# МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ УКРАИНЫ Государственное высшее учебное заведение «НАЦИОНАЛЬНЫЙ ГОРНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»



#### МОДЕЛИРОВАНИЕ РАБОЧИХ ПРОЦЕССОВ ТРЕНИЯ В КОЛОДОЧНО-КОЛЕСНОМ ТОРМОЗЕ ШАХТНЫХ ЛОКОМОТИВОВ

Монография

Днипро НГУ 2017

#### Рекомендовано до друку

вченою радою Державного ВНЗ «Національний гірничий університет» (протокол № 3 від 14 лютого 2017 р.)

#### Рецензенти:

- В.І. Самуся д-р техн. наук, проф., завідувач кафедри гірничої механіки (Державний ВНЗ «Національний гірничий університет»);
- О.О. Бейгул д-р техн. наук, проф., завідувач кафедри металургійного обладнання (Дніпродзержинський державний технічний університет).

Автори: О.М. Коптовець, д-р техн. наук, проф.; Л.Н. Ширін, д-р техн. наук, проф.; Е.М. Шляхов, доц; О.В. Денищенко, канд. техн. наук, доц.; В.В. Зіль, канд. техн. наук, доц.; В.В. Яворська, інж.

#### Моделирование рабочих процессов трения в колодочно-

М74 колесном тормозе шахтных локомотивов : монография / А.Н. Коптовец, Л.Н. Ширин, Э.М. Шляхов, А.В. Денищенко, В.В. Зиль, В.В. Яворская ; М-во образования и науки Украины, Нац. горн. ун-т. – Днипро, 2017. – 258 с.

#### ISBN 978-617-7379-83-5

Посвящена исследованиям динамического нагружения тормозного механизма вибрационными нагрузками от трения для обоснования методов управления силой трения в рабочем процессе тормоза по величине и в функции скорости скольжения, увеличения коэффициента трения тормоза от кинетического значения до статического. В современном тормозостроении сила (коэффициент) трения тормоза обладает обратной реактивностью. Идентификация совместного возбуждения кинематически вынужденных колебаний за счет дискретности и конструктивных связей контакта трения с фрикционными колебаниями, применение для управления силой трения адаптивного механизма переменной структуры тормоза, используя регулирование параметров упругих и диссипативных сил нагружения его и вариационная формулировка в виде квазивариационного неравенства дает решение нелинейной динамической задачи с трением и научные основы для создания новых принципов конструирования, изготовления и эксплуатации тормозов как трибологической системы подвижного состава шахтного рельсового транспорта высокого технического уровня.

Для студентов, инженерно-технических работников, научных сотрудников высших учебных заведений, научно-технических институтов и проектных организаций угольной промышленности.

Ил. 135. Библиогр.: 186 назв.

УДК 622.625.28:62-592.11

© О.М. Коптовець, Л.Н. Ширін, Е.М. Шляхов, О.В. Денищенко, В.В. Зіль, В.В. Яворська, 2017 ©Державний ВНЗ «Національний гірничий університет», 2017

### СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ	7
РАЗДЕЛ 1. ПРЕДМЕТ ИССЛЕДОВАНИЯ И СУЩНОСТЬ	
НАУЧНОЙ ПРОБЛЕМЫ	13
1.1. Классификация методов управляемого движения механических	
систем	13
1.2. Классификационные схемы способов торможения, тормозов и	
структуры тормозной системы	14
1.3. Основные законы внешнего трения в рабочих процессах	
фрикционных тормозов	28
1.4. Кинетическая характеристика трения тормоза подвижного	
состава рельсового и мобильного транспорта	31
1.5. Задачи механики адаптируемых материалов	37
1.5.1. Оптимизация трибологической системы свойствами	
фрикционных материалов	37
1.5.2. Управление структурой и трибологическими свойствами	
фрикционных материалов для тормозов	41
1.6. Анализ современных представлений о взаимосвязи трения и	
колебаний	43
1.7. Задачи механики контактного взаимодействия при скольжении	
твердых тел	58
1.7.1. Контактирование твердых тел	58
1.7.2. Контактное сближение в статике	60
1.7.3. Контактное сближение при скольжении	62
1.7.4. Коэффициент трения	62
1.8. Выводы	64
1.9. Постановка задач исследования	65
РАЗДЕЛ 2. РАЗРАБОТКА И АНАЛИЗ КЛАССИФИКАЦИИ	
показателей назначения тормоза для определения	
ТЕХНИЧЕСКОГО УРОВНЯ ШАХТНОГО ПОДВИЖНОГО	
СОСТАВА ПО ЭФФЕКТИВНОСТИ ТОРМОЖЕНИЯ	67
2.1. Идентификация состояний тормоза в условиях структурной	
неопределенности	67
2.2. Функционально-морфологическая модель тормоза с	71
напряженным замкнутым кинематическим контуром	71
2.3. Динамическая модель тормоза с адаптивными структурными	7.
группами	76
2.4. Структурный и динамический анализы тормозного механизма	81
2.5. Математическая модель и вычислительный алгоритм	01
моделирования тяги и движения шахтных поездов	91
2.6. Коэффициент полезного действия тормоза подвижного состава	101
рельсового транспорта	101

2.7. Исследование тормозной эффективности шахтных поездов и
оценка технического уровня подвижного состава по эффективности тяги
и торможения
2.8. Выводы
РАЗДЕЛ 3. РАЗРАБОТКА ДИНАМИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ
тормозного механизма с учетом дискретности
ФРИКЦИОННОГО КОНТАКТА
3.1. Разработка расчетной схемы тормозного механизма
3.2. Разработка математической модели тормозного механизма
3.3. Применение вариационного метода к решению нелинейной
динамической задачи с трением
3.4. Разработка вычислительных алгоритмов моделирования
колебательных процессов фрикционного контакта
3.4.1. Трехслойные разностные схемы
3.4.2. Двухслойные разностные схемы
3.5. Методика анализа колебаний в тормозных механизмах методом
вычислительного эксперимента
3.5.1. Выбор шага интегрирования по времени
3.5.2. Применение автокорреляционных функций для определения
периода колебаний
3.5.3. Методика проведения спектрального анализа
3.5.4. Фазовые диаграммы
3.5.5. Построение амплитудных зависимостей методом
продолжения по параметру
3.6. Программная реализация математической модели колебаний
тормоза
3.6.1. Общая характеристика компьютерной программы
3.6.2. Входные данные
3.6.3. Представление результатов расчетов
3.7. Верификация разработанных алгоритмов и программного
обеспечения
3.8. Выводы
РАЗДЕЛ 4. ИДЕНТИФИКАЦИЯ ПАРАМЕТРОВ
МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ ТЯГИ И ДВИЖЕНИЯ ПОЕЗДА И
ДИНАМИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ ТОРМОЗА
4.1. Измерительный и обрабатывающий комплекс аппаратуры для
определения характеристик рабочего процесса тормоза
4.2. Исследование рабочих процессов фрикционного тормоза
методом анализа вынужденных колебаний колодки
4.3. Экспериментальные исследования характеристик трения
тормоза и фрикционных контактных колебаний
4.4. Разработка нормативных значений ходовых качеств
подвижного состава рельсового транспорта шахт
4.4.1. Планирование эксперимента
4.4.1.1. Постановка задачи

4.4.1.2. Выбор математической модели	165
4.4.1.3. Выбор и анализ экспериментальных методов	166
4.4.1.4. План эксперимента и его реализация	167
4.4.1.5. Аппаратура, измерительные узлы и схемы	169
4.4.2. Программа эксперимента	172
4.4.3. Порядок обработки результатов эксперимента	174
4.4.4. Результаты эксперимента и их интерпретация	175
4.5. Тягово-энергетические и вибро-шумовые периодические	175
испытания шахтных электровозов на соответствие требовниям	
ТУ 24.0081256-82, ГОСТ 12.1.028-80 и «Карты технического уровня»	186
	193
4.6. Выводы РАЗРАБОТКА ДИНАМИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ	193
ТОРМОЗА С УЧЕТОМ КОНСТРУКТИВНЫХ СВЯЗЕЙ И	
РАСПРЕДЕЛЕНИЯ КОНТАКТНЫХ УСИЛИЙ ПО	105
ШЕРОХОВАТЫМ ПОВЕРХНОСТЯМ КОНТАКТА	195
5.1. Взаимодействие нормальных и тангенциальных фрикционных	105
колебаний в тормозе при наличии конструктивных связей	195
5.1.1. Постановка задачи	195
5.1.2. Метод решения	196
5.1.3. Численные результаты	198
5.2. Математическая модель и вычислительный алгоритм	
моделирования взаимодействия фрикционных колебаний в тормозе при	
наличии конструктивных связей и распределении контактных усилий по	
деформируемым шероховатым поверхностям контакта	199
5.2.1. Постановка задачи	199
5.2.2. Вариационная формулировка задачи	202
5.3. Выводы	207
РАЗДЕЛ 6. РАЗРАБОТКА МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ И	
вычислительного алгоритма моделирования	
торможения поезда с учетом взаимодействия	
НОРМАЛЬНЫХ И ТАНГЕНЦИАЛЬНЫХ КОЛЕБАНИЙ В	
ТОРМОЗЕ ПРИ НЕУСТАНОВИВШИХСЯ РЕЖИМАХ	209
6.1. Разработка математической модели взаимодействия	
фрикционных колебаний тормоза при неустановившихся режимах	
торможения	209
6.2. Разработка вариационных формулирований нелинейных	
динамических задач о взаимодействии фрикционных колебаний в	
тормозе	213
6.3. Разработка вычислительных алгоритмов моделирования	
взаимодействия фрикционных колебаний в тормозе на основе	
разностных схем	214
6.3.1. Трехслойные разностные схемы	214
6.3.2. Двухслойные разностные схемы	217
6.4. Спектральный анализ тангенциальных и нормальных колебаний	<b>~</b> 1/
в тормозах	220

6.4.1. Критерии восстановления движения динамической системы на	
основе численного решения	220
6.4.2. Автокорреляционная функция	221
6.4.3. Дискретные преобразования Фурье	222
6.5. Результаты вычислительных экспериментов для проектирования	
тормозных систем подвижного состава	223
6.6. Внедрение результатов исследования и научные основы	
разработки тормозных систем	232
6.6.1. Внедрение результатов исследования	232
6.6.2. Научные основы разработки тормозных систем подвижного	
состава рельсового транспорта шахт	236
6.7. Выводы	239
ЗАКЛЮЧЕНИЕ	242
СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ	246

#### **ВВЕДЕНИЕ**

Современные забои шахт обеспечивают высокие объемы добычи. Примером полной конвейеризации основного грузопотока является угольная промышленность Великобритании. Однако основные грузопотоки угольных шахт характеризуются высокой неравномерностью. В связи с этим угольная промышленность Германии, напротив, отдает предпочтение рельсовому транспорту, который взял на себя выполнение задач усреднения, аккумулирования грузопотоков и комбинированного вида транспорта.

подземного транспорта при развитии объединение преимуществ рельсового и конвейерного транспорта, что требует непрерывного повышения технического уровня подвижного состава рельсового Современные разработки вагонов cдонной конвейерных поездов для безлюдной откатки по рельсовым путям в горной промышленности, роботизированного технологического комплекса шахтной электровозной откатки могут служить прототипом транспорта будущего. Электровозная откатка относится к объектам с наиболее благоприятными предпосылками роботизиции (аналоги – транспортные роботы для доставки заготовок и деталей в гибкой производственной системе машиностроительных робототехнического комплекса Внедрение откатки эффективно в магистральных выработках с интенсивными грузопотоками, кольцевой схемой движения, погрузкой и разгрузкой состава по ходу.

В горном машиностроении Украины, России, Казахстана, Чехии сложилась практика проектирования, когда тормозное оборудование размещается только на локомотивах. При этом удельное значение тормозной силы не превышает удельное сопротивление движению грузовых поездов. В США, Франции, Англии, Швеции эксплуатируются шахтные вагоны с грузоподъемностью от 0,75 т до 50 т, которые выпускают с тормозным оборудованием.

Анализ конструкторской документации на подвижной состав, результатов испытаний его на тормозную эффективность, структурный и динамический анализ тормозного механизма показал, что колодочно-колесный тормоз шахтных локомотивов является неработоспособным на рабочих режимах торможения по показателям параметрической надежности и его нельзя использовать как аналог при разработке на прицепную часть поезда. Таким образом, тормозная система локомотивов не соответствует ГОСТ 12.2.112 – 86 «Транспорт рудничный электровозный». В результате локомотив типажного ряда АМ-8Д снят с серийного производства.

Рельсовый транспорт угольных шахт Украины имеет инвентарный парк подвижного состава более 1300 аккумуляторных и около 100 контактных локомотивов, 6400 грузовых и пассажирских вагонов. Протяженность горизонтальных и наклонных выработок для перевозки угля и породы составляет около 1500 км, при этом свыше 60 % общего объема перевозок осуществляется локомотивным транспортом. Для Центрального, Западного

Донбасса и Львовско-Волынского бассейна, которые разрабатывают пласты пологового залегания, значения уклонов рельсового пути изменяется от 0 до 130 % и вероятность их в вариационном ряду составляет: до 30 % - 0.043; от 30 до 50 % - 0.326; от 50 до 100 % - 0.456 и более 100 % - 0.175.

На шахтный рельсовый транспорт приходится 79,8 % несчастных случаев, при этом в горизонтальных выработках — 51,4 %, в наклонных — 28,4 %. В период с 1996 по 2006 г. на предприятиях ПО «Донецкуголь» из 1214 чел. на рельсовом транспорте погибло 239 чел., на конвейерном — 84 чел. Анализ причин несчастных случаев показывает, что около 60 % их связано с несоответствием подвижного состава требованиям нормативной документации. Из 14 технических причин травматизма недостаточность тормозной силы поезда занимает 9 место (4,92 %).

Обшей тенденцией развития рельсового транспорта шахт является повышение осевой мощности тягового подвижного состава, емкости вагонов и увеличение скорости движения.

Для повышения эффективности перемещения грузов по подземным горным выработкам шахтные поезда оснащаются тормозным оборудованием, которое конструктивно размещается только на локомотивах. В соответствии с этим удельное значение тормозной силы поезда не превышает основного удельного сопротивления его движению. При повышении скорости движения тормозная эффективность поезда снижается, что не отвечает назначению колодочно-колесного тормоза при реализации скоростной зависимости его трения на преодоление эксплуатационных нагрузок. исследованиями доказано, что за счет изменения сил трения тормозного механизма от скорости скольжения и тормозного нажатия мощность его уменьшается в три раза при скорости начала торможения 3 м/с и в 11 раз при 5 м/с. Именно это не позволяет размещать тормозное оборудование на прицепную часть поезда. В условиях интенсификации горных работ и высокой неравномерности грузопотоков необходимо увеличивать массу грузов, скорость их перемещения и эффективность торможения шахтного подвижного состава.

Для улучшения фрикционных характеристик пар трения мировая практика перспективного тормозостроения использует в смежных отраслях транспорта современные решения задач механики адаптируемых материалов путем применения композиционных, металлокерамических и асбополимерних тормозных колодок. Но при этом не используются разработки адаптивных структур механизмов, трибологии и трибомеханики для изменения упругодиссипативных характеристик тормозных систем в целом. Не рассматривается также вибрационное нагружение тормозного механизма с целью управления рабочими процессами трения и достижения необходимых параметров тормозов в динамическом режиме.

Последнее обусловленно тем, что в теории тяги принято допущение, согласно которому тормозная передача является механизмом с жесткими звеньями. В связи с этим условия возникновения фрикционных колебаний при нагружении тормозов, возможность управлять трением за счет их

демпфирования и использования в новых технических решениях не рассматриваются. На шахтном рельсовом транспорте не принято также нормирование эффективности фрикционных свойств тормозов, то есть реализуется тот путь, когда используется идеализированная динамическая модель тормоза, пренебрегая инерцией и упруго-демпфирующими свойствами звеньев и контакта, что ведет к противоречию в реализации средств тяги и торможения шахтных поездов.

Таким образом, актуальной является постановка научной проблемы, которая состоит в обосновании методов управления силой трения в рабочем процессе тормоза по величине и в функции скорости скольжения, показателями эффективности тормоза и торможения подвижного состава рельсового на основе идентификации совместного возбуждения кинематически вынужденных колебаний за счет дискретности конструктивных связей контакта трения с фрикционными колебаниями, что позволяет выявить новые технические решения для разработки тормозных систем подвижного состава шахтного рельсового транспорта высокого технического уровня.

Идея работы — регулирование параметров фрикционных колебаний для управления силой трения тормоза, как трибологической системы, в которой коэффициент трения обладает агрегатными свойствами.

Объект исследования: тяжелонагруженные режимы трения в трибологических системах с контактным возбуждением колебаний для управления движением подвижного состава.

Предмет исследования: взаимодействие нормальных вынужденных и тангенциальных фрикционных колебаний, управление силой трения в рабочем процессе тормоза, показателями эффективности тормоза и торможения подвижного состава рельсового транспорта шахт.

Научные результаты проведенных исследований.

- 1. Колодчно-колесный тормоз подвижного состава рельсового транспорта необходимо рассматривать как трибологическую систему звеньями, обладает деформируемыми которая видом структурной неопределенности по количеству и составу входных переменных в моделях зависимости силы (коэффициента) трения как выходных переменных, при этом установлено, что в регрессионной дискриминантной модели коэффициент трения тормоза линейно снижается от тормозного нажатия (частный коэффициент корреляции 0,69) и скорости движения (0,71) с коэффициентом множественной корреляции 0,96. В области экспериментальных условий для тормозного нажатия до 12 кН и скорости движения до 5 м/с сила трения составляет до 7 кН, разница между статическим (0,739) и кинетическим (0,309) коэффициентами трения 0,430, номинальная мощность 20 кВт, КПД 0,7, нагрузочного коэффициент вариации режима 30 %, ДО тормозная нагруженность 6 кг/мм<sup>2</sup>, работа торможения  $1.5 \cdot 10^3$  кДж.
- 2. Установлено, что относительное скольжение тормозной колодки приводит к виброперемещениям в нормальном направлении до 15 мкм с

частотой до 1 кГц, зависимость между нормальной силой нагружения и силой трения нелинейна и асимметрична относительно среднего значения, сближение контакта изменяется нелинейно, введение демпфирования 2 кНс/м и снижение жесткости в нормальном направлении от 2540 до 420 кН/м исключает уменьшение силы трения при увеличении скорости скольжения и увеличивает силу трения на всем интервале скоростей по сравнению с ее значениями при тех же скоростях движения без демпфирования, что в состоянии тормоза выражается изменением коэффициентов регрессии статистической модели характеристики трения тормоза и частных коэффициентов корреляции от 0,73 до 0,29 (скорости движения), от 0,33 до 0,65 (тормозного нажатия) и позволяет управлять силой трения тормоза.

- 3. Взаимодействие нормальных и тангенциальных колебаний тормозного механизма сводится к решению нелинейной динамической задачи с амонтоновым трением (18 параметров математической модели) методом установления при использовании трехслойных разностных схем со значениями весовых коэффициентов  $\Theta_1 = \Theta_3 = 0.25$ ,  $\Theta_2 = 0.5$ , а при использовании двухслойных разностных схем  $\Theta = 0.5$ . Имеет место линейная зависимость коэффициента трения, при котором возникают фрикционные колебания, от угла наклона конструктивной связи тормозной колодки  $0^{\circ} \le \alpha \le 30^{\circ}$ , нелинейная от отношения жесткостей кинематических пар подвески тормозной колодки и тормозного нажатия с минимальным значением при  $c_1 = c_2$ .
- 4. Разработана функционально-морфологическая модель тормоза, в соответствии с которой тормозная передача является механизмом с переменной структурой, изменяет число степеней свободы при включении тормозного механизма от 1 до 0 и относится к неассуровым структурным группам отрицательного порядка, тормоз с напряженным замкнутым кинематическим контуром при этом является адаптивным механизмом переменной структуры. При отсутствии точных априорных гипотез в условиях структурной неопределенности построена линейная регрессионная дискриминантная модель зависимости коэффициента трения тормоза от тормозного нажатия и скорости движения с применением всех видов статистического анализа и проверки адекватности моделей.
- 5. Установлено, что нагружение тормоза происходит вибрационными нагрузками от трения, высокочастотные колебания тормозной колодки являются результатом совместного возбуждения кинематических вынужденных колебаний за счет дискретности контакта в нормальном направлении с фрикционными колебаниями в тангенциальном направлении.
- 6. Доказано, что изменение силы (коэффициента) трения тормоза от нагрузки тормозного нажатия является результатом упругой упругопластической деформации скорости системы, скольжения результатом высокочастотного возбуждения контактных взаимодействий. Коэффициент трения тормоза обладает агрегатными свойствами и зависит от инерционных, упругих, диссипативных свойств всех кинематических пар данной трибологических системы. Фрикционные колебания синтезируют все

свойства структуры тормозной системы, что расширяет область управления трением в тормозном механизме.

- 7. Разработана динамическая модель тормоза как трибологическая система, которая отличается от известной модели с жесткими звеньями и описывает возникновение вынужденных колебаний в тормозном механизме при нагружении в результате дискретности контакта трения и при наличии двух конструктивных связей тормозной колодки, также фрикционных a автоколебаний при введении разницы между статическим и кинетическим В верификации коэффициентами трения. результате вычислительным экспериментом в зависимости от параметров динамической системы возможны варианты движения колодки: затухающие, установившиеся релаксационные и установившиеся квазигармонические колебания. Наличие конструктивных связей тормозной колодки приводит к возникновению тангенциальных фрикционных колебаний в системе, в которой не вводится разница между статическим и кинетическим коэффициентами трения.
- 8. Доказано, что амплитудно-частотные характеристики перемещений и усилий нагружения тормозной колодки, закономерности диссипации энергии в тормозном механизме изменяются в зависимости от параметров тормозного режима, инерционных, упругих и диссипативных сил нагрузки, что в состоянии тормоза выражается изменением коэффициентов регрессии статистической модели скоростной зависимости коэффициента трения.
- 9. Для управляемого движения шахтных поездов необходимо выполнять классификационное правило, позволяющее установить технический уровень подвижного состава по принадлежности к одной из совокупностей показателей тяги или торможения. Технический уровень серийного подвижного состава по эффективности торможения ниже, чем по тяге при номинальной скорости движения поезда, при этом на интенсивных режимах недоиспользуется 53 % сцепного веса локомотива. При повышении тормозной нагруженности в начале торможения наступает параметрический отказ тормоза при замедлении в результате срыва сцепления ходовых колес локомотива. Коэффициент весовой достигает значений более поездов 10. максимальную массу поезда, предельный уклон пути и суммарное значение тормозной силы поезда по сцеплению, что необходимо использовать для проектирования подвижного состава с инновациями по эффективности тяги и торможения.

обоснования И Средства достоверности точности результатов обусловлены корректностью задач исследования для достижения поставленной цели, решением задачи проверки гипотезы адекватности моделей объектам исследования, построением математических моделей объекта по данным его поведения и известных возбуждениях, применением методов активного и экспериментов, выполнением идентификации параметров состояний тормоза как структурно-неопределенной трибологической системы, использованием статистических методов моделирования прикладного статистического анализа, в том числе дискриминантного, при отсутствии точных априорных гипотез об исследуемом объекте, адаптацией методов анализа нелинейных колебаний для вычислительного эксперимента и использованием для интегрирования во времени движения динамической системы двух- и трехслойных разностных схем с весами для достижения высокой вычислительной эффективности разработанных алгоритмов.

Для верификации математической модели тормозов проведены вычислительные эксперименты по решению ряда модельных задач. Значения весовых коэффициентов разностных схем 0,25 и 0,5 дают решения динамической задачи с трением.

С учетом случайных и систематических ошибок погрешность результатов измерения составляет: тормозного нажатия 0,4 кН (относительная погрешность 6 %); силы трения 0,1 кН (5 %), скорости скольжения 0,1 м/с (3 %). При этом гипотеза о нормальности распределения результатов измерения параметров не может быть отвергнута. Сравнение выборочных дисперсий входных факторов  $(25,39 \cdot 10^{-3})$  с дисперсией случайного фактора  $(2,64 \cdot 10^{-3})$  с помощью критерия Фишера свидетельствует с уровнем достоверности 0,95 о значимости влияния тормозного нажатия и скорости скольжения на величину коэффициента трения, стандартная погрешность составляет 0,0514. его Проверка моделей кинетической характеристики адекватности всех трения подтверждает сходимость расчетных **F**-критерию высокую значений коэффициента трения с экспериментальными.

Результаты работы имеют социальный эффект за счет повышения технического состояния, надежности локомотивов и подвижного состава, уровня безопасности перевозки людей и грузов на новых и действующих шахтах, расширения области применения локомотивного транспорта в выработках с завышенным профилем пути.

#### РАЗДЕЛ 1 ПРЕДМЕТ ИССЛЕДОВАНИЯ И СУЩНОСТЬ НАУЧНОЙ ПРОБЛЕМЫ

### 1.1. Классификация методов управляемого движения механических систем

B классической рассматривают простое механике механическое движение: фазовые координаты определяются скоростью и положением каждый момент времени (двухпараметрическая системы представляет математическая модель движения такой системы дифференциальное уравнение движения материальной точки, силы заданы, не зависят от времени (неуправляемые), на систему действуют только контактномеханические связи, определяющие число степеней свободы, поведение системы подчинено закону сохранения энергии и законам классической механики. В теории тяги фазовые координаты состояния системы в каждый момент времени определяются многими параметрами, описание поведения системы выполняют несколькими математическими моделями.

В теории управляемого движения (теории тяги) решаются две задачи – об управляемости и о наблюдаемости [1]. Решение задачи управляемости сводится к определению управляющих сил, которые могут перевести систему из известного начального в заданное состояние с учетом ресурсов системы и установленных ограничений.

Управление движением транспортных машин осуществляют регулированием движущей силы привода (силы тяги) и торможением выходного звена тягового двигателя или связанных с ним механизмов.

Управление посредством торможения основано на том, что движущая сила неуправляема, а регулирование скорости и позиционирование происходит за счет дополнительной силы сопротивления движению, формируемой различными управляемыми и неуправляемыми тормозными устройствами и механизмами, связанными с выходным звеном.

Тормозные устройства и механизмы в различных областях техники называют буферами, демпферами, амортизаторами или просто тормозами. При торможении накопленная энергия (кинетическая, потенциальная) частично или полностью преобразуется в другие обратимые или необратимые виды энергии (потенциальную, тепловую).

По виду силовой характеристики тормозного устройства различают: а) устройства, создающие упругие силы сопротивления и преобразующие кинетическую энергию преимущественно в потенциальную энергию упругих элементов (пружинные, резиновые, пневматические сжатия и т. п.); б) устройства, создающие диссипативные силы сопротивления, поглощающие кинетическую энергию путем необратимого ее преобразования в тепловую (гидравлические, фрикционные) либо рассеивающие ее, например, при истечении рабочего тела в атмосферу (пневматические буферы сжатия с одновременным истечением воздуха); в) устройства смешанного типа, создающие упруго-диссипативные силы сопротивления.

Для транспортных машин показателем эффективности тормоза является значение тормозной силы, торможения — установившееся замедление и длина тормозного пути. При стендовых испытаниях для оценки эффективности используют тормозную силу, развиваемую в контакте колес с опорной поверхностью. При путевых — замедление и тормозной путь.

Действующим стандартом ОСТ 37.001.067-75 «Тормозные свойства автомобильного подвижного состава. Методы испытаний по определению эффективности тормозных систем» устанавлены три нормы эффективности: для различных категорий автомобилей — тормозной путь (до  $43,2\,\mathrm{m}$ ) и установившееся замедление (до  $7,0\,\mathrm{m/c}^2$ ); для прицепов и полуприцепов — суммарная тормозная сила.

Порядок установления основных нормативов для тормозов подвижного состава отечественных железных дорог предусмотрен тремя главными документами [2, 3, 4]. Основные требования к тормозному оборудованию «Укрзалізниці» и порядок установления главных нормативов для тормозов изложены в специальных инструкциях. В соответствии с требованиями все поезда обеспечиваются тормозами из расчета единого наименьшего тормозного нажатия на каждые 100 т массы поезда или состава. При этом правила тяговых расчетов определяют расчетное значение коэффициента трения тормозных колодок.

По данным О.В. Бесценной [5], среднее замедление железнодорожного поезда в эксплуатации достигается: магниторельсовым тормозом  $-0.8 \text{ м/c}^2$ ; пневмотормозной системой  $-1 \text{ м/c}^2$ ; совместным действием указанных тормозов  $-2 \text{ м/c}^2$ . Возникающие при самых неблагоприятных условиях торможения пассажирских поездов замедления не должны превышать  $2 \text{ м/c}^2$ . Высокоскоростные пассажирские поезда имеют ускорение до  $0.6 \text{ м/c}^2$ , более высокие ускорения недопустимы по биологическому дискомфорту.

На шахтном рельсовом транспорте действует единственный норматив [6, 7] по торможению – длина тормозного пути (20, 40 и 80 м).

## 1.2. Классификационные схемы способов торможения, тормозов и структуры тормозной системы

Весь парк выпускаемых и эксплуатируемых транспортных машин снабжен фрикционными устройствами разного назначения. Эти устройства реализуют свои функции через различные фрикционные элементы: накладки, колодки, диски.

Классификация тормозов рельсового транспорта приведена на рис. 1.1 [8].

показателем эффективности тормоза Интегральным является мощность, т. е. способность поглощать кинетическую энергию подвижного состава за определенный промежуток времени. Согласно средней мощности, что достигнута в мировом железнодорожном тормозостроении, основные типы тормозов располагаются В следующем порядке [8]: электрические, вихретоковые, электромагнитные рельсовые (9MPT),гидравлические, магниторельсовые (MPT), дисковые с противоюзным устройством, колодочные без противоюза. С показателей эффективности торможения вытекает, что для определенных типов тормозов существуют отдельные диапазоны скоростей движения (рис. 1.2).

В теории тяги поездов для решения задач железнодорожного подвижного состава принято допущение, что рычажная передача тормоза является механизмом с жесткими звеньями [9, 10]. В теории тормозов, развитой учеными В.М. Казариновым и В.Г. Иноземцевым [11, 12], рычажная передача рассматривается как упругоподатливая система, что используется для решения отдельных задач:

- расчет на прочность деталей тормозной рычажной передачи;
- ход штока поршня тормозного цилиндра вследствие упругой деформации рычажной передачи;
- расчет геометрического положения звеньев, передаточного отношения и сил нажатий тормозных колодок с учетом упругой податливости рычажной передачи.



Рис. 1.1. Классификация тормозов по способу торможения и конструкции

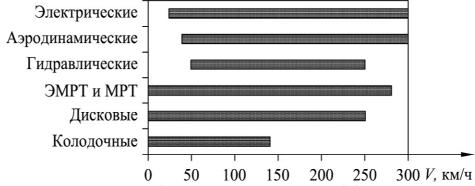


Рис. 1.2. Классификация тормозов по эффективности

Гибкостью рычажной передачи [13]  $\lambda$  названа величина упругой деформации рычажной передачи как линейное перемещение головки штока тормозного цилиндра под действием усилия по штоку  $\Pi$  в 10 кH. Гибкость передачи равна обратной величине жесткости.

Ход поршня вычисляется по формуле

$$L_{v} = \lambda \Pi. \tag{1.1}$$

Гибкость передачи с т упругими звеньями находят из равенства

$$\lambda = \sum_{i=1}^{m} \lambda_i n_i^2, \tag{1.2}$$

где  $n_{\rm i}$  – передаточное число от штока к i-му звену.

Гибкость звена на растяжение или сжатие выражается отношением

$$\lambda = \frac{l}{ES},\tag{1.3}$$

где l и S — длина и площадь поперечного сечения звена, предполагая, что звено имеет постоянное сечение; E — модуль упругости материала звена.

Для рычага выражение гибкости имеет вид

$$\lambda = \frac{a^2 b^2}{3EJkl},\tag{1.4}$$

где a, b, l — соответственно плечи и длина рычага; J — момент инерции поперечного сечения рычага в месте расположения среднего шарнира; k — поправочный коэффициент.

Ход поршня тормозного цилиндра определяется перемещениями

$$L = L_{k} + L_{p} + L_{\pi} + L_{y}, \tag{1.5}$$

где  $L_{\rm k}$  — ход поршня от величины зазора между поверхностями трения тормозных колодок и колес  $(\delta_{\rm k});\ L_{\rm p}$  — ход поршня от величины раздвижки колесных пар в пределах зазоров между буксовыми челюстями тележки и буксами колесных пар  $(\delta_{\rm p});\ L_{\rm n}$  — ход поршня от величины люфтов в шарнирах звеньев передачи  $(\delta_{\rm n});\ L_{\rm v}$  — упругая составляющая хода.

Усилие от штока поршня вычисляется по формуле

$$\Pi = \rho \omega - \Pi_{\mathrm{T}} - \Pi_{\mathrm{\Pi}},\tag{1.6}$$

где  $\rho$ ,  $\omega$  – давление воздуха и площадь поршня тормозного цилиндра;  $\Pi_{\scriptscriptstyle {\rm T}}$  – сила трения манжет поршня;  $\Pi_{\Pi}$  – сила сжатия возвращающей пружины.

$$\Pi_{\rm T} = \rho S_{\rm M} f, \tag{1.7}$$

где f – коэффициент трения резиновых манжет о стенки цилиндра;  $S_{\scriptscriptstyle \rm M}$  – площадь трения манжет.

$$\Pi_{\Pi} = \Pi_{H} + L_{C}, \tag{1.8}$$

где  $\Pi_{\rm H},\,L_{\rm c}$  – сила начального сжатия и жесткость возвращающей пружины

$$L_{\rm c} = L_{\rm k} + L_{\rm p} + L_{\rm n}.$$
 (1.9)

На рис. 1.3 и в табл. 1.1, 1.2, 1.3 даны схема рычажной передачи и расчетные значения гибкости звеньев и хода поршня.

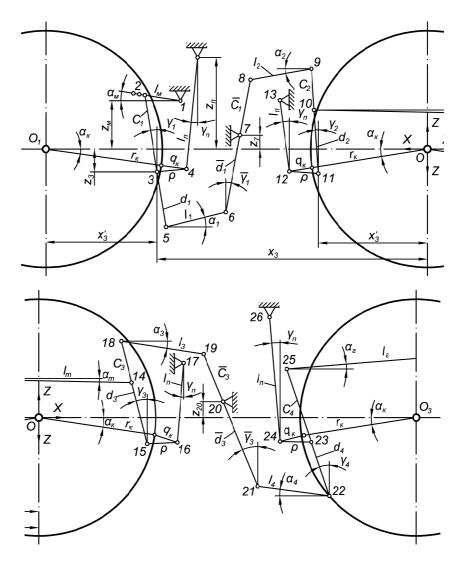


Рис. 1.3. Принципиальная схема рычажной тормозной передачи тележки УВЗ-11м

Таблица 1.1 Гибкости рычажной передачи думпкара (в мм/тс) (к схеме рис. 1.3)

i	Наименование	Эскиз и основные размеры	Обозна-	Величина
1	звена	звена	чение	Беличина
1	2	3	4	5
1	Серьга мертвой точки	t = 14 R30 60 60 150	$\lambda_1$	0,011708
3	Рычаг	R35	$\overline{\lambda}_3$	0,0299000
4	Триангель	1607	$\overline{\lambda}$	0,771248
5	Тяга	R30	$\lambda_5$	0,023419
7	Рычаг	t = 16x2 R35 305 245	$\overline{\lambda}_7$	0,030659
8	Тяга	R30	$\lambda_8$	0,017006
10	Тяга средняя	2 <u>um</u> 528	$\lambda_{10}$	0,041734
10	Рычаг	t = 12x2 R35  250 150	$\overline{\lambda}_{10}$	0,017700
18	Тяга	R30	$\lambda_{18}$	0,013940
21	Тяга	R30	$\lambda_{21}$	0,023419

Продолжение табл. 1.1

	1		продолжен	l i
1	2	3	4	5
25	Тяга левая	Ø32 Ø32 Ø32 2045	$\lambda_{25}$	0,183512
29	Затяжка	970 990	$\lambda_{29}$	Чугун. колодка 0,011843, комп. колодка 0,012087
29	Горизонталь- ный рычаг	<u>Ø30</u> 290 200 8 222 268	$\overline{\lambda}_{29}$	Чугун. колодка 0,017762, ком. колодка 0,018694

Примечание: і – номера шарниров тормозной передачи, соединяющие смежные звенья.

Таблица 1.2 Сводка результатов вычисления хода поршня тормозного цилиндра и гибкостей рычажной передачи думпкара BC–130

Материалы тормозных колодок	A, MM/TC	$L_{ m \tiny K},$	$L_{ m p},$ MM	Износ шарниров	$L_{\scriptscriptstyle m II},$ MM	$L_{ m c},$	П. тс			$L_{\rm y}$ , MM	70.7	L, MM					
Компози-				0	67,3	223	4,376	2,735	108	67	331	290					
ционный (8-1-66)	24,652	60,04	60,04	60,04	60,04	60,04	60,04	95,9	Макс.	188,3	344	4,298	2,657	106	65	450	409
	74.416	104.00	1.67.0	0	117,3	390	4,136	2,546	307	189	697	579					
Чугун	74,416	104,98	167,9	Макс.	328,5	601	4,4004	2,414	298	180	899	781					

#### Примечания.

- 1. При вычислениях было принято  $\delta_{\kappa}=5$  мм;  $\delta_{p}=8$  мм (в соответствии с допусками на боковую раму тележки и буксу с роликовыми подшипниками).
- 2. В расчет введены характеристики, относящиеся к тормозному цилиндру с внутренним диаметром 16 ( $\Pi_{\rm BO}$  =156 кгс;  $\mathcal{K}_{\rm B}$  =6,54 кгс/см;  $S_{\rm M}$  =190 см<sup>2</sup>).

