6. МЕТОДИКИ ПОСТРОЕНИЯ ОБЩИХ РЕШЕНИЙ. ВОДОНАСЫЩЕННОЕ ОСНОВАНИЕ

В настоящем разделе представлены алгоритмы построения общих решений задачи определения напряженно- деформированного состояния грунта в рамках модели **невесомого водонасыщенного основания (в том числе, обладающего свойством ползучести)**.

В рамках модели **упругого водонасыщенного весомого** основания учет инерционных свойств грунта при построении общих решений был выполнен авторами работ [103, 141, 144, 145, 149, 150, 152]. Поэтому в настоящей монографии эта модель не рассматривается.

6.1. ДЕКАРТОВА СИСТЕМА КООРДИНАТ

Для построения общего решения системы уравнений, которые описывают напряженно- деформированное состояние **водонасыщенного упругого основания** в декартовой системе координат, положим в (4.1.6):

$$\left.\begin{aligned} U &= \frac{\partial \varphi}{\partial x} + \varphi_1 + z \cdot \frac{\partial \varphi_3}{\partial x}; \\ V &= \frac{\partial \varphi}{\partial y} + \varphi_2 + z \cdot \frac{\partial \varphi_3}{\partial y}; \\ W &= \frac{\partial \varphi}{\partial z} + \varphi_3 + z \cdot \frac{\partial \varphi_3}{\partial z}. \end{aligned}\right\}. \qquad (6.1.1)$$

Здесь $\varphi, \varphi_1, \varphi_2$ и φ_3 - некоторые подлежащие определению функции координат x, y, z и времени t.

В этом случае при выполнении соотношений

$$\left.\begin{array}{l}\Delta\varphi_1 = 0,\;\; \Delta\varphi_2 = 0,\;\; \Delta\varphi_3 = 0,\\ u\\ \beta\cdot(\lambda + 2\cdot G)\cdot\Delta\varphi = P,\end{array}\right\} \tag{6.1.2}$$

мы придем к такой системе уравнений:

$$U = \frac{\partial\varphi}{\partial x} + \varphi_1 + z\cdot\frac{\partial\varphi_3}{\partial x};$$

$$V = \frac{\partial\varphi}{\partial y} + \varphi_2 + z\cdot\frac{\partial\varphi_3}{\partial y};$$

$$W = \frac{\partial\varphi}{\partial z} + \varphi_3 + z\cdot\frac{\partial\varphi_3}{\partial z};$$

$$\Delta\varphi_1 = 0;$$

$$\Delta\varphi_2 = 0;$$

$$\Delta\varphi_3 = 0;$$

$$\beta\cdot(\lambda + 2\cdot G)\cdot\Delta\varphi = P;$$

$$\Delta^2\cdot\left(3\cdot c_v\cdot\frac{\lambda + 2\cdot G}{3\cdot\lambda + 2\cdot G}\Delta\varphi - \frac{\partial\varphi}{\partial t}\right) = 0; \tag{6.1.3}$$

$$\frac{\partial \varphi_1}{\partial x} + \frac{\partial \varphi_2}{\partial y} + 4 \cdot (1 - \nu) \cdot \frac{\partial \varphi_3}{\partial z} = 0;$$

$$c_v \cdot \Delta P = \frac{3 \cdot \lambda + 2 \cdot G}{3} \cdot \beta \cdot \frac{\partial}{\partial t}\left(\Delta\varphi + \frac{\partial \varphi_1}{\partial x} + \frac{\partial \varphi_2}{\partial y} + 2 \cdot \frac{\partial \varphi_3}{\partial z} \right);$$

$$\varepsilon_x = \frac{\partial \varphi}{\partial x^2} + \frac{\partial \varphi_1}{\partial x} + z \cdot \frac{\partial \varphi_3}{\partial x^2};$$

$$\varepsilon_y = \frac{\partial \varphi}{\partial y^2} + \frac{\partial \varphi_2}{\partial y} + z \cdot \frac{\partial \varphi_3}{\partial y^2};$$

$$\varepsilon_z = \frac{\partial \varphi}{\partial z^2} + 2 \cdot \frac{\partial \varphi_3}{\partial z} + z \cdot \frac{\partial \varphi_3}{\partial z^2};$$

$$\gamma_{xy} = \gamma_{yx} = 2 \cdot \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x \partial y} + \frac{\partial \varphi_1}{\partial y} + 2 \cdot z \cdot \frac{\partial^2 \varphi_3}{\partial x \partial y} + \frac{\partial \varphi_2}{\partial x}$$

