5. МЕТОДИКИ ПОСТРОЕНИЯ ОБЩИХ РЕШЕНИЙ. НЕВОДОНАСЫЩЕННОЕ ОСНОВАНИЕ

Уравнения движения грунта (раздел 3) имеют сложный вид. В этой связи целесообразно преобразовать их таким образом, чтобы упростить процедуру построения их решений. Такой подход широко используется в механике сплошной среды, в частности, в теории упругости, гидро- и аэродинамике и т.д. [4, 59, 65, 66, 156]. В настоящем разделе представлены алгоритмы построения общих решений задачи определения напряженно-деформированного состояния грунта в рамках модели **невесомого неводонасыщенного основания**.

Для некоторых моделей грунтовых оснований при построении общих решений учет инерционных свойств был выполнен авторами работ [104, 150, 152].

5.1. ДЕКАРТОВА СИСТЕМА КООРДИНАТ

Для построения общего решения системы уравнений, которые описывают напряженно- деформированное состояние **неводонасыщенного обладающего свойством ползучести основания** в декартовой системе координат, положим в (4.1.4):

$$U^*(x,y,z,t) = U(x,y,z,t) - \int_0^t U(x,y,z,\tau)\cdot R(t,\tau)\cdot d\tau;$$

$$V^*(x,y,z,t) = V(x,y,z,t) - \int_0^t V(x,y,z,\tau)\cdot R(t,\tau)\cdot d\tau; \qquad (5.1.1)$$

$$W^*(x,y,z,t)=W(x,y,z,t)-\int_0^t W(x,y,z,\tau)\cdot R(t,\tau)\cdot d\tau;$$

$$\overset{*}{\sigma}_{xx}=\sigma_{xx};\ \overset{*}{\sigma}_{yy}=\sigma_{yy};\ \overset{*}{\sigma}_{zz}=\sigma_{zz};\ \overset{*}{\tau}_{xy}=\tau_{xy};\ \overset{*}{\tau}_{xz}=\tau_{xz};\ \overset{*}{\tau}_{yz}=\tau_{yz}. \qquad (5.1.1)$$

Здесь U,V и W - фактические перемещения в направлении координатных осей; U^*,V^* и W^* - фиктивные; σ_{xx}, σ_{yy}, σ_{zz}, τ_{xy}, τ_{xz} и τ_{yz} - фактические напряжения в грунтовом основании; $\overset{*}{\sigma}_{xx}$, $\overset{*}{\sigma}_{yy}$, $\overset{*}{\sigma}_{zz}$, $\overset{*}{\tau}_{xy}$, $\overset{*}{\tau}_{xz}$ и $\overset{*}{\tau}_{yz}$ - фиктивные; $R(t,\tau)$ - резольвента ядра ползучести $K(t,\tau)$ [65, 81].

С учетом (5.1.1) система (4.1.4) трансформируется в систему (4.1.8) с тем отличием, что в данном случае мы вместо фактических перемещений будем оперировать с фиктивными. Решения системы (4.1.8) известны [104]. Поэтому в настоящей монографии они не приводятся. Отметим лишь, что в ходе решения системы уравнений (4.1.8) мы находим **фиктивные** напряжения и перемещения. Переход от **фиктивных** напряжений и перемещений **к фактическим** следует осуществлять по формулам:

$$U(x,y,z,t)=U^*(x,y,z,t)+\int_0^t U^*(x,y,z,\tau)\cdot K(t,\tau)\cdot d\tau;$$

$$V(x,y,z,t)=V^*(x,y,z,t)+\int_0^t V^*(x,y,z,\tau)\cdot K(t,\tau)\cdot d\tau;$$

$$W(x,y,z,t)=W^*(x,y,z,t)+\int_0^t W^*(x,y,z,\tau)\cdot K(t,\tau)\cdot d\tau; \qquad (5.1.2)$$

$$\sigma_{xx}=\overset{*}{\sigma}_{xx};\ \sigma_{yy}=\overset{*}{\sigma}_{yy};\ \sigma_{zz}=\overset{*}{\sigma}_{zz};\ \tau_{xy}=\overset{*}{\tau}_{xy};\ \tau_{xz}=\overset{*}{\tau}_{xz};\ \tau_{yz}=\overset{*}{\tau}_{yz}. \qquad (5.1.2)$$

Здесь $U, V, W, U^*, V^*, W^*, \sigma_{xx}, \sigma_{yy}, \sigma_{zz}, \tau_{xy}, \tau_{xz}, \tau_{yz}, \overset{*}{\sigma}_{xx}, \overset{*}{\sigma}_{yy}, \overset{*}{\sigma}_{zz}, \overset{*}{\tau}_{xy}, \overset{*}{\tau}_{xz}, \overset{*}{\tau}_{yz}, R(t,\tau)$ и $K(t,\tau)$ - см. пояснения к формулам (5.1.1).

