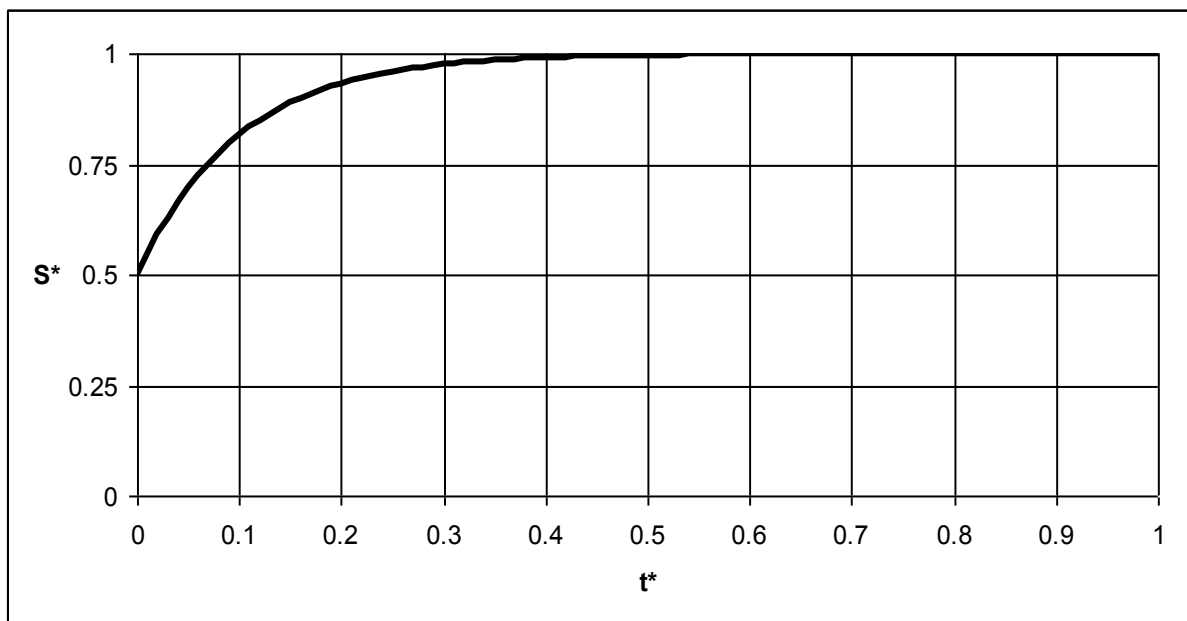


Рис. 3.4.1. Неводонасыщенное основание. Зависимости «осадка- время» при различных толщинах грунтового слоя. 1 - толщина грунтового слоя равна  $H$  ; 2 - то же,  $2 \cdot H$  ; 3 - то же,  $3 \cdot H$  .". Вариант нагрузки № 1. Кривые совпадают друг с другом