Таблица 1.3 Исходные данные и результаты вычислений частей хода поршня цилиндра, зависящих от люфтов в шарнирах  $\delta_i$  и упругих деформаций звеньев рычажной передачи вагона думпкара ВС-10 (см. схему на рис. 1.3)

_																									
	$\sqrt{\lambda_i}$ n. <sup>2</sup>	MM/TC	1	1	1,571616	40,53872	-	1	2,922896	1	22,60635	1,328796	1	1	1	1	1	1	-	1	ı	1	0,314441	1	69,28282
нные	$\Sigma \lambda_{\mathrm{i}} \mathrm{n_{\mathrm{i}}}^2$	MM/TC	0,0492322	1	-	1	0,443148	1	1	0,204300-	1	3,132756	1	1	1	0,248234	1	1	0,221572	1	ı	0,385834	0,099599	0,347623	5,133299
Колодки чугунные	MM	$\Delta\delta_i{=}3$	8,700	8,700	21,75	-	13,05	13,05	29,29	16,23	16,23	25,99	9,744	25,99	9,744	16,23	16,23	29,28	13,05	13,05	21,75	8,700	8,700	3,00	328,5
Ko	$\Sigma \delta_{\mathrm{i}} \mathrm{n_{i}}$ , mm	$\Delta \delta_{i}\!\!=\!\!0$	2,726	2,726	8,12	1	4,089	4,089	10,93	5,088	5,088	11,60	3,638	11,60	3,638	5,088	5,088	10,93	4,089	4,089	8,120	2,726	2,726	1,12	117,3
		n <sup>;</sup>	1,45	1,45	3,62	3,62	2,17	2,17	4,88	2,707	2,70	4,33	1,62	4,32	1,62	2,70	2,70	4,88	2,17	2,17	3,62	1,45	1,45	1	Σ
	$\sqrt{l_{i}}$ n. <sup>2</sup>	MM/TC	1	-	0,5144	13,270	-	1	0,9160	1	7,3830	0,4333	-	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0,1025	-	22,619
из материала 8-1-66	$\Sigma \lambda_{\mathrm{i}} \mathrm{n_{\mathrm{i}}}^2$	MM/TC	0,1605	-	-	-	0,1445	-	-	0,0667	-	1,0257	-	-	-	0,0813	-	-	0,0722	-	-	0,1258	0,0082	0,3476	2,0328
		$\Delta \delta_{i=3}$	4,966	4,966	12,44	1	7,452	7,452	16,39	9,281	9,281	14,84	5,568	14,84	5,568	9,281	9,281	16,39	7,452	7,452	12,44	4,966	4,966	3,00	188,3
Колодки	$\Sigma \delta_{\mathrm{i} \mathrm{n_i}}$	$\Delta \delta_{i=0}$	1,556	1,556	4,646	1	2,335	2,335	6,121	2,908	2,908	6,630	2,079	6,630	2,079	2,908	2,908	6,122	2,335	2,335	4,646	1,556	1,556	1,12	67,27
		$\mathbf{n}_{\mathrm{i}}$	0,828	0,828	2,074	2,074	1,242	1,242	2,733	1,547	1,547	2,474	0,928	2,474	0,928	1,547	1,547	2,733	1,242	1,242	2,074	0,828	0,828	1	$\sum$
ļ	7,	MM/TC	1	-	0,0299	0,7712	-	-	90£0'0	-	0,7712	-	-	-	-	1	-	-	-	-	-		$\frac{0.0373}{0.0355}$	-	
ć	$\lambda_{ m i},$	MM/TC	0,011708	1	1	1	0,023419	1	1	0,013940	1	0,041734	1	ı	1	0,017006	1	1	0,023419	1	1	0,183512	$\frac{0.012087}{0.011843}$	0,347623	
	Ò <sub>i</sub> ,	MM	0,94	0,94	1,12	ı	0,94	0,94	1,12	0,94	0,94	1,34	1,12	1,34	1,12	0,94	0,94	1,12	0,94	0,94	1,12	0,94	0,94	1,12	
			1	2	3	4	5	9	7	8	6	10	11	12	15	18	19	20	21	22	23	25	29	34	

Примечание. В двойных значениях число над чертой означает характеристику, относящуюся к композиционным тормозным колодкам; число под чертой – к чугунным; і – номера шарниров тормозной передачи, соединяющие смежные звенья. В [14] выполнен расчет на прочность деталей тормозной рычажной передачи по расчетной схеме методом сил строительной механики (рис. 1.4, 1.5).

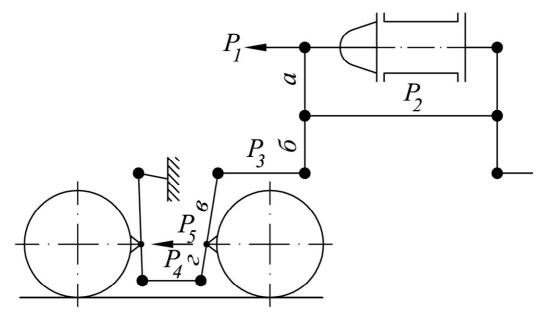


Рис. 1.4. Схема рычажной тормозной передачи четырехосного полувагона

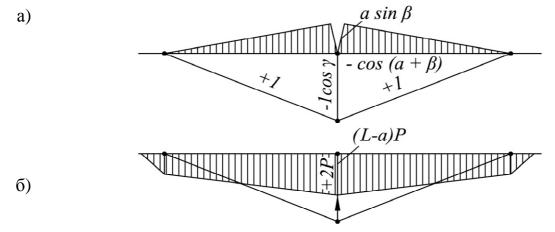


Рис. 1.5. Эпюры изгибающих моментов и тормозных сил триангеля: а) от единичной нагрузки X; б) от нагрузки 2P

Усилия в рычагах передачи без потерь на трение в шарнирах определяются формулами

$$P_2 = P_1 \frac{a+\delta}{\delta}, \quad P_3 = P \frac{a}{\delta}, \quad P_4 = P_3 \frac{a}{2}, \quad P_5 = P_3 + P_4,$$
 (1.10)

усилие на штоке тормозного цилиндра – равенством

$$P_{1} = P_{II} \frac{\pi d^{2}}{4} - P_{IIp}, \tag{1.11}$$

где  $P_{\text{ц}}$  – давление воздуха в тормозном цилиндре диаметром d;  $P_{\text{пр}}$  – усилие отпускной пружины.

Результаты представлены в табл. 1.4 при величине усилий  $P_1=34$  кH,  $P_2=56$  кH,  $P_3=22$  кH,  $P_4=55$  кH,  $P_5=77$  кH. Величина хода поршня за счет упругих деформаций  $\Delta l=31,82$  мм.

Расчетные величины согласуются с экспериментальными данными, полученными при испытаниях грузовых вагонов (рис. 1.6, 1.7). К концу третьей секунды при давлении 1 атм заканчивается интенсивное нарастание хода поршня и дальше идет замедленное приращивание его в результате упругих деформаций. К концу десятой секунды при давлении в цилиндре 3,8 атм наблюдается стабилизация величины хода, а приращивание его в результате упругих деформаций составило 25 мм, что не превышает 20 % хода поршня для этих вагонов.

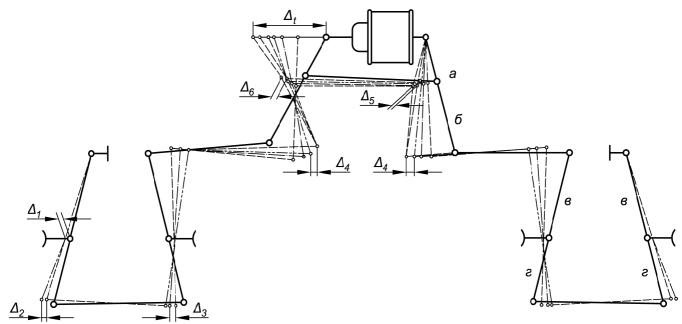


Рис. 1.6. Схема влияния упругих деформаций рычажной передачи на величину хода поршня тормозного цилиндра

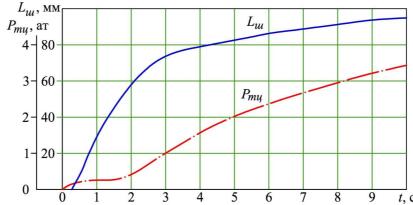


Рис. 1.7. График зависимости величины хода поршня  $L_{\rm m}$  от давления в тормозном цилиндре  $P_{\rm mu}$ 

 $Q^* \text{ KL/CM}_{\text{T}}$ 1230 1360 1484 580  $\infty$ Напряжение 0,717 им , ј 0,32 0,85 0,32 кидемофэД сопротивления  $^{L}$ Мэ ,  $^{W}$ 27,3 50,4 32,4 9 Момент Результаты расчетов элементов рычажной передачи инерции і, см  $\frac{150}{100^*}$ 277 194 141 5 Момент <sup>2</sup>мэ, Ч кинэчээ 27,5 3,8 4 Площадь b,  $\kappa \Gamma$ 3400 5600 2200 2200  $\mathfrak{C}$ Нагрузка ZZØ  $\delta = 25$ Эскиз элемента 400 3065 <u>0</u>9 970 2 δ =25 195 160 011 35 Горизонтальный горизонтальных Вертикальный передачи Затяжка рычагов рычаг рычаг рычажной Тяга элемента Наименование

23

↔								
табл. 1.	$\infty$	280	-1100	120				
Продолжение табл. 1.4	7	0,12	3,0	1				
Пр	9	ı	-17,5	1				
	5	ı	-45,0	1				
	4	19,6	11,85 (швеллера) 8,55 (струны)	4,9				
	3	5500	0022	1150				
	2	090	223 Ø33 CN8	338 625 88 88 88				
	1	Затяжка вертикальных рычагов	Триангель	Подвеска				

 $^*$ В числителе приведено значение i для определения напряжений, в знаменателе — для определения деформаций.

Для подвижного состава автомобильного транспорта динамический расчет гидро- и пневмосистем управления осуществляется с учетом податливости реальных физических систем [15]. При этом решается задача выбора оптимальных параметров цепи с целью получения наилучшего быстродействия без существенного перерегулирования.

Существующие схемы пневмоприводов автомобилей могут быть сведены к цепи управления с элементами: местное сопротивление (дроссель  $\mathcal{L}$ ), емкость E, инерционность M (рис. 1.8).

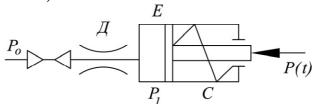


Рис. 1.8. Динамическая схема пневмоцепей с ДЕ-звеном

Различные по конструкции пневмоприводы имеют характеристики объектов управления: ДЕ — звенья с постоянной емкостью и с постоянным давлением на входе; ДЕ — звенья с переменной емкостью; нагружение поршня пассивной силой пружины жесткостью C (позиционная нагрузка); нагружение поршня активной внешней силой P(t); совместное нагружение поршня пассивными и активными силами.

В общем случае уравнения динамики записывают в таком виде:

$$P_{1}\frac{dV_{1}}{dt} + \frac{V_{1}}{k}\frac{dp_{1}}{dt} = (\mu f)_{1}V_{\kappa p}P_{0}A\frac{P_{0} - P_{1}}{BP_{0} - P_{1}} - (\mu f)_{2}V_{\kappa p}P_{1}A\frac{P_{1} - P_{2}}{BP_{1} - P_{2}}; \qquad (1.12)$$

$$m_{\text{np}} \frac{d^2 y}{dt^2} + b \frac{dy}{dt} + (F_{\text{K}} f_{\text{Tp}} - F)(P_0 - P_1) + P(t) + c_{\text{np}} y = 0;$$
 (1.13)

$$V = V_0 + yF; (1.14)$$

$$P_2 = \Psi(t), \tag{1.15}$$

где k — показатель адиабаты;  $V_{\rm кp}$  — критическая скорость воздуха, м/с; A и B — постоянные гиперболической функции расхода;  $\mu$  — коэффициент расхода; f — площадь поперечного сечения канала дроселля, м²;  $m_{\rm пp}$  — приведенная масса поршня и перемещающихся деталей, кг; b — коэффициент пропорциональности гидравлического сопротивления;  $F_{\rm k}$  — площадь контакта уплотнения с поверхностью цилиндра, м²;  $f_{\rm tp}$  — коэффициент трения уплотнения о поверхность цилиндра;  $P_{\rm l}$  — давление в цилиндре в момент начала перемещения поршня,  $H/{\rm m}^2$ ;  $c_{\rm np}$  — приведенная жесткость полезного сопротивления,  $H/{\rm m}$ ;  $V_{\rm 0}$  — начальный объем рабочей полости цилиндра,  ${\rm m}^3$ ;  $\Psi(t)$  — функция изменения давления  $P_{\rm 2}$ ; y — перемещение поршня.

Уравнение (1.15) записывают в соответствии с параметрами подключаемой к цепи емкости. Равенство (1.12) представляет собой уравнение газовой динамики, выражение (1.13) является уравнением движения поршня. Из уравнений (1.12) — (1.15) можно определить изменение давления  $P_1$  и перемещения поршня y, если заданы функция (1.15) и закон действия силы P(t), в том числе и при циклическом изменении силы P(t).

В гидравлических системах управления автомобилей различают две разновидности гидравлических цепей. Гидравлическая цепь (рис. 1.9, a) характерна для систем управления, у которых давление жидкости создается главным цилиндром за счет перемещения поршня, при этом к штоку поршня приложено переменное входное усилие, которое в большинстве случаев является функцией времени P(t). При расчетах P(t) заменяют близким к нему типовым входным воздействием (ступенчатым — 1, линейным — 2, экспоненциальным — 3, периодическим — 4).

Гидравлическая цепь (рис. 1.9,  $\delta$ ) характерна для систем управления, имеющих источник давления жидкости (насосы, аккумуляторы). В этом случае на вход магистрали подается переменное давление  $P_{\rm Bx}$ . Это давление является функцией параметров системы питания ( $P_{\rm max}$ ), распределителя и закона перемещения h(t) его рабочего органа (клапана или золотника). При расчетах принимают какой-либо из ранее названных типовой закон перемещения h(t).

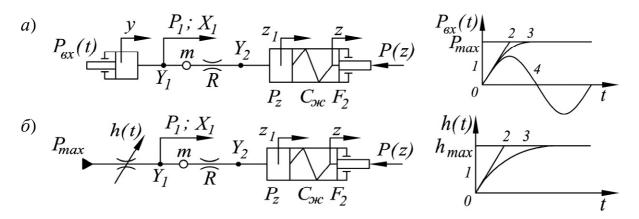


Рис. 1.9. Динамические схемы гидроцепей с податливостью в виде "гидравлической пружины": а) с главным цилиндром; б) с распределителем

Динамику гидравлической цепи рассматривают считая ее системой с сосредоточенными параметрами с учетом податливости основных элементов (рабочей жидкости, магистралей, цилиндров, манжет и др.).

Приведенная к поршню исполнительного цилиндра сумма сил определяется уравнением:

$$\sum P = m_{\rm n} \frac{d^2 z}{dt^2} + k_{\rm B} \frac{dz}{dt} + P(z) + P_{\rm Tp} \operatorname{sgn} \frac{dz}{dt}, \qquad (1.16)$$

где  $k_{\rm B}$  — коэффициент вязкого трения о стенки цилиндра; P(z) — характеристика по усилию объекта управления;  $m_{\rm n}$  — масса подвижных частей, приведенная к поршню;  $P_{\rm TD}$  — сила сухого трения.

Математическая модель рассматриваемой динамической схемы имеет вид

$$\begin{cases} a_{1} \frac{d^{2} z_{1}}{dt^{2}} + a_{2} \frac{d z_{1}}{dt} + a_{3} \left(\frac{d z_{1}}{dt}\right)^{2} \operatorname{sgn} \frac{d z_{1}}{dt} + \frac{F_{2}}{V_{x} \psi_{2}(P_{2})} (z - z_{1}) = P_{1}, \\ m_{n} \frac{d^{2} z}{dt^{2}} + k_{B} \frac{d z}{dt} + P(z) + P_{Tp} \operatorname{sgn} \frac{d z}{dt} - \frac{F_{2}}{V_{x} \psi_{2}(P_{2})} (z_{1} - z) = 0, \\ a_{1} = \frac{\rho l F_{2}}{f}, \\ a_{2} = \frac{27,5 \rho v l F_{2}}{f^{2}}, \\ a_{3} = \left(\frac{0,443 k_{E} \rho l}{\sqrt{f} + 0,5 \rho \xi}\right) \left(\frac{F_{2}}{f}\right)^{2}, \end{cases}$$

$$(1.17)$$

где t — время;  $F_2$  — площадь поперечного сечения гидроцилиндра, к которому приводится масса жидкости;  $V_{\rm ж}$  — объем жидкости в цепи;  $\psi_2(P_2)$  — коэффициент податливости цепи;  $\rho$  — плотность жидкости; l — длина участки магистрали; v — кинематический коэффициент вязкости;  $k_{\varepsilon}$  — коэффициент аппроксимации, значения которого зависти от относительной шероховатости  $\varepsilon$  гидравлических магистралей; f — площадь проходного сечения магистрали;  $\xi$  — коэффициент гидравлического сопротивления магистрали.

Известно уравнение упругих деформаций для гидроцилиндра

$$\sum P = (z_1 - z)c_{xx}, \tag{1.18}$$

где  $z_1$  — координата положения сечения жидкости; z — координата положения поршня;  $c_{\rm ж}$  — общая жесткость рабочей среды и других элементов, приведенная к поршню,  $c_{\rm ж} = \frac{F_n^2 E_{\rm c}}{V_{\rm w}}$ ;  $F_{\rm n}$  — площадь поршня;  $E_{\rm c}$  — модуль упругости жидкости.

Если пренебречь инерционными и гидравлическими потерями давления и принять линейную характеристику нагрузки в виде

$$P(z) = c_{\pi} z, \qquad (1.19)$$

где  $c_{\text{п}}$  – жесткость пружины;

и считать  $c_{\text{ж}} = \text{const}$ , то динамика гидроцепи описывается нелинейным уравнением третьего порядка [16].

Исследования [17, 18, 19, 20, 21] показали, что податливость гидравлической цепи оказывает различное влияние на переходные процессы в гидроприводе и, в частности, выполняет роль фильтра и поглощает высокочастотные колебания.

Таким образом, фрикционные тормоза колодочно-колесного типа являются основными на всех видах подвижного состава. В зависимости от цели торможения они реализуют с высокой надежностью (безотказностью) все

режимы торможения: экстренное, служебное, остановочное, регулировочное. При этом эффективность тормоза и торможения повышается при низких скоростях движения. Оптимальный выбор типов тормозов в системе для определенного вида подвижного состава позволяют выполнить несколько технических критериев: для повышения мощности системы торможения без срыва сцепления ходовых колес совместно применять колодочные тормоза с ЭМРТ или MPT, ДЛЯ безюзовного торможения совместно остановочные тормоза (колодочные, дисковые)  $\mathbf{c}$ динамическими (электрические вихревые, гидравлические), дисковый тормоз использовать как резервный при отказе электрического.

В структуре тормозной системы звенья привода, передачи и тормозного механизма обладают определенной податливостью при передаче тормозного нажатия и тормозной силы и их нельзя рассматривать в механизмах с Для абсолютно жесткими звеньями. единицы подвижного железнодорожного транспорта ход поршня тормозного цилиндра достигает 300 мм (расчетная величина) от упругих деформаций звеньев рычажной передачи, такой же ход составляют зазоры и люфты в кинематической цепи. Деформации отдельных звеньев передачи достигают 3 мм. Продолжительность хода поршня от упругих деформаций передачи до 7 с. Податливость звеньев структуры тормозной системы, в частности, поглощает высокочастотное колебание.

## 1.3. Основные законы внешнего трения в рабочих процессах фрикционных тормозов

Закон трения двух твердых тел, когда они перемещаются друг относительно друга (кинетическое трение), был открыт во второй половине XV B. [22],которому Леноардо да Винчи согласно сила пропорциональна нагрузке на трущиеся поверхности. При этом тела с шероховатой поверхностью имеют большее сопротивление трения. В 1699 г. Г. Амонтон снова открыл забытый закон трения Леонардо да Винчи: сила трения пропорциональна нагрузке на трущиеся поверхности, коэффициент трения не изменяется и равен 0,3. В 1778 г. Ш. Кулон впервые предложил двухчленную формулу силы трения F от нагрузки N

$$F = A + BN, \tag{1.20}$$

где A — характеристика трения, не зависящая от нагрузки.

Это была первая формула, в которой учитывалось два вида тангенциального сопротивления трению — зависящего и не зависящего от внешней нагрузки.

Закон Леонардо да Винчи – Амонтона, который еще называют законом Амонтона – Кулона, применяют до настоящего времени в виде:

$$F = fN, (1.21)$$

где F — сила внешнего трения как сила сопротивления относительному скольжению, лежащая в плоскости касания двух твердых тел и являющаяся равнодействующей элементарных сил трения, возникающих в зонах контактов отдельных микронеровностей; f — коэффициент пропорциональности или трения (ГОСТ 23.002-78); N — нормальная относительно поверхности трения сила нагружения контакта.

F — сила неконсервативная и является количественной мерой внешнего трения. Внешняя сила, приложенная к контактирующим твердым телам и вызывающая их скольжение, равна силе трения, но противоположна по направлению. Трение является диссипативным процессом.

Если трение рассматривать как задачу в механике твердого тела, то модель коэффициента трения, как отношение тангенциального усилия к нормальному имеет вид

$$f(p) = \frac{F}{N} \le 1,\tag{1.22}$$

в механике сплошной среды с учетом контактных напряжений

$$f(p,\sigma) = \frac{F(p\sigma)}{N} = f(\sigma) \ge$$
или  $< f(p)$ . (1.23)

Построение моделей трибомеханики, которые базируются на решении контактных задач теории упругости и пластичности, стало переходом от эмпирической науки к фундаментальной, что позволяет управлять процессами трения [23, 24, 25]. Это послужило основанием для введения в 1966 г. терминов трибология, триботехника, трибологическая система [22] и других (ГОСТ 23.002-78, [26]). При этом деталь или совокупность деталей выделяется в трибологическую систему физически или мысленно и является составом ее, а совокупность взаимных соотношений между деталями определяет их принадлежность к системе и является структурой.

Коэффициент трения не может быть отнесен к какой-либо одной детали, он зависит от всех деталей трибологической системы [22, 27]. Значительное число трибологических свойств зависит от системы. Такие свойства называют агрегатными, потому что проявляются только при трибологическом контакте в отличие от частных свойств.

При внешнем трении скольжения всегда происходит деформирование тонких поверхностных слоев взаимодействующих тел, при котором сплошность их не нарушается, а деформированием материала нижележащих слоев можно пренебречь. Толщина поверхностных слоев обычно менее 10 мкм, реже 20 мкм. Как только в зонах контактов микронеровностей реализуются упругие деформации, неравновесная шероховатость переходит в равновесную (гипотеза формирования равновесной эксплуатационной шероховатости к моделированию кинетики разрушения поверхностей трения).

Коэффициент трения представлен уравнениями:

при упругом ненасыщенном контакте микронеровностей (деформационная составляющая)

$$f = \int_{0}^{\varepsilon} F_{i} dn_{r} = \frac{2.4\tau_{0} (1 - \mu^{2}) R^{1/2}}{V(V - 1) k_{1} E h^{1/2}} + \beta + \frac{0.4\alpha_{3\phi} h^{1/2}}{k_{1} V(V^{2} - 1) R^{1/2}}, \quad (1.24)$$

 – при упругом насыщенном контакте (характерно при использовании резины или пластмасс с невысоким модулем упругости)

$$f \approx \frac{2.4\tau_0 (1 - \mu^2) R^{1/2}}{Eh^{1/2}} + \beta + 0.2\alpha_{3\phi} \left(\frac{h}{R}\right)^{1/2}, \tag{1.25}$$

где  $au_0, eta$  – постоянные уравнения контактных касательных напряжений;  $\mu, E$  – коэффициент Пуассона и модуль упругости материала;  $\varepsilon$  – относительное сближение поверхностных слоев контакта,  $\varepsilon = \frac{h}{R_{\max}}$ ; h – сближение между

поверхностями контакта; R — радиус скругления вершин микронеровностей;  $R_{\max}$  — максимальная высота микронеровностей; v, d — параметры, зависящие от вида отработки или шероховатости;  $k_1$  — постоянная интегрирования, зависящая от v;  $\alpha_{\mathsf{9}\phi}$  — приведенный коэффициент гистерезисных потерь.

Нормальная нагрузка, вызывающая сближение между поверхностями контакта имеет формулу

$$N = \int_{0}^{\varepsilon} N_{\rm i} dn_{\rm r} \,, \tag{1.26}$$

где  $N_{\rm i}$  — сила на произвольную i-ю микронеровность,

$$N_{\rm i} = \frac{1.33R_{\rm max}^{1/2}h_{\rm i}^{3/2}E}{1-\mu};$$
(1.27)

 $dn_{\rm r}$  – число микронеровностей с одинаковым сближением

$$dn_{\rm r} = \frac{A_{\rm c}b \, \nu(\nu - 1) x^{\nu - 2} dx}{2\pi R R_{\rm max}},\tag{1.28}$$

где  $A_{\rm c}$  – контурная площадь касания контакта.

Таким образом, коэффициент трения учитывает основные параметры, характеризующие работу трибосопряжения: действующую нагрузку (через h), физико-химическое состояние поверхностей ( $\tau_0$ ,  $\beta$ ), геометрию профиля

поверхности (R,  $R_{\text{max}}$ , v, b,  $k_1$ ), физико-механические свойства используемых материалов ( $\alpha_{\text{эр}}$ , E,  $\mu$ ). Приведенные данные позволяют на стадии проектирования создавать узлы трения с заранее заданными триботехническими свойствами, т. е. разрабатывать средства управления процессами трения.

## 1.4. Кинетическая характеристика трения тормоза подвижного состава рельсового и мобильного транспорта

На протяжении всей истории развития локомотивной тяги первые испытания в системе «колодка-колесо» с целью установления вида и параметров эмпирической зависимости коэффициента трения тормозной колодки о бандаж колеса от скорости движения были проведены в 1865 – 1882 годах Боше (Bochet) [28], Н.П. Петровым [29] и Франке (Franke G.) [30]. Обобщение, анализ и сравнение этих испытаний с современными результатами экспериментов приведены в работах [31, 32].

До 1947 г. было предложено 13 эмпирических соотношений между коэффициентом трения и скоростью скольжения [33]. Зависимость коэффициента трения для тормозных колодок подвижного состава железнодорожного транспорта выражается формулой гиперболического вида

$$\varphi = A \frac{K+B}{K+C} \frac{V+\mathcal{I}}{V+E}, \tag{1.29}$$

где  $A, B, C, \mathcal{A}, E$  — постоянные коэффициенты; K — тормозное нажатие; V — скорость движения.

тормозные испытания выполнены Натурные на опытном ЦНИИ МПС В.Ф. Егорченко [34]. При этом коэффициент трения определяли по скорости движения Vзаторможенного изменения предположении равнозамедленного движения, вычисляя тормозную силу как разность замедляющей силы и силы сопротивления движению. Для каждого отрезка  $\Delta V = 10$  км/ч определяли средний коэффициент трения. Тормозное нажатие вычисляли как произведение силы на штоке тормозного цилиндра на число тормозной передачи. При ЭТОМ аппроксимация экспериментальных зависимостей характеристики тормоза, вид эксперимента, обработка и представление его результатов построены без определенных предпосылок.

На некоторых этапах развития тормозного оборудования подвижного состава железных дорог во время последующих ходовых испытаний уточняются параметры характеристики тормоза без изменения вида зависимости. Принятые в теории тяги поездов тормозные расчеты согласно приведенному коэффициенту трения (табл. 1.5) определяют формулу в виде

$$\varphi = f_1(V)f_2(K) \tag{1.30}$$

наиболее удобном для усреднения  $\phi$  графоаналитическим методом для каждого значения K при закрепленных значениях V [35].

Таблица 1.5 Расчетные формулы для коэффициентов трения и усилий нажатия колодок [8]

Материал	Коэффициент трения тормо	Расчетное усилие $K_p$	
колодок	действительный $\phi_{\kappa}$	расчетный $\phi_{\kappa p}$	нажатия колодки, кН
Чугун (ГОСТ 2105)	$0.6\frac{1.6K + 100}{8K + 100} \cdot \frac{V + 100}{5V + 100}$	$0,27 \frac{V + 100}{5V + 100}$	$2,22K\frac{1,6K+100}{8K+100}$
Чугун (фосфор 0,71,4 %)	$0.5\frac{1.6K + 100}{5.2K + 100} \cdot \frac{V + 100}{5V + 100}$	$0.3\frac{V + 100}{5V + 100}$	$1,67K \frac{1,6K + 100}{5,2K + 100}$
Чугун (фосфор 2,53,5 %)	$1,5\frac{1,6K+100}{8K+100} \cdot \frac{V+100}{5V+100}$	$0,675 \frac{V + 100}{5V + 100}$	$2,22K\frac{1,6K+100}{8K+100}$
ТИИР-300	$0,44 \frac{0,1K+20}{0,4K+20} \cdot \frac{V+150}{2V+150}$	$0,36\frac{V+150}{2V+150}$	$1,22K \frac{0,1K+20}{0,4K+20}$
ТИИР-303	$0,44 \frac{0,1K+20}{0,4K+20} \cdot \frac{V+150}{2,6V+150}$	$0,36 \frac{V + 150}{2,6V + 150}$	$1,22K\frac{1,6K+200}{4K+200}$

В табл. 1.5 [8] приведены результаты аппроксимации экспериментальных значений  $\varphi_{\rm K}$  функциями двух переменных: действительного усилия нажатия тормозных колодок на колесо K до 40 кH и скорости движения единицы железнодорожного подвижного состава V до 120 км/ч (для чугунных колодок) и до 160 км/ч (для композиционных). Авторы утверждают, что зависимости  $\varphi_{\rm K}$  получены «исследовательским путем, поэтому они инвариантны относительно какой-либо теории трения и есть достоверными». Расчетные  $\varphi_{\rm Kp}$  получены при условных величинах усилий  $K = K_{\rm p}$ : для чугунных колодок 27 кH, для композиционных — 16 кH. Формулы для расчетных усилий  $K_{\rm p}$  получены как отношение  $\frac{\varphi_{\rm K}}{\varphi_{\rm KD}}$ . Применение метода приведения действительных усилий к

условным величинам состоит в проверке закономерностей: при  $K > 27 \, \mathrm{kH}$   $K_\mathrm{p} < K$ ; при  $K < 27 \, \mathrm{kH}$   $K_\mathrm{p} > K$ . Подобные закономерности справедливы и для композиционных колодок относительно значения  $K = 16 \, \mathrm{kH}$ . Фактически коэффициент трения для чугунных колодок более существенно зависит от скорости движения, чем для композиционных. Величина его примерно в два раза больше для композиционных колодок, чем для чугунных при одинаковой скорости движения.

Экспериментальные исследования, организованные подобно испытаниям ЦНИИ МПС, имеют недостатки, которые снижают уровень обобщения их результатов. Так, коэффициент трения при измерении силы сопротивления движению или тормозной силы экипажа не отражает силы трения в тормозных механизмах. При определении тормозного нажатия не учтено изменение передаточного отношения от упругих деформаций передачи.

Контурное давление между поверхностями контактирующих тел имеет формулу

$$p_{\rm c} = \frac{N}{A_{\rm c}},\tag{1.31}$$

где N — нормальная нагрузка, вызывающая сближение между поверхностями взаимодействующих тел;  $A_{\rm c}$  — контурная площадь касания поверхностей.

Для вычисления триботехнических параметров получено [22] выражение действующей нагрузки через сближения между поверхностями контактирующих тел в зависимости от контурного давления при упругом ненасыщенном контакте, т.е.

$$h = R \left[ \frac{5 p_{\rm c} (1 - \mu^2) \Delta^{\nu}}{\nu (\nu - 1) k_1 E} \right]^{\frac{2}{2\nu + 1}},$$
(1.32)

известно, что

$$\Delta = \frac{R_{\text{max}}}{Rh^{1/\nu}},\tag{1.33}$$

где R — радиус скругления вершин микронеровностей;  $\mu$  — коэффициент Пуассона;  $\Delta$  — комплексный параметр, характеризующий шероховатость поверхности;  $\nu$ , b — параметры, зависящие от вида обработки или шероховатости;  $k_1$  — постоянная интегрирования, зависящая от  $\nu$ ; E — модуль упругости материала;  $R_{\text{max}}$  — максимальная высота микронеровностей.

Если для тормозного механизма принять тормозное нажатие K в виде нормальной нагрузки пары трения N, то с учетом (1.31) — (1.33) можно получить аналитическое выражение для определения коэффициента трения тормозной колодки в зависимости от тормозного нажатия.

Рассматривая диссипацию энергии на фрикционном контакте, И.В. Крагельский и В.С. Щедров [36] получили выражение для коэффициента трения f от скорости скольжения  $V_{\rm ck}$ 

$$f = (a + bv) \exp(-cV_{cK} + d),$$
 (1.34)

где a, b, c, d — параметры, характеризующие трение.

Параметр a зависит от модуля упругости материалов трущихся поверхностей, скорости релаксации напряжений и шероховатостей. Параметр b зависит от вязко-пластичных свойств материалов, параметр c является произведением декремента затухания колебаний на коэффициент вязкости контактных слоев, b и c зависят от контактного давления, так как c его увеличением вязкость контакта возрастает.

Недостатками выражения (1.34) являются невозможность учета влияния давления, размера поверхности трения, сложность определения параметров a, b, c, d, зависящих от трибологических свойств рабочего слоя. Эта формула пригодна только для случая, когда скорость скольжения изменяется ступенчато.

Таким образом, математическая теория не рассматривает зависимость коэффициента (силы) трения от скорости скольжения.

На рис. 1.10 и 1.11 а приведены результаты стендовых сертификационных испытаний натурных тормозных колодок российских производителей на соответствие требованиям регламента ФТС ЖТ ТМ 02-98 «Металлопродукция ФТС ЖТ ЦВ-ЦЛ-009-99 железнодорожного подвижного состава» И «Колодки тормозные композиционные железнодорожного подвижного состава». Испытания выполнены в аккредитованном МСЖД исследовательском Всероссийского центре научно-исследовательского института железнодорожного транспорта (ВНИИЖТа) [37]. Результаты аналогичных испытаний зарубежных центров представлены на рис. 1.11, б [38]. Установлено, что увеличение тормозного нажатия на чугунные колодки не повышает при данных скоростях движения эффективность торможения, так как рост контактного давления снижает величину коэффициента трения.

Результаты стендовых сертификационных испытаний натурных серийных композиционных колодок из материалов ТИИР-300, ТИИР-303, ТИИР-308 приведены на рис. 1.12 [39]. Преимущества композиционных материалов в сравнении с чугунными колодками представлены на рис. 1.13.

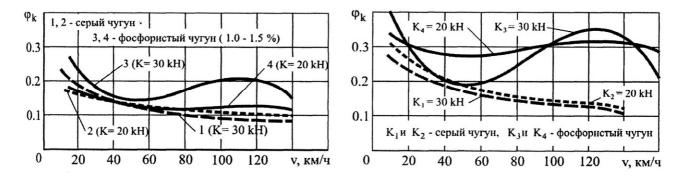


Рис. 1.10. Зависимость коэффициента трения от скорости движения для вагонных тормозных (а) и секционных (б) колодок

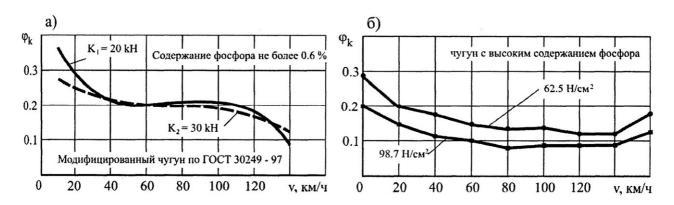


Рис. 1.11. Зависимость коэффициента трения от скорости движения для локомотивных гребневых (а) и чугунных [38] (б) колодок

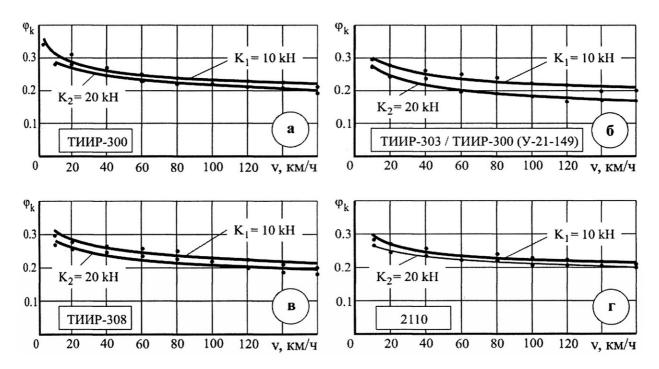


Рис. 1.12. Зависимость коэффициента трения от скорости движения для композиционных тормозных колодок из сертифицированных материалов при различных тормозных нажатиях: (а, б) – асбестосодержащих; (в, г) – безасбестовых

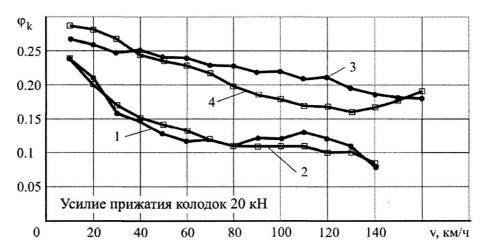


Рис. 1.13. Зависимость коэффициента трения от скорости движения при нажатии 20 кН: 1 – чугун серый; 2 – чугун фосфорный; 3 – безасбестовая композиция; 4 – асбестовая композиция

В последние годы применяют металлокерамические тормозные колодки (рис. 1.14) [40, 38].

На подвижном составе автомобильного транспорта в тормозных механизмах применяют в фрикционной паре чугун — асбокаучуковую композицию, которая отличается стабильностью коэффициента трения. Поэтому в промышленности был введен регламент на нижний предел коэффициента трения [41].

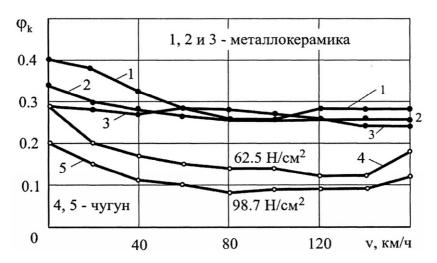


Рис. 1.14. Зависимость коэффициента трения от скорости движения для металлокерамических и чугунных тормозных колодок

Для тормозов подъемно-транспортных машин рекомендованы значения коэффициента трения 0,35...0,45 [42] и авиационных колес 0,25...0,5 [43].

На шахтном рельсовом транспорте не принято техническое нормирование эффективности фрикционных свойств тормозов [44, 45, 46, 32].

В то же время В.П. Есаулов утверждает [47], что для всех модификаций чугунов, исследованных им в тормозных колодках, «значительное снижение коэффициента трения приходится на скорость от 2 до 10 м/с, при скорости выше 10 м/с он уменьшается гораздо медленнее».

Таким образом, на железнодорожном и промышленном транспорте в феноменологических качестве зависимости  $\varphi(K, V)$ на основании представлений принята эмпирическая формула гиперболического вида, что неустойчивых решений является причиной разных областях экспериментальных условий. При этом  $\varphi$  относится к фрикционной паре «колодка – колесо», не рассматривая структуру тормоза как трибологическую систему. Средние арифметические значения измерений при нелинейной зависимости исследуемых параметров не обоснованы. Метод дискриминантного анализа позволяет обосновать вид зависимости  $\varphi$  для определенной области изменений K и V.

Падающая зависимость  $\varphi$  от K характеризует влияние контурного давления при упругом контакте, что находит подтверждение в задачах трибологии. Зависимость  $\varphi$  от V в трибологии не имеет физических моделей и математического описания.

При торможении чугунными колодками имеет место самая высокая интенсивность снижения  $\varphi$  от V при скорости движения до 5 м/с. Изменение материала тормозной колодки приводит к повышению коэффициента трения по величине и стабилизации его в зависимости от скорости движения.

В мировой практике для тормозов подвижного состава всех видов транспорта ставится одна и та же цель снижения зависимости коэффициента трения от скорости движения до полной стабильности его, то есть научная задача управления силой трения тормоза.