$$\gamma_{xz} = \gamma_{zx} = 2 \cdot \frac{\partial^2 \varphi}{\partial z \partial x} + \frac{\partial \varphi_1}{\partial z} + 2 \cdot \frac{\partial \varphi_3}{\partial x} + 2 \cdot z \cdot \frac{\partial^2 \varphi_3}{\partial z \partial x};$$

$$\gamma_{yz} = \gamma_{zy} = 2 \cdot \frac{\partial^2 \varphi}{\partial z \partial y} + \frac{\partial \varphi_2}{\partial z} + 2 \cdot \frac{\partial \varphi_3}{\partial y} + 2 \cdot z \cdot \frac{\partial^2 \varphi_3}{\partial z \partial y};$$

$$e = \Delta\varphi + \frac{\partial \varphi_1}{\partial x} + \frac{\partial \varphi_2}{\partial y} + 2 \cdot \frac{\partial \varphi_3}{\partial z};$$

$$\tau_{xy} = \tau_{yx} = G \cdot \gamma_{xy}; \qquad (6.1.3)$$

$$\tau_{xz} = \tau_{zx} = G \cdot \gamma_{xz};$$

$$\tau_{yz} = \tau_{zy} = G \cdot \gamma_{yz};$$

$$\left.\begin{aligned} \sigma_{xx} &= 2 \cdot G \cdot \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2}\varphi + \frac{\partial}{\partial x}\varphi_1 + z \cdot \frac{\partial^2}{\partial x^2}\varphi_3 \right) \cdot \varphi + \\ &+ \lambda \cdot \left(\Delta\varphi + \frac{\partial}{\partial x}\varphi_1 + \frac{\partial}{\partial y}\varphi_2 + 2 \cdot \frac{\partial}{\partial z}\varphi_3 \right) - \frac{1}{\beta} \cdot P; \end{aligned} \right\};$$

$$\left.\begin{aligned} \sigma_{yy} &= 2 \cdot G \cdot \left(\frac{\partial^2}{\partial y^2}\varphi + \frac{\partial}{\partial y}\varphi_2 + z \cdot \frac{\partial^2}{\partial y^2}\varphi_3 \right) \cdot \varphi + \\ &+ \lambda \cdot \left(\Delta\varphi + \frac{\partial}{\partial x}\varphi_1 + \frac{\partial}{\partial y}\varphi_2 + 2 \cdot \frac{\partial}{\partial z}\varphi_3 \right) - \frac{1}{\beta} \cdot P; \end{aligned} \right\};$$

$$\left.\begin{aligned} \sigma_{zz} &= 2 \cdot G \cdot \left(\frac{\partial^2}{\partial z^2}\varphi + 2 \cdot \frac{\partial}{\partial z}\varphi_3 + z \cdot \frac{\partial^2}{\partial z^2}\varphi_3 \right) \cdot \varphi + \\ &+ \lambda \cdot \left(\Delta\varphi + \frac{\partial}{\partial x}\varphi_1 + \frac{\partial}{\partial y}\varphi_2 + 2 \cdot \frac{\partial}{\partial z}\varphi_3 \right) - \frac{1}{\beta} \cdot P; \end{aligned} \right\}. \qquad (6.1.3)$$

Уравнения (6.1.3) позволяют находить точные общие **решения** задачи об определении напряженно- деформированного состояния грунтовых оснований в рамках модели **упругой изотропной водонасыщенной линейной среды.** Для построения **частных решений задачи** к (6.1.3) следует присоединить **начальные и граничные условия** [65, 66].

В заключение отметим, что восьмое уравнение системы (6.1.3) может быть заменено равенством вида

$$\Delta \cdot \left(3 \cdot c_V \cdot \frac{\lambda + 2 \cdot G}{3 \cdot \lambda + 2 \cdot G} \Delta P - \frac{\partial P}{\partial t} \right) = 0 . \qquad (6.1.4)$$

Для построения общего решения системы уравнений, которые описывают напряженно- деформированное состояние **водонасыщенного обладающего свойством ползучести основания** в декартовой системе координат, применим к напряжениям и перемещениям системы (4.1.2) преобразования (5.1.1). Таким образом, мы придем к полностью идентичной (4.1.6) системе уравнений. В этой связи с учетом равенств (6.1.2) общее решение системы (4.1.2) имеет вид:

$$U^* = \frac{\partial \varphi}{\partial x} + \varphi_1 + z \cdot \frac{\partial \varphi_3}{\partial x};$$

$$V^* = \frac{\partial \varphi}{\partial y} + \varphi_2 + z \cdot \frac{\partial \varphi_3}{\partial y};$$