5.2. ЦИЛИНДРИЧЕСКАЯ СИСТЕМА КООРДИНАТ С ОСЕВОЙ СИММЕТРИЕЙ

Для построения общего решения системы уравнений, которые описывают напряженно- деформированное состояние **неводонасыщенного обладающего свойством ползучести основания** в цилиндрической системе координат с осевой симметрией, положим в (4.2.5):

$$U^*(r,z,t)=U(r,z,t)-\int_0^t U(r,z,\tau)\cdot R(t,\tau)\cdot d\tau;$$

$$W^*(r,z,t)=W(r,z,t)-\int_0^t W(r,z,\tau)\cdot R(t,\tau)\cdot d\tau;$$

$$\overset{*}{\sigma}_{rr}=\sigma_{rr};\ \overset{*}{\sigma}_{\theta\theta}=\sigma_{\theta\theta};\ \overset{*}{\sigma}_{zz}=\sigma_{zz};\ \overset{*}{\tau}_{rz}=\tau_{rz}. \qquad (5.2.1)$$

Здесь U и W - фактические перемещения в направлении координатных осей; U^* и W^* - фиктивные; σ_{rr}, $\sigma_{\theta\theta}$, σ_{zz}, и τ_{rz} - фактические напряжения в грунтовом основании; σ^*_{rr}, $\sigma^*_{\theta\theta}$, σ^*_{zz}, и τ^*_{rz}- фиктивные; $R(t,\tau)$ - резольвента ядра ползучести $K(t,\tau)$ [81].

С учетом (5.2.1) система (4.2.5) трансформируется в систему (4.2.9) с тем отличием, что в данном случае мы вместо **фактических перемещений** будем оперировать **фиктивными**. Решение системы уравнений (4.2.9) известно [123]. Поэтому с учетом преобразований (5.2.1) решение системы уравнений (4.2.5) имеет вид:

$$\Delta^2\varphi = 0;$$

$$\sigma^*_{rr} = \frac{\partial}{\partial z}\left(\nu\cdot\Delta\varphi - \frac{\partial^2\varphi}{\partial r^2}\right);$$

$$\sigma^*_{\theta\theta} = \frac{\partial}{\partial z}\left(\nu\cdot\Delta\varphi - \frac{1}{r}\cdot\frac{\partial\varphi}{\partial r}\right);$$

$$\sigma^*_{zz} = \frac{\partial}{\partial z}\left[(2-\nu)\cdot\Delta\varphi - \frac{\partial^2\varphi}{\partial z^2}\right];$$

$$\tau^*_{rz} = \frac{\partial}{\partial r}\left[(1-\nu)\cdot\Delta\varphi - \frac{\partial^2\varphi}{\partial z^2}\right];$$

$$U^* = -\frac{1}{2\cdot G}\cdot\frac{\partial^2}{\partial r\partial z}\cdot\varphi;$$

$$W^* = \frac{1}{2\cdot G}\cdot\left[2\cdot(1-\nu)\cdot\Delta\varphi - \frac{\partial^2\varphi}{\partial z^2}\right]; \qquad (5.2.2)$$

$$U(r,z,t)=U^{*}(r,z,t)+\int_{0}^{t}U^{*}(r,z,\tau)\cdot K(t,\tau)\cdot d\tau;$$

$$W(r,z,t)=W^{*}(r,z,t)+\int_{0}^{t}W^{*}(r,z,\tau)\cdot K(t,\tau)\cdot d\tau;$$

$$\sigma_{rr}=\sigma_{rr}^{*};\ \sigma_{\theta\theta}=\sigma_{\theta\theta}^{*};\ \sigma_{zz}=\sigma_{zz}^{*};\ \tau_{rz}=\tau_{rz}^{*}. \qquad (5.2.2)$$

Здесь φ - подлежащая определению **бигармоническая функция** координат r и z, которая в ряде случаев может **параметрически зависеть от времени** t (например, если внешняя нагрузка изменяется во времени)**.** Уравнения (5.2.2) позволяют строить **точные общие решения** задачи об определении напряженно-деформированного состояния грунтовых оснований в рамках модели **упругой изотропной неводонасыщенной линейной среды.** Для построения **частных решений задачи** к (5.2.2) следует присоединить **начальные и граничные условия.**