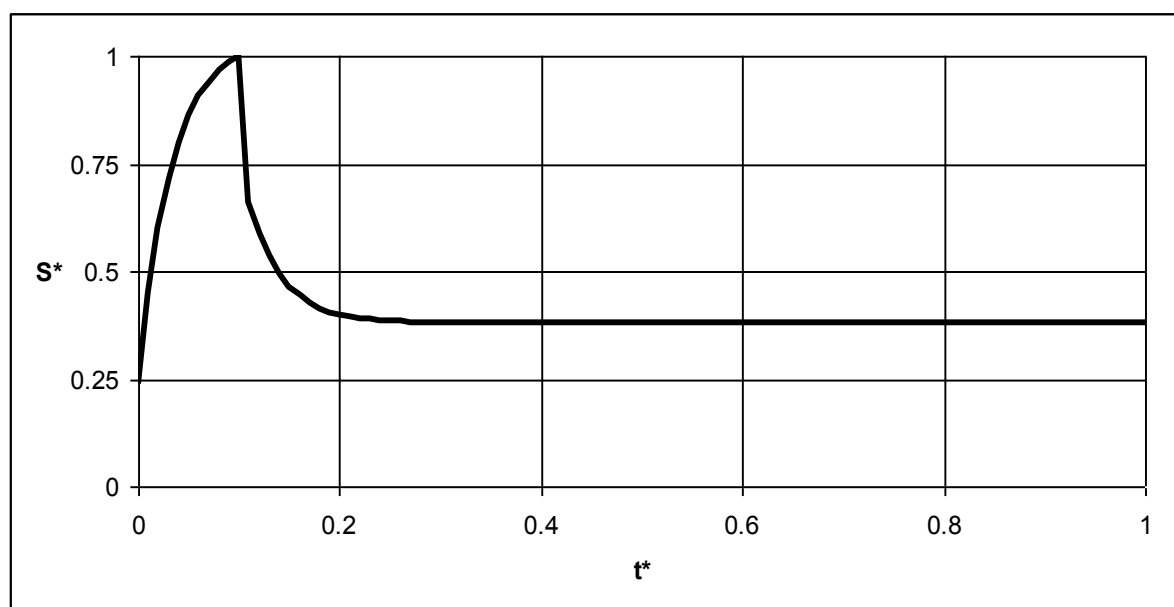


Рис. 3.4.2. Неводонасыщенное основание. Зависимость «осадка- время». Вариант нагрузки № 2

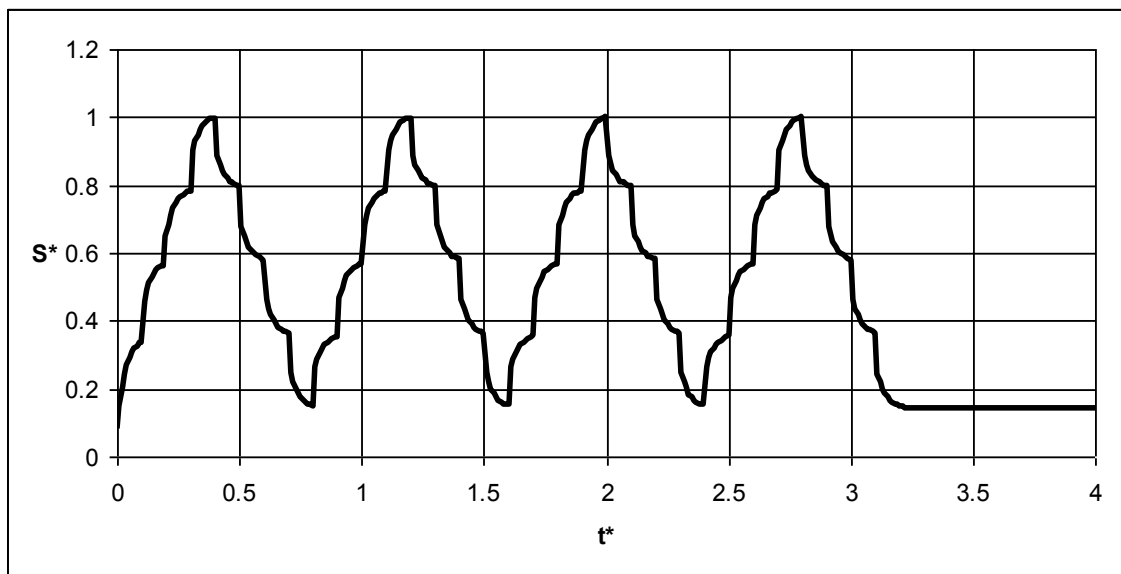


Рис. 3.4.3. Неводонасыщенное основание. Зависимость «осадка- время».