$$W^* = \frac{\partial \varphi}{\partial z} + \varphi_3 + z \cdot \frac{\partial \varphi_3}{\partial z};$$

$$\Delta \varphi_1 = 0;$$

$$\Delta \varphi_2 = 0;$$

$$\Delta \varphi_3 = 0; \qquad (6.1.5)$$

$$\beta \cdot (\lambda + 2 \cdot G) \cdot \Delta\varphi = P^{*};$$

$$\Delta^{2} \cdot \left(3 \cdot c_{v} \cdot \frac{\lambda + 2 \cdot G}{3 \cdot \lambda + 2 \cdot G} \Delta\varphi - \frac{\partial \varphi}{\partial t} \right) = 0;$$

$$\frac{\partial \varphi_{1}}{\partial x} + \frac{\partial \varphi_{2}}{\partial y} + 4 \cdot (1 - \nu) \cdot \frac{\partial \varphi_{3}}{\partial z} = 0;$$

$$c_{v} \cdot \Delta P^{*} = \frac{3 \cdot \lambda + 2 \cdot G}{3} \cdot \beta \cdot \frac{\partial}{\partial t} \left(\Delta\varphi + \frac{\partial \varphi_{1}}{\partial x} + \frac{\partial \varphi_{2}}{\partial y} + 2 \cdot \frac{\partial \varphi_{3}}{\partial z} \right);$$

$$\varepsilon_{x}^{*} = \frac{\partial \varphi}{\partial x^{2}} + \frac{\partial \varphi_{1}}{\partial x} + z \cdot \frac{\partial \varphi_{3}}{\partial x^{2}};$$

$$\varepsilon_{y}^{*} = \frac{\partial \varphi}{\partial y^{2}} + \frac{\partial \varphi_{2}}{\partial y} + z \cdot \frac{\partial \varphi_{3}}{\partial y^{2}};$$

$$\varepsilon_{z}^{*} = \frac{\partial \varphi}{\partial z^{2}} + 2 \cdot \frac{\partial \varphi_{3}}{\partial z} + z \cdot \frac{\partial \varphi_{3}}{\partial z^{2}};$$

$$\gamma_{xy}^{*} = \gamma_{yx}^{*} = 2 \cdot \frac{\partial^{2} \varphi}{\partial x \partial y} + \frac{\partial \varphi_{1}}{\partial y} + 2 \cdot z \cdot \frac{\partial^{2} \varphi_{3}}{\partial x \partial y} + \frac{\partial \varphi_{2}}{\partial x}$$

$$\gamma_{xz}^{*} = \gamma_{zx}^{*} = 2 \cdot \frac{\partial^{2} \varphi}{\partial z \partial x} + \frac{\partial \varphi_{1}}{\partial z} + 2 \cdot \frac{\partial \varphi_{3}}{\partial x} + 2 \cdot z \cdot \frac{\partial^{2} \varphi_{3}}{\partial z \partial x};$$

$$\gamma_{yz}^{*} = \gamma_{zy}^{*} = 2 \cdot \frac{\partial^{2} \varphi}{\partial z \partial y} + \frac{\partial \varphi_{2}}{\partial z} + 2 \cdot \frac{\partial \varphi_{3}}{\partial y} + 2 \cdot z \cdot \frac{\partial^{2} \varphi_{3}}{\partial z \partial y}; \tag{6.1.5}$$

$$e^* = \Delta\varphi + \frac{\partial\varphi_1}{\partial x} + \frac{\partial\varphi_2}{\partial y} + 2\cdot\frac{\partial\varphi_3}{\partial z};$$

$$\left.\begin{aligned}\sigma_{xx}^* &= 2\cdot G\cdot\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2}\varphi + \frac{\partial}{\partial x}\varphi_1 + z\cdot\frac{\partial^2}{\partial x^2}\varphi_3\right)\cdot\varphi + \\ &+ \lambda\cdot\left(\Delta\varphi + \frac{\partial}{\partial x}\varphi_1 + \frac{\partial}{\partial y}\varphi_2 + 2\cdot\frac{\partial}{\partial z}\varphi_3\right) - \frac{1}{\beta}\cdot P^*;\end{aligned}\right\};$$

$$\left.\begin{aligned}\sigma_{yy}^* &= 2\cdot G\cdot\left(\frac{\partial^2}{\partial y^2}\varphi + \frac{\partial}{\partial y}\varphi_2 + z\cdot\frac{\partial^2}{\partial y^2}\varphi_3\right)\cdot\varphi + \\ &+ \lambda\cdot\left(\Delta\varphi + \frac{\partial}{\partial x}\varphi_1 + \frac{\partial}{\partial y}\varphi_2 + 2\cdot\frac{\partial}{\partial z}\varphi_3\right) - \frac{1}{\beta}\cdot P^*;\end{aligned}\right\};$$