5.3. СФЕРИЧЕСКАЯ СИСТЕМА КООРДИНАТ С ЦЕНТРАЛЬНОЙ СИММЕТРИЕЙ

Для построения общего решения системы уравнений, которые описывают напряженно- деформированное состояние **неводонасыщенного обладающего свойством ползучести основания** в сферической системе координат, положим в (4.3.6):

$$U^{*}(r,t)=U(r,t)-\int_{0}^{t}U(r,\tau)\cdot R(t,\tau)\cdot d\tau; \qquad (5.3.1)$$

$$\sigma_{rr}^{*} = \sigma_{rr};\ \sigma_{\varphi\varphi}^{*} = \sigma_{\varphi\varphi};\ \sigma_{\psi\psi}^{*} = \sigma_{\psi\psi}. \tag{5.3.1}$$

Здесь U - фактическое перемещение в направлении координатной оси $0r$; U^{*} - фиктивное; σ_{rr}, $\sigma_{\varphi\varphi}$ и $\sigma_{\psi\psi}$.- фактические напряжения в грунтовом основании; σ_{rr}^{*}, $\sigma_{\varphi\varphi}^{*}$ и $\sigma_{\psi\psi}^{*}$. - фиктивные; $R(t,\tau)$ - резольвента ядра ползучести $K(t,\tau)$ [65, 66].

С учетом (5.3.1) система (4.3.6) трансформируется в систему (4.3.10) с тем отличием, что в данном случае мы вместо **фактических перемещений** будем оперировать **фиктивными**. Решение системы уравнений (4.3.10) известно. Поэтому с учетом преобразований (5.3.1) решение системы уравнений (4.3.6) имеет вид:

$$U^{*} = C_1(t)\cdot r + \frac{C_2(t)}{r^2};$$

$$\sigma_{rr}^{*} = C_1(t)\cdot(3\cdot\lambda + 2\cdot G) + 4\cdot G\cdot\frac{C_2(t)}{r^3};$$

$$\sigma_{\varphi\varphi}^{*} = \sigma_{\psi\psi}^{*} = C_1(t)\cdot(3\cdot\lambda + 2\cdot G) + 2\cdot G\cdot\frac{C_2(t)}{r^3};$$

$$U(r,t) = U^{*}(r,t) + \int_0^t U^{*}(r,\tau)\cdot K(t,\tau)\cdot d\tau;$$

$$\sigma_{rr} = \sigma_{rr}^{*};\ \sigma_{\varphi\varphi} = \sigma_{\varphi\varphi}^{*};\ \sigma_{\psi\psi} = \sigma_{\psi\psi}^{*}. \tag{5.3.2}$$

Здесь $C_1(t)$ и $C_2(t)$ - подлежащие определению путем удовлетворения граничным условиям неизвестные функции времени **(если внешняя нагрузка не изменяется во времени, то** $C_1(t)$ **и** $C_2(t)$ **- константы)**. Уравнения (5.3.2) позволяют строить **точные общие решения** задачи об определении напряженно-деформированного состояния грунтовых оснований в рамках модели **упругой изотропной неводонасыщенной линейной среды.** Для построения **частных решений задачи** к (5.2.2) следует присоединить **граничные условия и определить неизвестные функции** $C_1(t)$ **и** $C_2(t)$**.**

5.4. ОБСУЖДЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ ИССЛЕДОВАНИЙ. ВЫВОДЫ ПО РАЗДЕЛУ

В целом изложенные в настоящем разделе материалы исследований позволили нам сделать такие выводы.

1. В **декартовой, цилиндрической (при учете осевой симметрии задачи) и сферической (при учете центральной симметрии задачи) системах координат** получены **точные общие решения** задачи об определении напряженно- деформированного **состояния обладающего свойством ползучести неводонасыщенного основания.**

2. Для построения частных решений к полученным в настоящем разделе общим решениям следует присоединить **граничные и начальные условия.**

В целом, был сделан вывод о том, что областью применения полученных в настоящем разделе результатов является прогноз длительных деформаций неводонасыщенных оснований и расположенных на них фундаментов зданий и сооружений.

При этом полученные в разделе результаты допускают естественное обобщение на решение задач об определении напряженно- деформированного состояния не только грунтовых оснований, но и **обладающих свойством ползучести материалов**.