Вариант нагрузки № 3

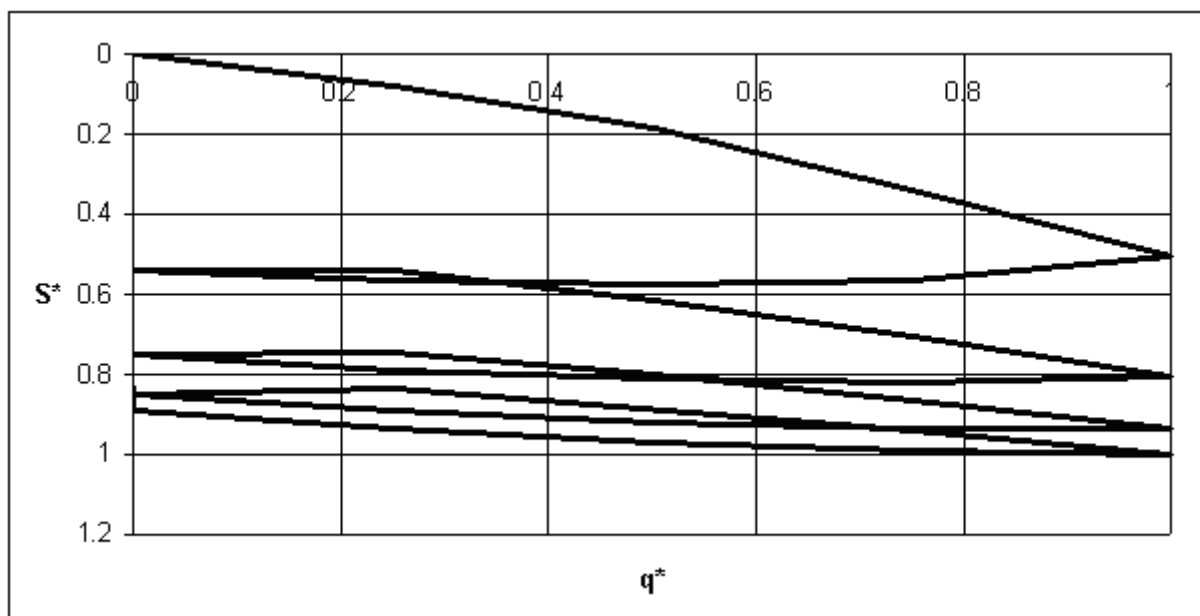


Рис. 3.4.4. Неводонасыщенное основание. Зависимость «нагрузка- осадка».