$$\left.\begin{aligned}\sigma_{zz}^* &= 2\cdot G\cdot\left(\frac{\partial^2}{\partial z^2}\varphi + 2\cdot\frac{\partial}{\partial z}\varphi_3 + z\cdot\frac{\partial^2}{\partial z^2}\varphi_3\right)\cdot\varphi + \\ &+ \lambda\cdot\left(\Delta\varphi + \frac{\partial}{\partial x}\varphi_1 + \frac{\partial}{\partial y}\varphi_2 + 2\cdot\frac{\partial}{\partial z}\varphi_3\right) - \frac{1}{\beta}\cdot P^*;\end{aligned}\right\}.$$

$$\tau_{xy}^* = \tau_{yx}^* = G\cdot\gamma_{xy}^*;$$

$$\tau_{xz}^* = \tau_{zx}^* = G\cdot\gamma_{xz}^*;$$

$$\tau_{yz}^* = \tau_{zy}^* = G\cdot\gamma_{yz}^*; \qquad (6.1.5)$$

$$U(x,y,z,t)=U^*(x,y,z,t)+\int_0^t U^*(x,y,z,\tau)\cdot K(t,\tau)\cdot d\tau;$$

$$V(x,y,z,t)=V^*(x,y,z,t)+\int_0^t V^*(x,y,z,\tau)\cdot K(t,\tau)\cdot d\tau;$$

$$W(x,y,z,t)=W^*(x,y,z,t)+\int_0^t W^*(x,y,z,\tau)\cdot K(t,\tau)\cdot d\tau;$$

$$\sigma_{xx}=\overset{*}{\sigma}_{xx};\ \sigma_{yy}=\overset{*}{\sigma}_{yy};\ \sigma_{zz}=\overset{*}{\sigma}_{zz};\ \tau_{xy}=\overset{*}{\tau}_{xy};\ \tau_{xz}=\overset{*}{\tau}_{xz};\ \tau_{yz}=\overset{*}{\tau}_{yz};\ P=P^*.\quad(6.1.5)$$

Здесь $U, V, W, U^*, V^*, W^*, \sigma_{xx}$, σ_{yy}, σ_{zz}, τ_{xy}, τ_{xz}, $\tau_{yz}, \overset{*}{\sigma}_{xx}$, $\overset{*}{\sigma}_{yy}$, $\overset{*}{\sigma}_{zz}$, $\overset{*}{\tau}_{xy}$, $\overset{*}{\tau}_{xz}, \overset{*}{\tau}_{yz}, R(t,\tau)$ и $K(t,\tau)$ - см. пояснения к формулам (5.1.1).

Уравнения (6.1.5) позволяют находить точные общие **решения** задачи об определении напряженно- деформированного состояния грунтовых оснований в рамках модели **обладающей свойством ползучести изотропной водонасыщенной линейной среды.** Для построения **частных решений задачи** к ним следует присоединить **начальные и граничные условия** [65, 66]**.**

6.2. ЦИЛИНДРИЧЕСКАЯ СИСТЕМА КООРДИНАТ С ОСЕВОЙ СИММЕТРИЕЙ

Для построения общего решения системы уравнений, которые описывают напряженно- деформированное состояние **водонасыщенного упругого основания** в декартовой системе координат, положим в (4.2.7):

$$\left.\begin{aligned} U &= \frac{\partial}{\partial r}\Phi - \frac{\partial^2}{\partial r \partial z}F; \\ W &= \frac{\partial}{\partial z}\Phi + \frac{\lambda + 2 \cdot G}{\lambda + G} \cdot \Delta F - \frac{\partial^2}{\partial z^2}F, \end{aligned}\right\}, \tag{6.2.1}$$

где Φ и F подлежащие определению функции координат r, z и времени t.

В этом случае при выполнении равенств

$$\left.\begin{aligned} & P = \beta \cdot (\lambda + 2 \cdot G) \cdot \Delta\Phi \\ & и \\ & \Delta^2 F = 0, \end{aligned}\right\}, \tag{6.2.2}$$

уравнения равновесия (первые два уравнения (4.2.7)) удовлетворяются тождественно, а уравнение порового давления (третье уравнение (4.2.7)) имеет вид:

$$c_V \cdot P - \frac{\beta}{3} \cdot (3 \cdot \lambda + 2 \cdot G) \cdot \frac{\partial}{\partial\ t}\Phi - \frac{\beta \cdot (3 \cdot \lambda + 2 \cdot G) \cdot G}{3 \cdot (\lambda + G)} \cdot \frac{\partial^2}{\partial t\ \partial z}F = \psi(r, z, t). \tag{6.2.3}$$

Здесь $\psi(r,z,t)$ - некоторая произвольная гармоническая функция координат, которая в общем случае параметрически зависит от времени. Поскольку для определения функции $\psi(r,z,t)$ необходимы дополнительные условия, в дальнейшем будем полагать тождественно равной нулю.