Уже получены новые теоретические и экспериментальные на основе статистических натурных испытаний результаты, которые позволяют развивать математические и статистические методы моделирования при отсутствии априорных гипотез об исследуемом объекте.

### 1.5. Задачи механики адаптируемых материалов

## 1.5.1. Оптимизация трибологической системы свойствами фрикционных материалов

Возможность увеличения скорости движения подвижного состава предполагает в значительной мере повышение нагрузки на фрикционный узел тормоза. При этом ярко проявилось его несоответствие основным требованиям: износостойкость фрикционных материалов; неизменный коэффициент трения трущейся пары в диапазоне от  $V_{\rm max}$  до  $V_{\rm min}$ ; сопротивляемость тепловому воздействию; прочность; положительная связь с коэффицентом сцепления колес с рельсами.

Исходя из этих требований в 1955 году в СССР начаты работы по изысканию материалов для колодок железнодорожного подвижного состава. Работы велись совместно ВНИИЖТа (ЦНИИ МПС), ВНИИАТИ и Люберецким заводом пластмасс. В 1957 – 1958 гг. испытаны первые образцы колодок из композиционного материала 6 КВ – 10 и получены следующие выводы: в связи с постоянством коэффициента трения нет необходимости в регуляторах; обеспечиваются условия комфортабельности (плавность, бесшумность); колодка легче чугунной в 3 раза; срок службы в 3 – 4 раза выше чугунной; эксплуатационные значения коэффициента трения 0,25 – 0,30, что выше, чем у чугунной, а значит, позволяет уменьшить передаточное отношение рычажной передачи; уменьшилось число случаев заклинивания колесных пар; при скорости 15 – 20 км/ч (и менее) малые ступени торможения, достаточные для остановки локомотива при чугунных колодках, не обеспечивают эффективное замедление поезда при композиционных [48].

Наблюдаемое падение коэффициента трения для чугунных колодок и стального бандажа при скорости менее 30 км/ч и применении композиционных колодок незначительно [49].

При композиционных тормозных колодках исключается искрение, но полируется поверхность катания колес, что уменьшает коэффициент сцепления колес с рельсами [50].

По мере накопления опыта эксплуатации композициционных колодок проявилось отрицательное качество их — неблагоприятное воздействие на колесные пары подвижного состава.

Данные о 18,6 тысяч сцепок и 48,9 тысяч обточек колесных пар пассажирских вагонов показали, что общая браковка колес в расчете на 1000 работающих объектов при колодках 5-6-60 в 1,4 — 2,3 раза больше, чем при чугунных. Колеса в грузовом парке повреждались более чем в 3 раза чаще при колодках 5-6-60 по сравнению с чугунными. Наиболее частыми повреждениями колес были ползуны, навары, выщерблины, кольцевые выработки. Браковка

колесных пар по кольцевым выработкам при колодках 5-6-60 оказалась меньше, чем при 6КВ-10. Однако при 5-6-60 стала обнаруживаться сетка поперечных термических трещин на поверхности катания.

На основании выполненных наблюдений было признано целесообразным отказаться от применения колодок 5-6-60.

Испытания колодок 8-1-66 показали, что дефект колес меньше, чем при колодках 5-6-60, однако значительно больше, чем при чугунных.

Приведенные выше материалы основаны на результатах наблюдений за работой вагонных колес в течение 8 лет, осуществляемых сотрудниками ЦНИИ МПС [51].

Причиной отрицательного влияния композиционных колодок на колесо явилась низкая теплопроводность применяемых полимерных материалов. По данным [52], применении чугунной колодки при генерируемого в процессе трения тепло отводится через колесо, 33,5 % — через колодку, которая, имея значительно меньшую массу, нагревается сильнее. В случае применения композиционных колодок 95 – 98 % тепла поступает в колесную пару, тем самым значительно нагружая колесо [53]. В подтверждение этому, при опытной эксплуатации композиционных колодок в условиях резкоконтинентального климата Горной Шории, выявлено образование сплошной ледяной корки на рабочей поверхности колодки [54].

По мере накопления материала об отрицательных качествах колодок из различных полимерных материалов велись исследования по выбору рациональной конструкции тормозных колодок. Как показали эксперименты [55], прерывистая поверхность трения позволяет смягчить температурные режимы фрикционных пар по сравнению с нерасчлененными поверхностями при тех же режимах на  $20-40\,\%$ .

В работе [56] публикуется опыт применения на подвижном составе Алмалыкского горно-металлургического комбината композиционных колодок 5-6-60. Анализ 3-летней эксплуатации в условиях карьера позволил сделать следующий вывод: композиционные колодки без отрицательных явлений дают возможность в этих условиях повысить скорость, сохраняя при этом надежность. Длительное торможение приводит к более глубокому прогреву колес с большим градиентом температур, но термических трещин не обнаружено. Определить прокат в условиях карьера не представляется возможным, так как от большого количества кривых малого радиуса колеса чаще всего поступают на обработку из-за подреза гребней, чем бракуются по прокату.

Наряду с изысканием нового фрикционного материала для тормозных колодок подвижного состава железных дорог продолжаются работы по колодок. Согласно совершенствованию ЧУГУННЫХ заключениям ученых Днепропетровской металлургической академии тормозная эффективность, износостойкость, огнестойкость тормозных колодок, отливаемых ГОСТ 6921-54, оказываются недостаточными. Экспериментальные работы, проведенные в лаборатории ДМетИ и эксплуатационные испытания Приднепровской железной дороге показали, что легирование И модифицирование чугунов для колодок является тем резервом, который повысит их эффективность и износостойкость.

Омский институт инженеров железнодорожного транспорта провел исследования влияния низких температур, влаги, песка трение композиционной пластмассы по стали. Исследованиями установлено [58], что коэффициент трения повышается с понижением температуры, влага (в зависимости от количества) по разному влияет на коэффициент трения – имеются критические точки, при которых коэффициент трения достигает максимума и минимума. Характерно, что при повышении температуры критические точки смещаются в сторону большей влажности. Для некоторых композиций наблюдается увеличение коэффициента трения при переходе от влажного состояния трущихся пар к сухому.

За рубежом широко используют на подвижном составе железных дорог композиционные колодки [59]. Особенно широкие исследования в области выбора оптимальных фрикционных свойств материалов тормозных колодок ведутся на дорогах Англии. Английские специалисты считают, что температура на поверхности катания колеса не должна превышать 600°С. На основании стендовых испытаний ими было установлено, что температура горячих пятен на поверхности катания колеса 900°С может вызвать излом бандажа или разрушение колеса, 700 — привести к появлению больших трещин, 600 — к появлению допускаемых термотрещин, 400 — не вызывает каких-либо дефектов. Имеются заявления, что в Великобритании созданы композиционные материалы для колодок, отвечающие этим требованиям.

Испытания, проведенные научно-исследовательской организацией Международного европейского железнодорожного союза, с различными вариантами композиционных колодок показали, что в настоящие время в мире еще не созданы колодки, полностью отвечающие требованиям эксплуатации (износ колес, высокие температуры, увеличение тормозного пути при сырой погоде). Однако имеющиеся недостатки не помешали Международному железнодорожному Союзу принять решение допустить в международном сообщении композиционные колодки, которые отвечают требованиям, указанным в памятке МСЖД.

К 1971 г. в США до 30 % подвижного состава было оборудовано композиционными колодками. Национальное общество железных дорог Франции расходует в год до 300 тысяч композиционных колодок, в Италии – до 20 тысяч. В ФРГ 2000 пассажирских вагонов и 1600 тяговых единиц оборудовано композиционными колодками.

В Японии 7 фирм занимались разработкой тормозных колодок. В результате получен вывод, что композиционные колодки начинают эффективно работать, когда скорость снижается до 40 км/ч. При таких условиях эксплуатации на колесах не наблюдается ни кольцевых выработок, ни термических трещин. Затруднения эксплуатации возникают в районах с высокой влажностью и низкой температурой воздуха.

На Берлинской городской железной дороге 100 % вагонов оборудовано композиционными колодками, которые характеризуются практически постоянным коэффициентом трения при работе всухую и со смачиванием.

На рельсовом рудничном транспорте тормозные колодки из материала 8-1-66 испытали рационализаторы Краснолучской ЦЭММ п/о Донбассантрацит [60]. Эксплуатация показала, что срок службы колодок увеличился в 10 раз, эффективность — на 40 %. Недостаток проявился в том, что в обводненных выработках коэффициент трения уменьшился в 9 раз.

Испытаниями колодок из чугуна СЧ 12-28 на шахтном подвижном составе установлено [61, 62], что при эксплуатационных режимах откатки коэффициент трения изменяется на 40 % от среднего значения, которое равно 0,4. Поверхностная температура колодки достигает 350°С. Тепловой режим нагрева не влияет на тормозную эффективность. При отклонении свойств чугуна от норм ГОСТ 1412-70 и СТП 1-74 — СТП 63-74 наблюдается катастрофический износ колодки. Тормоз полностью использует тормозную мощность локомотива, что ограничивает область управления торможением.

Таким образом, рабочие характеристики тормоза не удовлетворяют требованиям торможения рудничных поездов. Необходимо их корректировать, применяя материал для тормозных колодок с учетом соответствующих свойств. В этой книге рассмотрены все возможности замены фрикционного чугуна на композиционные материалы, что позволяет получить также экономию средств. Только Дружковский машиностроительный завод расходовал ежегодно до 450 т чугуна, поставляя в промышленность 70 – 85 тысяч тормозных колодок. Объединение «Павлоградуголь» потребляло 13 тысяч колодок в год. Часть потребности промышленности в тормозных колодках восполняется продукцией отдельных производственных объединений.

Следовательно, тенденции мирового развития тормозной техники подвижного состава рельсового транспорта свидетельствует о том, что эмпирически, методом проб и ошибок осуществляется выбор материалов с фрикционными свойствами, которые бы позволили достичь требуемых показателей назначения тормоза и эффективности торможения.

Удовлетворить многообразным требованиям торможения представляется возможным осуществляя системный подход к развитию экспериментально-исследовательской работы в промышленности и эксплуатации. Синтез частных подсистем тормоза позволяет вести информация, которую представляют работы [63, 12, 15, 22, 64]. Всестороннего кинематического и динамического анализа конструкции тормозного механизма не выполнено и поэтому энергетических уравнений, с помощью которых можно описать рассеивание энергии торможения, еще не предложено.

Структура системных исследований последним этапом подразумевает разработку и реализацию мероприятий по практическому использованию производственной и эксплуатационной технологичности. В этом смысле нуждаются в разработке методы прогнозирования свойств фрикционных материалов, которые позволили бы программировать характеристики пар трения на стадии их производства.

Таким образом, методами оптимизации невозможно охватить все частные подсистемы тормоза для определения потенциальных свойств объекта исследования. Для достижения этой цели должны быть решены две задачи:

- 1) закономерности диссипации энергии торможения в тормозном механизме;
- 2) разработка методов прогнозирования фрикционных свойств при производстве трибологических материалов.

В настоящее время в тормозных механизмах применяют фрикционные материалы: асбополимерные, композиционные и металлокерамические [65, 66, 37, 67, 68, 40, 38], а также чугун (серый, перлитный, титанистый, фосфористый).

Снижение коэффициента трения чугунных колодок при увеличении скорости движения обуславливает эксплуатационные границы их применения до 140 км/ч при осевой нагрузке 210 кН и тормозной мощности на ходовой оси не более 450 кВт. При использовании композиционных колодок менее выражена скоростная зависимость коэффициента трения, однако заметно увеличено влияние величины тормозного нажатия, влаги и низкой теплопроводности. Предельная тормозная мощность на оси с металлическими колодками может возрасти до 650 кВт.

При этом значения коэффициента трения нормируются для тормозных устройств подъемно-транспортных машин -0,35...0,45 [42], для автотранспортных средств -0,35 [69], для авиационных колес -0,25...5 [43], для железнодорожного подвижного состава -0,30,0,25,0,20 при тормозных нажатиях 10, 25 и 40 кH соответственно (регламенты ФТС ЖТ ТМ 02-98, ФТС ЖТ ЦВ-ЦЛ-009-99).

Режимы торможения регламентируют по фрикционному нагреву пары трения: весьма легкий режим (до  $100^{\circ}$ C), легкий (до  $250^{\circ}$ C), средний (до  $600^{\circ}$ C), тяжелый (до  $1000^{\circ}$ C), сверхтяжелый (более  $1000^{\circ}$ C) [68, 70].

Повышение энергоемкости тормозных устройств до 100 МДж и тормозной мощности на одной колесной паре до 1100 кВт достигнуто при применении углерод-углеродных композиционных материалов (У-УКМ) в авиации и на гоночных автомобилях [71].

# 1.5.2. Управление структурой и трибологическими свойствами фрикционных материалов для тормозов

Наибольшей демпфирующей способностью среди металлов обладает литейный (серый третьего класса) чугун [72]. Сплавы железа имеют демпфирующую способность на порядок меньшую, сплавы цветных металлов — на два порядка меньшую, чем литейный чугун. Легированные чугуны такой демпфирующей способностью не обладают. Например, вязкость чугуна в 15 раз больше вязкости стали, а модуль сдвига в 1,5 раза меньше, следовательно, демпфирующая способность чугуна в 10 раз выше, чем стали.

Основными недостатками серого чугуна в качестве фрикционного материала являются значительная зависимость коэффициента трения от скорости скольжения, низкое среднее значение и обратная зависимость его от тормозного нажатия.

Для обеспечения высокого и стабильного коэффициента трения и повышения износостойкости применяется легирование серого чугуна

фосфором. Структура фосфорных чугунов состоит из перлитной основы, фосфидной эвтектики и включений графита пластичного строения [73]. Известны колодки типа Samson с содержанием фосфора 3 %, которые были допущены к эксплуатации с 1972 г. [40].

Серийные композиционные фрикционные асбополимерные материалы представляют собой многокомпонентную композицию, основной составляющей которой является асбест (до 70 %). В состав включаются разнообразные минеральные и органические наполнители, сочетание и количественное содержание которых определяет механические, теплофизические и триботехнические свойства материала.

Наиболее широко применяются эти материалы на подвижном составе железных дорог, метрополитена, в автотракторной технике [65, 66].

Дальнейшее повышение тормозной мощности при использовании колодочных тормозов ограничено термическим воздействием на поверхность катания колес, поэтому обоснованное применение на подвижном составе получают дисковые тормоза, в которых используют накладки из металлокерамических материалов на основе железа, бронзы или меди [71, 38].

Композиционные материалы (KM) представляют двухкомпонентные или гетерофазные системы, образованные объемным сочетанием химически разнородных компонентов и обладающие новыми свойствами, которых не имели составляющие компоненты в отдельности. Состоят КМ ИЗ армирующих элементов (наполнитель, среды (связующее, соединяющей ИХ непрерывной матрица). обеспечивает монолитность композита, фиксирует форму и размеры изделия, передает нагрузку на арматуру.

По типу армирующих наполнителей современные КМ разделяют на группы: дисперсно-упрочненные, волокнистые и комбинированные. По типу матрицы различают полимерные композиционные материалы (ПКМ), металлические (МКМ), керамические (ККМ) и углерод-углеродные (У-УКМ или С-С композиты).

Термическими, механическими и физическими свойствами У-УКМ можно управлять путем изменения соответствующих параметров армирующего каркаса, таких как ориентация волокон, объемное содержание волокон в требуемых направлениях, шаг волокон, плотность каркаса, тип нити и вид волокон. Выбор матрицы и способа изготовления композита также оказывает влияние на свойства конечного изделия. Решением проблемы повышения коэффициента трения фрикционных накладок из У-УКМ является создание фрикционных модифицированных C-C композитов cфрикционными (абразивными) наполнителями – модификаторами трения. Над этим интенсивно работают авиастроительные компании исследовательские центры Франции, США, Германии, Японии и России [74, 75, 76, 77, 78]. Все авиастроительные компании мира используют в тормозных системах С-С композиты, нашли применение эти материалы и в спортивных автомобилях «Формулы – 1».

Теоретические основы термоградиентного газофазового уплотнения пироуглеродом пористых сред методом радиально движущейся зоны пиролиза разработаны научной школой под руководством проф. Гурина В.А. в Национальном научном центре «Харьковский физико-технический институт» [79, 80].

Работы по развитию технологии производства С-С фрикционных материалов выполнены В.Н. Старченко в Восточноукраинском национальном университете им. В. Даля совместно с Отделом графитовых, углеродных и материалов Национального научного углерод-углеродных «Харьковский физико-технический институт» при участии Холдинговой компании «Лугансктепловоз» [81, 82, 83, 84, 85, 86, 87, 88]. При этом разработаны наиболее перспективные новые тормозные С-С колодки на основе модифицированных углерод-углеродных композитов с природоуглеродной матрицей. Разработаны теоретические основы, методика расчета упругих характеристик и технических констант пространственно армированных У-УКМ, программный модуль, который дает возможность получить величину и характер изменения модуля упругости E, модуля сдвига G и коэффициента Пуассона у в зависимости от параметров используемых исходных материалов, позволяет создать новые фрикционные материалы заданными техническими свойствами.

## 1.6. Анализ современных представлений о взаимосвязи трения и колебаний

Практическая реализация актуальных задач транспорта, машиностроения, энергетического оборудования требует научных результатов по теоретическим основам трения для разработки инженерных методов расчета и испытаний узлов трения, создания новых принципов их конструирования и изготовления.

Для задач трения и износа особое значение приобретают методы оценки определяющих процессов через модельный, а не натурный эксперимент. Использование методов моделирования с обобщением результатов и оценкой их достоверности и точности позволяет выявить новые технические решения и ускорить их внедрение.

процессе трения возникают контактные колебания относительно контртела в направлении нормали с частотой, определяемой контактной жесткостью и имеющей порядок 10<sup>3</sup> Гц [89] (для металлических пар). Малость амплитуд этих колебаний, острота резонанса объясняют то, что длительное время их существование не вызывало заметного интереса для решения технических задач. Важную роль во взаимосвязи трения и колебаний играет жесткость фрикционного контакта тангенциальном направлении. Обладая определенной массой, ползун может свободные колебания как в направлении по нормали к поверхности скольжения, так и в тангенциальном направлении.

Автоколебания при трении возникают как следствие потери устойчивости заданного движения. Различают релаксационные и гармонические автоколебания. В первом случае колебания происходят с остановками, во втором — без остановок ползуна. Автоколебания не затухают во времени, как свободные колебания, так как поддерживаются периодически изменяющейся в такт колебаниям силой трения. Эти изменения силы определяются самим колебательным движением ползуна, которое изменяет параметры скольжения (скорость, направление смещений как в плоскости скольжения, так и по нормали к ней).

Вкладом в теорию механических релаксационных колебаний при трении является работа [90]. Обобщенная теория, учитывающая указанные особенности модели трения, разработана Б.В. Дерягиным [91].

Принципиально новый подход к задаче о колебаниях при трении был сформулирован В.А. Кудиновым [92]. В ней учтены дополнительные степени свободы движения ползуна. Движение ползуна по нормали к поверхности трения изменяет нормальную контактную деформацию и величину силы трения. Движение в плоскости скольжения изменяет направление вектора силы трения. Наличие предварительного смещения порождает фазовое отставание изменения силы трения по отношению к изменению нормальной контактной деформации.

Существование собственных колебаний, возбуждаемых трением, и их влияние на трение подтверждается непосредственным осциллографированием этих колебаний и тем, что наложение на ползун нормального внешнего демпфирования полностью устраняет падающую скоростную характеристику трения: сила трения становится независящей от скорости скольжения и возрастает иногда на десятки процентов. Тангенциальное деформирование не устраняет падающей характеристики трения.

Весьма важным является представление о связанности колебаний в сложных упругих системах, каковыми являются практически используемые конструкции узлов трения. Это означает, что нормальные, тангенциальные продольные и поперечные колебания ползуна не могут проходить независимо. При возникновении одного из них, как правило, возникают и другие, связанность их зависит от близости собственных частот соответствующих колебаний и характера связи.

На основании экспериментов [93] установлено, что при гармонических перемещениях ползуна вследствие фрикционного взаимодействия возникает нормальная периодическая сила, под действием которой создаются нормальные колебания, что приводит к изменению фактической нагрузки, а следовательно, к изменению амплитудного значения силы трения. На величину силы трения существенное влияние оказывает не только амплитуда нормальных колебаний, но и фазовочастотные соотношения между колебаниями в нормальном и тангенциальном направлениях.

В результате изучения силы трения при тангенциальных гармонических перемещениях ползуна в диапазоне частот от 20 до 1000 Гц установлено:

- а) сила трения меняется в широких пределах, отношение силы трения на искомой частоте к амплитудному значению силы трения на 50 Гц может колебаться в пределах от 0,08 до 2 единиц;
- б) кривая изменения сил трения имеет несколько минимумов и максимумов, положение и величина их зависят от состояния поверхностей контакта, нормальной нагрузки, материалов образцов и наличия или отсутствия масляной пленки.

Таким образом, экспериментально получено, что при трении возникают нормальные колебания, параметры которых определяются упругими свойствами контакта (упругие свойства микровыступов поверхности, свойства граничных масляных пленок) и связей поверхностей контакта. Нормальные колебания изменяют номинальную нормальную нагрузку, вследствие чего сила трения в зависимости от параметров нормальных колебаний может меняться в широких пределах.

В исследованиях [94] влияния вибраций на трение и износ условно можно различать два направления. Первое связано с контактированием ползуна и подложки под воздействием внешних вибраций нормального направления, второе — с исследованием процесса трения и износа при вибрационном воздействии в диапазоне сравнительно высоких нагрузок и амплитуд колебаний.

При приближении частоты вибрации к собственной частоте колебаний наступает резонансное снижение силы трения, доходящее до 85 %. Увеличение нагрузки приводит к смещению области резонансных частот в сторону меньших частот, что объясняется изменением частоты собственных нормальных колебаний в зависимости от контактной жесткости и массы ползуна.

Во всем диапазоне изменения условий трения вибрация способствует снижению коэффициента трения, особенно в условиях малых скоростей скольжения, и увеличению износа пары трения.

Толстой [95] получил результаты экспериментами, которые выполнены на трибометре с безвибрационым двигателем. Существование нормальных перемещений ползуна и их влияние на трение были подтверждены интерферометрическими измерениями. При результаты, которые можно объяснить только имея представление о роли собственных нормальных высокочастотных колебаний ползуна, обусловленных контактной жесткостью фрикционной пары. Основным фактом является коэффициента значительное повышение трения при нормальном случае коэффициент трения демпфировании. В ЭТОМ превышает максимальные значения, наблюдаемые в тех же условиях в процессе автоколебаний без демпфирования. При этом сила рубежного статического трения также оказывается выше, чем без демпфера, действующего в направлении нормали.

Имеет место утверждение [96], что наложение на скользящее тело даже весьма слабых вынужденных колебаний приводит к резонансному снижению силы трения.

Результат получен экспериментально прямыми измерениями. Для этого на поверхности ползуна были симметрично наклеены четыре пьезоэлектрических вибратора из сегнетовой соли массой по 1 г при массе ползуна 1,5 кг. Эти вибраторы, питаемые двухваттным звуковым генератором, создавали нормальные вынужденные колебания ползуна, амплитуда которых не превышала десятых долей микрона. С помощью интерферометрического устройства определялась контактная жесткость, после чего производились измерения рубежного значения силы статического трения.

Получена зависимость относительного снижения силы трения от частоты наложенных колебаний (рис. 1.15).

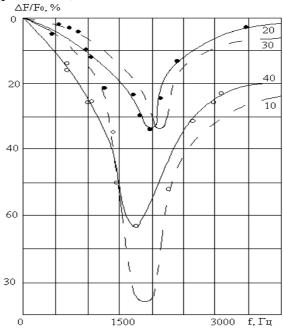


Рис. 1.15. Частотная зависимость снижения относительной силы статического трения при нормальных вибрациях (номера кривых соответствуют нормальной нагрузке в H)

Из графика видно, что при наложении частоты  $1900-2300\,\Gamma$ ц наблюдалось снижение силы трения на  $30-50\,\%$ , а в отдельных случаях — на  $80-85\,\%$ .

Наблюдавшееся явление может быть объяснено только тем, что частота накладываемых нормальных колебаний совпадала с частотой собственных микроколебаний ползуна или была близка к ней. Кривые носят явно резонансный характер.

Были также проведены две серии измерений при снижении нормальных нагрузок. Предположительно контактная жесткость должна была уменьшиться и, как следствие, снизиться собственная частота. Таким образом, выполненные измерения подтвердили это.

Резонансный характер падения силы трения не может быть объяснен резонансом самих вибраторов, т. к. их собственная частота составляла свыше 8000 Ги. Елинственным объяснением остается совпадение частоты колебаний упомянутой вынужденных cвыше собственной частотой контактных микроколебаний ползуна.

Наблюдавшееся явление открывает широкие перспективы для снижения силы трения в реальных узлах и дает представления о взаимосвязи трения и колебаний.

Особенности скачкообразного перехода от статического трения к кинетическому на основе представления об упорядочении микросрывов и влиянии процессов упрочнения и отдыха металлов рассмотрены в работе [97].

Таким образом, можно сделать следующие выводы: 1) при переходе от статического трения к кинетическому имеет место явление скачка; 2) скачок обусловлен возрастанием истинной поверхности касания в отдельных контактах, упорядочением микросрывов, процессами упрочнения и отдыха металла, что позволяет установить связь между коэффициентами статического и кинетического трения; 3) подтверждено экспериментально существование эффекта упорядочения микросрывов при переходе от статического трения к кинетическому. В результате обоснован один из источников возбуждения релаксационных фрикционных автоколебаний, которым является переход от статического трения к кинетическому.

При трении скольжения во многих случаях возникают фрикционные автоколебания в виде чередующихся проскальзываний и остановок ("СТИК - СЛИП"). Исследование [98] этих процессов вызвано тем, что такие автоколебания имеют вредные действия.

Среди средств борьбы с фрикционными автоколебаниями весьма эффективным является принудительное осциллирование, в частности, в нормальном направлении. Устранение фрикционных автоколебаний, не учитывая собственные контактные колебания нормального направления, невозможно. Из существования этих собственных колебаний вытекает наличие резонансного эффекта при принудительном осциллировании в нормальном направлении, т. е. резкого возрастания амплитуды вынужденных колебаний при приближении частоты периодической внешней силы к собственной частоте контактных колебаний фрикционной пары.

Таким образом, при принудительном осциллировании фрикционного контакта в нормальном направлении имеют место два следствия: резонансное снижение силы трения и эффективное устранение фрикционных автоколебаний.

Теория фрикционных автоколебаний, связывающая их с наличием второй степени свободы и по-новому трактующая скоростную зависимость силы трения, была впервые разработана В.А. Кудиновым [99]. До этого нормальные перемещения контакта при изучении зависимости силы трения от скорости скольжения и фрикционных автоколебаний игнорировались.

Согласно этой теории свобода нормальных перемещений ползуна является причиной как фрикционных автоколебаний, так и скоростной зависимости силы трения. Количественная теория была детально разработана для смешанного трения и намечена для некоторых идеализированных случаев сухого трения. Однако основная идея теории В.А. Кудинова применима и к сухому, и к чисто граничному трению любой реальной фрикционной пары при свободном скольжении ползуна под действием внешней тангенциальной силы,

приложенной через упругий привод. В этом случае сила трения является убывающей функцией высоты подъема ползуна, а эта высота по ряду причин увеличивается с ростом скорости скольжения. При определенных условиях, соблюдающихся в широком диапазоне скоростей скольжения, это ведет к неустойчивости скольжения и появлению одновременных тангенциальных скачков и нормальных подскоков ползуна.

Непосредственные измерения рубежной статической силы трения первого рода в функции нормальной координаты ползуна, изменения которой определены интерферометрически [100], дают представление о крутизне падения силы трения при поднятии ползуна: для очищенных поверхностей 7-го класса чистоты обработки при удельной нагрузке всего лишь около 25 г на 1 см<sup>2</sup> номинальной площади касания сила трения падает приблизительно на 40 % при поднятии ползуна всего только на 0,2 мк.

Из теории и опытов В.А. Кудинова и Д.М. Толстого вытекает, что при сухом или чисто граничном трении всегда соблюдается неравенство

$$\frac{dT}{dH} < 0, \tag{1.35}$$

где T — сила трения; H — нормальная координата ползуна, отсчитываемая от произвольного уровня в направлении от подкладки.

Следовательно, неустойчивости скольжения должно благоприятствовать неравенство

$$\frac{dH}{dV} > 0, \tag{1.36}$$

где V – скорость скольжения ползуна.

При сухом и чисто граничном трении соблюдению этого неравенства благоприятствуют все факторы, через которые скорость способна влиять на нормальную координату ползуна.

Эти факторы: а) чем меньше V, тем больше время, предоставляемое для смятия выступов ползуна и подкладки, вступающих во взаимодействие в процессе скольжения, и тем меньше нормальная координата ползуна H; б) чем меньше V, тем больше время, предоставляемое для выдавливания граничных слоев смазки из зазоров между сближающимися выступами, что тоже ведет к прямой зависимости между H и V; в) рост скорости скольжения V увеличивает вертикальные составляющие импульсов, испытываемых выступами ползуна при упругих или упруго-пластических столкновениях с выступами подкладки, и повышает амплитуду собственных микроколебаний ползуна, частота которых определяется его массой и контактной жесткостью.

В случаях, когда нормальные и тангенциальные перемещения влияют друг на друга только через скорость скольжения, могут существовать только два источника неустойчивости движения: 1) разность статической  $T_{\rm cr}$  и кинетической  $T_{\rm кин}$  сил трения

$$\Delta T = T_{\rm ct} - T_{\rm kuh},\tag{1.37}$$

т. е. скачок силы трения при трогании с места или остановке; 2) отрицательная производная силы трения по скорости скольжения.

Из теории трения Б.В. Дерягина [101] следует, что разрыв между  $T_{\rm ст}$  и  $T_{\rm кин}$  не должен иметь места. Это обстоятельство было подтверждено экспериментально. Таким образом, для реальной нелинейной фрикционной пары при указанной выше природе связи между нормальными и тангенциальными перемещениями ползуна необходимым и достаточным условием устойчивости скольжения является требование

$$\frac{dT}{dV} > 0, \tag{1.38}$$

где V — скорость скольжения (совпадающая по величине со средней скоростью подачи только при устойчивом скольжении).

Цель экспериментальной части [100] заключалась в выяснении вопроса, действительно ли нормальные перемещения ползуна являются причиной падающей скоростной характеристики силы трения, неустойчивости движения и фрикционных автоколебаний при сухом трении, способном создавать локальные гидродинамические эффекты, порождающие гидродинамическую подъемную силу и вязкостное сопротивление.

Экспериментальное подтверждение ответственности нормальных перемещений ползуна за падающую скоростную характеристику силы трения и за фрикционные автоколебания было получено двумя методами: демпфированием нормальных колебаний и прямыми измерениями нормальных перемещений ползуна одновременно с регистрацией тангенциальных скачков.

Из экспериментов следует, что демпфирование нормальных колебаний, во-первых, устраняет падение силы трения с ростом скорости, наблюдаемое при тех же скоростях в процессе демпфирования только тангенциальных колебаний, и, во-вторых, повышает силу трения во всем исследованном интервале скоростей по сравнению с силой трения при тех же скоростях без демпфирования.

Первое обстоятельство является прямым экспериментальным подтверждением того факта, что падающая зависимость силы трения от скорости  $\frac{dT}{dV} < 0$  и вытекающая из нее неустойчивость скольжения имеют единственную причину – свободу нормальных перемещений.

Таким образом, в данной работе: 1) рассмотрен и положительно решен вопрос о применимости к сухому или чисто граничному трению основной идеи теории об ответственности нормальных перемещений за падающую скоростную характеристику силы трения и за фрикционные автоколебания; 2) установлены условия плавности скольжения ползуна при сухом или чисто граничном трении в отсутствие нормальных связей, кроме реакции подкладки; 3) выведено приближенное выражение критической скорости скольжения, ниже которой нормальные перемещения невозможны, вследствие чего скоростная

характеристика силы трения является возрастающей и фрикционные автоколебания отсутствуют; 4) двумя методами (демпфированием нормальных колебаний и измерением нормальных перемещений ползуна) подтверждено, что нормальные подскоки ползуна неизменно сопутствуют тангенциальным скачкам и являются причиной последних, при достаточно интенсивном демпфировании нормальных колебаний тангенциальные автоколебания и падающая скоростная характеристика исчезают; 5) обнаружены экспериментальные закономерности, имеющие единственное объяснение: легко возбуждаемых весьма собственных нормальных микроколебаний ползуна, частота которых зависит от массы и контактной жесткости, а амплитуда является достаточной для существенного влияния на силу трения; 6) все обнаруженные закономерности наблюдаются и при введении смазки в количестве, обеспечивающем смешанный (граничногидравлический) режим. Гидродинамическое клиновое действие смазки может оказывать лишь количественное влияние на эти закономерности.

Следует отметить, что для колодочно-колесного тормоза подвижного состава рельсового транспорта имеют место два режима трения: сухое и со смазкой при попадании в зону трения влаги и грязи со стороны поверхности катания колеса.

Теория трения Б.В. Дерягина [101] и А.С. Ахматова [102] также построена на научном положении, что сила трения относится к категории сил, по своей природе непосредственно не зависящих от скорости скольжения или качения. Они доказывают, что при устранении собственных микроколебаний ползуна имеет место нейтральная скоростная характеристика трения.

Из практики известно, что вибрации оказывают существенное влияние на работоспособность узлов с фрикционными сопряжениями. В частности, интенсивные вибрации приводят к ослаблению затянутых резьбовых соединений, уменьшению сил трения в зажимных устройствах, повышению плавности медленных перемещений ползунов по направляющим скольжения и пр.

Выполнены исследования характеристик трения покоя при низкочастотных направленных микроколебаниях в зависимости от их интенсивности, продолжительности и направленности [103]. Экспериментально получена зависимость, аналогичная установленной И.В. Крагельским [104], силы трения покоя от продолжительности виброподготовки подвижного контакта

$$F_{\rm t} = F_{\infty} - (F_{\infty} - F_0) \exp(-\frac{t_{\rm B}}{T_{\rm B}}),$$
 (1.39)

где  $F_{\infty}$  — сила трения покоя при неограниченной продолжительности виброподготовки;  $F_0$  — начальная сила трения покоя;  $t_{\rm B}$  — продолжительность виброподготовки;  $T_{\rm B}$  — постоянная времени для условий эксперимента.

Влияние виброподготовки на величину предварительного смещения контакта аппроксимировано двухчленом типа

$$X = b_1 p + b_{\rm m} p^{\rm m}, (1.40)$$

где p — относительная амплитуда усилия вибратора,  $p = \frac{P}{P_0}$ ;  $P_0$  — амплитуда

усилия вибратора, равная начальному значению силы трения покоя; m – показатель степени;  $b_1, b_{\rm m}$  – коэффициенты.

Влияние виброподготовки контакта на величину силы трения покоя описывается формулой

$$F = F_0(1 - \frac{P}{P_0}),\tag{1.41}$$

где  $F_0$  — начальная сила трения покоя, причем  $P_0 = F_0$ ; P — амплитуда усилия вибратора.

В результате нетрудно заметить, что предварительное смещение контакта имеет упруго-пластический и дискретный характер. Поэтому изменение характеристик трения покоя под влиянием направленных микроколебаний происходит за счет изменений фактической площади контакта и свойств фрикционных связей.

Теория скольжения твердых тел с периодическими остановками [101] построена на следующих положениях:

- 1. При скольжении твердого тела с упругой подачей при линейной зависимости силы трения и скорости скольжения имеют место исчезновения периодических остановок. В случае, когда разность A между силой статического и кинетического трения не зависит от продолжительности остановки, это условие состоит в том, что скорость скольжения должна превышать некоторое критическое значение, являющееся падающей функцией затухания. Приведено условие, при выполнении которого вышеуказанные критические значения скорости применимы и к случаям, когда A зависит от продолжительности контакта.
- 2. С ростом скорости от нуля до критической продолжительность стадии проскальзывания E возрастает от половины до целого периода колебаний (с учетом затухания). Продолжительность остановки E при этом непрерывно падает. Уменьшение скорости подачи усиливает неравномерность скольжения, увеличивая отношение E к E.
- 3. Длина проскальзывания (за время E) возрастает примерно линейно в функции скорости.
- 4. С понижением скорости подачи от критической до нуля максимальная скорость проскальзывания приближается к конечному пределу. Следовательно, отношение последней скорости скольжения к средней неограниченно растет, что необходимо учитывать, принимая во внимание повышение температуры при трении в точках контакта и связанное с этим явление износа.

В соответствии с изложенными выше положениями представляется возможным исключить периодические остановки при скольжении и управлять трением следующими способами: а) повышая жесткость упругой связи; б) уменьшая A; в) применяя смазку достаточной вязкости, уменьшающую быстроту роста статического трения с продолжительностью остановки; г) увеличивая затухание колебаний ползуна.

При кинетическом сухом внешнем трении происходят непрерывно чередующиеся образования и разрушения контакта [105]. Общий контакт между трущимися поверхностями образуется из отдельных микроконтактов.

В работе [106] решена задача повышения величины и постоянства коэффициента трения, уменьшения износа и улучшения условий работы фрикционной пары колодочно-колесного тормоза подвижного состава промышленного транспорта.

Если вместо постоянного прижатия колодки к колесу при существующем способе торможения усилие нажатия на колодку осуществлять в виде периодически чередующихся импульсов с ускоренным нарастанием тормозных сил и отпуском, то условия работы тормозной пары значительно улучшатся. В результате импульсного приложения нагрузки к трущейся паре изменится соотношение упругих и пластических деформаций в процессе трения. Каждое кратковременное прижатие колодки к колесу будет сопровождаться предварительным смещением поверхностного слоя, прежде чем начнется относительное скольжение. В процессе предварительного смещения возникают упругие и пластические деформации, причем доля упругих деформаций будет уменьшаться по мере нарастания давления в тормозном цилиндре, а следовательно, и усилия нажатия на колодку также станут меньше. При достижении величины требуемого нажатия следует быстрый отход колодки от колеса и затем процесс повторяется. Очевидно, что при импульсном характере трения суммарная доля упругих деформаций в процессе торможения возрастает.

Известно, что если трущаяся пара находится в пределах упругого деформирования, то износостойкость наиболее высокая. При наступлении пластического деформирования износостойкость понижается примерно в 1000 Следовательно, импульсное торможение позволяет износостойкость тормозных колодок вследствие увеличения доли упругого деформирования в процессе трения. Кроме того, среднее давление на колодку период торможения снижается, сокращается расход энергии регулировании скорости на уклоне вследствие повышения способности локомотивосостава. Улучшению условий трения способствует изношенного материала трения уменьшение количества В зоне систематическое его удаление процессе торможения благодаря периодическому отводу колодки от колеса.

Упругопластические деформации и обусловленные ими предварительные смещения после прижатия колодки к колесу будут резко возрастать от нуля до максимальной величины и соответственно этим смещениям будет изменяться величина коэффициента трения от нуля до своего статического значения  $\varphi_{\rm cr}$ . В

этот момент начинается относительное скольжение трущихся поверхностей и коэффициент трения падает до динамической величины  $\varphi_{\rm д}$ . При импульсном торможении процесс остановки колеса с последующим изменением коэффициента трения, т. е.  $0 \to \varphi_{\rm cr} \to \varphi_{\rm д}$ , периодически повторяется в течение всего процесса торможения. Следовательно, средняя величина коэффициента трения повышается.