Вариант нагрузки № 3



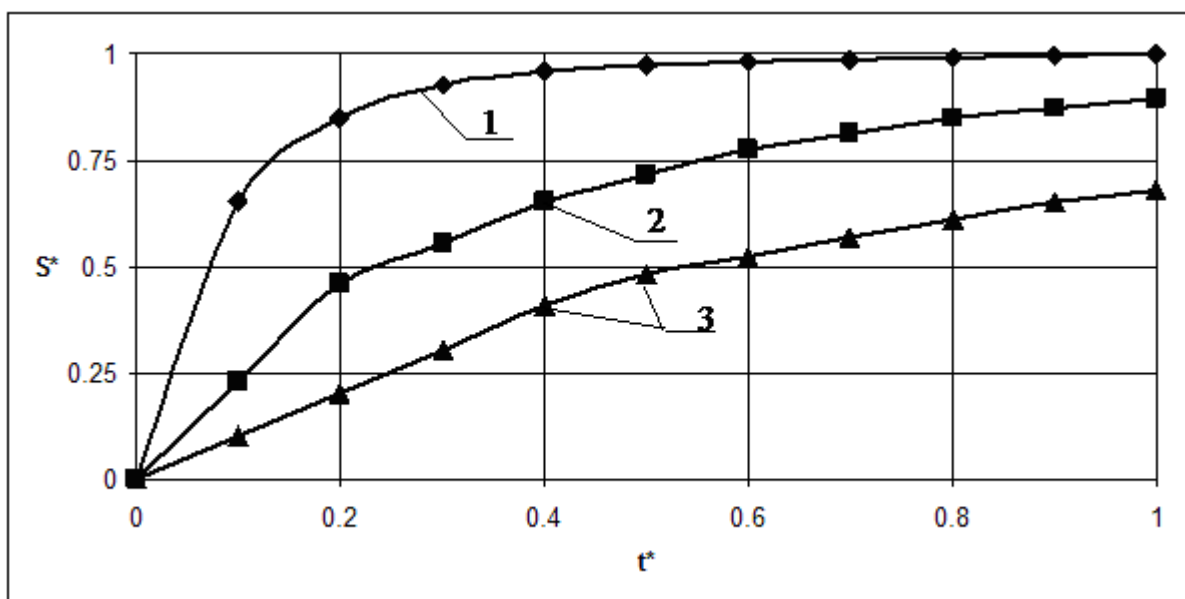


Рис. 3.4.5. Водонасыщенное основание. Зависимости «осадка- время» при различных толщинах грунтового слоя. 1 - толщина грунтового слоя равна  $H$  ; 2 - то же,  $2 \cdot H$  ; 3 - то же,  $3 \cdot H$  .". Вариант нагрузки № 1. Кривые совпадают друг с другом

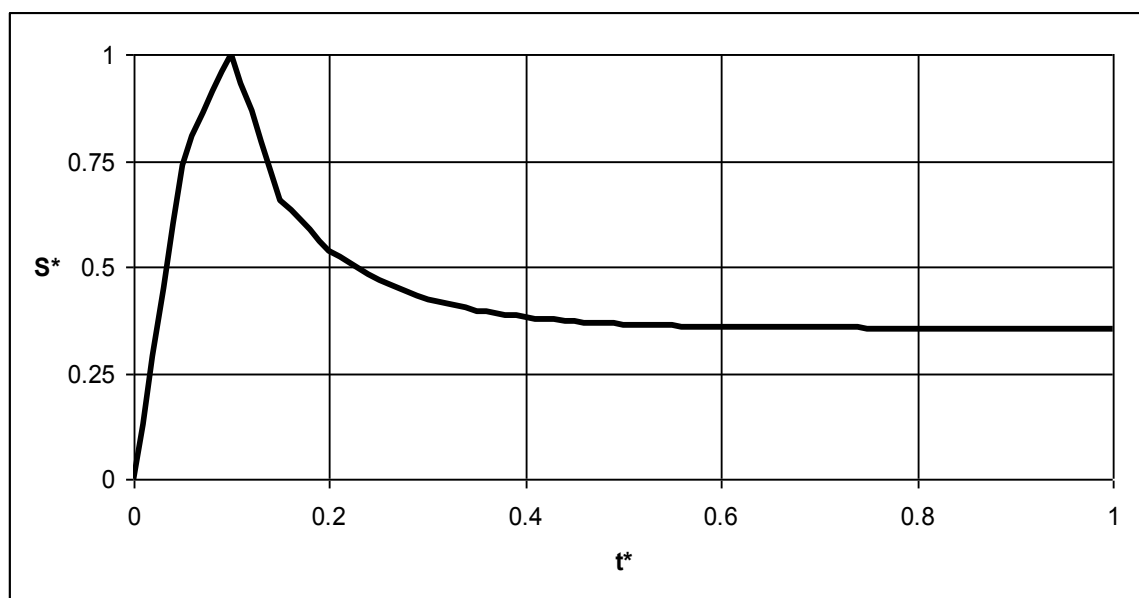


Рис. 3.4.6. Водонасыщенное основание. Зависимость «осадка- время». Вариант нагрузки № 2