Далее из (4.2.7) с учетом (6.2.1)…(6.2.3) найдем окончательно:

$$U = \frac{\partial}{\partial r}\Phi - \frac{\partial^2}{\partial r \partial z}F; \tag{6.2.4}$$

$$W = \frac{\partial}{\partial z}\Phi + \frac{\lambda + 2\cdot G}{\lambda + G}\cdot \Delta F - \frac{\partial^2}{\partial z^2}F\,;$$

$$P = \beta\cdot(\lambda + 2\cdot G)\cdot \Delta\Phi;$$

$$\Delta^2 F = 0;$$

$$\Delta^2\cdot\left(3\cdot c_v\cdot\frac{\lambda + 2\cdot G}{3\cdot\lambda + 2\cdot G}\Delta\Phi - \frac{\partial\Phi}{\partial t}\right) = 0;$$

$$c_v\cdot P - \frac{3\cdot\lambda + 2\cdot G}{3}\cdot\beta\cdot\frac{\partial\Phi}{\partial t} - \frac{3\cdot\lambda + 2\cdot G}{3\cdot(\lambda + G)}\cdot\beta\cdot G\cdot\frac{\partial^2 F}{\partial t\partial z} = 0;$$

$$\varepsilon_z = \frac{\partial^2\Phi}{\partial z^2} + \frac{\lambda + 2\cdot G}{\lambda + G}\cdot\frac{\partial}{\partial z}\Delta F - \frac{\partial^3 F}{\partial z^3};$$

$$\varepsilon_r = \frac{\partial^2\Phi}{\partial r^2} - \frac{\partial^3 F}{\partial r^2\partial z};$$

$$\varepsilon_\theta = \frac{1}{r}\cdot\frac{\partial\Phi}{\partial r} - \frac{1}{r}\cdot\frac{\partial^2 F}{\partial r\partial z};$$

$$e = \Delta\Phi + \frac{G}{\lambda + G}\cdot\frac{\partial}{\partial z}\Delta F;$$

$$\gamma_{rz} = \frac{\partial}{\partial r}\cdot\left(\frac{\lambda + 2\cdot G}{\lambda + G}\Delta F - 2\cdot\frac{\partial^2 F}{\partial z^2}\right) + 2\cdot\frac{\partial^2\Phi}{\partial r\partial z}; \tag{6.2.4}$$

$$\omega = -\frac{1}{2} \cdot \frac{\lambda + 2 \cdot G}{\lambda + G} \cdot \frac{\partial}{\partial r} \Delta F \ ;$$

$$\sigma_{zz} = 2 \cdot G \cdot \left(\frac{\partial^2 \Phi}{\partial z^2} + \frac{\lambda + 2 \cdot G}{\lambda + G} \cdot \frac{\partial}{\partial z} \Delta F - \frac{\partial^3 F}{\partial z^3} \right) + \lambda \cdot \left(\Delta \Phi + \frac{G}{\lambda + G} \cdot \frac{\partial}{\partial z} \Delta F \right) - \frac{1}{\beta} \cdot P \, ;$$

$$\sigma_{rr} = 2 \cdot G \cdot \left(\frac{\partial^2 \Phi}{\partial r^2} - \frac{\partial^3 F}{\partial r^2 \partial z} ; \right) + \lambda \cdot \left(\Delta \Phi + \frac{G}{\lambda + G} \cdot \frac{\partial}{\partial z} \Delta F \right) - \frac{1}{\beta} \cdot P \, ;$$

$$\sigma_{\theta\theta} = 2 \cdot G \cdot \left(\frac{1}{r} \cdot \frac{\partial \Phi}{\partial r} - \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial^2 F}{\partial r \partial z} \right) + \lambda \cdot \left(\Delta \Phi + \frac{G}{\lambda + G} \cdot \frac{\partial}{\partial z} \Delta F \right) - \frac{1}{\beta} \cdot P \, ;$$

$$\tau_{rz} = G \cdot \frac{\partial}{\partial r} \cdot \left(\frac{\lambda + 2 \cdot G}{\lambda + G} \Delta - 2 \cdot \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right) \cdot F + 2 \cdot G \cdot \frac{\partial^2 \Phi}{\partial z \partial r} . \qquad (6.2.4)$$

Уравнения (6.2.4) позволяют находить точные общие **решения** задачи об определении напряженно- деформированного состояния грунтовых оснований в рамках модели **упругой изотропной водонасыщенной линейной среды.** Для построения **частных решений задачи** к (6.2.4) следует присоединить **начальные и граничные условия** [65, 66].