Импульсный характер регулирования тормозного нажатия в этой задаче следует рассматривать также как способ управления тормозной силой при скоростной характеристике трения, которая имеет место для данного вида тормозного оборудования.

Экспериментальное определение коэффициента трения контактирующей пары тел при сверхмалой скорости скольжения выполнено в работе [107].

Здесь предложен закон трения, новая трактовка которого заключается в том, что зависимость коэффициента трения от скорости скольжения двух контактирующих тел имеет вид асимметричной кривой, проходящей через нуль в точке  $V_{\rm ck}=0$ , т. е. коэффициент трения "покоя" равен нулю.

В работе утверждается, что предлагаемая трактовка закона трения обладает большей полнотой, совершенством, охватывает большой круг явлений, фактов, чем общепринятая, поэтому обладает большей относительной истинностью.

Полученные результаты позволяют сделать вывод о том, что коэффициент трения является непрерывной монотонной возрастающей функцией скорости скольжения. При скорости скольжения, приближающейся к нулю, стремится к нулю и коэффициент трения. Таким образом, скоростная характеристика трения имеет место также и при сверхмалых скоростях скольжения фрикционных пар.

В большинстве опубликованных работ по трению в тормозных механизмах не учитываются скачкообразность изменения силы трения, влияние механических автоколебаний на изменение коэффициента трения, изменение действительной площади соприкосновения и удельных давлений. Недостаточно изученной является также зависимость фрикционных автоколебаний от модуля упругости, предварительного смещения, площади фактического Д. Механические скорости, нагрузки Т. автоколебания, И обусловленные трением, имеют ту особенность, что колебательный процесс их состоит из двух различных по характеру этапов: этапа равномерного движения при относительном покое трущихся элементов и этапа неравномерного В перемещения их. зависимости OT продолжительности каждого из этапов график колебательного процесса может быть либо пилообразным, либо близким к синусоидальному.

Как показали опыты [108], механические колебания чугунных тормозных колодок подвижного состава рельсового транспорта носят пилообразный характер (рис. 1.16).

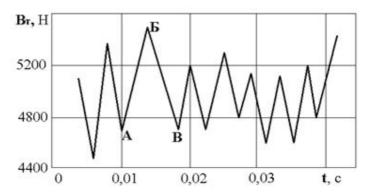


Рис.1.16. Колебательный процесс тормозной силы

В точках локальных минимумов A и B происходит сцепление колодок с колесом (подхват), а в точке локального максимума Б — срыв. Особенностью этих колебаний является также то, что сила трения в данном случае оказывается не причиной затухания, а причиной их нарастания.

Скачкообразное изменение силы трения, а также скачкообразное изменение удельных давлений позволяют объяснить образование механических релаксационных автоколебаний, волнообразный износ трущихся поверхностей и ряд других физических явлений в процессе трения.

При предварительном смещении трущихся поверхностей нормальное давление колодки на колесо используется не полностью для получения силы трения и происходит перераспределение по площади контакта нормального давления и сдвигающей силы, сопровождающееся неравномерным проскальзыванием отдельных различно нагруженных элементов

$$B_{\rm T} = \sum \varphi_{\rm K1} \Delta K = \varphi_{\rm K} k_1 K, \tag{1.42}$$

где  $B_{\rm T}$  — сила трения;  $\varphi_{\rm K1}$  — действительный коэффициент трения, различный для разных элементов соприкасающихся поверхностей; K — тормозное нажатие колодки;  $\varphi_{\rm K}$  — средний коэффициент трения, соответствующий тем материалам, из которых изготовлены трущиеся детали;  $k_1$  — коэффициент, учитывающий ту долю давления колодки на колесо, которая в данный момент используется для получения силы трения (коэффициент  $k_1$  растет с увеличением скорости скольжения).

Действительная площадь контакта при трении зависит не только от нормальной нагрузки, но и сдвигающей силы. Удельное давление зависит от предварительного смещения, так как при этом количество контактируемых выступов больше, чем при необратимом смещении.

Действительное удельное давление при предварительном и необратимом смещениях определяется формулами:

$$q_{\min} = \frac{K}{F_{\max}},\tag{1.43}$$

$$q_{\text{max}} = \frac{K}{F_{\text{min}}},\tag{1.44}$$

где  $F_{\max}$ ,  $F_{\min}$  – площади контакта.

Полагаясь на [109] и [110], автор [108] предлагает аналитическую зависимость коэффициента трения при фрикционных автоколебаниях, которая имеет вид:

$$\varphi_{\kappa}^{\max} = \frac{GEl}{q_{\min}(E - q_{\min})}h,\tag{1.45}$$

$$\varphi_{\kappa}^{\min} = \frac{GEl_0}{q_{\max}(E - q_{\max})}h,\tag{1.46}$$

где G — модуль сдвига; E — модуль упругости; l,  $l_0$  — перемещение тормозной колодки при предварительном и необратимом смещениях; h — высота упругого выступа шероховатого контакта.

Момент перехода к скольжению отображен формулой

$$l = \frac{B_T^{\text{max}} \left( 1 + \frac{c}{\lambda} \right)}{c},\tag{1.47}$$

где  $B_T^{\max}$  – полная сила трения покоя; c – жесткость подвески;  $\lambda$  – коэффициент пропорциональности (жесткость контакта).

При скольжении скорость тормозной колодки  $V_{\text{кол}}$  отличается несколько от скорости вращения колесной пары  $V_{\text{к.п}}$ , т. е.

$$V_{\text{кол}} = \frac{V_{\text{к.п}}}{1 + \frac{c}{\lambda}}.$$
 (1.48)

Для зависимости коэффициента трения колодки (рис. 1.20) при наличии механических автоколебаний определен вид:

$$\varphi_{\kappa} = A \frac{K + B}{K + B} \cdot \frac{V + \Gamma}{V + \mathcal{I}},\tag{1.49}$$

где K — тормозное нажатие колодки, кH; V — скорость движения, м/с; A, Б, B,  $\Gamma$ ,  $\Pi$  — эмпирические коэффициенты.

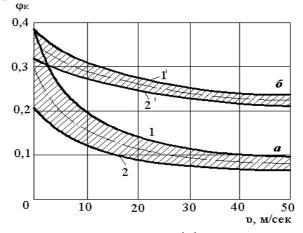


Рис. 1.17. Скоростная зависимость коэффициента трения для тормозных колодок: а — чугунных; б — композиционных из материала 6КВ-10

Таким образом, результаты данной работы позволяют сделать следующие выводы:

- 1. Скачкообразное изменение силы трения при наличии фрикционных автоколебаний вызывает изменение коэффициента трения. С колебательным процессом колодки связано схватывание, образование наростов, скачкообразный износ трущихся поверхностей.
- 2. Действительный коэффициент трения трущихся пар в зависимости от скорости скольжения представляет собой область, заключенную между коэффициентом трения срыва и коэффициентом трения подхвата.
- 3. Максимальная величина силы трения (сила трения покоя) при скачкообразном изменении перед остановкой колеса может превышать среднюю силу трения чугунных тормозных колодок на 20 25 %.
- 4. Максимальный коэффициент трения может быть выше среднего для чугунных колодок на 17-19 %.
- 5. В эксплуатации подвижного состава следует определять значения максимального коэффициента трения  $\varphi_{\rm k}^{\rm max}$ , это необходимо при анализе причин заклинивания колесных пар, а также минимального  $\varphi_{\rm k}^{\rm min}$  и среднего коэффициентов трения  $\varphi_{\rm k}^{\rm cp}$ .

Аналитические решения [111] при определенных допущениях позволяют определить уменьшение силы трения в зависимости от амплитуды и частоты наложенных колебаний, а также от контактной жесткости соприкасающиеся тел. Здесь ограничиваются случаем контактирования твердого гладкого тела с шероховатой поверхностью, микровыступы которой моделируются сферическими сегментами радиуса R, деформации принимаются чисто упругими по формуле Герца.

Вычисления, выполненные с учетом указанных допущений, дают тот же порядок снижения силы трения, что и результаты экспериментов.

Фактическая площадь контакта принята по закону Н.Б. Демкина [112]

$$\varphi = \frac{2\pi R h n_{\rm a} c}{\gamma + 1} \left(\frac{a}{h}\right)^{\gamma + 1},\tag{1.50}$$

где  $n_{\rm a}$  — число всех выступов на контурной площадке; c,  $\gamma$  — константы; a — сближение контакта; h — максимальная высота микронеровностей.

Зависимость нагрузки от сближения определена по Крагельскому [104], т. е.

$$N = \frac{A_{\rm c}c}{2\sqrt{\pi}\Theta} \cdot \left(\frac{h}{R}\right)^{\frac{1}{2}} k_{\nu} a^{\nu + \frac{1}{2}},\tag{1.51}$$

где  $A_{\rm c}$  – контурная площадь каната;  $\Theta$  – упругая постоянная,

$$\Theta = \frac{1 - \mu^2}{E},\tag{1.52}$$

где  $\mu$  – коэффициент Пуассона; E – модуль Юнга;  $k_{\nu}$  – константа.

Возмущающая сила определяется формулой

$$F = F_0 \cos wt \tag{1.53}$$

и действует при постоянной нагрузке  $N_0$ , при этом

$$F_0 \le N_0, \tag{1.54}$$

что не приводит к раскрытию стыка.

В.И. Ивлевым [111] выполнено решение уравнения колебаний тела m, обусловленных жесткостью сферического микровыступа, и представлено в виде

$$x = A_0 + \sum_{i=1}^{3} A_i \cos n(wt + \delta), \tag{1.55}$$

где  $A_{\rm i}$  – амплитуда соответствующих гармоник;

$$A_0 = -\frac{\alpha}{2} \frac{f_0^2}{\left[ (w_0^2 - w^2)^2 + 4\lambda w^2 \right] w_0^2},$$
 (1.56)

где  $w_0 = \sqrt{\frac{k_1}{m}}; \quad \alpha = \frac{k_2}{m}; f_0 = \frac{F_0}{m}; \quad \lambda -$  линеаризованный коэффициент вязкого трения.

В предположении контактирования абсолютно гладкой поверхности с шероховатой сила трения будет обусловлена адгезионной составляющей T, которая имеет формулу

$$T = v\Phi + \xi N, \tag{1.57}$$

где v,  $\xi$  – постоянные для данной пары трения.

Таким образом, при наложении на контакт вибраций деформация a (1.50) уменьшится на величину "всплытия". В результате вычислений по (1.57) появляется возможность оценить уменьшение силы трения. Равенства (1.55), (1.56) для принятых допущений задают уменьшение адгезионной составляющей силы трения в зависимости от амплитуды и частоты наложенных колебаний.

Исследования отечественных ученных [113, 114, 115, 116, 117, 118, 119] послужили основой дальнейшего развития методов разработки динамических моделей механических систем с упругими и диссипативными силами нагружения, определения структуры тормоза и его состояния, кинематического и динамического исследования рычажных механизмов, динамического нагружения поверхностей контакта трения тормоза и управления его рабочими процессами с целью повышения эффективности тормоза и торможения.

# 1.7. Задачи механики контактного взаимодействия при скольжении твердых тел

### 1.7.1. Контактирование твердых тел

В задачах динамического нагружения используют основные положения контактирования при статических нагрузках [120].

Поверхности деталей имеют микроскопические неровности, расположенные Микронеровности некотором волнистом рельефе. на определяют шероховатость поверхности. При соприкосновении двух деталей с такими поверхностями, микронеровности под действием нормальных сил деформируются и контактирование происходит в некоторых локальных зонах, суммарная площадь которых называется фактической площадью контакта. Эта площадь значительно меньше номинальной (геометрической). Суммарная площадь, образованная при деформировании волн, в которых концентрируются фактического контакта, поверхности называется контурной площадью контакта.

Поскольку поверхности твердых тел имеют макро- и микронеровности, то первоначальный их контакт происходит только в трех точках. Контактные деформации (сближение) при первоначальном приложении нагрузки являются пластическими. При повторных приложениях (можно считать десятое приложение) по величине, не превышающей первую, сближение будет иметь упругий характер деформирования.

Сближение поверхностей перед каждым новым приложением нагрузки будет вызывать упругие деформации уже пластически сдеформированных верхним выступом и пластические деформации вершин, не контактировавших ранее либо имевших перемещение меньше критического. В процессе повторных приложений нагрузок большая часть вершин микронеровностей будет деформироваться упруго, а меньшая — иметь пластический характер деформаций. Если связать это с трением, то этот переход от пластического характера деформаций к упругому будет происходить в период приработки поверхностей.

При приложении сдвигающего усилия к контактирующим поверхностям они будут иметь касательные перемещения. Причем при упругом нормальном взаимодействии выступов касательные перемещения будут упругими до тех пор, пока не начнется процесс дополнительного углубления неровностей, а следовательно, перераспределение площадей фактического контакта. Затем упругие деформации перейдут в пластические, максимальная величина которых определяется так называемым предварительным смещением поверхностей, т. е. началом проскальзывания. Таким образом, область касательных перемещений ограничивается предварительным смещением, превышение которого приводит к трению скольжения.

Влияние механических характеристик материала на коэффициент трения проявляется определенным образом [121]. При упругом контакте с

увеличением модулей упругости материалов обоих поверхностей коэффициент трения уменьшается, при пластическом контакте это проявится в меньшей степени. Коэффициент трения падает с увеличением нагрузки при упругом контакте и возрастает при пластическом.

Анализ мгновенных значений силы трения несмазанных поверхностей выявил [122] случайное динамическое нагружение контакта и нестационарность трения, обусловленные автоколебаниями при столкновениях микронеровностей. В процессе скольжения ползуна его микровыступы получают импульсы со стороны микровыступов контртела. Нормальные состовляющие этих микроимпульсов непрерывно возбуждают колебания ползуна в нормальном направлении. В отсутствие смазки колебания имеют частоту порядка тысячи герц, определяемую в первую очередь контактной жесткостью.

Введение смазки в контакт способствует демпфированию высокочастотных колебаний, благодаря сглаживанию шероховатости поверхности. Качественно динамическое нагружение контакта сохраняется, но при минимальной граничной смазке колебания нормальной силы на порядок меньше, чем без смазки.

Колебания моделируются при условии, что ползун имеет поперечные размеры ненамного меньше его высоты, тогда упругая податливость в нормальном направлении на несколько порядков ниже тангенциальной податливости контакта. Поэтому возможна следующая модель: ползун представляет идеально жесткое тело, покоящееся на системе микропружинок, моделирующих микровыступы. Большие пружинки несут нормальную нагрузку, мелкие – не работают. Любой нормальный импульс, приложенный к ползуну, приводит его в свободные колебания нормального направления. Эти колебания нелинейны и асимметричны, т. к. в процессе опускания ползуна все большее число пружинок воспринимает нагрузку и контактная жесткость непостоянна: при опускании ползуна она растет, при поднятии – уменьшается.

Чем больше скорость скольжения, тем интенсивнее нормальные составляющие микроимпульсов между микровыступами и тем больше амплитуда колебаний (зависимость почти линейная), соответственно меньше сила трения. Это может служить одним из факторов, объясняющим падающую кинетическую характеристику трения.

Взаимозависимость нормальных и тангенциальных продольных и поперечных колебаний ползуна вызвана близостью основных частот в этих направлениях, приближенно оцениваемых собственными частотами линейных колебаний.

Ввиду сложного спектра шероховатости контактирующих поверхностей нормальные колебания полигармонические, но основной является собственная частота колебаний.

Далее приведены решения, полученные [22, 120] при следующих допущениях: шероховатая поверхность твердого тела представляется сферической моделью; преимущественным видом деформации в зонах контакта является внедрение микронеровностей в поверхность менее жесткого тела;

контактируют два тела, одно из которых абсолютно жесткое, с шероховатой поверхностью, а другое – более мягкое с абсолютно ровной поверхностью.

### 1.7.2. Контактное сближение в статике

Для упругого ненасыщенного контакта нормальная нагрузка, вызывающая сближение є между поверхностями взаимодействующих тел, определяется по формуле

$$N = \int_{0}^{\varepsilon} N_{\rm i} dn_{\rm r} , \qquad (1.58)$$

где  $N_{\rm i}$  — сила, приходящаяся на i-ю микронеровность;  $dn_{\rm r}$  — число микронеровностей с одинаковым сближением.

В зависимости от внедрения расчет силы по теории Герца составляет

$$N_{\rm i} = \frac{1.33 R_{\rm max} \frac{1}{2} h_{\rm i} \frac{3}{2} E}{1 - \mu^2} , \qquad (1.59)$$

где E – модуль упругости материала;  $\mu$  – коэффициент Пуассона.

Выражение контурного давления в зоне контакта

$$P_{\rm c} = \frac{N}{A_c} = \frac{0.21\nu(\nu - 1)\kappa_1 E R_{\rm max} \frac{1}{2} \varepsilon^{\frac{\nu + 1}{2}}}{(1 - \mu^2)R^{\frac{1}{2}}},$$
 (1.60)

где  $A_{\rm c}$  — контурная площадь касания;  $k_{\rm l}$  — постоянная интегрирования, зависящая от  ${\rm v}$ .

Фактическая площадь касания в зависимости от контурного давления определяется формулой

$$A_{r} = 0.5A_{c} \left[ \frac{P_{c} (1 - \mu^{2})}{0.2\nu(\nu - 1)\kappa_{1}E\Delta^{\frac{1}{2}}} \right]^{\frac{2\nu}{2\nu + 1}},$$
(1.61)

где  $\Delta = \frac{R_{\max}}{Rh^{\frac{1}{\nu}}}$  – комплексный параметр шероховатости.

Сближение между поверхностями в данном случае выражается

$$h = R \left\lceil \frac{5P_c \left(1 - \mu^2\right) \Delta^{\nu}}{\nu (\nu - 1) \kappa_1 E} \right\rceil^{\frac{2}{2\nu + 1}}.$$
(1.62)

Упругий насыщенный контакт реализуется при использовании материалов типа резины или пластмасс, обладающих невысоким модулем упругости. При этом для расчета контурного давления, фактической площади контакта и сближения между поверхностями выведены следующие формулы:

$$P_{c} = \frac{0.2\Delta^{\frac{1}{2}}b^{\frac{1}{2\nu}}E}{1-\mu^{2}} \left[ \frac{\nu\varepsilon - (\nu-1)\varepsilon_{H}}{\nu} \right]^{\frac{3}{2}},$$
(1.63)

$$A_{\rm r} = 1.62 A_{\rm c} \left[ \frac{P_c \left( 1 - \mu^2 \right)}{E \Delta^2} \right]^{\frac{2}{3}}, \tag{1.64}$$

$$\varepsilon = \frac{3P_c^{\frac{2}{3}}(1-\mu^2)^{\frac{2}{3}}}{E^{\frac{2}{3}}b^{\frac{1}{3\nu}}\Delta^{\frac{1}{3}}} + \frac{\nu-1}{(b\nu^{\nu})^{\frac{1}{\nu-1}}}.$$
 (1.65)

При пластическом ненасыщенном контакте уравнение контурного давления имеет вид:

$$P_{\rm c} = a_{\tau} b \, \varepsilon^{\rm v} HB, \tag{1.66}$$

где  $a_{\tau}$  – коэффициент, учитывающий напряженное состояние в зоне контакта и кинематические особенности взаимодействия твердых тел; HB – твердость материала по Бринелю.

Соответственно формулы фактической площади контакта и сближения между поверхностями выражаются так:

$$A_{\rm r} = \frac{N}{HB} = a_{\rm r} A_{\rm c} b \varepsilon^{\nu}, \qquad (1.67)$$

$$\varepsilon = \left(\frac{P_c}{a_r b H B}\right)^{\frac{1}{\nu}}.$$
 (1.68)

При пластическом насыщенном контакте зависимости для рассмотренных выше показателей имеют вид:

$$P_{\rm c} = a_r b \varepsilon^{\nu}_H \left( \frac{v \varepsilon}{\varepsilon_H} - \nu + 1 \right) HB, \qquad (1.69)$$

$$A_{\rm r} = \sum_{i=1}^{h_C} a_{\tau} 2\pi R R_{\rm max} \varepsilon_i , \qquad (1.70)$$

$$\varepsilon = \frac{1}{\left(b\,v^{\nu}\right)^{\frac{1}{\nu-1}}} \times \left[\frac{P_{c}(b\,v)^{\frac{1}{\nu-1}}}{a_{\tau}HB} + 1 - \nu\right]. \tag{1.71}$$

Таким образом, при любом контакте  $A_{\rm r} \sim P_{\rm c}, P_{\rm c} \sim \varepsilon(h)$ . При насыщенном контакте  $A_{\rm r}$  менее интенсивно изменяется при изменении  $P_{\rm c}$ , чем при ненасыщенном. При увеличении модуля упругости менее жесткого тела  $A_{\rm r}$  уменьшается более интенсивно, чем  $\varepsilon$ . При увеличении твердости менее жесткого тела  $A_{\rm r}$  и  $\varepsilon$  уменьшаются. Интенсивность изменения  $\varepsilon$  от  $P_{\rm c}$  изменяется от характера контакта, что необходимо при выборе жесткости контакта.

### 1.7.3. Контактное сближение при скольжении

Кинематическое состояние взаимодействующих твердых тел оказывает влияние на  $A_{\rm r}$  и  $\varepsilon$ .

При смятии микронеровностей соотношение между параметрами при скольжении и в статике составляет:

$$A_{\rm r \ c\kappa} = A_{\rm r \ c\tau} \ \sqrt{1 + a_{\tau}} f^2,$$
 (1.72)

$$h_{\rm ck} = h_{\rm ct} \left( 1 - a_{\tau} f^2 \right)^{\frac{1}{2\nu}},$$
 (1.73)

где f – коэффициент внешнего трения.

При деформациях внедрения

$$A_{\rm r\ ck} = A_{\rm r\ cr}\ \sqrt{1+f^2}\ ,$$
 (1.74)

$$h_{\rm ck} = 2^{\frac{1}{\nu}} h_{\rm cr} (1 + f^2)^{\frac{1}{2\nu}}.$$
 (1.75)

При упругих деформациях  $a_{\tau}=0.5$ , при пластических  $a_{\tau}$  может изменяться от 3,3 до 27. При  $a_{\tau}\leq 10$  и  $f\leq 0.15$  существенного увеличения  $A_{\rm r}$  ск не происходит.

Выше приведены зависимости для твердых тел, обладающих незначительным упругим восстановлением. Получены также зависимости для определения параметров с учетом упругого восстановления материала со скользящей микронеровностью. В результате возможно следующее допущение: в условиях внешнего трения в неподвижном состоянии контактирующих поверхностей и при скольжении площади касания одинаковы.

## 1.7.4. Коэффициент трения

Упругий ненасыщенный контакт позволяет реализовать коэффициент трения в виде зависимости:

$$f = \frac{\int_{0}^{\varepsilon} T_{i} dn_{r}}{\int_{0}^{\infty} N_{i} dn_{r}} = \frac{2.4\tau_{0}}{P_{c}^{\frac{1}{2\nu+1}}} \cdot \left[ \frac{1-\mu^{2}}{\nu(\nu+1)k_{1}\Delta^{\frac{1}{2}}5^{\frac{1}{2}\nu}E} \right]^{\frac{2\nu}{2\nu+1}} + \beta + \frac{0.4a_{3\phi}}{\nu^{2}-1} \left[ \frac{5P_{c}\Delta^{\nu}(1-\mu^{2})}{(k_{1}\nu)^{2\nu+2}(\nu-1)E} \right], \quad (1.76)$$

где  $a_{\rm s\phi}$  — коэффициент, учитывающий потери энергии вследствие несовершенства упругости материала при деформировании, зависит от деформируемого объема и приведенного коэффициента гистерезистных потерь.

Здесь действующую на контакт нагрузку характеризует  $P_c \sim \varepsilon \sim A_r$ ; физико-химическое состояние контакта —  $\tau_0$ ,  $\beta$ ; микрогеометрию — R, v,  $k_1$ ,  $\Delta$ ; физико-механические свойства материалов —  $a_{9\varphi}$ , E,  $\mu$ . Фрикционные параметры  $\tau_0$  и  $\beta$  зависят от условий смазки в трибосопряжении.

Упругий насыщенный контакт дает выражение:

$$f = \frac{1,25\tau_0 \left(1 - \mu^2\right)^{\frac{2}{3}}}{P_c^{\frac{1}{3}} E^{\frac{2}{3}} \Delta^{\frac{1}{3}}} + \beta + 0,4a_{3\phi} \left[\frac{P_c \Delta \left(1 - \mu^2\right)}{E}\right]^{\frac{1}{3}}.$$
 (1.77)

При увеличении нагрузки на контакт молекулярная составляющая коэффициента внешнего трения (два первых слагаемых) уменьшается, деформационная — увеличивается, f проходит через минимум. При изменении  $P_{\rm c}$  коэффициент трения изменяется более интенсивно при насыщенном контакте, чем при ненасыщенном, и менее интенсивно от изменения модуля упругости E. Увеличение E приводит к уменьшению f, в большей степени изменяя молекулярную составляющую.

Формулы пластических ненасыщенного и насыщенного контактов соответственно:

$$f = \frac{\tau_0}{HB} + \beta + 0.55\nu(\nu - 1)k_1 \Delta^{\frac{1}{2}} \left(\frac{P_c}{HB}\right)^{\frac{1}{4}},$$
 (1.78)

$$f = \frac{\tau_0}{HB} + \beta + 0.9\Delta^{\frac{1}{2}} \left(\frac{P_c}{HB}\right)^{\frac{1}{2}}.$$
 (1.79)

Зависимости  $P_{\rm c}$  для каждого случая деформирования контакта см. в п. 1.7.2.

В [123] получено решение относительно среднего сближения фрикционного контакта без учета диссипации энергии и механических свойств поверхности в процессе приработки. Поднятие ползуна при колебаниях на величину

$$\Delta y = y_{i} - y_{cp} \tag{1.80}$$

снижает силу трения на величину

$$\frac{\Delta F}{F} = \frac{\Delta N}{N} = (N_{\rm i} - N_{\rm e}) N_{\rm i} ,$$
 (1.81)

при этом

$$N_e = \frac{Cy_{\rm cp}}{y_{\rm max} - y_{\rm cp}},\tag{1.82}$$

где C – жесткость контакта.

### 1.8. Выводы

Таким образом, можно считать достоверными сведения о взаимосвязи между трением и колебаниями, возникающими в процессе трения. Частота этих колебаний в направлении нормали для металлических пар, определяемая контактной жёсткостью конструкции, имеет порядок  $10^3$  Гц. В связи с незначительной амплитудой этих колебаний и остротой резонанса изучению их природы продолжительное время уделялось недостаточное внимание.

Колебания, порождаемые в процессе трения, являются связанными, т. е. нормальные, тангенциальные продольные и поперечные колебания не могут проходить независимо. При возникновении одного из них, как правило, возникают и другие. Связанность зависит от близости собственных частот соответствующих колебаний и от контактной жёсткости конструкции.

Считается установленным, что отношение силы трения на искомой частоте к амплитудному значению силы трения на 50  $\Gamma$ ц может колебаться в пределах от 0,08 до 2 единиц.

Важным фактом является также значительное повышение коэффициента трения при нормальном демпфировании, самое главное заключается в том, что даже сила рубежного статического трения оказывается выше, чем без демпфера, действующего в направлении нормали.

Экспериментальные результаты в данном направлении позволяют сделать вывод, что получить заданные условиями эксплуатации характеристики фрикционных узлов можно двумя путями улучшив

- 1) фрикционные характеристики пары трения;
- 2) упруго-диссипативные характеристики фрикционной системы в целом с учётом вибрационного или ударно-вибрационного нагружения пары трения.

Первый путь широко реализуется, когда используют идеализированную динамическую модель механизма, пренебрегая инерцией и упругодемпфирующими свойствами звеньев и контакта.

В теории контактирования твёрдых тел разработаны методы, которые позволяют описать фрикционный контакт аналитически. Зависимость между контактными деформациями и нагрузкой на контакт нелинейна и асимметрична относительно среднего значения. Вибрационное нагружение нормального направления определяется в основном реологическими, а в тангенциальном – фрикционными характеристиками материалов пар трения.

Универсального метода динамического описания систем с трением не существует. С тормозной колодкой связана тормозная передача, в частности ее звенья в нормальном и тангенциальном направлениях, которая составляет механическую часть фрикционной системы тормоза и характеризуется

определенными значениями жёсткости и частоты собственных колебаний. Эти параметры необходимо принять за механические параметры всей системы трения. Совместное исследование динамических процессов в зоне трения и в механической системе представляет возможность снизить нестабильность тормозного нажатия и силы трения тормоза.

Используя методы колебаний, динамики машин и теории трения, представляется возможным с определённым уровнем приближения составить уравнения движения для тормозного механизма. Аналитическое решение подобных дифференциальных уравнений затруднительно, что требует экспериментальных исследований для получения параметров движения и использование ЭВМ для численного решения уравнений.

Для повышения технического уровня подвижного состава рельсового и мобильного транспорта ставится одна и та же задача изменения силы (коэффициента) трения колодки в тормозном механизме по величине и в функции скорости движения. При этом тормоз не рассматривается как система, статистически задача решается в условиях структурной неопределенности и неидентифицируемости параметров. Особенно эффективным является решение этой задачи для скорости движения до 5 м/с, что характерно для шахтного подвижного состава.

Решением задач механики адаптируемых материалов получены технические решения для повышения эффективности тормоза и торможения, в том числе управляя механическими и физическими свойствами материала тормозной колодки. Упругие деформации и демпфирование звеньев тормозной передачи учитывают только при решении задач хода привода и быстродействия. Решения контактных задач с трением и контактных колебаний, построение фрикционных моделей трибомеханики тормозостроении не применяется. Торможение рассматривается как задача в механике твёрдого тела в виде эмпирической науки о трении.

#### 1.9. Постановка задач исследования

На основании сделанных выводов целью работы является установление закономерностей изменения в процессе торможения параметров колебания тормозной колодки, фактической площади контакта, силы трения тормоза в зависимости от параметров геометрии контакта и кинематических связей, жесткости и демпфирования контакта, передачи и тормозного инерции, увеличить коэффициент привода. Это позволяет трения тормоза кинетического ДΟ статического значения ДЛЯ сохранения эффективности торможения на остановку, получить рабочие характеристики соответствии c его назначением, обеспечить эффективности тяги и торможения подвижного состава на стадии создания нового оборудования высокого технического уровня и обосновать методы управления силой трения в рабочем процессе тормоза по величине и в функции скорости скольжения.

Для достижения поставленной цели необходимо решить следующие задачи исследования:

- 1) разработать теоретическое обоснование состояний и структуры тормоза подвижного состава шахтного рельсового транспорта как механической системы с трением;
- 2) разработать математическую модель и вычислительный алгоритм моделирования тяги и движения шахтного поезда, установить показатели назначения тормоза и закономерности их влияния на эффективность торможения;
- 3) создать экспериментальные установки, измерительный и обработывающий комплексы аппаратуры с программным обеспечением для определения характеристик рабочего процесса тормоза, идентификации параметров и проверки адекватности математических моделей;
- 4) установить тягово-энергетические, вибро-шумовые характеристики шахтных электровозов, разработать значения нормативных показателей ходовых качеств подвижного состава рельсового транспорта шахт;
- 5) выполнить статистический и спектральный анализы усилий нагружения и перемещений масс в тормозном механизме;
- 6) разработать динамическую модель тормозного механизма с учетом дискретности фрикционного контакта и вычислительный алгоритм моделирования колебательных процессов фрикционного контакта;
- 7) разработать динамическую модель тормоза с учетом конструктивных связей, распределения контактных усилий по шероховатым контактирующим поверхностям и вычислительный алгоритм моделирования взаимодействия нормальных и тангенциальных колебаний в тормозе;
- 8) разработать математическую модель и вычислительный алгоритм моделирования торможения поезда с учетом взаимодействия нормальных и тангенциальных колебаний в тормозе при неустановившихся режимах.

#### РАЗДЕЛ 2

## РАЗРАБОТКА И АНАЛИЗ КЛАССИФИКАЦИИ ПОКАЗАТЕЛЕЙ НАЗНАЧЕНИЯ ТОРМОЗА ДЛЯ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ТЕХНИЧЕСКОГО УРОВНЯ ШАХТНОГО ПОДВИЖНОГО СОСТАВА ПО ЭФФЕКТИВНОСТИ ТОРМОЖЕНИЯ

Определение показателей и оценка качества приняты в соответствии с действующими стандартами: ГОСТ 15467-79 «Управление качеством продукции», ГОСТ 2.116-84 «Карта технического уровня и качество продукции», ГОСТ 27.002-83 «Надежность», ГОСТ 3.1102-81 «Техническая документация».

Цель: разработка измерительного и расчетного методов определения качества и статистического метода оценки технического уровня шахтного подвижного состава по эффективности торможения.

Построение математических моделей сложных систем стало возможным благодаря целевой постановке задач об управляемом движении. Под движением системы понимают изменение состояния системы. В постановке задачи структурного моделирования тяги и движения шахтных поездов и динамической модели тормоза как трибологической системы в структурной схеме (рис. 2.1) управляющим воздействием u (входом) являются сила тяги локомотива, тормозная сила поезда или тормозное нажатие привода тормоза соответственно, параметрами состояния системы x (выходом) — скорость движения, ускорение, пройденный путь или эффективность тормоза и торможения по условиям устойчивости и надежности при внешних возмущающих воздействиях Z (вход) — сопротивление движению поезда, дискретность и сопротивление скольжению поверхностей контакта трения. Изменение переменных состояния называют поведением системы.

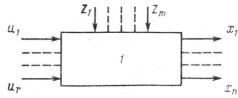


Рис. 2.1. Структурная схема преобразования управляющих воздействий  $(u_1 - u_r)$  в параметры состояния  $(x_1 - x_n)$  объекта управления 1 от внешних воздействий  $(Z_1 - Z_m)$ 

## 2.1. Идентификация состояний тормоза в условиях структурной неопределенности

Цель — определение вида структурной неопределенности при идентификации состояний тормоза для адаптивного управления трибологической системой.

Современной научной практике известны [36, 22, 54] следующие факторы, обусловливающие силы трения: 1) скорость скольжения; 2) удельное нормальное давление; 3) температура; 4) фактическая площадь контакта; 5) форма и конфигурация поверхности трения; 6) наличие продуктов износа;

7) упруго-вязкий характер деформации поверхностей трения, зависящий от механических свойств элементов трущейся пары и обусловливаемый модулями продольной и поперечной упругости; 8) характер поверхности, определяемый плотностью материала, или физическое состояние поверхностного слоя элементов трущейся пары; 9) степень свободы элементов трущейся пары, зависящая от способа закрепления; 10) влажность поверхности трения; 11) удельная теплоемкость; 12) коэффициент теплопроводности; 13) температуропроводность; 14) коэффициент теплоотдачи; 15) коэффициент динамической вязкости. В настоящее время предложено более 13 эмпирических соотношений между коэффициентом трения и скоростью скольжения для конкретных видов объектов техники.

Для достижения поставленной цели необходимо выполнить решение задачи статистического моделирования, которое характеризуется следующим видом структурной неопределенности [124]: по количеству и составу входных переменных в моделях зависимости силы (коэффициента) трения тормоза как выходных переменных.

Задача сводится к регрессионному анализу в предположении, что статистическая модель объекта имеет вид:

$$y = y + \xi = \sum_{j=1}^{m} \Theta_{j} x_{j} + \xi,$$
 (2.1)

где y — наблюдаемая входная переменная; y — ненаблюдаемая составляющая выходной переменной;  $\xi$  — случайная величина с нулевым математическим ожиданием и конечной дисперсией; m — число  $\Theta$  — вектор неизвестных, не равных нулю коэффициентов;  $x_{\rm j}$  —  ${\rm j}$ -я входная переменная объекта из множества  $X \subseteq X$ , участвующих в формировании выходной переменной объекта.

Задача регрессионного анализа поставлена в широком смысле, т. е. необходимо установить, какие именно переменные  $\stackrel{0}{X} \subseteq X$  входят в регрессионную модель (X — заданное множество наблюдаемых входных переменных, а множество  $\stackrel{0}{X}$  — неизвестно). Необходимо также определить оценки коэффициентов в моделях регрессии для выходной переменной как функции всех входных переменных и определить оценку ошибки предсказания по этой модели.

Процесс трения в тяжелонагруженных трибологических системах, каким является тормоз, отличается сложностью взаимодействия рабочих параметров.

Современные методы анализа не позволяют получать аналитически выходные характеристики тормоза по входным параметрам режимов его работы. Этим объясняется преобладание эмпирических методов при исследовании эффективности и надежности фрикционных тормозов.

Анализ выполненных экспериментальных исследований трибологических систем показывает, что результаты, полученные различными авторами, неоднозначны и несопоставимы.

Так, изменение коэффициента трения впервые выражено в 1861 году эмпирической формулой гиперболического вида. За прошедший период зависимость уточняли выражениями экспоненциального вида и полиномами различной степени [36, 63, 125]. До настоящего времени на железнодорожном транспорте пользуются зависимостью коэффициента трения тормозных колодок от скорости скольжения и усилия нажатия в гиперболической форме. Вид формулы выбран "принимая во внимание все обстоятельства и результаты опыта. Кроме того, чтобы можно было бы применить расчет по приведенному коэффициенту трения" [126]. В институте Машиноведения [127] разработан закон, позволяющий аппроксимировать значительное число видов экспериментальных зависимостей.

Анализ свидетельствует о том, что аппроксимация экспериментальных зависимостей характеристик тормоза, в частности коэффициента трения, строится из общей предпосылки, что функция в интервале измерения удовлетворяет теореме Вейерштрасса, утверждающей, что для непрерывной на функции МОЖНО построить последовательность интервале полиномов, которая будет равномерно стремиться к этой функции на всем промежутке интервала. Полиноминальный ряд при этом каждый исследователь ограничивает исходя из феноменологических представлений, что является неустойчивости решений. Такой подход выборе аппроксимирующей функции отражает определенную точку зрения части специалистов. Они считают [128], что выбор функции находится за пределами возможностей и поэтому тип функций следует человеческих эмпирически подбирая наиболее удобный произвольно, Противоположная точка зрения заключается в том, что тип функции должен быть строго обоснован. Некоторый единый подход к различным видам эксперимента и представлению его результата дают современные методы математической статистики и теории вероятности.

В случае невозможности обоснования типа функции для построения модели, несколько алгебраических формул подвергают статистическому анализу. Возможна ситуация, когда степень соответствия исходных данных и значений. вычисленных ПО каждому уравнению, идентична. предпочтение одной из моделей при этом невозможно и целью дальнейшего анализа является отыскание такой области экспериментальных условий, в которой можно было бы выделить одну из предложенных моделей. Условия проведения (n+1)-го опыта определяются дискриминантным анализом по методу Бокса-Хилла [129]. Применение метода дало нам возможность построить математическую модель, адекватно описывающую изменение коэффициента трения  $\varphi$  колодочно-колесного тормоза шахтных локомотивов в зависимости от скорости движения V и усилия нажатия тормозных колодок K[32].