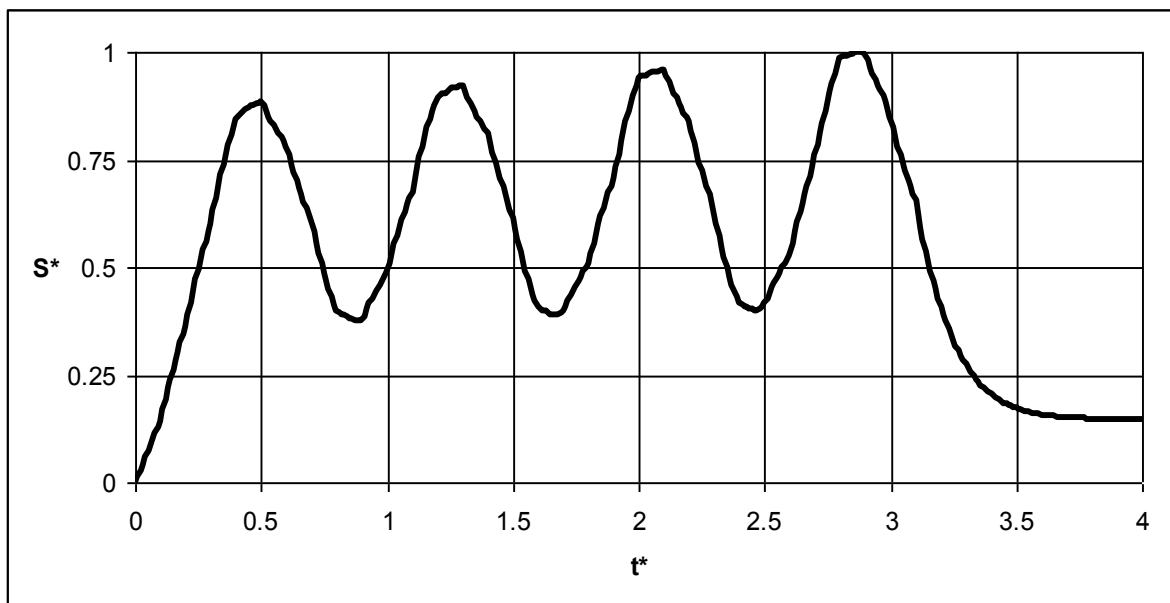


Рис. 3.4.7. Водонасыщенное основание. Зависимость «осадка- время».

Вариант нагрузки № 3

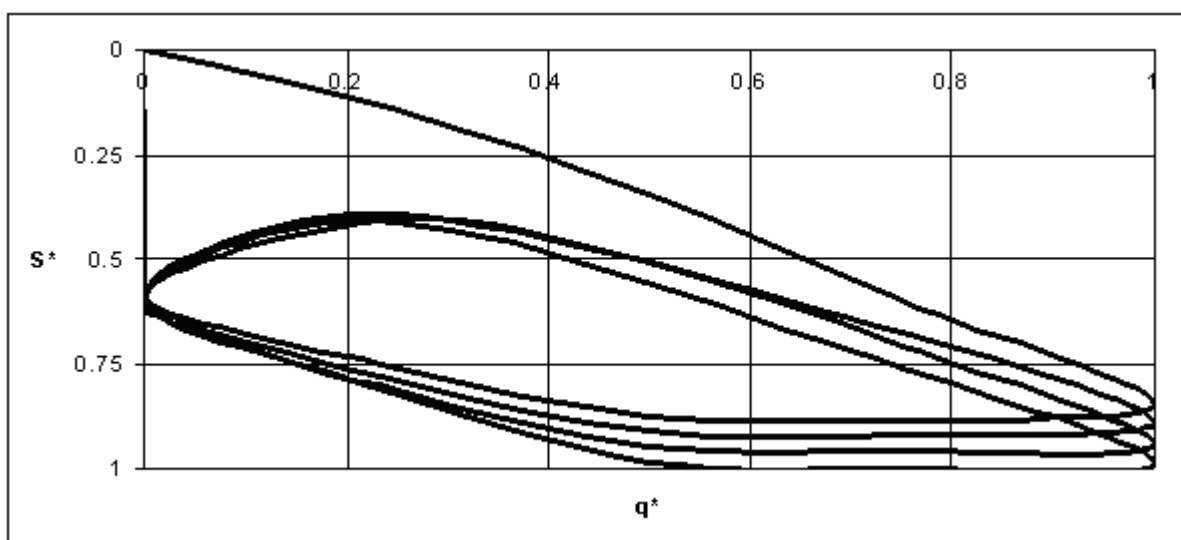


Рис. 3.4.8. Водонасыщенное основание. Зависимость «нагрузка- осадка».