В заключение отметим, что пятое уравнение системы (6.2.4) может быть заменено равенством вида

$$\Delta \ \cdot \left(3 \cdot c_v \cdot \frac{\lambda + 2 \cdot G}{3 \cdot \lambda + 2 \cdot G} \Delta P - \frac{\partial P}{\partial t} \right) = 0 .$$

Для построения общего решения системы уравнений, которые описывают напряженно- деформированное состояние **водонасыщенного обладающего свойством ползучести основания** в цилиндрической системе координат с осевой симметрией, применим к напряжениям и перемещениям системы (4.2.3) преобразования (5.2.1). Таким образом, мы придем к полностью идентичной (4.2.7) системе уравнений. В этой связи с учетом равенств (6.2.1), (6.2.2)), (6.2.3) и (6.2.4) общее решение системы (4.2.3) имеет вид:

$$U^{*} = \frac{\partial}{\partial r}\Phi - \frac{\partial^2}{\partial r \partial z}F;$$

$$W^{*} = \frac{\partial}{\partial z}\Phi + \frac{\lambda + 2\cdot G}{\lambda + G}\cdot \Delta F - \frac{\partial^2}{\partial z^2}F;$$

$$P^{*} = \beta \cdot (\lambda + 2\cdot G)\cdot \Delta\Phi;$$

$$\Delta^2 F = 0;$$

$$\Delta^2 \cdot \left(3\cdot c_v \cdot \frac{\lambda + 2\cdot G}{3\cdot\lambda + 2\cdot G}\Delta\Phi - \frac{\partial \Phi}{\partial t}\right) = 0;$$

$$c_v \cdot P^{*} - \frac{3\cdot\lambda + 2\cdot G}{3}\cdot\beta\cdot\frac{\partial\Phi}{\partial t} - \frac{3\cdot\lambda + 2\cdot G}{3\cdot(\lambda + G)}\cdot\beta\cdot G\cdot\frac{\partial^2 F}{\partial t \partial z} = 0;$$

$$\varepsilon_z^{*} = \frac{\partial^2 \Phi}{\partial z^2} + \frac{\lambda + 2\cdot G}{\lambda + G}\cdot\frac{\partial}{\partial z}\Delta F - \frac{\partial^2 F}{\partial z^2}; \qquad (6.2.5)$$

$$\varepsilon_r^* = \frac{\partial^2 \Phi}{\partial r^2} - \frac{\partial^3 F}{\partial r^2 \partial z};$$

$$\varepsilon_\theta^* = \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial \Phi}{\partial r} - \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial^2 F}{\partial r \partial z};$$

$$e^* = \Delta\Phi + \frac{G}{\lambda + G} \cdot \frac{\partial}{\partial z} \Delta F;$$

$$\gamma_{rz}^* = \frac{\partial}{\partial r} \cdot \left(\frac{\lambda + 2 \cdot G}{\lambda + G} \Delta F - 2 \cdot \frac{\partial^2 F}{\partial z^2} \right) + 2 \cdot \frac{\partial^2 \Phi}{\partial r \partial z};$$

$$\omega^* = -\frac{1}{2} \cdot \frac{\lambda + 2 \cdot G}{\lambda + G} \cdot \frac{\partial}{\partial r} \Delta F;$$

$$\sigma_{zz}^* = 2 \cdot G \cdot \left(\frac{\partial^2 \Phi}{\partial z^2} + \frac{\lambda + 2 \cdot G}{\lambda + G} \cdot \frac{\partial}{\partial z} \Delta F - \frac{\partial^3 F}{\partial z^3} \right) + \lambda \cdot \left(\Delta\Phi + \frac{G}{\lambda + G} \cdot \frac{\partial}{\partial z} \Delta F \right) - \frac{1}{\beta} \cdot P^*;$$

$$\sigma_{rr}^* = 2 \cdot G \cdot \left(\frac{\partial^2 \Phi}{\partial r^2} - \frac{\partial^3 F}{\partial r^2 \partial z}; \right) + \lambda \cdot \left(\Delta\Phi + \frac{G}{\lambda + G} \cdot \frac{\partial}{\partial z} \Delta F \right) - \frac{1}{\beta} \cdot P^*;$$