Исходные данные при этом анализировали четырьмя типами уравнений. Показатели связи для каждой группы данных приведены в табл. 2.1. Мера идентичности (R) не позволяет выделить лучшую модель.

Таблица 2.1

Статистические зависимости коэффициента трения тормоза

					לי מיווסווי		200		
Характер				<sub>всело</sub> П	пипвпедани коррении	инприни	Оценка	нка	
испытаний.	Объем			110003	поли порј	реляции	дисперсии <sup>х)</sup>	рсии <sup>х)</sup>	Метод
Состояние	выбор-	Уравнения регрессии		R	$\mathbf{r}_{\phi \kappa. v}$	$\mathbf{r}_{\phi v.\kappa}$	$S_{z}^{2}$	$S_{i}^{2}$	измерения
контактирующих	КИ						φ }	¥ !	тормозной силы
поверхностей									
Лабораторный	270	$\overline{\varphi} = 0.739 - 0.209 \cdot 10^{-3}  K - 0.86 \cdot 10^{-1} V$	(1)	86'0	-0,69	-0,71	0,00934	0,00018	Используя
эксперимент.		$\frac{7}{100} = 0.805 = 0.278 \cdot 10^{-3}  \text{K} = 0.135 \text{W} + 0.000  \text{M}$	į		,				моментную
Контакт колес с		+ 10010 - N 01.0170 - 000 - A	(2)	0,98	-0,96	-0,71		0,00420	характеристику
рельсами		$\begin{array}{ c c c c c c c c c c c c c c c c c c c$							привода
отсутствует		$\overline{\Phi} = 0.125 + \frac{87.8}{2.2} + \frac{0.253}{2.2}$	(3)	0,97	0,66	0,72		0,00097	
		л <u>У</u>							
		$\overline{\Phi} = 4,44K^{-0,358} \cdot V^{-0,393}$	(4)	96,0	-0,66	-0,70		0,00102	
Промышленный	180	$\overline{\Phi} = 0.478 - 0.61 \cdot 10^{-4}  K - 0.17 \cdot 10^{-1} V$	(1)	0,54	-0,22	-0,44	0,00212	0,00067	Усилия в
эксперимент.		$\overline{\overline{\omega}} = 0.557 - 0.202 \cdot 10^{-3}  K - 0.55 \cdot 10^{-1} V +$							рычагах
Характерные		0.152.10-6.72.007.10-21/2	(2)	0,62	-0,22	-0,44		0,00918	подвески
условия		V,133 · 10 A + V,6 / · 10 V							тормозных
угольных шахт		$\overline{\Phi} = 0.342 + \frac{1.7.9}{K} + \frac{0.001}{V}$	(3)	0,64	0,26	0,54		0,00125	колодок

<sup>x)</sup>  $S_{\varphi}^2 = \frac{1}{n-1} \sum (\varphi_{i} - \overline{\varphi})^2$ ,  $\overline{\varphi} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} \varphi_{i}$ ;  $S_{k}^2 = \frac{1}{n-2} (\varphi_{i} - \hat{\varphi}_{i})^2$ ,  $\hat{\varphi}_{i}$  – значения, вычисленные по k-му уравнению (k = 1, 2, 2, 3)

3, 4). В показателях корреляции после точки индексы закрепленных факторов.

Экспериментирование продолжали до тех пор, пока вероятности получения по каждой формуле определенного значения  $\varphi$  различались.

Следовательно, линейная модель

$$\varphi = 0.731 - 0.202 \cdot 10^{-1} K - 0.85 \cdot 10^{-1} V \pm 0.0015$$
 (2.2)

наилучшим образом описывает изменение коэффициента трения в области экспериментальных условий — скорости движения 1...3 м/с и тормозного нажатия колодок 4,3...11,5 кН и может применяться в качестве рабочей характеристики процесса колодочно-колесного тормоза локомотивов.

Проверка адекватности модели по F-критерию [129] подтверждается высокой сходимостью расчетных значений  $\phi$  с экспериментальными.

Стабильность коэффициента трения тормоза составляет

$$\alpha_{\rm cr} = \frac{\varphi_{\rm cp}}{\varphi_{\rm max}} = 0.74$$

и на 96 % (R = 0.96) определяется нагрузочным и скоростным режимами.

При этом план эксперимента предусматривал получение выборки в результате натурных стендовых и ходовых испытаний тормоза. Текущие значения коэффициента трения определены по формуле Амонтона-Кулона, а силы трения и нормального давления тормозной колодки получены прямыми измерениями.

Для колодочно-колесного тормоза шахтных локомотивов имеет место падающая кинетическая характеристика трения высокой интенсивности, что требует управления силой трения в тормозном механизме. Математическая теория трения не рассматривает зависимость силы трения от скорости скольжения.

Тормоз как трибологическая система обладает видом структурной неопределенности по количеству и составу входных переменных в моделях зависимостей силы (коэффициента) трения, как выходных переменных.

## 2.2. Функционально-морфологическая модель тормоза с напряженным замкнутым кинематическим контуром

Большинство механизмов в технике построены на основе ассуровых структурных групп или ассуровых кинематических цепей, особенностью которых является статическая и кинематическая определимость [130].

В тормозных механизмах колесных пар реакция опоры первой колодки используется в качестве тормозного нажатия для второй. Для серийных шахтных локомотивов принято передаточное отношение тормозной передачи 3-4.

Конструкция передачи дает одинаковое тормозное нажатие в тормозных механизмах колесных пар, которое определяется усилием привода, передаточным отношением и геометрией опорной поверхности колеса. В

расчетах элементов передачи и тормозной силы нажатие принимают постоянным. Тормозные передачи при одно- и двухкабинном управлении сводятся к кинематической цепи (рис. 2.2, a), которая является механизмом с одним ведущим звеном.

Таким образом, тормозная передача шахтных локомотивов построена на основе плоской сложной замкнутой кинематической цепи с шестью звеньями, пять из них подвижны. Число степеней свободы цепи относительно неподвижного звена (стойки), т. е. степень подвижности, W=1.

При прижатии колодок к колесам ползун (приводная гайка) 5 становится неподвижным. В этом случае передача имеет вид кинематической цепи (рис. 2.2,  $\delta$ ), степень подвижности которой W=0, за счет чего обеспечивается тормозное нажатие колодок.

Следовательно, тормозная передача — механизм с переменной структурой, который теряет подвижность при включении тормозного механизма. Изменение реакции колеса на нажатие колодки при W=0 приводит к деформации звеньев 3 и 0 (рис. 2.2,  $\delta$ ) или к разрыву контакта колеса с колодкой.

Изменение реакций колодок происходит непрерывно в результате износа пары трения и периодически — под действием геометрии колес и колебаний рессорных узлов, что является причиной нестабильности входных (тормозное нажатие) и выходных (тормозная сила, скорость и др.) характеристик тормозных механизмов.

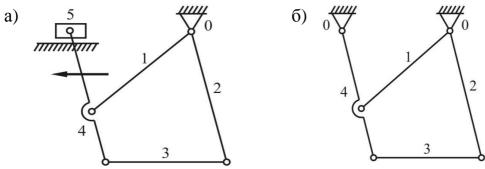


Рис. 2.2. Кинематические цепи тормозной передачи:

0 – неподвижное звено; 1 - 5 – подвижные звенья

Нестабильность выходных характеристик тормоза определяет его параметрическую надежность (показатель — тормозная сила) и локомотива в целом (тормозной путь). Согласно ГОСТ 27.002–83 необходимо сохранить в заданных пределах установленные эксплуатационные показатели, называемые параметрической надежностью. Коэффициент сцепления локомотива в начале  $\psi_p$  и в конце  $\psi$  торможения имеет формулы:

$$\psi_{\rm p} = \frac{B(K, V = V_{\rm H})}{P_{\rm CII}}; \ \psi = \frac{B(K, V = 0)}{P_{\rm CII}},$$

где B — тормозная сила; K — тормозное нажатие; V и  $V_{\rm H}$  — текущее значение скорости скольжения колеса относительно колодки и в начале торможения соответственно;  $P_{\rm CH}$  — сцепной вес.

Откуда

$$\psi_p = \psi = \frac{B(K, V = V_{_H})}{B(K, V = 0)}.$$
(2.3)

С учетом скоростной характеристики трения тормоза (2.2) сцепление локомотива в начале торможения будет иметь вид:

$$\psi_{p} = \psi \left( 1 - \frac{a_{2}V_{H}}{a_{0} - a_{1}K} \right), \tag{2.4}$$

где  $a_0$ ,  $a_1$ ,  $a_2$  – параметры характеристики трения.

Для  $V_{\rm H}=3$  м/с и K=12 кН имеем  $\psi_{\rm p}=0,47\psi$ , т. е., исключая юз при торможении, зависимость B(V) не позволяет использовать до 53 % сцепного веса  $P_{\rm cu}$ .

Таким образом, необходимо регулировать тормозную силу по закону  $B(V) = {
m const}$  или стабилизировать зависимость коэффициента трения тормоза от V для сохранения высокой эффективности торможения на остановку.

Нажатие и тормозная сила реализуются при эксплуатации [131] в виде функции (основная гармоника), которая близка к периодическим колебаниям с частотой, близкой к частоте вращения колесной пары. При этом амплитуда колебаний тормозной силы составляет 20-34 % среднего значения  $\overline{B}$ . Амплитуда колебаний  $\overline{K}$  достигает 45 %  $\overline{K}$ . По результатам выполненных измерений среднее значение коэффициента вариации тормозной силы  $k_{\rm v}=21$  %. С учетом максимальной погрешности  $k_{\rm v}=\overline{k}_{\rm v}+\Delta k_{\rm v}=30$  %.

Следовательно, для предохранения колесных пар от блокирования среднее значение тормозной силы необходимо снижать на 30 % от предела по сцеплению. Чтобы сохранить эффективность тормоза, надо стабилизировать его нагрузочные режимы.

В теории тяги известно частное решение уравнения движения поезда для режима торможения:

$$a_{\rm T} = \frac{(b_{\rm K} + \omega_{\rm K})g}{1000\delta},\tag{2.5}$$

$$b_{\rm K} = \frac{1000P_{\rm cll}\psi}{P + G_{\rm c}},\tag{2.6}$$

где  $a_{\scriptscriptstyle \rm T}$  — тормозное замедление;  $b_{\scriptscriptstyle \rm K}$  и  $\omega_{\scriptscriptstyle \rm K}$  — удельные значения касательной тормозной силы и сопротивления движению; g — ускорение свободного падения;  $\delta$  — коэффициент инерции вращающихся масс; P и  $G_{\rm c}$  — вес локомотива и состава.

Для случая, когда колесные пары локомотива и вагонов прицепной части оборудованы тормозами,

$$a_{\rm T} = \frac{\psi g}{\delta} + \frac{\omega_{\rm K} g}{1000\delta}.$$
 (2.7)

Второе слагаемое здесь на порядок меньше первого, им можно пренебречь и тогда для  $\psi=0.1,~\delta=1.06$  получим  $a_{\scriptscriptstyle T}=0.92$  м/с²,  $b_{\scriptscriptstyle K}=100$  Н/кН. Для  $P_{\rm cu}=14\cdot 10^4$  H,  $P+G_{\rm C}=250\cdot 10^4$  H имеем  $a_{\scriptscriptstyle T}=0.15$  м/с²,  $b_{\scriptscriptstyle K}=5.6$  Н/кН.

Скорость номинальных режимов движения современных локомотивов  $V_{\rm H}$  не превышает 3,5 м/с, тормозное замедление для нормативной длины тормозного пути  $L_{\rm H}$  будет

$$a_{\rm T} = \frac{V_{\rm H}^2}{2(L_{\rm H} - V_{\rm H} t_{\rm II})},\tag{2.8}$$

где  $t_{\rm II}$  — время подготовки тормозов к действию.

Для  $V_{\rm H}=3.5$  м/с,  $L_{\rm H}=40$  м,  $t_{\rm H}=4$  с замедление  $a_{\rm T}=0.23$  м/с<sup>2</sup>.

Из выражения (2.6) при условии, что уклон пути равен удельному сопротивлению движения поезда, можно вычислить сцепной вес поезда:

$$P_{\text{сц.п}} = \frac{a_{\text{\tiny T}} \left( P + G_{\text{\tiny c}} \right)}{g \psi}, \tag{2.9}$$

где  $\frac{a_{_{\mathrm{T}}}}{g\,\psi}$  – часть общего веса поезда, которую необходимо использовать для торможения.

Удельное значение тормозной силы и тормозного замедления пропорционально  $\psi$ :

$$b_{\rm K} = 1000 \psi \; ; \; a_{\rm T} = g \psi \; .$$
 (2.10)

На шахтной локомотивной тяге возможно получить замедление (1...2)g. Суммарное значение удельной тормозной силы локомотива при применении рельсовых тормозов не превышает удельного сопротивления движению поезда. При этом тормозной вес локомотива составляет не более 15 % общего веса поезда. Для остановки грузового поезда на нормированном тормозном пути при  $V_{\rm H}=3,5$  м/с необходимо использовать до 23 % веса поезда, при  $V_{\rm H}=5$  м/с – до 70 %.

Таким образом, для шахтных электровозов является характерным параметрический отказ колодочно-колесного тормоза в виде блокирования ходовых колес в результате нестабильности характеристик рабочих процессов тормоза. Такие режимы тормоза имеют место для подвижного состава любого вида транспорта.

Управление тормозами осуществляется для решения следующих задач: 1) регулирование тормозной эффективности; 2) исправление нестабильности характеристик тормозного механизма, которые заложены при проектировании тормоза.

На автомобильном транспорте применяют так называемые антиблокировочные системы (АБС) управления тормозами, которые сводятся к сложной структуре (рис. 2.3) и построены на принципе модуляции давления в тормозном приводе и регулировании импульсного нагружения тормозного механизма в зависимости от кинематического состояния колес и колесных пар.

На рельсовом промышленном транспорте проведены испытания тормозного оборудования в режиме импульсного тормозного нажатия во всем диапазоне нагружения без регулирования [106].

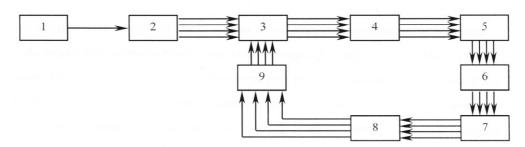


Рис. 2.3. Функциональная схема тормозной системы: 1 — педаль или рукоятка управления тормозом; 2 — главный тормозной цилиндр или тормозной кран; 3 — клапан управления; 4 — рабочие тормозные цилиндры; 5 — колеса; 6 — датчик частоты вращения; 7 — микропроцессор; 8 — усилитель-преобразователь; 9 — исполнительное устройство

Поэтому тормозная передача при включении тормозного механизма изменяет число степеней свободы и относится к неассуровым структурным группам отрицательного порядка и уменьшает число степеней свободы на одну единицу [132]. Благодаря своим особым свойствам неассуровые структуры названы адаптивными и индифферентными кинематическими структурными группами [133].

Тормозная передача как адаптивный структурный механизм обеспечивает приспособляемость законов движения ведомых звеньев к параметрам рабочего процесса трения, в котором участвует тормозной механизм. Адаптирующая связь — это условие взаимодействия колодки и колеса на относительном их перемещении, она зависит от параметров рабочего процесса трения. Тормоз является адаптивным механизмом с переменной структурой, в состав кинематической цепи которой наряду с жесткими звеньями должны входить гибкие, гидравлические, пневматические, электрические или иные звенья другой физической природы.

В современной технике имеют место два пути создания адаптивных систем: 1) автоматическое управление машинами и механизмами; 2) собственно создание адаптивных механизмов и машин.

Тормозная система с замкнутым кинематическим контуром обладает наличием индифферентирующей связи, которая обеспечивает напряжение контура. Индифферентные механизмы с неассуровыми цепями отрицательных порядков позволяют создать натяг вдоль линии структурно-кинематической цепи. Статическая неопределимость и перераспределение нагрузки между

элементами цепи требует разработки методик синтеза замкнутых напряженных структур.

# 2.3. Динамическая модель тормоза с адаптивными структурными группами

Анализ конструкторской документации на подвижной состав, результатов испытаний на тормозную эффективность, а также структурный и динамический анализы показали, что колодочно-колесный тормоз шахтных локомотивов является неработоспособным на интенсивных режимах торможения по показателям устойчивости и параметрической надежности и его нельзя использовать как аналог для вагонов.

Это явилось результатом того, что при разработке конструкции не использованы действующие закономерности фрикционного взаимодействия в тормозе. Принята динамическая модель с жесткими звеньями, зависимость силы (коэффициента) трения от скорости движения.

При этом структурно-морфологический анализ [134] показал, что кинематическая цепь тормоза шахтных локомотивов является механизмом с переменной структурой, которая теряет подвижность при включении в работу тормозных механизмов, что приводит к деформации звеньев при изменении реакции колеса.

Новые технические решения представляется возможным получить, если рассматривать тела в механической системе с трением (трибологической системе) [22] не как абсолютно твердые, а как деформируемые. При относительном скольжении контактных поверхностей возникает колебание, природа которых связана с дискретностью реального контакта, а не с силами трения. В свою очередь силы амонтонова трения возбуждают фрикционные автоколебания.

Цель исследования: тормозу как механизму переменной структурой с неассуровыми цепями включением особого вида связей, до сих пор не входящих в состав кинематической цепи, придать свойство приспособления, то есть изменения параметров своего движения в функции изменения параметров рабочего процесса трения.

Динамическая модель тормоза может быть представлена расчетной схемой, в которой реализован плоский контакт. Такая идеализация справедлива при большом диаметре колес, низких значениях коэффициента трения колодки и оптимальном соотношении геометрических размеров тормозного механизма и обладает рядом недостатков: не учитывает геометрию тормозного механизма, геометрию профиля контакта, работает только на стационарных режимах движения. Ее можно использовать как элемент в дискретной динамической системе.

Исследования академика В.А. Лазаряна показали, что дискретную динамическую систему с числом элементов более восьми с достаточной степенью точности можно заменить на систему с распределенными параметрами. На основании этого примем рабочую поверхность тормозной

колодки, контактирующую с колесом, в виде n дискретных элементов  $B_i$  нулевой массы упруго (либо упруго-пластично) связанных с абсолютно жестким основанием колодки (рис. 2.4). При этом элементы  $B_i$  опираются на абсолютно жесткое колесо, с которым взаимодействуют в процессе трения.

Основные допущения, принятые в расчетной схеме:

- колесо абсолютно жесткое, имеет поверхность радиусом r, эксцентриситет отсутствует;
  - основание колодки абсолютно жесткое;
- пограничный упругий слой колодки и колеса представлен в виде дискретных элементов  $B_{\rm i}$  нулевой массы;
- при нулевом зазоре и отсутствии сил в связи  $C_2$  (кроме силы тяжести колодки) все элементы  $B_i$  контактируют с колесом и отсутствуют составляющие сил во всех остальных связях.

На расчетной схеме представлены подвижная x'-y' и неподвижная x-y системы координат. Подвижная система координат связана с центром приложения связей  $C_1$  и  $C_2$  и неподвижна относительно тормозной колодки. Неподвижная же – с центром вращения колеса.

В системе координат x'-y' координаты точек тормозной колодки  $A_i$  ( $i=\overline{1,5}$ ) и  $D_i$  ( $j=\overline{1,4}$ ) определяются (рис. 2.4) следующим образом:

$$A_{1}(R \sin 2\varphi; -d - R(1 - \cos 2\varphi)),$$

$$A_{2}(R \sin \varphi; -d - R(1 - \cos \varphi)),$$

$$A_{3}(0; -d),$$

$$A_{4}(-R \sin \varphi; -d - R(1 - \cos \varphi)),$$

$$A_{5}(-R \sin 2\varphi; -d - R(1 - \cos 2\varphi)),$$

$$D_{2}(r \sin \frac{\varphi}{2}; -d - R + r \cos \frac{\varphi}{2}),$$

$$D_{3}(-r \sin \frac{\varphi}{2}; -d - R + r \cos \frac{\varphi}{2}),$$

$$D_{4}(-r \sin \frac{3}{2}\varphi; -d - R + r \cos \frac{3}{2}\varphi),$$

$$O(x_{0}; y_{0}),$$

$$F(0; 0).$$
(2.11)

$$x = x' \cdot \cos \alpha - y' \cdot \sin \alpha + u,$$
  

$$y = x' \cdot \sin \alpha + y' \cdot \cos \alpha + R + d + v.$$
 (2.12)

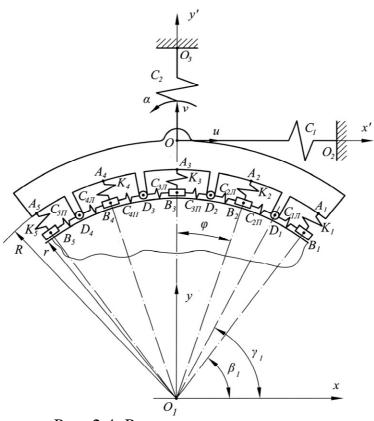


Рис. 2.4. Расчетная схема тормоза

Выведем уравнения движения тормозной колодки. Для этого воспользуемся уравнением Лагранжа второго рода

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial T}{\partial \dot{q}_i} \right) - \frac{\partial T}{\partial q_i} + \frac{\partial \Pi}{\partial q_i} + \frac{\partial D}{\partial \dot{q}_i} = Q_i. \tag{2.13}$$

Здесь T,  $\Pi$  и D — соответственно кинетическая, потенциальная и диссипативная энергии системы;  $q_{\rm i}$  — обобщенные координаты (в нашем случае — это u, V и  $\alpha$ );  $Q_{\rm i}$  — обобщенные силы. Координата u соответствует i=1; V-i=2 и  $\alpha-i=3$ . Кинетическая энергия системы запишется формулой

$$T = \frac{m\dot{u}^2}{2} + \frac{m\dot{V}^2}{2} + \frac{I\dot{\alpha}^2}{2},\tag{2.14}$$

где m — масса тормозной колодки; I — момент инерции колодки относительно точки F,  $I = I_0 + m l^2$ ;  $l^2$  — расстояние от центра тяжести колодки до точки F,  $l^2 = x_0^2 + y_0^2$ .

Потенциальная энергия системы состоит из потенциальных энергий связей

$$\Pi = \Pi_{c_1} + \Pi_{c_2} + \sum_{i=1}^{5} \Pi_{k_i} + \sum_{i=1}^{4} (\Pi_{c_{i\Pi}} + \Pi_{c_{(i+1)\Pi}}), \tag{2.15}$$

а диссипативная – из диссипативных составляющих энергии связей

$$D = D_{c_1} + D_{c_2} + \sum_{i=1}^{5} D_{k_i} + \sum_{i=1}^{4} (D_{c_{i,\Pi}} + D_{c_{(i+1)\Pi}}).$$
 (2.16)

Выражения для определения потенциальной энергии связей имеют вид:

$$\Pi_{c_{1}} = C_{1} \frac{(u_{0} - u)^{2}}{2},$$

$$\Pi_{c_{2}} = C_{2} \frac{(V_{0} - V)^{2}}{2},$$

$$\Pi_{k_{i}} = k_{i} \frac{(R - \sqrt{x_{Ai}^{2} + y_{Ai}^{2}})^{2}}{2}, i = \overline{1,5},$$

$$\Pi_{c_{i,II}} = C_{i,II} \frac{\left(2r\sin\frac{\varphi}{4} - \sqrt{(x_{Di} - x_{Bi})^{2} + (y_{Di} - y_{Bi})^{2}}\right)^{2}}{2}, i = \overline{1,4},$$

$$\Pi_{c_{i,II}} = C_{i,II} \frac{\left(2r\sin\frac{\varphi}{4} - \sqrt{(x_{Bi} - x_{Di-1})^{2} + (y_{Bi} - y_{Di-1})^{2}}\right)^{2}}{2}, i = \overline{1,4},$$

Здесь  $u_0$ ,  $V_0$  — начальное перемещение концов связей  $C_1$  и  $C_2$ , вместо которых можно задать обобщенные силы;  $C_i$ ,  $k_i$ ,  $C_{in}$ ,  $C_{in}$  — жесткости соответствующих связей;  $x_j$ ,  $y_j$  — координаты точек  $B_i$ , для определения которых рассмотрим равновесие элемента  $B_i$  (рис. 2.5) (кривизной поверхности колеса пренебрегаем).

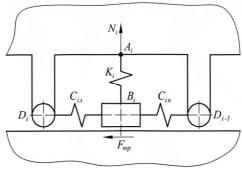


Рис. 2.5. Расчетная схема равновесия элемента поверхности контакта

Условие равновесия элемента поверхности контакта:

$$-F_{\rm Tp} + C_{\rm in} r \left(\frac{\varphi}{2} - \gamma_i + \beta_i\right) + C_{i\Pi} r \left(\beta_i - \gamma_{i-1} - \frac{\varphi}{2}\right) = 0, \tag{2.18}$$

$$N_{i} = k_{i} (R - \sqrt{x_{Ai}^{2} + y_{Ai}^{2}}) = 0.$$
 (2.19)

Здесь  $\gamma_i = \arccos \frac{x_{\mathrm{Di}}}{r}$ ;  $F_{\mathrm{rp}}$  — сила трения

$$F_{\rm Tp} = \frac{N_i \omega r}{\delta_0 (\omega r)^2 + \beta_0 \omega r + \lambda_2 N_i V_{\rm I}},$$
(2.20)

где  $N_{\rm i}$  — сила нормального давления;  $\omega$  — угловая скорость колеса;  $\delta_0, \beta_0, \lambda_2$  — характеристики взаимодействия пары трения;  $V_{\scriptscriptstyle \Pi}$  — скорость движения локомотива.

Из уравнения (2.19) с учетом (2.20) определим угол отклонения точки  $B_{\rm i}$ 

$$\beta_{i} = \frac{\frac{N_{i}\omega}{\delta_{0}(\omega r)^{2} + \beta_{0}\omega r + \lambda_{2}N_{i}V_{I}}}{C_{i,I} + C_{i\Pi}} + \frac{\varphi}{2}(C_{i,II} - C_{i,II}) + C_{i,II}\gamma_{i} + C_{i,II}\gamma_{i-1}}{C_{i,II} + C_{i,II}},$$
(2.21)

после чего находим координаты точки Ві

$$x_{\text{Bi}} = r \cos \beta_{\text{i}},$$
  
$$y_{\text{Bi}} = r \sin \beta_{\text{i}}.$$

В уравнение (2.13) подставляем (2.14 – 2.16) и с учетом (2.17, 2.20 – 2.21) после преобразований получим уравнения движения тормозной колодки

$$mti - C_{1}(u_{0} - u) - \sum_{i=1}^{5} k_{i}(R - \sqrt{x_{Ai}^{2} + y_{Ai}^{2}}) \frac{x_{Ai}}{\sqrt{x_{Ai}^{2} + y_{Ai}^{2}}} - \frac{1}{\sqrt{x_{Ai}^{2} - x_{Bi}^{2}}} - \frac{1}{\sqrt{x_{Di}^{2} - x_{Di}^{2}}} + \frac{1}{\sqrt{x_{Di}^{2} - x_{Di}^{2}}} + \frac{1}{\sqrt{x_{Di}^{2} - x_{Di}^{2}}} + \frac{1}{\sqrt{x_{Di}^{2} - x_{Di}^{2}}} + \frac{1}{\sqrt{x_{Di}^{2} - x_{Di}^{2}}} - \frac{1}$$

$$m\vec{V} - C_{2}(V_{0} - V) - \sum_{i=1}^{5} k_{i} (R - \sqrt{x_{Ai}^{2} + y_{Ai}^{2}}) \frac{y_{Ai}}{\sqrt{x_{Ai}^{2} + y_{Ai}^{2}}} - \frac{1}{\sqrt{x_{Ai}^{2} + y_{Ai}^{2}}} - \frac{1}{\sqrt{x_{Ai}^{2} + y_{Ai}^{2}}} - \frac{1}{\sqrt{x_{Ai}^{2} + y_{Ai}^{2}}} - \frac{1}{\sqrt{x_{Di}^{2} - y_{Bi}^{2}}} - \frac{1}{\sqrt{x_{Di}^{2} - y_{Bi}^{2}}} - \frac{1}{\sqrt{x_{Di}^{2} - x_{Bi}^{2}}} - \frac{1}{\sqrt{x_{Di}^{2} - x_{Di}^{2}}} - \frac$$

Систему дифференциальных уравнений второго порядка (2.22, 2.23) решить аналитически не представляется возможным, однако возможно ее решение численным методом Хемминга с применением ЭВМ IBM PC/AT.

Разработана динамическая модель колодочно-колесного тормоза подвижного состава шахтного рельсового транспорта, как трибологической системы с деформируемыми звеньями и дискретным криволинейным контактом, что позволяет моделировать динамические процессы с контактным возбуждением фрикционных колебаний.

#### 2.4. Структурный и динамический анализы тормозного механизма

Если предметом исследования в тормозе принято процессы трения, то частной задачей является разработка динамической модели тормоза, как механической системы с трением. При этом для колодочно-колесного тормозного механизма может быть принято допущение [135], что контактная поверхность трения является плоской, а не криволинейной.

Целью анализа является обоснование структуры и параметров расчетной схемы динамической модели тормоза, в том числе с плоской поверхностью контакта трения колодки и колеса, плана эксперимента, размещения датчиков усилий измерительного и обрабатывающего комплексов аппаратуры, обработки результатов эксперимента и его интерпретации для идентификации параметров математической модели тормоза.

В соответствии с расчетной схемой (рис. 2.6) на тормозной механизм от передачи действует приводное усилие K. В статике, когда колесо неподвижно, из уравнения моментов сил относительно оси подвески колодки О

$$Ka = MNb$$
 (2.24)



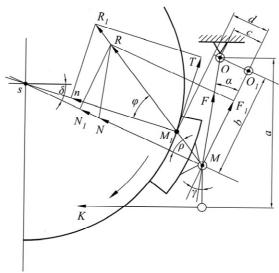


Рис. 2.6. Расчетная схема сложения сил в колодочно-колесном тормозном механизме:  $\delta$  – угол понижения колодки;  $\gamma$  – угол подвешивания колодки;  $\alpha$  – изменение угла наклона рычага подвески колодки в процессе износа ее

При скольжении колеса относительно колодки в тангенциальном направлении к поверхности трения возникает сила кинетического трения, которая воздействует на рычаг подвески, усилие реакции MF складывается со статической силой нажатия MN и создает динамическую результирующую силу MR. Точкой приложения этой силы к ободу колеса является т.  $M_1$ . Раскладывая силу  $M_1R_1 = MR$  в нормальном направлении к поверхности трения, получим действительную силу нажатия  $M_1n$  и в тангенциальном направлении силу трения  $M_1T$ .

По закону Амонтона

$$M_1 T = M_1 n \, \varphi_k \,, \tag{2.26}$$

где  $\varphi_{\mathbf{k}}$  – коэффициент трения колодки о колесо тормоза.

При этом из треугольника  $M_1 n R_1$ 

$$M_1 T = M_1 n \, tg\varphi, \tag{2.27}$$

откуда

$$tg\varphi = \varphi_{\mathbf{k}}.$$
 (2.28)

Пусть ось вращения подвески переместилась из т. О в т. О<sub>1</sub>, что происходит фактически в процессе износа колодки и  $MF_1 \perp MN_1$ . При этом

$$M_1 n = M_1 R_1 \cos \varphi, \tag{2.29}$$

$$M_1 R_1 = MR = \frac{MN_1}{\cos \rho},$$
 (2.30)

$$M_1 T = M N_1 \, \varphi \frac{\cos \varphi}{\cos \rho}. \tag{2.31}$$

Из треугольника  $MM_1S$  следует, что:

$$\sin \angle SM_1 M = \sin \varphi, \tag{2.32}$$

$$\frac{\sin \rho}{\sin \varphi} = \frac{r}{r+d},\tag{2.33}$$

$$\cos \rho = \sqrt{1 - \sin^2 \varphi \left(\frac{r}{r+d}\right)^2}.$$
 (2.34)

Умножив числитель и знаменатель последнего выражения на  $\frac{1}{\sin \varphi}$ , получим

$$\frac{\cos\varphi}{\cos\rho} = \frac{1}{\varphi\sqrt{\frac{1}{\sin^2\varphi} - \left(\frac{r}{r+d}\right)^2}}.$$
 (2.35)

При

$$\frac{1}{\sin^2 \varphi} = \frac{1 + tg^2 \varphi}{tg^2 \varphi} = \frac{1 + \varphi_k^2}{\varphi_k^2},$$
 (2.36)

$$\frac{\cos\varphi}{\cos\beta} = \frac{1}{\varphi_{\sqrt{\frac{1+\varphi_{k}^{2}}{\varphi_{k}^{2}} - (\frac{r}{r+d})^{2}}}}.$$
(2.37)

Из подобия треугольников  $MO_1O$  и  $MP_1P$  получим

$$P_1 P = N_1 N = M P_1 \frac{c}{h}, (2.38)$$

откуда

$$MN = MN_1 \mp MF_1 \frac{c}{b}.$$
 (2.39)

Сумма моментов сил, действующих на колодку, относительно центра колеса S

$$MF_1(r+d) = M_1 T r,$$
 (2.40)

где r — радиус колеса.

Откуда

$$MF_1 = M_T T \frac{r}{r+d} = MN_1 \varphi_k \frac{\cos \varphi}{\cos \varphi} \frac{r}{r+d}.$$
 (2.41)

Следовательно,

$$MN = MN_1 \mp MN_1 \varphi_k \frac{\cos \varphi}{\cos \rho} \frac{c}{b} \frac{r}{r+d} = MN_1 (1 \mp \varphi_k \frac{\cos \varphi}{\cos \rho} \frac{c}{b} \frac{r}{r+d}). \tag{2.42}$$

Откуда сила трения тормоза

$$M_{1}T = \frac{MN \varphi_{k} \frac{\cos \varphi}{\cos \rho}}{1 \mp \varphi_{k} \frac{\cos \varphi}{\cos \rho} \frac{c}{b} \frac{r}{r+d}} = \frac{K \frac{a}{b} \varphi_{k} \frac{\cos \varphi}{\cos \rho}}{1 \mp \frac{\cos \varphi}{\cos \rho} \frac{c}{b} \frac{r}{r+d}},$$
 (2.43)

здесь знак минус означает, что колодка расположена перед колесом, а т. O-B направлении движения колеса (рис. 2.6), при изменении одного из этих условий знак минус меняется на плюс.

Треугольник  $MM_1S$  определяется величинами коэффициента трения  $\varphi_{\kappa}$  радиуса колеса r и толщины колодки d, т. е.

$$MS = r + d, (2.44)$$

$$M_1 S = r, (2.45)$$

$$\varphi = arctg\varphi_{\mathbf{k}}.\tag{2.46}$$

При увеличении r значение ho приближается к  $\phi$ , а при $\frac{\cos\phi}{\cos\rho}$  и  $\frac{r}{r+d}$  – к 1.

Расчетная схема сил в тормозном механизме при плоском контакте не меняется (рис. 2.7). Аналитическое решение для силы трения (рис. 2.6) может быть получено как частный случай  $M_1T$  (рис. 2.7) при  $\frac{r}{r+d} \rightarrow 1$ .

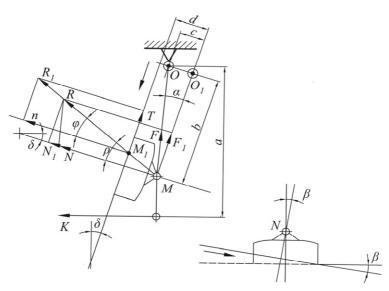


Рис. 2.7. Расчетные схемы сложения сил в тормозном механизме с плоским контактом:  $\beta$  — угол изменения тормозного нажатия при одностороннем износе

При этом для локомотивов  $\frac{d}{r}$  не превышает 0,3,  $\varphi \approx 0.45$ ,  $\frac{\cos\varphi}{\cos\rho}$ 

приближается к 1,  $\frac{c}{b} \approx 0.3$ , а сила трения тормоза запишется формулой

$$M_1 T = \frac{K \frac{a}{b} \varphi_k}{1 \mp \varphi \frac{c}{b} \frac{r}{r+d}},$$
(2.47)

а при c = 0

$$M_1 T \approx K \frac{a}{b} \varphi_{\mathbf{k}}. \tag{2.48}$$

Колодку необходимо располагать ниже горизонтальной оси колеса в направлении вращения его (впереди колеса). При этом углы понижения и подвешивания колодки должны быть равны, т. е. c=0,  $\alpha=0$ ,  $\gamma=\delta$ , длина рычага подвешивания – максимальная.

Точка приложения равнодействующей сил тормозного нажатия и трения  $M_1$  должна находиться выше средней линии колодки на расстоянии не более половины длины колодки. Длина колодки определяется из этого условия. Заклинивание и односторонний износ колодки увеличиваются при повышении точки приложения силы прижатия колодки к колесу. При увеличении коэффициента трения и толщины колодки т.  $M_1$  удаляется от средней линии колодки.

Плоский контакт поверхностей трения в тормозном механизме при выполнении условий исходя из теории тормозной колодки не изменяет структуру и параметры динамической модели тормоза.

Математическое описание колодочно-колесного тормоза в пределах выбранной степени приближения определяется расчетной схемой сил и моментов, действующих на колесо со стороны тормозной колодки. Принятые математические модели торможения чрезмерно идеализированы, дают высокую погрешность в определении параметров тормоза и торможения, а также других триботехнических процессов — фрикционного нагрева, износа, так как не учитывают распределения удельного давления сил на ободе колеса от нажатия тормозной колодки.

Немецкий профессор Р. Дуб предложил [136] расчетную схему тормоза (рис. 2.8), для которой тормозное окружное усилие в краностроении необходимо определять из выражения

$$P = \mu D^{\hat{}}, \tag{2.49}$$

где  $\mu$  – коэффициент трения тормоза; D – тормозное нажатие колодки.

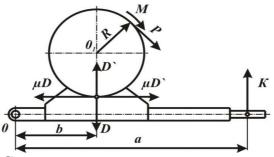


Рис. 2.8. Схема усилий в колодочном тормозе [136]

На подвижном составе железнодорожного и рельсового транспорта шахт принята расчетная [137, 12] схема (рис. 2.9), тормозное усилие определяется как

$$B_0 = K\varphi_k, \tag{2.50}$$

где K — сила нажатия тормозной колодки;  $\varphi_{\rm k}$  — коэффициент трения колодки о бандаж.

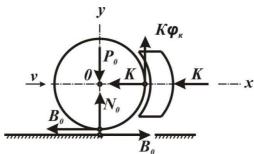


Рис. 2.9. Схема реализации силы торможения при торможении колодками [137]

В подъемно-транспортных машинах [68] расчетные схемы принимаются аналогичными и имеют вид, представленный на рис. 2.10. Тормозное усилие определяется из выражения

$$F = fN, (2.51)$$

где f – коэффициент трения; N – сила нажатия колодки.