Вариант нагрузки № 3

Поскольку закономерности изменения порового давления во времени исследованы ранее (см. раздел 3.1), ниже представлены исследования закономерностей развития во времени осадки водо- и неводонасыщенного основания. Для этой цели были использованы формулы (3.4.2)...(3.4.6).

При этом при построении диаграмм с использованием формул (3.5) была выполнена нормировка полученных нами теоретических решений (рис. 3.4.1...3.4.8).

Анализ представленных на рисунках зависимостей позволил нам сделать вывод о том, что упруговязкопластичное основание полностью удовлетворяет предъявленным нами к расчетной модели требованиям. При этом оно позволяет учитывать такие виды деформаций:

- упругие;
- запаздывающие во времени и полностью обратимые;
- запаздывающие во времени и полностью необратимые;
- мгновенные необратимые.

Последний вид деформаций при экспоненциальном ядре ползучести может быть учтен с использованием предельного перехода и формул вида:

$$\left. \begin{aligned}
 S(t) &= \lim_{\delta_1 \rightarrow \infty} \left[ \delta \cdot \int_0^t q(\tau) \cdot \exp(-\delta_1 \cdot \tau) \cdot d\tau \right]; \\
 \delta &= k \cdot \delta_1; \\
 k &< \infty.
 \end{aligned} \right\} \quad (3.4.7)$$

В целом сделан вывод о том, что модель упруговязкопластичного

основания наиболее полно из всех рассмотренных ранее позволяет учитывать свойства водо- и неводонасыщенных оснований и получать наиболее близкие к экспериментальным данные.

### **3.5. ОБСУЖДЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ ИССЛЕДОВАНИЙ. ВЫВОДЫ ПО РАЗДЕЛУ**

Выявленные нами выше (см. разделы 3.1...3.4) возможности учета свойств грунтовых оснований с использованием различных моделей сведены в таблицу 3.5.1.

Таблица 3.5.1.

№ пп.	ВОЗМОЖНОСТИ УЧЕТА РАЗЛИЧНЫХ СВОЙСТВ ГРУНТОВЫХ ОСНОВАНИЙ	НАИМЕНОВАНИЕ МОДЕЛИ ОСНОВАНИЯ			
		Упругое водо и неводонасыщенное	Вязкоупругое водо и неводонасыщенное	Вязкопластичное водо и неводонасыщенное	Упруговязкопластичное водо и неводонасыщенное
1	Возможность учета упругих деформаций	+	+	+	+
2	Возможность учета линейных пластичных деформаций	-	-	+	+
3	Возможность учета вязкопластичных деформаций	-	-	+	+

Продолжение таблицы 3.5.1.

№ пп.	ВОЗМОЖНОСТИ УЧЕТА РАЗЛИЧНЫХ СВОЙСТВ ГРУНТОВЫХ ОСНОВАНИЙ	НАИМЕНОВАНИЕ МОДЕЛИ ОСНОВАНИЯ			
		Упругое водо и неводонасыщенное	Вязкоупругое водо и неводонасыщенное	Вязкопластичное водо и неводонасыщенное	Упруговязкопластичное водо и неводонасыщенное
4	Возможность учета упруговязких деформаций	-	+	-	+
5	Возможность учета фильтрационных свойств	+	+	+	+

Анализ представленных в ней данных позволил нам сделать вывод о том, что наиболее полный учет свойств грунтовых оснований позволяет выполнить модель упруговязкопластичной среды. При этом, если нагрузка на основание не изменяется во времени, полученные в рамках моделей упруговязкой и упруговязкопластичной сред результаты будут полностью идентичными.