$$\sigma_{\theta\theta}^* = 2 \cdot G \cdot \left(\frac{1}{r} \cdot \frac{\partial \Phi}{\partial r} - \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial^2 F}{\partial r \partial z} \right) + \lambda \cdot \left(\Delta\Phi + \frac{G}{\lambda + G} \cdot \frac{\partial}{\partial z} \Delta F \right) - \frac{1}{\beta} \cdot P^*;$$

$$\tau_{rz}^* = G \cdot \frac{\partial}{\partial r} \cdot \left(\frac{\lambda + 2 \cdot G}{\lambda + G} \Delta - 2 \cdot \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right) \cdot F + 2 \cdot G \cdot \frac{\partial^2 \Phi}{\partial z \partial r};$$

$$U(r,z,t) = U^*(r,z,t) + \int_0^t U^*(r,z,\tau) \cdot K(t,\tau) \cdot d\tau; \qquad (6.2.5)$$

$$W(r,z,t)=W^*(r,z,t)+\int_0^t W^*(r,z,\tau)\cdot K(t,\tau)\cdot d\tau;$$

$$\sigma_{rr}=\sigma_{rr}^*;\ \sigma_{\theta\theta}=\sigma_{\theta\theta}^*;\ \sigma_{zz}=\sigma_{zz}^*;\ \tau_{rz}=\tau_{rz}^*;\ P=P^*. \qquad (6.2.5)$$

Уравнения (6.2.5) позволяют находить точные общие **решения** задачи об определении напряженно- деформированного состояния грунтовых оснований в рамках модели **обладающей свойством ползучести изотропной водонасыщенной линейной среды.** Для построения **частных решений задачи** к ним следует присоединить **начальные и граничные условия** [65, 66].

6.3. СФЕРИЧЕСКАЯ СИСТЕМА КООРДИНАТ С ЦЕНТРАЛЬНОЙ СИММЕТРИЕЙ

Для построения общего решения системы уравнений, которые описывают напряженно- деформированное состояние **водонасыщенного упругого основания** в сферической системе координат с центральной симметрией, положим в (4.3.8):

$$P=\beta\cdot(\lambda+2\cdot G)\cdot\left(\frac{\partial U}{\partial r}+2\cdot\frac{U}{r}\right)+C_1(t);$$

$$c_v\cdot(\lambda+2\cdot G)\cdot\frac{\partial^2}{\partial r^2}\cdot\left[\frac{\partial U}{\partial r}+\frac{4}{r}\cdot U\right]-\frac{3\cdot\lambda+2\cdot G}{3}\cdot\frac{\partial}{\partial t}\cdot\left[\frac{\partial U}{\partial r}+\frac{2}{r}\cdot U\right]=0;$$

$$\sigma_{rr}=(\lambda+2\cdot G)\cdot\frac{\partial U}{\partial r}+\frac{2\cdot\lambda}{r}\cdot U-\frac{1}{\beta}\cdot P; \qquad (6.3.1)$$

$$\sigma_{\varphi\varphi} = \sigma_{\psi\psi} = \lambda \cdot \frac{\partial U}{\partial r} + \frac{2\cdot(\lambda + G)}{r} \cdot U - \frac{1}{\beta} \cdot P;$$

$$\varepsilon_{rr} = \frac{\partial U}{\partial r}; \quad \varepsilon_{\varphi\varphi} = \frac{U}{r}; \quad \varepsilon_{\psi\psi} = \frac{U}{r};$$

$$e = \varepsilon_{rr} + \varepsilon_{\varphi\varphi} + \varepsilon_{\psi\psi};$$

$$\sigma_{kk} = \sigma_{rr} + \sigma_{\varphi\varphi} + \sigma_{\psi\psi}. \qquad (6.3.1)$$

Здесь $C_1(t)$ - подлежащая определению из граничных условий некоторая неизвестная функция времени. Уравнения (6.3.1) позволяют находить точные общие **решения** задачи об определении напряженно- деформированного состояния грунтовых оснований в рамках модели **упругой изотропной водонасыщенной линейной среды.** Для построения **частных решений задачи** к (6.3.1) следует присоединить **начальные и граничные условия** [65, 66]**.**

В заключение отметим, что второе уравнение системы (6.3.1) может быть заменено равенством вида

$$c_k \cdot \frac{\partial^2}{\partial r^2} \cdot \left[\frac{\partial U}{\partial r} + \frac{4}{r} \cdot U \right] - \frac{\partial}{\partial t} \cdot \left[\frac{\partial U}{\partial r} + \frac{2}{r} \cdot U \right] = 0, \qquad (6.3.2)$$

где c_k - коэффициент консолидации при компрессии.