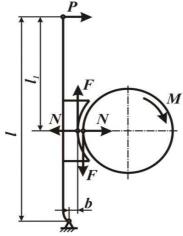


Рис. 2.10. Расчетная схема одноколодочного тормоза [68]

Таким образом, на рис. 2.6, 2.7, 2.8 силы давления нормальны к ободу колеса только в одной точке, поэтому сила прижатия тормозной колодки к ободу колеса не является тормозным нажатием, что не учтено в этих расчетных схемах. Выражения (2.49) — (2.51) сводятся к схеме (рис. 2.11). Такая идеализация справедлива только при большом диаметре колеса, низких значениях коэффициента трения колодки, оптимальном соотношении геометрических параметров колодки и ее подвески.

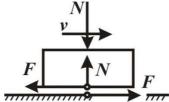


Рис. 2.11. Расчетная схема для определения тормозной силы, которая точно соответствует формулам (2.49), (2.50), (2.51)

Расчетная схема, учитывающая распределение давления на бандаж колеса в пределах угла обхвата  $\beta$ , представлена на рис. 2.12. При этом приняты допущения: все элементы тормоза недеформируемы, колодка обладает одной степенью свободы, распределение давления по ширине рабочей поверхности колодки равномерно, рабочие поверхности контакта колодки и колеса не имеют волнистости и шероховатости, т. е. фактическая и номинальная площади контакта равны.

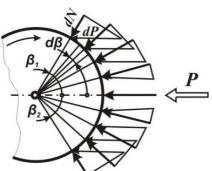


Рис. 2.12. Схема распределение нормальных сил по ободу колеса

Величина элементарной нормальной силы на углу  $\beta$  составит

$$dn = \frac{P}{\beta_1 + \beta_2} \cos \beta d\beta \,, \tag{2.52}$$

где  $\beta_1$ ,  $\beta_2$  — углы обхвата обода колеса верхней и нижней от оси симметрии частями колодки (для общности задачи они приняты разными по величине).

Интеграл выражения (2.52) в пределах дуги обхвата составит суммарную нормальную силу (тормозное нажатие) колодки

$$N = P \frac{\sin(\beta_1 + \beta_2)}{\beta_1 + \beta_2},\tag{2.53}$$

где P – усилие прижатия колодки к колесу тормозным приводом.

Отношение  $\frac{\sin(\beta_1+\beta_2)}{(\beta_1+\beta_2)}$ в зависимости от величины  $\beta=\beta_1+\beta_2$  и процентные расхождения с единицей для реальных углов обхвата колодкой колеса представлены на рис. 2.13.

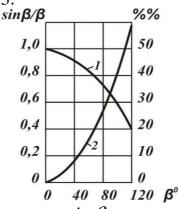


Рис. 2.13. График отношения  $\frac{\sin \beta}{\beta}$  и процентных расхождений с

единицей в зависимости от  $\beta$ 

Из рис. 2.13 очевидно, что, например, при  $\beta=70^\circ$  величина, которая принимается в тормозах шахтных локомотивов,  $\frac{\sin\beta}{\beta}=0,77$ , т. е. фактическая величина нормального давления колодки отличается от расчетной почти на 30~%.

Таким образом, тормозной момент колодочно-колесного тормоза в общем случае определяется так:

$$M_T = PfR \frac{\sin(\beta_1 + B_2)}{\beta_1 + \beta_2},$$
 (2.54)

где R — радиус колеса.

Рассмотрим, как влияет неравномерность распределения нормального давления (2.53) на износ колодок при обозначениях, соответствующих рис. 2.14.

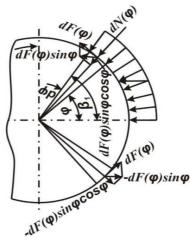


Рис. 2.14. Схема сил, действующих на колодку при вращении колеса

Для определения элементарной нормальной силы  $dN(\beta)$  найдем составляющую давления от силы прижатия колодки P.

Для верхней половины колодки

$$P_{1} = \frac{P}{BR(\beta_{1} + \beta_{2})} \int_{0}^{\beta_{1}} \cos \beta d\beta = \frac{P \sin \beta_{1}}{Bk(\beta_{1} + \beta_{2})},$$
 (2.55)

где B — ширина колодки.

Нормальная составляющая давления по высоте колодки

$$dn(\beta) = \frac{P\cos\beta}{BR(\beta_1 + \beta_2)}d\beta. \tag{2.56}$$

Величина дополнительного давления на ободе от заклинивания (рис. 2.12)

$$dn_{13} = \frac{Pf \sin \beta \cos \beta}{BR(\beta_1 + \beta_2)} d\beta. \tag{2.57}$$

Суммарное нормальное давление верхней части колодки на бандаж

$$n_{1c} = \frac{P}{BR(\beta_1 + \beta_2)} \left( \int_0^{\beta_1} \cos \beta d\beta + \int_0^{\beta_1} \sin \beta d\beta \right) = \frac{P \sin \beta_1}{BR(\beta_1 + \beta_2)} \left( 1 + \frac{1}{2} f \sin \beta_1 \right). \quad (2.58)$$

На нижнюю часть колодки приходится давление

$$n_{2c} = \frac{P\sin\beta_2}{BR(\beta_1 + \beta_2)} \left( 1 - \frac{1}{2} f\sin\beta_2 \right). \tag{2.59}$$

Очевидно, что равенства давлений на верхнюю и нижнюю части колодок можно достичь при условии, что  $n_{1c}\!=\!n_{2c}$  , т. е.

$$\sin \beta_1 \left( 1 + \frac{1}{2} f \sin \beta_1 \right) = \sin \beta_2 \left( 1 - \frac{1}{2} f \sin \beta_2 \right).$$
 (2.60)

Величины углов  $\beta_1$  и  $\beta_2$  в зависимости от коэффициента трения f, при которых давление на верхнюю и нижнюю части колодок одинаковы, показаны на рис. 2.15 линиями 1 и 2.

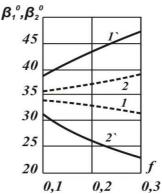


Рис. 2.15. Графики изменения общего давления на верхнюю (1) и нижнюю (2) части бандажа и максимальных давлений (1, 2)

Решение трансцендентного уравнения показывает, что при  $\beta_1 + \beta_2 = 70^\circ$  равного давления верхней и нижней частей колодки можно добиться при  $\beta_1 = 44^\circ$  и  $\beta_2 = 26^\circ$ , т. е. колодку необходимо размещать несимметрично относительно горизонтальной оси колеса.

Исходя из уравнений (2.56) и (2.57), можно заключить, что максимальная величина давления колодки на ободе составит

$$n_1(\beta_1) = \frac{P\sin\beta_1}{BR(\beta_1 + \beta_2)} (1 + f\sin\beta_1), \qquad (2.61)$$

а минимального

$$n_2(\beta_2) = \frac{P\sin\beta_2}{BR(\beta_1 + \beta_2)} (1 - f\sin\beta_2). \tag{2.62}$$

Равенства давлений можно достичь при

$$\cos \beta_1 (1 + f \sin \beta_1) = \cos \beta_2 (1 - f \sin \beta_2). \tag{2.63}$$

Величины углов  $\beta_1$  и  $\beta_2$ , при которых максимальные давления будут одинаковыми, представлены на рис. 2.15 линиями 1` и 2`.

Если принять износ колодок прямо пропорциональным давлению, то их износ при торможении в одну сторону будет таким, как показано на рис. 2.16. (в относительных величинах).

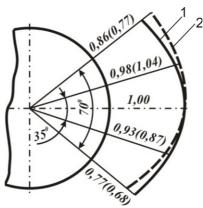


Рис. 2.16. Схема относительного износа колодки при торможении в одну сторону: I - f = 0.1; 2 - f = 0.3

Известным выражением для определения  $M_{\rm T}$  является  $M_{\rm T}=PfR$  и очевидно, что расчетная величина  $M_{\rm T}$  совпадает с (2.58) только при малом значении  $\beta_1+\beta_2$ , когда  $\sin(\beta_1+\beta_2)\approx\beta_1+\beta_2$ .

Исходя из формулы (2.57) можно получить величину среднего удельного давления колодки на бандаж

$$p = \frac{M_{\rm T}}{BfR^2 \sin \beta}.$$
 (2.64)

М.П. Александровым [68] эта формула получена в виде

$$p = \frac{M_{\rm T}}{2BfR^2(\sin\beta/2)} \tag{2.65}$$

и, например, при  $\beta = 70^{\circ}$  и f = 0.4 величина давления в случае одной и той же величины  $M_T$ , полученная по формуле (2.64), превышает значение (2.65) на 29 %.

Таким образом, в тяге поездов и в тормозных расчетах других машин принят частный случай взаимодействия тормозной колодки с колесом, который может давать погрешность в расчетах параметров эффективности колодочно-колесного тормоза до 30 % по сравнению с фактическими значениями. В этом случае достаточная степень приближения может быть достигнута только при оптимизации кинетических и геометрических параметров тормозного механизма. В противном случае необходимо рассматривать модель с учетом фактического распределения давления сил на рабочем контакте трения.

Расчетную схему тормозного механизма необходимо рассматривать с учетом фактического распределения давления сил на рабочем контакте трения по длине колодки. Математическое описание такого взаимодействия позволяет повысить точность тормозных расчетов и оптимизировать конструкцию тормозного механизма.

Разработанные основы теории тормозной колодки, позволяют рассматривать структуру и параметры динамической модели тормоза подвижного состава шахтного рельсового транспорта и принятые при этом допущения, масштабные коэффициенты моделирования режимов торможения при экспериментальных и аналитических исследованиях тормоза, размещение датчиков усилий в натурном тормозном стенде и при путевых испытаниях подвижного состава, структуру измерительного и обрабатывающего комплекса аппаратуры, план эксперимента, результаты эксперимента и выполнить их интерпретацию.

# 2.5. Математическая модель и вычислительный алгоритм моделирования тяги и движения шахтных поездов

При построении модели тяги и управляемого движения шахтного поезда его можно рассматривать как неизменяемую систему с одной степенью свободы, на которую действуют только внешние силы, приложенные к центру масс поезда в середине его длины и совпадающие с направлением движения поезда либо противоположны ему. Число степеней свободы системы определяется удерживающими связями. Ими являются сцепные устройства и рельсы. Сцепные устройства шахтных поездов (не во всех случаях) выполняют роль внутренних удерживающих связей, заставляющих локомотив и вагоны двигаться с одинаковой скоростью и ускорением, описывать одинаковые траектории.

Если пренебречь размерами поезда и рассматривать его движение как поступательное движение неизменяемой системы, то это позволяет в классической механике описать математически движение системы в целом, т. е.

материальной точки, в которой сосредоточена вся масса системы, приведенная к ее центру инерции. Следовательно, в тяговых расчетах движение поезда будет представлено как движение материальной точки, расположенной в середине поезда.

Рельсы выполняют роль внешних удерживающих связей, которые заставляют поезд двигаться только в одном направлении вдоль рельсов. Поэтому для описания движения достаточно одного дифференциального уравнения.

Если внешние силы, которые совпадают с направлением движения поезда, приложены к одной точке, то их можно алгебраически складывать и рассматривать движение системы под действием результирующей силы. К числу внешних сил, определяющих движение поезда, относятся сила тяги, сила сопротивления движению и тормозная сила, которые для удобства тяговых расчетов можно привести к ободам колес локомотива и вагонов. Результирующая сила, отнесенная к 1 т массы поезда, является удельной.

Характеристики сил, действующие на подвижной состав шахтного рельсового транспорта, строят по результатам испытаний для стационарных режимов его работы при равномерной скорости движения. При смене режимов управления или внешней нагрузки не учитывают изменение величины сил при установившегося процесса одного К другому. характеристики являются статическими и в тяговых расчетах их необходимо априорной информации. Составить качестве динамические характеристики переходных процессов движения подвижного состава шахт не представляется возможным из-за сложности физической природы этих процессов и необходимым из-за ограничения скорости движения в эксплуатации до 3 м/с. Поэтому при изменении сил тяги, торможения или профиля пути в тяговых расчетах необходимо принимать скачкообразное изменение равнодействующей сил.

Если хотя бы одна из сил, действующих на систему, будет зависеть от скорости движения, то решить задачу о ее движении возможно только методом интегрирования дифференциального уравнения, которое должно быть линейным для возможности использования суперпозиции, т. е. результирующее движение системы равно сумме движений, возникающих под действием каждой силы в отдельности.

Поэтому для построения математической модели используем теорему об изменении кинетической энергии механической системы при некотором ее перемещении. Работа внутренних сил поезда на этом перемещении равна нулю, тогда согласно закону сохранения энергии, принимая силы постоянными,

$$dT = (F_{\kappa} - W_{\kappa} - B_{\mathrm{T}})dS, \qquad (2.66)$$

где T – кинетическая энергия поезда;  $F_{\rm K}$  – касательная сила тяги локомотива;  $W_{\rm K}$  – общее сопротивление движению поезда;  $B_{\rm T}$  – тормозная сила; S – путь, пройденный поездом.

В соответствии с теоремой Кенига кинетическая энергия поезда равна сумме кинетической энергии поступательного движения всей массы поезда со скоростью его центра инерции и кинетических энергий вращения колесных пар, якорей двигателей и зубчатых передач вокруг своих центров инерции, т. е.

$$T = m\frac{V^2}{2} + \sum I_{KB} \frac{\omega_{KB}^2}{2} + \sum I_{KJI} \frac{\omega_{KJI}^2}{2} + \sum I_{g} \frac{\omega_{g}^2}{2}, \qquad (2.67)$$

где m — масса поезда; V — скорость поступательного движения поезда;  $I_{\text{кв}}$ ,  $I_{\text{кл}}$ ,  $I_{\text{я}}$  — полярные моменты инерции соответственно колес и колесных пар вагонов, локомотива и якорей тяговых двигателей;  $\omega_{\text{кв}}$ ,  $\omega_{\text{кл}}$ ,  $\omega_{\text{я}}$  — угловая скорость соответственно колес и колесных пар вагонов, локомотивов и якорей тяговых двигателей.

Выполним приведение вращающихся масс к поступательному движению, приняв звеном приведения колеса поезда. Условием эквивалентности вращающихся масс системы и приведенной массы является равенство их кинетических энергий

$$m_{\rm n} \frac{V^2}{2} = m \frac{V^2}{2} + \sum I_{\rm KB} \frac{\omega_{\rm KB}^2}{2} + \sum I_{\rm KJI} \frac{\omega_{\rm KJI}^2}{2} + \sum I_{\rm g} \frac{\omega_{\rm g}^2}{2},$$
 (2.68)

где  $m_{\rm n}$  – масса поезда, приведенная к поступательному движению.

Полярные моменты инерции вращающихся масс выражаются

$$I_{KB} = m_{KB} \rho_{KB}^2, \qquad I_{KJ} = m_{KJ} \rho_{KJ}^2, \qquad I_{g} = m_{g} \rho_{g}^2, \qquad (2.69)$$

где  $m_{\text{кв}}$ ,  $m_{\text{кл}}$ ,  $m_{\text{я}}$  — соответственно массы вращающихся колес вагонов, колесных пар локомотива и якорей тяговых двигателей с зубчатой передачей.

Угловые скорости имеют формулы

$$\omega_{\text{KB}} = \frac{V}{R_{\text{KB}}}, \, \omega_{\text{KJI}} = \frac{V}{R_{\text{KJI}}}, \, \omega_{\text{SI}} = \frac{\mu V}{R_{\text{KJI}}}, \qquad (2.70)$$

где V – скорость поступательного движения;  $R_{\mbox{\tiny KB}}$ ,  $R_{\mbox{\tiny KЛ}}$  – радиусы колес вагонов и локомотива соответственно;  $\mu$  – передаточное число зубчатой передачи двигателя,

$$\mu = \frac{\omega_{\mathfrak{A}}}{\omega_{\kappa \Pi}}.\tag{2.71}$$

Тогда получим уравнение кинетической энергии поезда

$$m_{\rm n} \frac{V^2}{2} = m \frac{V^2}{2} + \sum I_{\rm KB} \frac{V}{2R_{\rm KB}} + \sum I_{\rm KJ} \frac{V}{2R_{\rm KJ}^2} + \sum I_{\rm H} \frac{\mu^2 V}{2R_{\rm KJ}^2}$$
 (2.72)

ИЛИ

$$m_{\rm n} = m + \sum m_{\rm KB} \frac{\rho^2}{R_{\rm KB}^2} + \sum m_{\rm KJI} \frac{\rho^2}{R_{\rm KJI}^2} + \sum m_{\rm H} \frac{\mu^2 \rho_{\rm H}^2}{2R_{\rm KJI}^2}.$$
 (2.73)

Обозначим приведенную массу вращающихся частей тогда приведенная масса поезда

$$m_{\rm n} = m + m_{\rm Bp}. \tag{2.74}$$

Если

$$\frac{m_{\rm Bp}}{m} = \gamma,\tag{2.75}$$

TO

$$m_{\rm n} = m(1+\gamma),\tag{2.76}$$

в результате получим кинетическую энергию поезда

$$T = m(1+\gamma)\frac{V^2}{2}. (2.77)$$

Коэффициент инерции вращающихся масс поезда

$$\delta = 1 + \gamma, \tag{2.78}$$

а изменение кинетической энергии поезда на некотором перемещении будет

$$dT = m\delta \frac{dV^2}{2} = m\delta V dV, \qquad (2.79)$$

с учетом выражения (2.66) 
$$m \delta V dV = (F_{\rm K} - W_{\rm K}) dS \ . \eqno(2.80)$$

Принимая, что

$$dS = Vdt,$$
  

$$m = m_{\rm II} + m_{\rm C},$$

получим

$$(m_{\rm JI} + m_{\rm c})\delta \frac{dV}{dt} = F_{\rm K} - W_{\rm K}, \qquad (2.81)$$

где  $m_{\rm II},\,m_{\rm C}$  — масса локомотива и состава соответственно.

Тогда математическая модель (уравнение) движения поезда в режиме тяги имеет вид

$$\frac{dV}{dt} = \frac{F_{\rm K} - W_{\rm K}}{(m_{\rm II} + m_{\rm C})\delta}.$$
 (2.82)

Уравнение движения поезда в режиме торможения будет

$$\frac{dV}{dt} = -\frac{(B_{\rm T} + W_{\rm K})}{(m_{\rm JI} + m_{\rm C})\delta}.$$
 (2.83)

Для интегрирования уравнений (2.82) и (2.83) необходимо знать факторы, определяющие состояние (скорость, ускорение, путь и т. д.) и поведение (изменение переменных состояния в текущем времени) поезда в условиях эксплуатации. С этой целью следует изучить зависимости сил  $F_{\kappa}$ ,  $W_{\kappa}$ ,  $B_{\tau}$ , определяющие его движение.

Тормозная сила поезда для колодочно-колесного тормоза шахтных локомотивов является линейной функцией скорости движения

$$B_{\rm T} = A - BV \,, \tag{2.84}$$

где A, B — параметры, которые определяются в процессе исследования корреляционных связей и с помощью дискриминантного анализа регрессионной зависимости силы (коэффициента) трения тормозных колодок. Для шахтных локомотивов применяют однотипные тормозные колодки.

Нормы массы поездов и скорости их движения определяют по нормативно-расчетным значениям касательной силы тяги  $F_{\kappa}$ , расчетной скорости  $V_{\rm p}$  и тяговым характеристикам  $F_{\kappa}(V)$  локомотива, полученным опытным путем [138, 139, 7].

Для аппроксимации графиков использовалась программа GetData Graph Digitizer. Основные ее возможности: поддержка графических форматов TIFF, JPEG, BMP и PCX; два алгоритма для автоматической оцифровки; способность менять порядок точек в линии; сберегаемость рабочего пространства, что позволяет сохранить текущую работу и вернуться к ней позже; копирование полученных данных в буфер обмена.

Процесс оцифровки состоит из четырех шагов: открыть график, установить масштаб (систему координат), оцифровать (автоматически или вручную), скопировать данные в буфер обмена или экспортировать в ТХТ, XLS, XML, DXF или EPS файл (рис. 2.17).

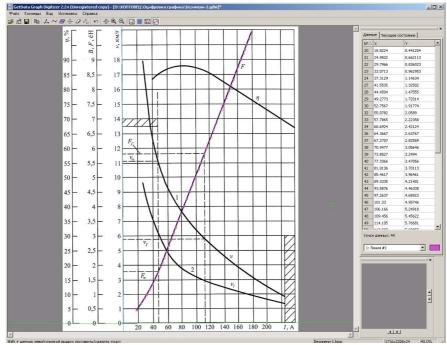


Рис. 2.17. Электромеханические характеристики шахтных электровозов, приведенные к ободу колеса

Определение массы поезда по силе сцепления ходовых колес локомотива с рельсами

Допустимая по сцеплению масса поезда при трогании:

$$m_{\Pi} = \frac{1000 m_{\Pi} \psi}{\left(w_0 + w_{3p} + w_{Kp} \pm i + 108 a_0\right)},$$
(2.85)

где  $w_0$  — основное удельное сопротивление движению;  $w_{\rm 3p}$  и  $w_{\rm kp}$  — дополнительное удельное сопротивление соответственно при трогании и от кривой; i — уклон пути;  $a_0$  — расчетное ускорение при трогании.

При установившемся движении допустимая масса поезда

$$m_{\Pi} = \frac{1000 m_{\Pi} \psi}{\left(w_0 \pm i\right)} \,. \tag{2.86}$$

В формулах (2.85) и (2.86) знак "плюс" относится к случаю движения на подъем, "минус" – на спуск.

Определение массы поезда по емкости тяговой аккумуляторной батареи электровоза

Максимально допустимый разрядный ток тяговой батареи аккумуляторов (A) имеет формулу

$$I_{\text{max.6aT}} = \frac{C_{\text{H}} K_{\text{6}} K_{\text{pew}}}{t_{\text{p}}^{\text{H}}},$$
 (2.87)

где  $C_{\rm H}$  — номинальная электрическая емкость тяговой батареи, А·ч;  $K_{\rm 6}$  — коэффициент, который характеризует фактическое состояние тяговой батареи (отношение фактической емкости к номинальной),  $K_{\rm 6}=0.8...1,1$ ;  $K_{\rm pex}$  — коэффициент предельного режима разряда,  $K_{\rm pex}=1.5$ ;  $t_{\rm p}^{\rm H}$  — время номинального разрядного режима, ч.

 $K_{\text{реж}}$  не имеет нормируемого значения. Его рекомендуется принимать, руководствуясь тем, что разряд батареи токами, которые значительно превышают номинальное значение, приводит к снижению емкости батареи, разрядного напряжения и срока службы.

Для тяговых батарей аккумуляторов шахтных электровозов номинальными являются трех- или пятичасовые разрядные режимы, которые отвечают принятию разных конструктивных параметров аккумуляторов во время их проектирования.

Максимальная по тяговой батарее сила тока тягового двигателя:

- при последовательном соединении двигателей электровоза

$$I_{\text{max JB}} = I_{\text{max far}}; \tag{2.88}$$

при параллельном –

$$I_{\text{max } \text{дB}} = \frac{I_{\text{max } \text{бат}}}{n_{\text{лB}}}.$$
 (2.89)

Масса поезда, допустимая по разрядному току батареи при постоянном его движении на среднем подъеме  $i_c$  имеет формулу:

$$m_{\rm n} = n_{\rm AB} \frac{F_{\rm A.6aT}}{g(w_0 + i_c)},$$
 (2.90)

где  $F_{\rm д.бат}$  — касательная сила тяги электровоза, допустимая по разрядному току батареи.

Предельное количество порожних вагонов в составе определится так:

$$Z_n = \frac{(m_{\Pi,\Pi} - m_{\Pi})}{m_0 + C_M m},$$
(2.91)

где  $C_{\rm M}$  – коэффициент, который учитывает перевозку в составе материалов и не разгруженного остатка горной массы,  $C_{\rm M}$ = 0,10...0,15.

Расчетные формулы предельного количества груженых вагонов в составе, массы порожнего и груженого поездов соответственно:

$$Z_{e} = \frac{\left(m_{\text{п.в}} - m_{\text{л}}\right)}{m_{0} + m},\tag{2.92}$$

$$m_{\Pi,\Pi} = Z_{\Pi}(m_0 + C_{M}m) + m_{\Pi},$$
 (2.93)

$$m_{\text{п.в}} = Z_{\text{B}}(m_0 + m) + m_{\text{п}}.$$
 (2.94)

Определение массы поезда по мощности тяговых двигателей Проверка считается приемлемой при условии, если

$$I_{\text{дл}} \ge I_{\text{e}},\tag{2.95}$$

где  $I_{\text{дл}}$  — длительный ток двигателя по тяговой характеристике электровоза;  $I_e$  — эквивалентный ток двигателя за рейс (A),

$$I_{\rm e} = \gamma \sqrt{\frac{\sum (I^2 t)}{T}}, \qquad (2.96)$$

где  $\gamma$  — коэффициент, который учитывает дополнительный нагрев двигателей при выполнении электровозом конечных операций (согласно опытным данным для угольных шахт  $\gamma = 1,4$  — на расстояние транспортирования до 1 км,  $\gamma = 1,25$  — на расстояние 1-2 км,  $\gamma = 1,15$  — на расстояние более 2 км, для рудных шахт  $\gamma = 1,4$  ... 1,5); I — ток нагрузки двигателя, A; t — время движения при токе нагрузки, мин; T — время рейса, мин.

Силу тока определяют в соответствии с электромеханическими характеристиками по значениям силы тяги, рассчитанной для среднего (середневзвешенного) уклона пути маршрута; если маршрут разбит на несколько участков, — то по силе тяги, которая отвечает среднему уклону каждого участка маршрута. При наличии самокатных спусков, где применяют электродинамическое торможение, учитывают ток, соответствующий этому режиму работы двигателей.

Касательная сила тяги, реализованная двигателем на данном участке маршрута, H:

-для порожнякового направления

$$F_{X\dot{I}} = g m_{\Pi,\Pi} \frac{w_{O,\Pi} + i_{C\dot{I}}}{n_{\Pi B}};$$
 (2.97)

– для грузового –

$$F_{\rm pi} = g m_{\rm II.B} \frac{w_{\rm O.H} - i_{\rm ci}}{n_{\rm IIB}},$$
 (2.98)

где  $n_{\scriptscriptstyle \sf JB}$  – количество тяговых двигателей электровоза.

Время (мин) движения поезда по участку маршрута длиной  $l_i$  (м) со скоростью  $V_i$  (м/с) определяют, пользуясь приближенным методом "постоянных скоростей":

$$t_{\rm i} = \frac{l_{\rm i}}{60K_{\rm c}V_{\rm i}},\tag{2.99}$$

где  $K_c$  — коэффициент скорости, который учитывает периоды пуска и торможения поезда,  $K_c = 0.75...0.9$ .

Длительность рейса (мин) определяется

$$T_{\rm p} = \frac{\sum l_{\rm i}}{60 \, K_{\rm c} V_{\rm xi}} + \frac{\sum l_{\rm i}}{60 \, K_{\rm c} V_{\rm pi}} + \Theta \,,$$
 (2.100)

где  $l_{\rm i}$  – длина i-го элемента маршрута, м;  $\Theta_{\rm u}$  – длительность пауз за цикл;  $V_{\rm xi}$  и  $V_{\rm pi}$  – скорость движения поезда на этом элементе соответственно при холостом и рабочем ходе, м/с.

Если проверка по формуле (2.95) неудовлетворительна, необходимо уменьшить количество вагонов и повторить расчет.

Определение массы поезда по мощности тормозной системы локомотива

Допустимая по торможению масса груженого поезда при заданной скорости движения  $V_{\rm H}^3$ , согласно требованиям эксплуатации  $V_{\rm 9}$ , по тяговой характеристике двигателя  $V_{\rm дв}$  или номинальная скорость по длительному току нагрузки  $V_{\rm дл}$  запишется формулой:

$$m_{\text{п.в}} = \frac{B_{\text{K}}}{g \left( \frac{54V_{\text{H}}^2}{l_{\text{T}}^H - V_{\text{H}} t_{\text{II}}} + i_{\text{p}} - w_{\text{O.H}} \right)},$$
(2.101)

где  $B_{\rm K}$  — суммарная тормозная сила, реализованная локомотивом (поездом) при экстренном торможении;  $V_{\rm H}$  — скорость поезда в начальный момент торможения;  $t_{\rm II}$  — время подготовки тормозов к действию;  $w_{\rm O,H}$  — основное удельное сопротивление движению груженого поезда.

Допустимая скорость движения

$$V_{\text{доп}} = \sqrt{2a_{\text{T}}l_{\text{T}}^{\text{H}} + (a_{\text{T}}t_{\text{II}})^{2}} - a_{\text{T}}t_{\text{II}}, \qquad (2.102)$$

где  $a_{\rm T}$  — замедление поезда,

$$a_{\rm T} = \frac{1}{108} \left( \frac{B_{\rm K}}{g m_{\rm II.B}} + w_{\rm K} \right) = 0.01 \left( \frac{B_{\rm K}}{g m_{\rm II.B}} + w_{\rm O.H} - i_{\rm P} \right). \tag{2.103}$$

Количество единиц подвижного состава по сцеплению локомотива определяется аналитически через допустимую массу поезда (2.85, 2.86), что в схеме программы отражается символами  $m_{\Pi} = m(\psi), z_1 = z(\psi)$ .

Методика тягового расчета не дает возможность определить массу поезда по условиям мощности тяговых двигателей электровоза и тормозных усилий локомотива (за исключением одного случая, который мы используем). Поэтому в схеме программы выполняем проверку  $z_1$  при условии нагрева тяговых двигателей электровоза токами нагрузки, которые согласно

электромеханической характеристике двигателя пропорциональны силам тяги. Для этого используем вычислительный цикл

$$z_2 = z_1,$$
  
 $z_2 = z_2 - 1,$ 

операции проверки необходимо выполнять в следующей последовательности: (2.97), (2.98), (2.99), (2.100), (2.96), (2.95).

При этом для сравнения используются эквивалентный и номинальный токи нагрузки двигателя.

При моделировании торможения вычислительный цикл  $z_2 = z_2 - 1$  использовать нет смысла. Для этого необходимо вычислять массу поезда при заданной скорости начала торможения  $V_{\mu}^3$ .

При составлении блок-схемы программы (рис. 2.18) исходили из того, что проверку массы поезда при торможении следует выполнять последней. Это позволяет получить допустимую скорость движения для окончательно принятой массы поезда.

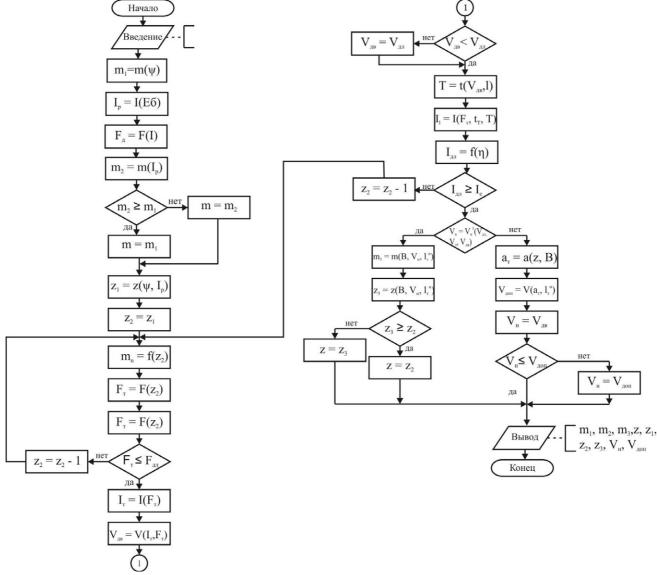


Рис. 2.18. Блок-схема программы расчета электровозной откатки

# 2.6. Коэффициент полезного действия тормоза подвижного состава рельсового транспорта

Принят критерий оценки качества тормозных средств в виде коэффициента полезного действия тормоза, с помощью которого получены параметры номинального режима тормоза и интегральная оценка использования сцепной массы локомотивов при торможении на остановку шахтных поездов.

Уровень развития технических средств транспорта в настоящее время определяется мощностью тормозов и их надежностью. При этом широко применяемые на транспорте фрикционные тормоза с приводом на ходовые колеса обладают характеристиками, которые снижают эффективность торможения при увеличении скорости движения.

Разработанная Н.П. Петровым [29] теория торможения позволила ему предложить критерий оценки качества применяющихся тормозных средств путем сравнения их с идеальным тормозом, который реализует наиболее эффективные режимы торможения. Предложенный им критерий оценки совершенства данного тормоза по его коэффициенту полезного действия  $\eta$  представляет собой отношение пути полного затормаживания идеальным тормозом  $S_{\rm u}$  к пути затормаживания при прочих равных условиях реальным тормозом  $S_{\rm p}$ .

Современные серийные шахтные локомотивы оснащают основным средством рабочего торможения – колодочно-колесным тормозом с ручным винтовым и механизированным приводами.

Указанный тормоз имеет фрикционную характеристику  $\varphi(K,V)$  [140], которая является линейной функцией нажатия колодок на колеса K и скорости скольжения V. В соответствии с этим тормозная характеристика локомотива изменяется линейно от скорости его движения:

$$B = K\varphi(K, V), \qquad (2.104)$$

при

$$K = \text{const}, \qquad (2.105)$$

где  $\varphi$  – коэффициент трения тормозных колодок.

В настоящее время тормозные расчеты выполняют в предположении, что коэффициент трения указанного тормоза не зависит от относительной скорости скольжения пары, тормозная сила принимается величиной постоянной и равной пределу по сцеплению [138]. В связи с этим допускается ошибка в оценке эффективности торможения рудничных поездов, в частности длины тормозного пути.

Практический интерес вызывает задача не только максимального использования массы локомотива, но и интегральной оценки использования сцепной массы его за период торможения средствами, которые реализуют тормозную силу в зависимости от скорости движения. В настоящее время также не существует показателей, с помощью которых можно установить номинальные режимы торможения.

Указанные обстоятельства могут быть выражены количественно коэффициентом полезного действия тормоза  $\eta$ , предложенным Н.П. Петровым, который необходимо определить для основных типов магистральных локомотивов шахт.

Исследования, выполненные на шахтном рельсовом транспорте [141, 142], позволяют перейти от натурных тормозных испытаний к вычислительному эксперименту.

Расчет локомотивной откатки выполнен по авторской методике в соответствии с вычислительным алгоритмом моделирования тяги и движения шахтных поездов. Модернизирована программа расчета параметров электровозной откатки, которая сокращена до одного маршрута. Представлена возможность исходные данные расчета задавать действительными числами или массивами любого размера: коэффициент сцепления локомотива, уклон пути, длина откатки, тип локомотива и вагонетки, параметры локомотива и его электромеханической характеристики.

Тормозные расчеты выполняются подпрограммой в соответствии с алгоритмом:

– для реального тормозного пути поезда

$$m_{\rm np} \frac{dV}{dt} = -(A - BV), \qquad (2.106)$$

$$S_p = \frac{1}{B} \left( V_1 \ln \frac{V_1}{V_1 - V_H} - V_H \right); \tag{2.107}$$

– для идеального тормозного пути поезда

$$m_{\rm np} \frac{dV}{dt} = -A, \qquad (2.108)$$

$$S_{_{\rm II}} = \frac{mV_{_{\rm H}}^2}{2A},\tag{2.109}$$

где

$$m_{\rm np} = m_{\rm II}(1 - \gamma),$$
 (2.110)

$$V_1 = \frac{a_0 - a_1 K}{a_2},\tag{2.111}$$

$$b = \frac{a_2 K}{m_n},\tag{2.112}$$

$$a_0 K - a_1 K^2 = \frac{m_{_{\rm II}} g \psi}{4} \,, \tag{2.113}$$

где A, B — параметры тормозной характеристики;  $m_{_{\rm I\! I}}$ ,  $\gamma$ ,  $\psi$  — масса, коэффициент инерции вращающихся масс и коэффициент сцепления локомотива соответственно;  $m_{_{\rm IIP}}$ ,  $m_{_{\rm I\! I}}$  — приведенная и фактическая массы поезда соответственно; K — тормозное нажатие колодок;  $V_{_{\rm H\! I}}$  — начальная скорость торможения;  $a_0$ ,  $a_1$ ,  $a_2$  — параметры характеристики трения тормоза.

Предусмотрено при разработке блок-схемы расчета локомотивной откатки использовать подпрограмму в качестве модуля для выполнения тормозных расчетов (тормозной силы и нажатия, продолжительности и пути торможения, замедления, температуры нагрева тормозных колодок и т. п.), а также для последующего анализа влияния параметров локомотивной откатки на изменение параметров торможения.

Для локомотивной откатки получено выражение коэффициента полезного действия тормоза

$$\eta = \frac{S_{\text{H}}}{S_{\text{p}}} = \frac{V_{\text{H}}^2}{2V_1^2 \ln \frac{V_1}{V_1 - V_{\text{H}}} - V_{\text{H}}}.$$
 (2.114)

Номинальный режим торможения

$$\frac{d\eta}{dK} = 0, \eta = \text{max} \,. \tag{2.115}$$

Расчеты выполнены для электровозов типа АРП-7, АРП-10, АРП-14 при  $\psi=0,\!17,\quad V_{_{\rm H}}=3{\it m/c},\quad a_0=0,\!731,\quad a_1=0,\!202\cdot\!10^{-3},\quad a_2=0,\!87\cdot\!10^{-1}.$ 

В тормозных расчетах принято допущение, что нажатие колодок достигает расчетного значения мгновенно и остается постоянным в процессе торможения до полной остановки поезда.

Результаты расчетов представлены в табл. 2.2. Численное решение функции следующее:

$\eta(K)$	0,682	0,703	0,706	0,680	0,654
<i>K</i> , кН	5	6	7	8	10.

 Таблица 2.2

 Коэффициент полезного действия тормоза шахтных локомотивов

Тип	i,%	$m_{\pi,T}$	S <sub>11</sub> ,M	$S_{p,M}$	η,%
локомотива	25	52			
АРП-7	25	53	65	92	
	30	47	58	82	
	35	43	53	75	70
	40	38	47	66	
	45	32	40	56	
	50	29	36	51	
АРП-10	20	91	96	141	
	25	78	83	121	
	30	60	64	97	
	35	53	56	88	
	40	47	50	73	68
	45	38	40	59	
	50	35	37	54	
АРП-14	15	157	119	193	
	20	132	100	169	
	25	113	86	139	
	30	98	74	121	
	35	79	60	97	61
	40	64	48	79	
	45	57	43	70	
	50	48	36	59	

Таким образом, в зависимости от типа локомотива при определении тормозного пути шахтных поездов допускается ошибка 39, 32, 30 %, а тормозной вес локомотива при этом используется на 61, 68, 70 % соответственно.

Коэффициент полезного действия тормоза растет с уменьшением начальной скорости, пути торможения и массы поезда, а также с увеличением тормозного нажатия и массы подвижного состава. При этом имеются оптимальные значения тормозного нажатия и пути торможения, при котором

 $\eta = \max$ .

Тормозное нажатие номинального режима для колодочно-колесного тормоза серийных шахтных локомотивов составляет 7 кН.

Полученные результаты показывают несовершенство применяемых до настоящего времени на транспорте тормозов. Теория Н.П. Петрова относительно того, что наиболее эффективным будет тот режим торможения, при котором нажатие на колеса создает тангенциальное усилие близкое к пределу, когда качение переходит в юз, не нашла своего применения на рельсовом транспорте.

Повышение эффективности торможения требует регулирования тормозного нажатия по скорости движения локомотива или применения фрикционных пар тормоза с характеристиками, на которые не влияет скорость скольжения.

# 2.7. Исследование тормозной эффективности шахтных поездов и оценка технического уровня подвижного состава по эффективности тяги и торможения

Исследования выполнены аналитически на основе решения уравнений теории тяги поездов с использованием экспериментальных данных [143 – 145].

С 1983 г. в горной промышленности [146] расширена область применения локомотивной откатки на выработки с завышенным профилем рельсового пути (от 5 до 50 ‰). При этом эффективность средств торможения шахтных поездов не возросла. Торможение осуществляется колодочным и электродинамическим тормозами локомотива. На серийных локомотивах рельсовые тормоза не нашли широкого применения, вагоны типоразмерного ряда тормозного оборудования не имеют. Тормозной механизм шахтных локомотивов за всю историю горного машиностроения модернизации не подвергался.

В соответствии с ПБ [6, п. 4.4.2] тормозной путь состава на преобладающем уклоне пути при перевозке грузов не должен превышать 40 м, а при перевозке людей — 20 м. В отдельных случаях в прямолинейных выработках с уклоном не более 5 ‰ по специальному проекту допускается увеличение тормозного пути до 80 м при перевозке грузов и до 40 м при перевозке людей.

Принята описанная далее методика исследования [147].

При реализации электровозом максимальной силы тяги в средних условиях по сцеплению ( $\psi = 0,10...0,13$ ) устанавливали допустимое количество грузовых вагонеток при трогании на подъем порожнего поезда, полагая, что дополнительное сопротивление движению равно 0, уклон пути постоянный, а его дискретные значения изменяются в диапазоне 5...50 ‰. Для пассажирских перевозок характерным является условие трогания на подъем груженого поезда.

При длинах тормозного пути 20, 40, 80 м пассажирских и грузовых поездов, задаваясь значениями начальной скорости торможения 3, 5, 7, 9 м/с, определяли требуемую тормозную силу для груженого поезда (с допустимым по троганию числом вагонеток) на спуске с постоянным средним по длине выработки уклоном.

Для принятого тормозного оборудования локомотива и состава определяли величину тормозной силы и допустимую при этом скорость движения поезда.

При худших условиях сцепления ( $\psi = 0.08...0.10$ ) определяли тормозную силу подвижного состава для каждого вида тормозного оборудования и по требуемой величине тормозной силы устанавливали необходимое количество тормозных единиц в зависимости от скорости движения поезда.

Весовые коэффициенты порожнего и груженого поездов следующие:

$$K_{\rm BII} = \frac{m_{\rm CII}}{m_{_{\rm I}}}; \qquad K_{\rm BF} = \frac{m_{\rm CF}}{m_{_{\rm I}}}; \qquad K_{\rm BF} = K_{\rm BII} \left(\frac{1 + K_{_{\rm T}}}{K_{_{\rm T}}}\right), \qquad (2.116)$$

где  $m_{\rm cn}$ ,  $m_{\rm cr}$  — масса порожнего и груженного составов соответственно;  $m_{\rm n}$  — масса локомотива;  $K_{\rm T}$  — коэффициент тары вагонетки.

Допустимый по тяге весовой коэффициент имеет формулу

$$K_{\text{BII}} = \frac{1000\psi}{w_{\text{OII}} + i + 108a_{\text{o}}} - 1, \qquad (2.117)$$

где  $\psi$  — коэффициент сцепления электровоза в режиме тяги;  $w_{\rm on}$  — удельное основное сопротивление движению порожнего состава; i — удельное сопротивление движению от уклона пути;  $a_{\rm o}$  — расчетное ускорение поезда при трогании.

Решая уравнение (2.117) относительно уклона пути, находим наибольшее значение его, при котором возможно трогание локомотива с порожним составом:

$$i = \frac{1000\psi}{1 + K_{\text{PU}}} - w_{\text{OII}} - 108a_o. \tag{2.118}$$

Максимальный уклон пути, при котором возможно трогание поезда, будет при  $K_{sn}$ =0, т. е. при трогании локомотива без состава

$$i_{\text{max}} = 1000\psi - w_{\text{off}} - 108a_{\text{o}}.$$
 (2.119)

Так, при  $\psi=0.08;~0.10;~0.13;~0.17,~w_{\rm on}=9\frac{H}{\kappa H},~a_0=0.05~{\rm m/c}^2$  максимальный уклон пути будет соответственно 65, 85, 115, 135 ‰, т. е. при уклонах рельсового пути 65 ‰ и более движение одиночного локомотива по условию тяги невозможно.

Для частного случая, когда  $K_{\text{вп}} = 1$ ,  $m_{\text{сп}} = m_{\text{л}}$ .

$$i_{\text{max}} = \frac{1000\psi}{2} - w_{on} - 108a_o. \tag{2.120}$$

При  $\psi=0.08;~0.10;~0.13;~0.17,~i_{max}=25;~35;~50;70~\%,~$ т. е. при уклонах рельсового пути более 25 % откатка локомотивами невозможна по условию тяги поездов.

Решение уравнения (2.117) представлено на рис. 2.19, что позволяет определить допустимое по тяге электровоза число вагонеток (секций) z в поезде для любого типа грузового подвижного состава:

$$z = \frac{K_{\rm B\Pi} m_{\rm J}}{m_0} \,, \tag{2.121}$$

где  $m_0$  – масса тары вагонетки.

При этом  $K_{\text{вп}}$ ,  $K_{\text{вг}}$  характеризуют степень повышения эффективности

тормозной системы поезда при размещении тормозного оборудования на прицепной части поезда за счет использования ее сцепной массы. Суммарное значение тормозной силы поезда определяется

- порожнего  $B_{\kappa} = B_{c.\pi} + B_{c.\pi} = B_{c.\pi} (1 + K_{BH});$
- груженого  $B_{\kappa} = B_{c.\pi} + B_{c.r} = B_{c.\pi} (1 + K_{Br}),$

где  $B_{\rm c.n}$  — максимальное значение тормозной силы локомотива по сцеплению;  $B_{\rm c.n}$ ,  $B_{\rm c.r}$  — максимальное значение тормозной силы прицепной части порожнего и груженого поездов по сцеплению соответственно.

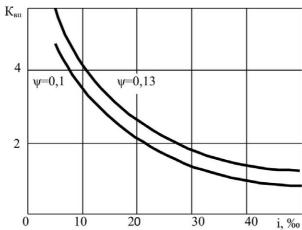


Рис. 2.19. Графики зависимости допустимого по тяге локомотива  $K_{\it en}$  от уклона рельсового пути

Принимаем следующие условия и допущения:

- 1) затормаживают груженый поезд, движущийся под уклон по прямой;
- 2) уклон пути, сопротивление движению поезда и тормозная сила постоянны.

Получим уравнение движения поезда при торможении

$$a_{\rm T} = \frac{b_{\rm K} + w_{\rm or} - i}{108},\tag{2.122}$$

где  $a_{\scriptscriptstyle \rm T}$  — замедление поезда при торможении;  $b_{\scriptscriptstyle \rm K}$  — удельная тормозная сила поезда;  $w_{\scriptscriptstyle \rm OF}$  — удельное основное сопротивление движению груженого подвижного состава.

Если подвижной состав поезда оборудован колодочно-колесными тормозами, то при торможении поезд сможет реализовать удельную тормозную силу, т. е.

$$b_{\kappa} = \frac{B_{\kappa}}{(m_{\pi} + m_{c.r.})g} = \frac{1000(m_{\pi} + m_{c.r.})\psi_{\pi}}{(m_{\pi} + m_{c.r.})} = 1000\psi_{\pi}, \qquad (2.123)$$

где  $\psi_{\scriptscriptstyle \Pi}$  – приведенный коэффициент сцепления поезда,

$$\psi_{\Pi} = \frac{m_{\Pi} \psi_{T} + m_{C\Gamma} \psi_{B}}{m_{\Pi} + m_{C\Gamma}}, \qquad (2.124)$$

где  $\psi_{_{\mathrm{T}}}$  – коэффициент сцепления электровоза в тормозном режиме;  $\psi_{_{\mathrm{B}}}$  –

расчетный коэффициент сцепления, реализуемый тормозными колесами вагонеток.

Для равнозамедленного движения поезда при торможении допустимая скорость начала торможения по условию остановки на нормируемом тормозном пути  $l_{\scriptscriptstyle T}$  будет записана формулой

$$V_{\text{доп}} = \sqrt{2l_{\text{T}}a_{\text{T}} + (a_{\text{T}}t_{\text{II}})^2} - a_{\text{T}}t_{\text{II}}, \qquad (2.125)$$

где  $t_{\scriptscriptstyle \Pi}$  – время подготовки тормозов к действию.

Численное решение (2.125) с учетом (2.122) и (2.123) представлено на рис. 2.20.

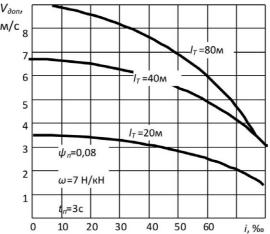


Рис. 2. 20. Графики зависимостей допустимой по торможению скорости движения поезда от уклона рельсового пути

Таким образом, размещение тормозного оборудования на прицепной части поезда, когда для торможения используется сцепной вес локомотива и вагонов, позволяет значительно повысить скорость движения поездов в грузовом направлении и расширить область применения локомотивного транспорта на тяжелом профиле рельсового пути. Однако допустимые при этом правилами безопасности две максимальные скорости движения 5,6 и 3,4 м/с не могут быть достигнуты по условиям торможения на тормозном пути 20 м, а на тормозном пути 40 м могут, но только на профиле до 10 ‰.

Масса порожнего поезда по тяге локомотива составит

$$m_{\rm cm} = \frac{1000 m_{\rm n} \psi}{w_{\rm om} + i + 108 a_{\rm o}} - m_{\rm m}. \tag{2.126}$$

Максимальная тормозная сила локомотива по сцеплению определяется из выражения

$$B_{\rm cm} = 1000 m_{\rm m} g \psi \,. \tag{2.127}$$

Тогда уравнение удельного значения тормозной силы поезда имеет вид:

$$b_{\rm K} = \frac{B_{\rm c.\Pi}}{g(m_{\rm II} + m_{\rm c.\Pi})} = w_{\rm oII} + i + 108a_{\rm o}.$$
 (2.128)

Итак, удельное значение тормозной силы порожнего поезда по сцеплению локомотива достигает фактической величины удельного сопротивления движению подвижного состава (при i=0,  $a_0=\min$ ), а груженого – в несколько раз меньше (при  $K_T < 1$ ), т. е.

$$b_{K} = \frac{B_{C.\Pi}}{g[m_{\Pi} + m_{C.\Pi}(1 + \frac{1}{K_{T}})]}.$$
 (2.129)

Из уравнения движения поезда в режиме торможения (2.122) имеем расчетную величину тормозной силы поезда массой  $m_n+m_{cz}$ , движущегося со скоростью в момент начала торможения  $V_n$ , которая необходима для остановки его на тормозном пути  $l_T$  при времени подготовки тормозов к действию  $t_n$ :

$$B_{\text{K,p}} = g(m_{_{\Pi}} + m_{_{\text{C,\Pi}}}) \left(\frac{54V_{_{\text{H}}}}{l_{_{\text{T}}} - V_{_{\text{H}}}t_{_{\Pi}}} - w_{_{\text{O}\Gamma}} + i\right). \tag{2.130}$$

Суммарная тормозная сила, которую может реализовать поезд, будет

$$B_{K} = B_{\Pi} + B_{B} = B_{C\Pi} + B_{M\Pi} + B_{CB} + B_{MB}, \tag{2.131}$$

где  $B_{\rm л}$ ,  $B_{\rm B}$  — тормозная сила локомотива и вагонов прицепной части поезда соответственно;  $B_{\rm cn}$  — тормозная сила локомотива по сцеплению;  $B_{\rm мл}$  — тормозная сила рельсового тормоза локомотива;  $B_{\rm cb}$  — тормозная сила вагонов прицепной части поезда по сцеплению;  $B_{\rm mb}$  — тормозная сила рельсовых тормозов вагонов прицепной части поезда.

Тормозная сила локомотива по сцеплению реализуется по формуле

$$B_{\rm CH} = 1000 P \psi_{\rm T}. \tag{2.132}$$

Тормозная сила рельсового тормоза локомотива следует из выражения

$$B_{\text{MJI}} = K_{\text{MJI}} \quad \varphi_{\text{M}} \,, \tag{2.133}$$

где  $K_{\text{мл}}$  – общая сила нажатия рельсовых тормозов;  $\phi_{\text{м}}$  – приведенный коэффициент трения башмаков о рельсы.

Тормозная сила вагонеток состава по сцеплению определяется уравнением

$$B_{\rm cB} = 1000 z_{\rm TC} (m_{\rm o} + m) g \psi_{\rm B}, \qquad (2.134)$$

где  $z_{\text{тс}}$  — число тормозных вагонеток в составе с колодочно-колесными тормозами.

Тормозная сила вагонеток состава с рельсовыми тормозами имеет вид:

$$B_{\rm MB} = z_{\rm TM} K_{\rm MB} \varphi_{\rm M}, \qquad (2.135)$$

где  $z_{\scriptscriptstyle{\text{TM}}}$  – число тормозных вагонеток в составе с рельсовыми тормозами;  $K_{\scriptscriptstyle{\text{MB}}}$  –

суммарная сила прижатия башмаков одной вагонетки к рельсу.

Допустимое количество вагонеток в составе по тяге локомотива рассчитывается следующим образом:

– для грузовых поездов

$$z = \frac{m_{\rm cn}}{m_{\rm o}} = \frac{K_{\rm BH} m_{\rm m}}{m_{\rm o}}; \tag{2.136}$$

для пассажирских поездов

$$z = \frac{m_{\rm cr}}{m_0 + m}. (2.137)$$

Допустимое количество вагонеток в составе по условию торможения локомотивом вычисляется по формуле

$$z = \frac{m_{\text{сг}}}{m_{\text{o}} + m}$$
 при  $m_{\text{сг}} = \frac{B_{_{\Pi}}}{(\frac{54V_{_{\rm H}}^2}{l_{_{\rm T}} - V_{_{\rm H}}t_{_{\Pi}}} - w_{_{\rm O\Gamma}} + i)g}$  (2.138)

Алгоритм определения необходимого количества тормозных вагонеток в составе при следующем размещении тормозного оборудования:

локомотив и вагонетки состава оборудованы колодочно-колесными тормозами

$$z_{\text{TC}} = \frac{B_{\text{KP}} - 1000 m_{\text{M}} g \psi_{\text{T}}}{1000 (m_{\text{O}} + m) g \psi_{\text{B}}};$$
 (2.139)

 локомотив и вагонетки состава оборудованы колодочно-колесными тормозами, а на локомотиве к тому же установлены рельсовые тормоза

$$z_{\text{\tiny TM}} = \frac{B_{\kappa p} - 1000 m_{_{\Pi}} g \psi_{_{\text{\tiny T}}} - K_{_{\text{\tiny MJ}}} \varphi_{_{\text{\tiny M}}}}{1000 (m_{_{0}} + m) g \psi_{_{\text{\tiny B}}}}; \qquad (2.140)$$

 – локомотив оборудован колодочно-колесными и рельсовыми тормозами, вагонетки состава имеют рельсовые тормоза

$$z_{\text{\tiny BM}} = \frac{B_{\text{\tiny KP}} - 1000 m_{_{\Pi}} g \psi_{_{\text{\tiny T}}} - K_{_{\text{\tiny MJI}}} \varphi_{_{\text{\tiny M}}}}{K_{_{\text{\tiny MJI}}} \varphi_{_{\text{\tiny M}}}}.$$
 (2.141)

Численное моделирование изменения тормозных сил и количества тормозных единиц грузовых поездов представлены на рис. 2.21 (всего 12 вариантов начальных условий для каждого типа подвижного состава при  $l_T = \text{const}$ ), рис. 2.22.

Методы определения показателей и оценка качества продукции приняты

в соответствии со стандартами [148 – 151].

Успешное освоение высоких скоростей движения и повышение весовых норм шахтных поездов, а также повышение безопасности локомотивного транспорта в значительной мере зависит от применяемых тормозных расчетов. Технический уровень объектов техники повышается за счет принятия оптимальных решений, которые приводят к улучшению их показателей назначения [152, 153, 32, 154].

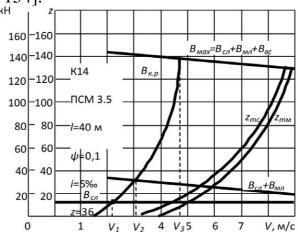


Рис. 2.21. Графики зависимостей тормозных сил и количества тормозных вагонеток от скорости движения ( $V_1$ ,  $V_2$ ,  $V_3$  – допустимые по торможению скорости движения поезда в зависимости от величины тормозной силы)

Классификация показателей качества тормоза для оценки технического уровня шахтного подвижного состава по эффективности торможения:

- 1) эффективность тормоза: тормозное нажатие, тормозная сила (момент), номинальная мощность;
- 2) эффективность торможения подвижного состава: длина тормозного пути, тормозное замедление, допустимая скорость движения, допустимая масса поезда, удельное значение тормозной силы, продолжительность торможения, коэффициент полезного действия тормоза, количество тормозных единиц поезда:
- 3) энергонагруженность тормоза: работа сил трения в тормозном механизме, контактное давление пары трения;
- 4) энергоемкость тормоза: температура фрикционного нагрева поверхностей трения, удельное значение работы силы трения на единицу номинальной площади контакта пары трения;
- 5) качество управления тормозной системой (стабильность выходных показателей тормозного механизма): нестабильность нагрузочного режима, нестабильность тормозной силы;
- 6) безотказность (параметрический и внезапный отказ): наработка на отказ;
  - 7) долговечность: ресурс.

Классификационные признаки 1-5 включают показатели назначения тормоза, 6, 7 – надежность.

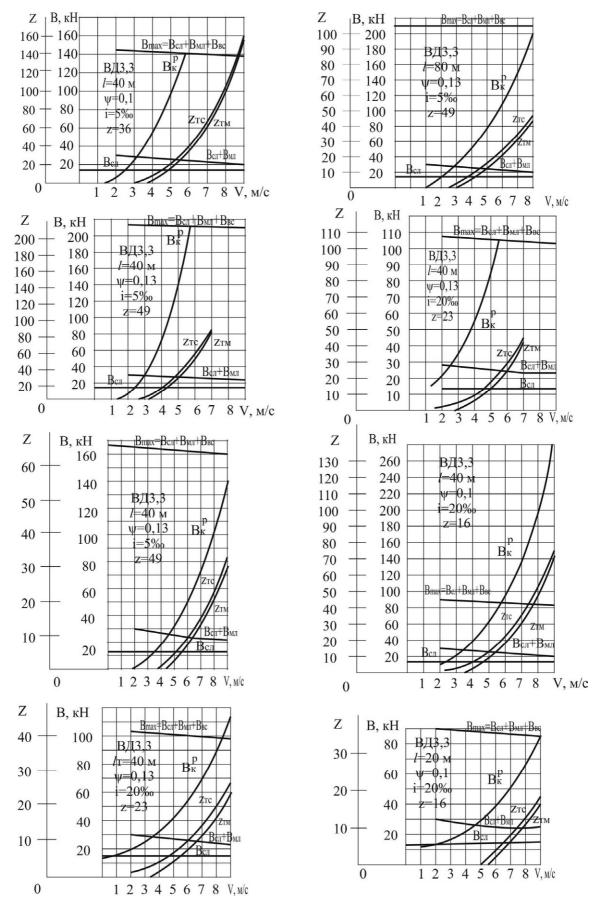


Рис 2.22. Графики зависимостей тормозной силы и количества тормозных вагонеток от скорости движения

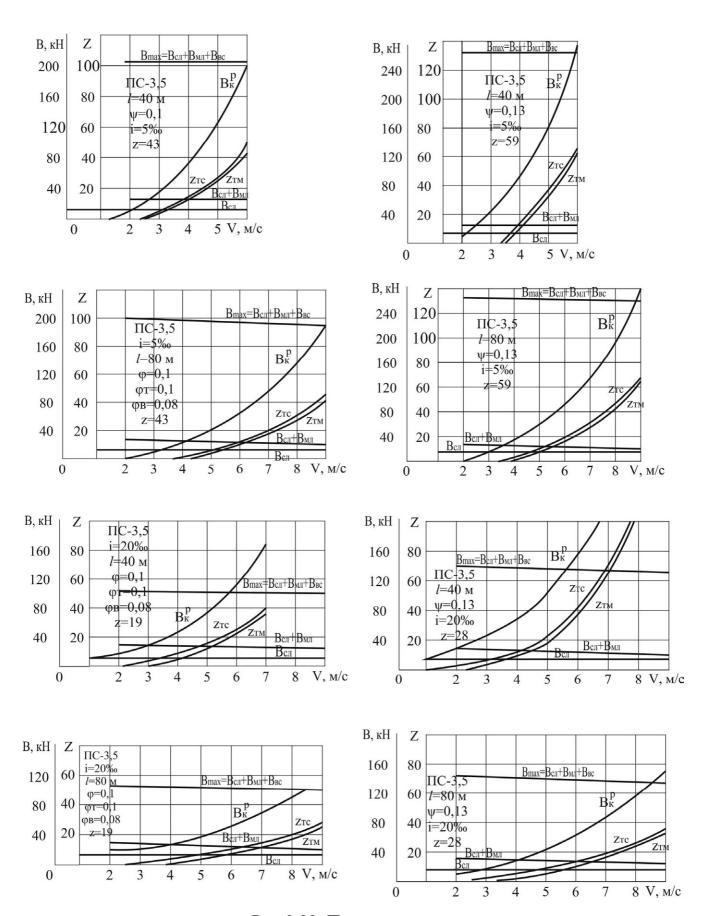


Рис 2.22. Продолжение

Результаты расчетов показателей тяги и торможения подвижного состава представлены в табл. 2.3.

При этом суммарная мощность часового режима (кВт) электровозов АМ8, АРП10, АРП14, К10, К14 составляет соответственно: 22, 25, 47, 62, 90. Масса поезда по сцеплению имеет наибольшие значения и уменьшается по мощности тягового привода и тормозного оборудования, в том числе для К10, К14.

Основные результаты работы

Допустимая скорость движения грузовых поездов по условиям торможения с увеличением уклона рельсового пути снижается. Так, на уклонах пути до 20 ‰ при торможении колодочно-колесным тормозом локомотива допустимая скорость движения по условию торможения на тормозном пути 40 м уменьшается от 2,1 до 1,3 м/с. На уклонах пути 20 ‰ и более, когда торможение осуществляется силами сцепления колесных пар с рельсами, остановить поезд тормозной системой локомотива на тормозном пути 40 и 80 м невозможно ( $V_{\partial on} \leq 0$ ). Усиление тормозной системы локомотива рельсовыми тормозами позволяет выполнять откатку на уклонах до 50 ‰, при этом скорость движения допускается от 1,8 до 1,5 м/с.

При уменьшении коэффициента сцепления электровоза на одном и том же профиле пути допустимое количество вагонеток снижается, но допустимая скорость движения поезда по условию торможения увеличивается.

Применение на грузовых поездах колодочно-колесного и рельсового тормозов на локомотиве позволяет повысить допустимую по торможению скорость движения поезда в 1,5 раза, а применение колодочно-колесных тормозов на локомотиве и прицепной части – в 3 раза. При этом расчетное значение тормозной силы рельсовых тормозов локомотива при  $\psi_m = 0,10$  будет

$$B_{\scriptscriptstyle \rm JM} \approx B_{\scriptscriptstyle \rm CJ}$$
.

Поэтому абсолютное значение тормозной силы локомотива, которое определяется по формуле

$$B_{\scriptscriptstyle \mathrm{K}} = B_{\scriptscriptstyle \mathcal{C}\scriptscriptstyle \mathcal{I}} + B_{\scriptscriptstyle \mathrm{JIM}},$$

и удельное значение тормозной силы поезда  $b_{\kappa}$  удваиваются.

Для пассажирских перевозок масса поезда по условиям тяги и торможения равны. На профиле пути от 5 до 50 ‰ количество вагонов изменяется для локомотива К14 от 22 до 2, допустимая скорость движения по условиям торможения от уклона пути не изменяется. Колодочно-колесного тормоза локомотива достаточно для того, чтобы выполнять откатку со скоростью до 4 м/с при длине тормозного пути 40 м и до 2,8 м/с – при  $l_{\rm T}$ =20 м. Совместное применение колодочно-колесного и рельсового тормозов на локомотиве допускает скорость движения до 6 м/с при  $l_{\rm T}$  = 40 м и до 4 м/с – при  $l_{\rm T}$  = 20 м. Применение тормозной системы на прицепную часть поезда не позволяет достичь максимальной скорости движения 5,6 м/с при условии торможения на длине тормозного пути 20 м. В этом случае необходимо увеличить длину тормозного пути до 40 м или уменьшить массу поезда при  $l_{\rm T}$  = 20 м. В обоих случаях достаточно использовать тормозную систему локомотива, усиленную рельсовыми тормозами.

Результаты вычислительного эксперимента

Режимные параметры		эффективности торможения	-ə:	жомдот втодвЧ жДч ,кин	919	1039	1082	1173	1085	1079	1169	1290	1325	1280	1058	1070	1314	1508	1236	1181	1234	1246	1236	1480	1405
			L	Тормозная Мощность, кВ	4,97	3,74	3,25	2,82	3,48	3,45	4,91	2,58	3,18	3,87	3,60	3,64	1,84	1,81	4,45	2,60	3,70	3,74	2,72	2,96	2,81
	OH MANO CALL		-93	Скорость движ ния, м/с	2,7	1,8	1,5	1,2	1,6	1,6	2,1	1,0	1,2	1,5	1,7	1,7	0,7	0,6	1,8	1,1	1,5	1,5	1,1	1,0	1,0
	The state of	по эффекти	Тормозная нагруженность колодки, т/см <sup>2</sup>		0,20	0,17	0,15	0,13	0,12	0,00	0,61	0,34	0,23	0,12	0,08	0,05	0,07	0,06	0,35	0,21	0,13	0,11	0,08	0,08	0,06
		П	Масса поезда по торможению, т		45	39	35	30	24	21	143	81	53	28	19	12	16	15	81	20	31	25	19	19	15
	пыс пара		Работа торможе- кПж, кПж			1038	1092	1173	1014	1147	1169	1780	2251	2550	2550	2570	2550	2469	1236	1549	1718	1920	2010	1968	1925
	I CANTIN		Тормозная мощность, кВт		4,97	5,61	6,10	6,34	6,54	6,48	4,91	6,12	5,40	2,04	1,5	5,14	0,51	5,92	4,45	4,34	5,74	3,84	1,64	5,51	3,85
	C III	тяге	Скорость движе-			2,7	2,8	2,7	3,2	3,4	2,1	1,7	1,2	0,4	0,3	1,0	0,1	1,2	1,8	1,4	1,6	1,0	0,4	1,4	1,0
	1	ПО	Тормозная нагруженность колодки, т/см <sup>2</sup>			0,17	0,15	0,13	0,12	0,00	0,61	0,51	0,42	0,36	0,28	0,21	0,18	0,15	0,35	0,29	0,21	0,18	0,16	0,12	0,11
			гоезда, т	по нагреву двигателей	45	39	35	30	24	21	143	118	66	84	9	20	43	34	81	89	20	43	37	28	25
			Масса поезда	по сцеплению	70	51	46	39	33	30	143	118	66	84	75	62	99	50	81	89	59	20	43	37	34
Уклон пути, ‰					25	30	35	40	45	20	15	20	25	30	35	40	45	50	20	25	30	35	40	45	50
	1	вя	МТ(	Тип локомо	AM-8						K14								K10						

Число тормозных единиц поезда можно определить для конкретных условий эксплуатации и принятой скорости движения поезда (скорость начала торможения  $V_{\rm H}$ ), которая не должна превышать допустимую скорость движения  $V_{\rm доп}$ . Так, при i=5 ‰,  $\psi=0.1$ ,  $l_T=40$  м, z=36 (ВД 3,3),  $V_{\rm доп}=5.8$  м/с для  $V_{\rm H}=5.0$  м/с необходимо оборудовать тормозами 60 % массы поезда ( $z_{\rm TC}=20$ ), а для таких же условий при  $l_T=80$  м, z=49-16 % ( $z_{\rm TC}=8$ ).

Выполненными исследованиями установлено, что показатели назначения подвижного состава рельсового транспорта шахт позволяют применять локомотивную откатку на уклонах рельсового пути до 0,050 включительно. При уклонах пути 0,065 и более движение одиночного локомотива по условиям тяги невозможно. При уклонах пути более 0,025 масса состава по условию тяги снижается до величины массы локомотива.

Производительность откатки на тяжелом профиле пути снижается в результате ограничения допустимой скорости движения по торможению колодочно-колесным тормозом локомотива. На уклонах пути 0,020 и более тормозной системой локомотива поезд остановить невозможно на тормозном пути 40 м, что требует снижения массы поезда.

Размещение тормозных механизмов на подвижном составе прицепной части поезда позволяет снять ограничения производительности откатки по условиям торможения. Применение рельсовых тормозов на локомотиве является частным решением задачи торможения для поездов небольшой грузоподъемности и позволяет удвоить тормозную силу локомотива и приблизить удельное значение тормозной силы груженого поезда к удельному сопротивлению движения подвижного состава.

Результаты исследования позволяют сделать выводы, которые являются общими для любого вида подвижного состава шахт. Получена область применения локомотивной откатки на тяжелом профиле пути в зависимости от тормозной эффективности шахтных поездов.

Массы поездов, абсолютные значения тормозных сил по сцеплению поездов с разными типами локомотивов являются кратными отношению сцепных масс локомотивов. Удельные значения тормозных сил, тормозные замедления, допустимые по условиям торможения скорости движения поездов приблизительно равны при прочих равных условиях.

Массы поезда по условиям тяги и торможения не равны при номинальной скорости движения поезда. Ограничение массы поезда по торможениям вызвано нормативными значениями эффективности торможения.

Технический уровень подвижного состава рельсового транспорта шахт по эффективности торможения ниже, чем по эффективности тяги, что требует снижения массы или скорости движения поезда.

Таким образом, разработаны измерительный и расчетный методы определения показателей качества для оценки технического уровня подвижного состава шахтного рельсового транспорта по эффективности торможения [155].

Проектирование серийных электровозов выполнено неверно. При увеличении сцепной массы электровозов необходимо повышать мощность

тяговых двигателей (коэффициент тяги), емкость аккумуляторных батарей и мощность тормозного оборудования соответственно, чтобы не было ограничений массы поезда.

#### **2.8.** Выводы

Тормоз обладает видом структурной неопределенности по количеству и составу входных переменных в моделях зависимости силы (коэффициента) Для выходных переменных. адаптивного управления неустойчивые идентификации состояний тормоза исключить позволяет применение всех видов статистического анализа: дисперсионного, корреляционного, регрессионного, дискриминантного. Регрессионная модель коэффициента трения тормоза шахтных определяется нагрузочным и скоростным режимами и обладает существенной нестабильностью от влияния скорости движения. Тормозная мощность при скорости начала торможения на остановку 3 м/с уменьшается в 2 раза, при 5 м/с в 3 раза, при изменении тормозного нажатия и скорости движения – в 11 раз.

Тормозная передача кинематически относится к неассуровым группам отрицательного порядка. Тормоз обладает нестабильностью входных и выходных характеристик трения и эффективности торможения. Тормоз является адаптивным механизмом с переменной структурой, в состав кинематической цепи которой наряду с жесткими звеньями должны входить гибкие, гидравлические, пневматические, электрические (АБС) или иные звенья другой физической природы в качестве адаптирующих связей для условий взаимодействия колодки и колеса на относительном их перемещении в зависимости от параметров рабочего процесса трения.

Конструктивные связи тормозной колодки определяются расчетной схемой сложения сил в тормозном механизме и учитывают заклинивание, износ, толщину, длину, углы понижения и подвешивания колодки. При этом структура и параметры динамической модели тормоза не меняются при плоском и криволинейном контактах поверхностей трения в тормозном механизме. При криволинейной модели контакта необходимо учитывать фактическое распределение давления сил на рабочей поверхности по длине колодки.

Вычислительный алгоритм моделирования тяги и движения шахтных поездов имеет оптимальную последовательность, так как при этом необходимо последовательным расчетом решать обе задачи теории тяги: 1) найти массу поезда для нормативных по сцеплению, емкости тяговой батареи параметров тяги и торможения, значений профиля пути; 2) для заданной массы поезда найти управляемое движение при соблюдении скорости движения или длины тормозного пути. При торможении колодочно-колесным тормозом локомотива поезд имеет неравнозамедленное движение, при одновременном включении с электродинамическим тормозом электровоза движение приближается к равнозамедленному.

Повышение эффективности торможения колодочным тормозом требует регулирования тормозного нажатия по скорости движения локомотива или применения фрикционных пар тормоза со стабильными характеристиками, на которые не влияет скорость движения. Коэффициент полезного действия тормоза шахтных локомотивов не превышает 70 % при номинальном значении тормозного нажатия 7 кH, является интегральной оценкой использования сцепной массы локомотива при торможении на остановку шахтных поездов.

Показатели назначения шахтного подвижного состава по эффективности тяги и торможения не равны при номинальной скорости движения поезда. Технический уровень подвижного состава по эффективности торможения ниже, чем по тяге. При этом с повышением скорости движения показатели качества колодочно-колесного тормоза снижаются, тормоз недоиспользует на интенсивных режимах торможения до 53 % сцепного веса локомотива, при повышении тормозной нагруженности в начале торможения наступает параметрический отказ в результате срыва сцепления тормозных колес локомотива.

Выполнена классификация состояния подвижного состава по показателям тяги и торможения. Фактически в этом случае задача идентификации состояния управляемого движения шахтных поездов представляет задачу классификации, в которой из двух совокупностей показателей необходимо построить классификационное правило, позволяющее установить технический уровень подвижного состава по принадлежности к одной из этих совокупностей.

#### РАЗДЕЛ 3

### РАЗРАБОТКА ДИНАМИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ ТОРМОЗНОГО МЕХАНИЗМА С УЧЕТОМ ДИСКРЕТНОСТИ ФРИКЦИОННОГО КОНТАКТА

#### 3.1. Разработка расчетной схемы тормозного механизма

Имеется ряд теорий, объясняющих причину наблюдаемой разницы между статическим и кинетическим трением, вместе с тем единое мнение относительно механизма, лежащего в основе этого явления, отсутствует [22].

В ранних работах [156, 157], посвященных исследованию фрикционных автоколебаний, в качестве основных причин такой разности рассматривались падение силы трения скольжения при увеличении относительной скорости скольжения и рост сил трения покоя в зависимости от продолжительности контакта при соприкасающихся неподвижного совместном движении поверхностей. Позднее были проведены многочисленные экспериментальные исследования [106, 107], подтверждающие гипотезу, что основной причиной между статическим кинетическим трением И поверхностей являются колебания тел в плоскости, перпендикулярной к скольжения. И предложен ряд математических описывающих возникновение и взаимодействие нормальных и тангенциальных автоколебаний.

В работе [158] возникновение нормальных колебаний объясняется контактирующих столкновением микронеровностей поверхностей взаимных тангенциальных смещениях. В [159] на основе модели, в которой наличие феноменологической нелинейной вязко-упругой предполагалось между сближением тел и силой контакта, зависимости классическая система: ползун, скользящий с трением по движущейся ленте транспортера, растягивает горизонтальную пружину. Рассмотренная система допускала перемещения ползуна в двух направлениях (вертикальном и горизонтальном). В результате численного моделирования установлено, что возможно наблюдать автоколебания ползуна и при отсутствии локального максимума, соответствующего трению покоя. В работе [160] в явном виде рассмотрение функции, описывающие вводятся шероховатость контактирующих поверхностей, и на основе результатов вычислительного эксперимента сделан вывод, что учет шероховатостей поверхностей и вертикальных колебаний ползуна позволил установить возможность реализации фрикционных автоколебаний в чисто упругой системе, в которой не вводится искусственная разница между статическим и предложена математическая коэффициентами трения. В [161] фрикционных колебаний, обусловленных деформированием шероховатостей контактирующих поверхностей, трение между которыми описывается законом разработан вычислительный алгоритм ДЛЯ нормальных колебаний взаимодействия тангенциальных установления. Взаимодействие нормальных и тангенциальных фрикционных колебаний колодки колесного тормоза подвижного состава рельсового

транспорта шахт при наличии конструктивных связей исследовано в работе [162]. В качестве динамической модели рассмотрена простейшая система с двумя степенями свободы. В результате вычислительных экспериментов установлено, что в рассматриваемой системе возможно возникновение фрикционных автоколебаний при отсутствии разницы между статическим и динамическим коэффициентами трения.

качестве расчетной схемы тормоза рассмотрим простейшую колебательную систему с двумя степенями свободы (рис. 3.1), состоящую из колодки массой m, скользящей по колесу радиуса R, вращающемуся с постоянной угловой скоростью  $\omega$ , и упругодемпфирующего элемента Фойхта, жесткость и коэффициент вязкости которого обозначим c и b соответственно. Кривизной поверхностей колодки и колеса будем пренебрегать. К колодке приложено внешнее постоянное усилие Q, прижимающее ее к колесу. Номинальная площадка контакта колодки И колеса имеет прямоугольника со сторонами 2а и е. Область фактического контактного взаимодействия дискретна и состоит из совокупности пятен контакта. Причиной возникновения дискретности контакта является шероховатость контактирующих поверхностей.

Упругодемпфирующий элемент моделирует конструктивную связь тормозного механизма, действующую в направлении под углом  $\alpha \le 90^{0}$  к плоскости трения. Отметим, что именно наличие в рассматриваемой модели такой связи приводит к координатной взаимосвязи нормальных и тангенциальных колебаний колодки.

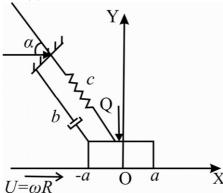


Рис. 3.1. Расчетная схема динамической модели тормозного механизма

#### 3.2. Разработка математической модели тормозного механизма

Введем абсолютную систему координат *ОХУ* таким образом, что направление оси *ОХ* совпадает с направлением тангенциальных колебаний колодки, а направление оси *ОУ* – с направлением её нормальных колебаний. Положение колодки определяется её координатами  $\{x(t), y(t)\}$ . Введем также две локальные координат системы  $O_s\xi_s\eta_s$ , s=1,2 для колодки и колеса соответственно.