Для построения общего решения системы уравнений, которые описывают напряженно- деформированное состояние **водонасыщенного обладающего свойством ползучести основания** в сферической системе координат с центральной симметрией, применим к напряжениям и перемещениям системы (4.3.4) преобразования (5.3.1). Таким образом мы придем к системе уравнений, полностью идентичной (4.3.8). С учетом сказанного, общее решение системы (4.3.4) имеет вид:

$$P^{*} = \beta \cdot (\lambda + 2 \cdot G) \cdot \left(\frac{\partial U^{*}}{\partial r} + 2 \cdot \frac{U^{*}}{r} \right) + C_1(t);$$

$$c_k \cdot \frac{\partial^2}{\partial r^2} \cdot \left[\frac{\partial U^{*}}{\partial r} + \frac{4}{r} \cdot U^{*} \right] - \frac{\partial}{\partial t} \cdot \left[\frac{\partial U^{*}}{\partial r} + \frac{2}{r} \cdot U^{*} \right] = 0;$$

$$\sigma_{rr}^{*} = (\lambda + 2 \cdot G) \cdot \frac{\partial U^{*}}{\partial r} + \frac{2 \cdot \lambda}{r} \cdot U^{*} - \frac{1}{\beta} \cdot P^{*};$$

$$\sigma_{\varphi\varphi}^{*} = \sigma_{\psi\psi}^{*} = \lambda \cdot \frac{\partial U^{*}}{\partial r} + \frac{2 \cdot (\lambda + G)}{r} \cdot U^{*} - \frac{1}{\beta} \cdot P^{*};$$

$$\varepsilon_{rr}^{*} = \frac{\partial U^{*}}{\partial r}; \quad \varepsilon_{\varphi\varphi}^{*} = \frac{U^{*}}{r}; \quad \varepsilon_{\psi\psi}^{*} = \frac{U^{*}}{r};$$

$$e^{*} = \varepsilon_{rr}^{*} + \varepsilon_{\varphi\varphi}^{*} + \varepsilon_{\psi\psi}^{*};$$

$$\sigma_{kk}^{*} = \sigma_{rr}^{*} + \sigma_{\varphi\varphi}^{*} + \sigma_{\psi\psi}^{*};$$

$$U(r,t) = U^{*}(r,t) + \int_0^t U^{*}(r,\tau) \cdot K(t,\tau) \cdot d\tau;$$

$$\sigma_{rr} = \sigma_{rr}^{*}; \; \sigma_{\varphi\varphi} = \sigma_{\varphi\varphi}^{*}; \; \sigma_{\psi\psi} = \sigma_{\psi\psi}^{*}; \; P = P^{*}. \qquad (6.3.3)$$

Здесь $C_1(t)$ - подлежащая определению путем удовлетворения граничных условий некоторая неизвестная функция времени.

Уравнения (6.3.3) позволяют находить точные общие **решения** задачи об определении напряженно- деформированного состояния грунтовых оснований в рамках модели **обладающей свойством ползучести изотропной водонасыщенной линейной среды.** Для построения **частных решений задачи** к ним следует присоединить **начальные и граничные условия** [65, 66]**.**

6.4. ОБСУЖДЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ ИССЛЕДОВАНИЙ. ВЫВОДЫ ПО РАЗДЕЛУ

В целом изложенные в настоящем разделе материалы исследований позволили нам сделать такие выводы.

1. В **декартовой, цилиндрической (при учете осевой симметрии задачи) и сферической (при учете центральной симметрии задачи) системах координат** получены **точные общие решения** задачи об определении напряженно- деформированного **состояния упругого водонасыщенного основания.** Все представленные в разделе решения получены в рамках **теории взаимосвязанной фильтрационной консолидации.**
2. Эти результаты обобщены на случай **водонасыщенного обладающего свойством ползучести основания.**
3. Для построения частных решений к полученным в настоящем разделе общим решениям следует присоединить **граничные и начальные условия.**

В целом, был сделан вывод о том, что областью применения полученных в настоящем разделе результатов является прогноз длительных деформаций водонасыщенных оснований фундаментов зданий и сооружений.

При этом полученные в разделе результаты допускают естественное обобщение на решение задач об определении напряженно- деформированного состояния **обладающих свойством ползучести материалов** и выполненных из этих материалов конструкций в рамках **теории взаимосвязанной термоупругости** [104].