Считается, что колодка и колесо абсолютно жесткие, однако каждая контактирующая поверхность покрыта деформируемым шероховатым слоем, состоящим из линейно-упругих пружин одинаковой жесткости k различной

высоты. В локальных системах координат  $O_s \xi_s \eta_s$ , s = 1, 2 шероховатые поверхности колодки и колеса описываются соответственно функциями:

$$f_1(\xi_1) = \sum_{i=1}^{N_1} g_i^{(1)} \sin(\omega_i^{(1)} \xi_1);$$
 (3.1)

$$f_2(\xi_2) = \sum_{i=1}^{N_2} g_i^{(2)} \sin(\omega_i^{(2)} \xi_2), \qquad (3.2)$$

где  $g_i^{(1)}$ ,  $\omega_i^{(1)}$ , i — коэффициенты, описывающие шероховатую поверхность колодки,  $i=\overline{1,N_1}$ ;  $g_i^{(2)}$ ,  $\omega_i^{(2)}$ , i — коэффициенты, описывающие шероховатую поверхность колеса,  $i=\overline{1,N_2}$ .

В процессе относительного движения колодки и колеса происходит смятие микронеровностей. В первом приближении нормальную компоненту локальных сил взаимодействия микронеровностей будем считать пропорциональной величине их взаимного перекрытия. Тогда нормальная компонента  $F_y$  усилия контактного взаимодействия колодки и колеса вычисляется следующим образом:

$$F_{y}(x,y) = \int_{-a}^{a} ke(f_{2}(\xi + x - Ut) - f_{1}(\xi) - y)H(f_{2}(\xi + x - Ut) - f_{1}(\xi) - y)d\xi, \quad (3.3)$$

где H(s) – функция Хевисайда [163], определяемая как

$$H(s) = \begin{cases} 1, & ecnu \quad s > 0; \\ 0, & ecnu \quad s \le 0. \end{cases}$$
 (3.4)

Трение между контактирующими поверхностями описывается одночленным законом Амонтона, который запишем в следующей форме:

$$|F_x| \le \varphi F_y; \tag{3.5}$$

$$|F_x| < \varphi F_y \qquad \Rightarrow \qquad \dot{x} = U \; ; \tag{3.6}$$

$$|F_x| = \varphi F_y \qquad \Rightarrow \qquad \frac{F_x}{|F_x|} = -\frac{\dot{x} - U}{|\dot{x} - U|},$$
 (3.7)

где  $F_x$  — сила трения;  $\varphi$  — коэффициент трения; U — скорость движения поверхности колеса,  $U=\omega\!R$  .

Отметим, что соотношение (3.6) выполняется при сцеплении колодки и колеса, а соотношение (3.7) – при их взаимном скольжении.

Особенностью закона трения (3.5) - (3.7) является его «пороговый» характер: взаимное скольжение начинается не при любом значении  $F_x$ , а лишь при достижении силой трения определенного порога, равного  $\phi F_y$ . Отмеченная особенность значительно усложняет построение решений рассматриваемого класса задач. Поэтому в работах [160, 163] вводились дополнительные

упрощения, в частности, снятие порога (3.6) по началу скольжения приводило к закону «жидкого» трения, по существу – к гидродинамической модели, в которой всегда

$$|F_x| = \varphi F_y. \tag{3.8}$$

Таким образом, динамическое поведение рассматриваемой системы описывается следующей системой уравнений:

$$m\ddot{x} + (b\dot{x} + cx)\beta_{cc} - (b\dot{y} + cy)\beta_{cs} - F_{x} = 0;$$
 (3.9)

$$m\ddot{y} + (b\dot{y} + cy)\beta_{ss} - (b\dot{x} + cx)\beta_{cs} - F_{y} + Q = 0,$$
 (3.10)

где  $\beta_{cc} = \cos^2 \alpha$ ;  $\beta_{ss} = \sin^2 \alpha$ ;  $\beta_{cs} = \cos \alpha \sin \alpha$ .

Учитывая, что для моделирования фрикционных колебаний используется метод установления, начальные условия примем следующими:

$$x(0) = 0, \quad \dot{x}(0) = 0;$$
 (3.11)

$$y(0) = 0, \quad \dot{y}(0) = 0.$$
 (3.12)

Задача состоит в определении закона движения колодки  $\{x(t), y(t)\}$  с учетом связанности тангенциальных и нормальных колебаний.

# 3.3. Применение вариационного метода к решению нелинейной динамической задачи с трением

Для разработки вычислительного алгоритма решения сформулированной выше динамической задачи с трением используется вариационный подход [164 – 166]. Пусть  $\{u,v\}$  – возможные перемещения колодки;  $\{\delta x, \delta y\} = \{u-x, v-y\}$  – вариации компонент перемещений колодки;  $\{\delta \dot{x}, \delta \dot{y}\} = \{\dot{u} - \dot{x}, \dot{v} - \dot{y}\}$  – вариации компонент скорости колодки. Сложим уравнения (3.9) и (3.10), умноженные на соответствующие вариации компонент скорости. В результате получим

$$(m\ddot{x} + (b\dot{x} + cx)\beta_{cc} - (b\dot{y} + cy)\beta_{cs} - F_x)(\dot{u} - \dot{x}) + + (m\ddot{y} + (b\dot{y} + cy)\beta_{ss} - (b\dot{x} + cx)\beta_{cs} - F_y + Q)(\dot{v} - \dot{y}) = 0.$$
(3.13)

Соотношение (3.13) выражает принцип возможных мощностей для рассматриваемой системы.

Представим последнее из равенств (3.7) в виде

$$F_x |\dot{x} - U| + |F_x| (\dot{x} - U) = 0.$$
 (3.14)

Соотношение (3.14) выполняется и при сцеплении колодки с колесом, поскольку в этом случае  $\dot{x} = U$ . Временно предположим, что скорость  $\dot{u}$  также удовлетворяет условию (3.14). Вычитанием находим, что

$$F_{x}(|\dot{u} - U| - |\dot{x} - U|) + |F_{x}|(\dot{u} - \dot{x}) = 0.$$
(3.15)

Следовательно,

$$F_{x}(\dot{u} - \dot{x}) = -|F_{x}|(|\dot{u} - U| - |\dot{x} - U|). \tag{3.16}$$

Правая часть полученного равенства оценивается снизу величиной

$$-\varphi F_{v}(|\dot{u}-U|-|\dot{x}-U|). \tag{3.17}$$

В самом деле, если даже  $|F_x| = \varphi F_y$ , то имеет место равенство; если же  $|F_x| < \varphi F_y$ , то  $\dot{x} = U$  и правая часть формулы (3.16) положительна, следовательно,

$$F_{x}(\dot{u} - \dot{x}) \ge -\varphi F_{y}(|\dot{u} - U| - |\dot{x} - U|).$$
 (3.18)

Докажем теперь, что оценка (3.18) имеет место для произвольной возможной скорости  $\dot{u}$ . С этой целью изучим знак выражения

$$A = F_{x}(\dot{u} - \dot{x}) + \varphi F_{y}(|\dot{u} - U| - |\dot{x} - U|). \tag{3.19}$$

Заметим, прежде всего, что при  $|F_x| < \varphi F_y$  выполняется  $\dot{x} = U$  ; следовательно, в этом случае

$$A = F_{r}(\dot{u} - U) + \varphi F_{v} |\dot{u} - U| \ge F_{r}(\dot{u} - U) + |F_{r}| |\dot{u} - U| \ge 0, \quad \forall \dot{u}. \tag{3.20}$$

Если же  $|F_x| = \varphi F_y$ , то

$$A = F_x(\dot{u} - U) - F_x(\dot{u} - U) + |F_x||\dot{u} - U| - |F_x||\dot{u} - U|. \tag{3.21}$$

С учетом (3.14), получим

$$A = F_{r}(\dot{u} - U) + |F_{r}||\dot{u} - U| \ge 0, \tag{3.22}$$

что и требовалось доказать.

Таким образом, с учетом оценки (3.18), решение  $\{x,y\}$  системы уравнений (3.9) – (3.10) удовлетворяет неравенству

$$(m\ddot{x} + (b\dot{x} + cx)\beta_{cc} - (b\dot{y} + cy)\beta_{cs})(\dot{u} - \dot{x}) + \varphi F_{y}(x, y)(|\dot{u} - U| - |\dot{x} - U|) + + (m\ddot{y} + (b\dot{y} + cy)\beta_{ss} - (b\dot{x} + cx)\beta_{cs} - F_{y}(x, y) + Q)(\dot{v} - \dot{y}) \ge 0, \quad \forall \{u, v\}. \quad (3.23)$$

Используя терминологию, введенную в работах Ж.-Л. Лионса и его учеников [167], неравенство (3.23) можно отнести к типу квазивариационных вследствие того, что нормальное усилие  $F_y$ , определяемое по формуле (3.3), зависит от перемещений колодки  $\{x(t), y(t)\}$ .

# 3.4. Разработка вычислительных алгоритмов моделирования колебательных процессов фрикционного контакта

Произведем дискретизацию вариационной задачи (3.23). Разобьём временную ось на равные отрезки  $[t^{n-1}, t^n]$ , (n = 1, 2, ...). Длину этих отрезков обозначим через h. Далее под  $\{x^n, y^n\}$  будем понимать приближенное значение  $\{x(t),y(t)\}$  в момент времени  $t^n$ . Формулы интегрирования для рассматриваемых ниже методов получены путем подстановки квазивариационное неравенство (3.23) выражений для скоростей и ускорений в рассматриваемый момент времени через перемещение, соответствующее моменту времени, и перемещения, скорости вычисленные на предыдущих шагах интегрирования:

$$\dot{x}^{n+1} = \alpha^{(1)} x^{n+1} + \sum_{i=0}^{I} (\alpha_i^{(1)} x + \alpha_i^{(2)} \dot{x}^{n-i} + \alpha_i^{(3)} \ddot{x}^{n-i});$$
(3.24)

$$\ddot{x}^{n+1} = \beta^{(1)} x^{n+1} - \sum_{i=0}^{I} (\beta_i^{(1)} x - \beta_i^{(2)} \dot{x}^{n-i} - \beta_i^{(3)} \ddot{x}^{n-i}), \tag{3.25}$$

$$\dot{y}^{n+1} = \alpha^{(1)} y^{n+1} + \sum_{i=0}^{I} (\alpha_i^{(1)} y + \alpha_i^{(2)} \dot{y}^{n-i} + \alpha_i^{(3)} \ddot{y}^{n-i});$$
 (3.26)

$$\ddot{y}^{n+1} = \beta^{(1)} y^{n+1} - \sum_{i=0}^{I} (\beta_i^{(1)} y - \beta_i^{(2)} \dot{y}^{n-i} - \beta_i^{(3)} \ddot{y}^{n-i}), \qquad (3.27)$$

где  $\pmb{\alpha}_i^{(j)},\; \pmb{\beta}_i^{(j)}$  – коэффициенты, определяемые величиной h .

### 3.4.1. Трехслойные разностные схемы

При использовании для интегрирования по времени квазивариационного неравенства (3.23) трехслойной схемы с весами [168] получим:

$$\left(m\frac{x^{n+1}-2x^{n}+x^{n-1}}{h^{2}}+b\beta_{cc}\frac{x^{n+1}-x^{n-1}}{2h}+c\beta_{cc}(\theta_{1}x^{n+1}+\theta_{2}x^{n}+\theta_{3}x^{n-1})+\right.$$

$$\left.+\left(m\frac{y^{n+1}-2y^{n}+y^{n-1}}{h^{2}}+b\beta_{ss}\frac{y^{n+1}-y^{n-1}}{2h}+c\beta_{ss}(\theta_{1}y^{n+1}+\theta_{2}y^{n}+\theta_{3}y^{n-1})-\right.$$

$$\left.-b\beta_{cs}\frac{x^{n+1}-x^{n-1}}{2h}-c\beta_{cs}(\theta_{1}x^{n+1}+\theta_{2}x^{n}+\theta_{3}x^{n-1})-F_{y}^{n}+\widetilde{Q}^{n}\right)\left(\dot{v}-\frac{y^{n+1}-y^{n-1}}{2h}\right)+\right.$$

$$\left.+\varphi\widetilde{F}_{y}^{n}\left|\dot{u}-U\right|-\varphi\widetilde{F}_{y}^{n}\left|\frac{x^{n+1}-x^{n-1}}{2h}-U\right|\geq0,\ \forall\{u,v\}\ ,\ n=2,3,...,$$

$$(3.28)$$

где

$$\tilde{F}_{y}^{n} = F_{y} \Big( \theta_{1} x^{n+1} + \theta_{2} x^{n} + \theta_{3} x^{n-1}, \theta_{1} y^{n+1} + \theta_{2} y^{n} + \theta_{3} y^{n-1} \Big); \tag{3.29}$$

$$\tilde{Q}^{n} = \theta_{1} Q^{n+1} + \theta_{2} Q^{n} + \theta_{3} Q^{n-1}; \tag{3.30}$$

$$\theta_1 + \theta_2 + \theta_3 = 1; \tag{3.31}$$

$$x^0 = x^1 = 0; \quad y^0 = y^1 = 0.$$
 (3.32)

Введем обозначения:

$$d^{n+1} = \frac{x^{n+1} - x^{n-1}}{2h}; (3.33)$$

$$e^{n+1} = \frac{y^{n+1} - y^{n-1}}{2h}; (3.34)$$

$$\delta^{n+1} = \frac{x^{n+1} - x^n}{h}; \tag{3.35}$$

$$\gamma^{n+1} = \frac{y^{n+1} - y^n}{h} \,. \tag{3.36}$$

Тогда схему (3.28) можно записать следующим образом:

$$\begin{split} &\left(2m(d^{n+1}-\delta^{n})/h + b\beta_{cc}d^{n+1} + c\beta_{cc}\left(2h\theta_{1}d^{n+1} + \theta_{2}x^{n} + (\theta_{3}+\theta_{1})x^{n-1}\right) - \\ &- b\beta_{cs}e^{n+1} - c\beta_{cs}\left(2h\theta_{1}e^{n+1} + \theta_{2}y^{n} + (\theta_{3}+\theta_{1})y^{n-1}\right)\right)\left(\dot{u} - d^{n+1}\right) + \\ &+ \left(2m(e^{n+1}-\gamma^{n})/h + b\beta_{ss}e^{n+1} + c\beta_{ss}\left(2h\theta_{1}e^{n+1} + \theta_{2}y^{n} + (\theta_{3}+\theta_{1})y^{n-1}\right)\right) - \\ &- b\beta_{cc}d^{n+1} + c\beta_{cc}\left(2h\theta_{1}d^{n+1} + \theta_{2}x^{n} + (\theta_{3}+\theta_{1})x^{n-1}\right) - F_{y}^{n} + \widetilde{Q}^{n}\left(\dot{v} - e^{n+1}\right) + \\ &+ \varphi F_{y}^{n+1}\left|\dot{u} - U\right| - \varphi F_{y}^{n+1}\left|d^{n+1} - U\right| \ge 0, \ \forall \{u,v\}, \ n = 2,3,... \end{split}$$

где

$$\tilde{F}_{y}^{n+1} = F_{y} \Big( 2h\theta_{1}d^{n+1} + \theta_{2}x^{n} + (\theta_{3} - \theta_{1})x^{n-1}, 2h\theta_{1}e^{n+1} + \theta_{2}y^{n} + (\theta_{3} - \theta_{1})y^{n-1} \Big). \tag{3.38}$$

Для решения квазивариационного неравенства (3.37) используется итерационный процесс (k – номер итерации):

$$\begin{split} &\left(2m(d_{(k+1)}^{n+1}-\delta^{n})/h+b\beta_{cc}d_{(k+1)}^{n+1}+c\beta_{cc}\left(2h\theta_{1}d_{(k+1)}^{n+1}+\theta_{2}x^{n}+(\theta_{3}+\theta_{1})x^{n-1}\right)-\right.\\ &\left.-b\beta_{cs}e_{(k+1)}^{n+1}-c\beta_{cs}\left(2h\theta_{1}e_{(k+1)}^{n+1}+\theta_{2}y^{n}+(\theta_{3}+\theta_{1})y^{n-1}\right)\!\!\left(\dot{u}-d_{(k+1)}^{n+1}\right)\!+\right.\\ &\left.+\left(2m(e_{(k+1)}^{n+1}-\gamma^{n})/h+b\beta_{ss}e_{(k+1)}^{n+1}+c\beta_{ss}\left(2h\theta_{1}e_{(k+1)}^{n+1}+\theta_{2}y^{n}+(\theta_{3}+\theta_{1})y^{n-1}\right)\!\!\right)\!-\right.\\ &\left.-b\beta_{cc}d_{(k+1)}^{n+1}-c\beta_{cc}\left(2h\theta_{1}d_{(k+1)}^{n+1}+\theta_{2}x^{n}+(\theta_{3}+\theta_{1})x^{n-1}\right)\!-\widetilde{F}_{y,(k)}^{n}+\widetilde{Q}^{n}\left(\dot{v}-e_{(k+1)}^{n+1}\right)\!+\right.\\ &\left.+\varphi\widetilde{F}_{y,(k)}^{n}\left|\dot{u}-U\right|-\varphi\widetilde{F}_{y,(k)}^{n}\left|d_{(k+1)}^{n+1}-U\right|\geq0,\;\forall\{u,v\},\;n=2,3,...,\;k=1,2,...,\;(3.39)\right. \end{split}$$

где

$$\widetilde{F}_{v,(k)}^{n} = F_{v} \Big( 2h\theta_{1} d_{(k)}^{n+1} + \theta_{2} x^{n} + (\theta_{3} - \theta_{1}) x^{n-1}, 2h\theta_{1} e_{(k)}^{n+1} + \theta_{2} y^{n} + (\theta_{3} - \theta_{1}) y^{n-1} \Big). \tag{3.40}$$

Нетрудно видеть, что если итерационный процесс (3.39) сходится, то предел последовательности  $\{d_{(k)}^{n+1}, e_{(k)}^{n+1}\}$  является решением квазивариационного неравенства (3.37). Используя результаты работы [166], можно показать, что итерационный процесс (3.39) сходится при любом выборе начального приближения и ограничения сверху на величину коэффициента трения.

В качестве начального приближения в итерационном процессе (3.39) целесообразно принимать

$$d_{(0)}^{n+1} = d^n; (3.41)$$

$$e_{(0)}^{n+1} = e^n. (3.42)$$

Неравенство (3.39) является вариационным. Используя результаты работы [168], можно показать, что на каждой итерации решение вариационного неравенства (3.39) приводится к решению задачи минимизации следующей функции двух переменных:

$$J_1(d,e) = \frac{1}{2}a_{11}d^2 + a_{12}de + \frac{1}{2}a_{22}e^2 - g_1d - g_2e + g_0|d - u|, \qquad (3.43)$$

где

$$a_{11} = \frac{2m}{h} + b\beta_{cc} + 2c\beta_{cc}h\theta_1; \tag{3.44}$$

$$a_{12} = -\beta_{cs}(b + 2ch\theta_1);$$
 (3.45)

$$a_{22} = \frac{2m}{h} + b\beta_{ss} + 2c\beta_{ss}h\theta_1; (3.46)$$

$$a_{21} = a_{12}; (3.47)$$

$$g_1 = 2m\delta^n / h - c\beta_{cc} (\theta_2 x^n + (\theta_3 + \theta_1) x^{n-1}) +$$

$$+c\beta_{cs}\left(\theta_2 y^n + (\theta_3 + \theta_1) y^{n-1}\right); \tag{3.48}$$

$$g_2 = 2m\gamma^n / h - c\beta_{ss} \left(\theta_2 y^n + (\theta_3 + \theta_1) y^{n-1}\right) +$$

$$+c\beta_{cs}(\theta_2 x^n + (\theta_3 + \theta_1) x^{n-1}) + \tilde{F}_{v,(k)}^n - \tilde{Q}^n;$$
 (3.49)

$$g_0 = \varphi \widetilde{F}_{v,(k)}^n. \tag{3.50}$$

Решение задачи минимизации функции  $J_1(d,e)$  можно записать в явном виде:

$$-$$
если  $(g_1a_{22}-g_2a_{12}-g_0a_{22})/\,a>\!U$  , то

$$d = (g_1 a_{22} - g_2 a_{12} - g_0 a_{22}) / a, (3.51)$$

$$e = (g_2 a_{11} - g_1 a_{21} + g_0 a_{21})/a, (3.52)$$

$$-$$
если  $(g_1a_{22}-g_2a_{12}+g_0a_{22})/a\!<\!U$  , то

$$d = (g_1 a_{22} - g_2 a_{12} + g_0 a_{22})/a,$$

$$e = (g_2 a_{11} - g_1 a_{21} - g_0 a_{21}) / a, (3.53)$$

иначе

$$d = U, (3.54)$$

$$e = (g_2 - a_{21}U)/a_{22}, (3.55)$$

где  $a = a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21}$ .

#### 3.4.2. Двухслойные разностные схемы

При использовании для интегрирования по времени квазивариационного неравенства (3.23) двухслойных схем получим:

$$\left(m\frac{p^{n+1}-p^{n}}{h}+b\beta_{cc}\left(\theta_{1}p^{n+1}+(1-\theta_{1})p^{n}\right)+c\beta_{cc}\left(\theta_{1}x^{n+1}+(1-\theta_{1})x^{n}\right)-\right. \\
\left.-b\beta_{cs}\left(\theta_{1}q^{n+1}+(1-\theta_{1})q^{n}\right)-c\beta_{cs}\left(\theta_{1}y^{n+1}+(1-\theta_{1})y^{n}\right)\right)\left(s-p^{n+1}\right)+\right. \\
\left.+\left(m\frac{q^{n+1}-q^{n}}{h}+b\beta_{ss}\left(\theta_{1}q^{n+1}+(1-\theta_{1})q^{n}\right)+c\beta_{ss}\left(\theta_{1}y^{n+1}+(1-\theta_{1})y^{n}\right)-\right. \\
\left.-b\beta_{cs}\left(\theta_{1}p^{n+1}+(1-\theta_{1})p^{n}\right)-c\beta_{cs}\left(\theta_{1}x^{n+1}+(1-\theta_{1})x^{n}\right)-F_{y}^{n+\theta}+Q^{n+\theta}\right)\left(w-q^{n+1}\right)+\right. \\
\left.+\varphi F_{y}^{n+\theta}\left|s-U\right|-\varphi F_{y}^{n+\theta}\left|p^{n+1}-U\right|\geq0,\quad\forall\{s,w\},\quad n=2,3,...,\qquad (3.56)\right. \\
\frac{x^{n+1}-x^{n}}{h}=\theta_{2}p^{n+1}+(1-\theta_{2})p^{n},\qquad (3.57)\right. \\
\frac{y^{n+1}-y^{n}}{h}=\theta_{2}q^{n+1}+(1-\theta_{2})q^{n},\qquad (3.58)$$

где  $\{p^n, q^n\} = \{\dot{x}^n, \dot{y}^n\}$  – компоненты скорости в момент времени  $t^n$ ;

$$F_{y}^{n+\theta} = F_{y} \Big( \theta_{1} x^{n+1} + (1 - \theta_{1}) x^{n}, \, \theta_{1} y^{n+1} + (1 - \theta_{1}) y^{n} \Big); \tag{3.59}$$

$$Q^{n+\theta} = (\theta_1 Q^{n+1} + (1 - \theta_1) Q^n). \tag{3.60}$$

Соотношения (3.56) — (3.58) представляют собой систему квазивариационного неравенства и двух алгебраических уравнений. Начальные условия для системы (3.56) — (3.58) будем выбирать в виде

$$x^0 = p^0 = 0; (3.61)$$

$$y^0 = q^0 = 0. (3.62)$$

Представим уравнения (3.57) – (3.58) в виде

$$x^{n+1} = x^n + h(\theta_2 p^{n+1} + (1 - \theta_2) p^n), \tag{3.63}$$

$$y^{n+1} = y^n + h(\theta_2 q^{n+1} + (1 - \theta_2) q^n)$$
(3.64)

и подставим (3.63) – (3.64) в (3.56). В результате получим квазивариационное неравенство

$$\left(m\frac{p^{n+1}-p^{n}}{h}+\theta_{I}\beta_{cc}p^{n+1}(b+\theta_{2}ch)+\beta_{cc}p^{n}((1-\theta_{I})b+\theta_{I}(1-\theta_{2})ch)+c\beta_{cc}x^{n}-\theta_{I}\beta_{cs}q^{n+1}(b+\theta_{2}ch)-\beta_{cs}q^{n}((1-\theta_{1})b+\theta_{I}(1-\theta_{2})ch)-c\beta_{cs}y^{n})(s-p^{n+1})+\theta_{I}\beta_{cs}q^{n+1}(b+\theta_{2}ch)+\beta_{ss}q^{n}((1-\theta_{1})b+\theta_{I}(1-\theta_{2})ch)+c\beta_{ss}y^{n}-\theta_{I}\beta_{cs}p^{n+1}(b+\theta_{2}ch)-\beta_{cs}p^{n}((1-\theta_{I})b+\theta_{I}(1-\theta_{2})ch)-c\beta_{cs}x^{n}-\theta_{I}\beta_{cs}p^{n+1}(b+\theta_{2}ch)-\beta_{cs}p^{n}((1-\theta_{I})b+\theta_{I}(1-\theta_{2})ch)-c\beta_{cs}x^{n}-\theta_{I}\beta_{cs}p^{n+1}(b+\theta_{2}ch)-\beta_{cs}p^{n}((1-\theta_{I})b+\theta_{I}(1-\theta_{2})ch)-c\beta_{cs}x^{n}-\theta_{I}\beta_{cs}p^{n+1}(b+\theta_{2}ch)-\beta_{cs}p^{n}((1-\theta_{I})b+\theta_{I}(1-\theta_{2})ch)-c\beta_{cs}x^{n}-\theta_{I}\beta_{cs}p^{n+1}(b+\theta_{2}ch)-\beta_{cs}p^{n}((1-\theta_{I})b+\theta_{I}(1-\theta_{2})ch)-c\beta_{cs}x^{n}-\theta_{I}\beta_{cs}p^{n+1}(b+\theta_{2}ch)-\beta_{cs}p^{n}((1-\theta_{I})b+\theta_{I}(1-\theta_{2})ch)-c\beta_{cs}x^{n}-\theta_{I}\beta_{cs}p^{n+1}(b+\theta_{2}ch)-\beta_{cs}p^{n}((1-\theta_{I})b+\theta_{I}(1-\theta_{2})ch)-c\beta_{cs}x^{n}-\theta_{I}\beta_{cs}p^{n+1}(b+\theta_{2}ch)-\beta_{cs}p^{n}((1-\theta_{I})b+\theta_{I}(1-\theta_{2})ch)-c\beta_{cs}x^{n}-\theta_{I}\beta_{cs}p^{n+1}(b+\theta_{2}ch)-\beta_{cs}p^{n}((1-\theta_{I})b+\theta_{I}(1-\theta_{2})ch)-c\beta_{cs}p^{n}((1-\theta_{I})b+\theta_{I}(1-\theta_{2})ch)-c\beta_{cs}p^{n}((1-\theta_{I})b+\theta_{I}(1-\theta_{2})ch)-c\beta_{cs}p^{n}((1-\theta_{I})b+\theta_{I}(1-\theta_{2})ch)-c\beta_{cs}p^{n}((1-\theta_{I})b+\theta_{I}(1-\theta_{2})ch)-c\beta_{cs}p^{n}((1-\theta_{I})b+\theta_{I}(1-\theta_{2})ch)-c\beta_{cs}p^{n}((1-\theta_{I})b+\theta_{I}(1-\theta_{2})ch)-c\beta_{cs}p^{n}((1-\theta_{I})b+\theta_{I}(1-\theta_{2})ch)-c\beta_{cs}p^{n}((1-\theta_{I})b+\theta_{I}(1-\theta_{2})ch)-c\beta_{cs}p^{n}((1-\theta_{I})b+\theta_{I}(1-\theta_{2})ch)-c\beta_{cs}p^{n}((1-\theta_{I})b+\theta_{I}(1-\theta_{2})ch)-c\beta_{cs}p^{n}((1-\theta_{I})b+\theta_{I}(1-\theta_{2})ch)-c\beta_{cs}p^{n}((1-\theta_{I})b+\theta_{I}(1-\theta_{2})ch)-c\beta_{cs}p^{n}((1-\theta_{I})b+\theta_{I}(1-\theta_{2})ch)-c\beta_{cs}p^{n}((1-\theta_{I})b+\theta_{I}(1-\theta_{2})ch)-c\beta_{cs}p^{n}((1-\theta_{I})b+\theta_{I}(1-\theta_{2})ch)-c\beta_{cs}p^{n}((1-\theta_{I})b+\theta_{I}(1-\theta_{2})ch)-c\beta_{cs}p^{n}((1-\theta_{I})b+\theta_{I}(1-\theta_{2})ch)-c\beta_{cs}p^{n}((1-\theta_{I})b+\theta_{I}(1-\theta_{2})ch)-c\beta_{cs}p^{n}((1-\theta_{I})b+\theta_{I}(1-\theta_{2})ch)-c\beta_{cs}p^{n}((1-\theta_{I})b+\theta_{I}(1-\theta_{2})ch)-c\beta_{cs}p^{n}(p^{n}(1-\theta_{I})b+\theta_{I}(1-\theta_{I})b+\theta_{I}(1-\theta_{I})b+\theta_{I}(1-\theta_{I})b+\theta_{I}(1-\theta_{I})b+\theta_{I}(1-\theta_{I})b+\theta_{I}(1-\theta_{I})b+\theta_{I}(1-\theta_{I})b+\theta_{I}(1-\theta_{I})b+\theta_{I}(1-\theta_{I})b+$$

где

$$F_{\nu}^{n+\theta} = F_{\nu} \left( x^{n} + \theta_{1} \theta_{2} p^{n+1} h + \theta_{1} (1 - \theta_{2}) p^{n} h, y^{n} + \theta_{1} \theta_{2} q^{n+1} h + \theta_{1} (1 - \theta_{2}) q^{n} h \right). \tag{3.66}$$

Для решения этого квазивариационного неравенства используется итерационный процесс (k – номер итерации):

$$\left(m\frac{p_{(k+1)}^{n+1} - p^{n}}{h} + \theta_{1}\beta_{cc}p_{(k+1)}^{n+1}(b + \theta_{2}ch) + \beta_{cc}p^{n}((1 - \theta_{1})b + \theta_{1}(1 - \theta_{2})ch) + c\beta_{cc}x^{n} - \theta_{1}\beta_{cs}q_{(k+1)}^{n+1}(b + \theta_{2}ch) - \beta_{cs}q^{n}((1 - \theta_{1})b + \theta_{1}(1 - \theta_{2})ch) - c\beta_{cs}y^{n})(s - p_{(k+1)}^{n+1}) + \left(m\frac{q_{(k+1)}^{n+1} - q^{n}}{h} + \theta_{1}\beta_{ss}q_{(k+1)}^{n+1}(b + \theta_{2}ch) + \beta_{ss}q^{n}((1 - \theta_{1})b + \theta_{1}(1 - \theta_{2})ch) + c\beta_{ss}y^{n} - \theta_{1}\beta_{cs}p_{(k+1)}^{n+1}(b + \theta_{2}ch) - \beta_{cs}p^{n}((1 - \theta_{1})b + \theta_{1}(1 - \theta_{2})ch) - c\beta_{cs}x^{n} - F_{y}^{n+\theta} + Q^{n+\theta})(w - q_{(k+1)}^{n+1}) + \phi F_{y,(k)}^{n+\theta}|s - U| - \phi F_{y,(k)}^{n+\theta}|p_{(k+1)}^{n+1} - U| \ge 0,$$

$$\forall \{s, w\}, n = 2, 3, \dots, k = 1, 2, \dots, (3.67)$$

где

$$F_{y,(k)}^{n+\theta} = F_y \left( x^n + \theta_1 \theta_2 p_{(k)}^{n+1} h + \theta_1 (1 - \theta_2) p^n h, y^n + \theta_1 \theta_2 q_{(k)}^{n+1} h + \theta_1 (1 - \theta_2) q^n h \right).$$
 (3.68)

Нетрудно видеть, что если итерационный процесс (3.67) сходится, то предел последовательности  $\{p_{(k)}^{n+1},q_{(k)}^{n+1}\}$  является решением квазивариационного неравенства (3.65). Используя результаты работы [167], можно показать, что итерационный процесс (3.67) сходится при любом выборе начального приближения и ограничении сверху на величину коэффициента трения.

В качестве начального приближения в итерационном процессе (3.67) целесообразно выбирать величину

$$p_{(0)}^{n+1} = p^n, (3.69)$$

$$q_{(0)}^{n+1} = q^n. (3.70)$$

После определения с помощью итерационного процесса (3.67) значений  $\{p^{n+1},q^{n+1}\}$  величины  $\{x^{n+1},y^{n+1}\}$  вычисляются по формулам (3.63) – (3.64).

Неравенство (3.67) является вариационным неравенством. Используя результаты работы [168], можно показать, что на каждой итерации решение вариационного неравенства (3.67) приводится к решению задачи минимизации следующей функции двух переменных:

$$J_1(p,q) = \frac{1}{2}a_{11}p^2 + a_{12}pq + \frac{1}{2}a_{22}q^2 - g_1p - g_2q + g_0|p - u|, \qquad (3.71)$$

где

$$a_{11} = \frac{m}{h} + \theta_1 \beta_{cc} (b + \theta_2 ch), \qquad (3.72)$$

$$a_{12} = -\theta_1 \beta_{cs} (b + \theta_2 ch),$$
 (3.73)

$$a_{22} = \frac{m}{h} + \theta_1 \beta_{ss} (b + \theta_2 ch), \qquad (3.74)$$

$$a_{21} = a_{12}, (3.75)$$

$$g_1 = m/h - \beta_{cc} p^n ((1 - \theta_1)b + \theta_1 (1 - \theta_2)ch) - c\beta_{cc} x^n +$$

$$+ \beta_{cs} q^{n} ((1 - \theta_{1})b + \theta_{1} (1 - \theta_{2})ch) + c\beta_{cs} y^{n},$$
(3.76)

$$g_1 = m/h - \beta_{ss} p^n ((1 - \theta_1)b + \theta_1 (1 - \theta_2)ch) - c\beta_{ss} y^n +$$

$$+ \beta_{cs} q^{n} ((1 - \theta_{1})b + \theta_{1} (1 - \theta_{2})ch) + c\beta_{cs} x^{n} + F_{y}^{n+\theta} + Q^{n+\theta}, \qquad (3.77)$$

$$g_0 = \varphi F_{y,(k)}^{n+\theta}. \tag{3.78}$$

Решение задачи минимизации функции  $J_2(p,q)$  можно получить по формулам (3.52) – (3.55).

## 3.5. Методика анализа колебаний в тормозных механизмах методом вычислительного эксперимента

В настоящей работе для идентификации и исследования характеристик колебательных процессов в тормозных механизмах используется метод вычислительного эксперимента.

На первом этапе вычислительного эксперимента производится численное решение рассматриваемой динамической задачи с трением вычислительным алгоритмом, изложенным в подразделе 3.4. В результате вычисляются временные ряды перемещений колодки  $\{x^n\}$ ,  $\{y^n\}$ .

На втором этапе – выполняется исследование полученных временных рядов с использованием:

- автокорреляционных функций для определения периода колебаний;
- спектрального анализа перемещений, скоростей и ускорений;
- фазовых диаграмм в переменных «перемещение-скорость»;
- зависимостей амплитуд перемещений, скоростей и ускорений от изменения параметров рассматриваемой динамической системы, получаемых методом продолжения по параметру.

#### 3.5.1. Выбор шага интегрирования по времени

Применение приведенного выше вычислительного алгоритма интегрирования уравнений движения рассматриваемой динамической системы позволяет получить временные ряды перемещений колодки  $\{x^n\}$  и  $\{y^n\}$ , описывающие перемещения колодки в дискретные моменты времени  $t_n$ , которые, как правило, берутся через равные промежутки времени h, называемые периодом дискретизации.

Известно [169], что вещественный периодический временной ряд  $\{X^n\}$  с периодом K имеет периодический дискретный спектр  $\{Y^k\}$ , обладающий свойством симметрии

$$Y^{k+K} = Y^k$$
, для любого  $k$ ; (3.79)

$$Y^{K-k} = Y^k, \quad 0 < k < K.$$
 (3.80)

Поэтому при выборе шага интегрирования по времени можно использовать эвристический подход, основанный на теореме Котельникова [169], в соответствии с которой любой непрерывный сигнал x(t), спектр которого не содержит составляющих с частотой выше частоты дискретизации  $\omega_d$ , может быть без потери информации представлен своими дискретными значениями, взятыми с интервалом h, удовлетворяющим неравенству

$$h < \frac{\pi}{\omega_d}. \tag{3.81}$$

# 3.5.2. Применение автокорреляционных функций для определения периода колебаний

Рассматриваемая динамическая система является диссипативной, т. к. содержит упругодемпфирующий элемент. Поэтому с течением времени движение системы устанавливается и становится периодическим. Задача исследования установившихся режимов тормозного механизма состоит в нахождении решения исходной динамической задачи с трением, удовлетворяющего следующим условиям периодичности

$$x(t) = x(t+T), \quad \dot{x}(t) = \dot{x}(t+T);$$
 (3.82)

$$y(t) = y(t+T), \quad \dot{y}(t) = \dot{y}(t+T),$$
 (3.83)

при этом период T движения рассматриваемой динамической системы заранее неизвестен.

В настоящей работе для определения периода колебаний рассматриваемой динамической системы на основе анализа периодичности временного ряда перемещений  $\{x^n\}$  и  $\{y^n\}$  колодки используется аппарат автокорреляционных функций.

Пусть известны значения дискретного сигнала (временной ряд)  $\{x_n\}$ ,  $n=\overline{1,N+M}$  . Тогда дискретная автокорреляционная функция сигнала  $\{x_n\}$  вычисляется по формуле

$$\psi_m = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^{N} x_n x_{n+m}, \quad m = \overline{0, M},$$
(3.84)

где  $\psi_m$ ,  $m = \overline{0,M}$  — дискретная автокорреляционная функция; N, M — целые положительные числа.

Автокорреляционная функция служит мерой степени сходства сигнала с самим собой в прошлом. Если временной ряд  $\{x_n\}$  периодичен с периодом K, то его автокорреляционная функция также обладает периодичностью

$$\psi_m = \psi_{m+K}, \quad m = \overline{0,M} \ . \tag{3.85}$$

При этом выполняется неравенство

$$\psi_0 > \psi_m, \quad 0 < m < K. \tag{3.86}$$

При практических расчетах удобно использовать масштабированную автокорреляционную функцию:

$$\widetilde{\psi}_m = \psi_m / \psi_0, \quad m = \overline{0, M} \ . \tag{3.87}$$

Очевидно, что

$$\tilde{\psi}_0 = 1. \tag{3.88}$$

Учитывая, что временные ряды перемещений  $\{x^n\}$  и  $\{y^n\}$  колодки являются приближенным решением исходной задачи, условия периодичности (3.82) — (3.83) даже для установившихся движений динамической системы выполняются приближенно. Поэтому для автокорреляционной функции условие периодичности (3.85) также будет выполняться приближенно. При использовании масштабированной автокорреляционной функции будем считать, что её период равен K, если

$$\tilde{\psi}_K > 1 - \varepsilon; \tag{3.89}$$

$$\tilde{\psi}_m < 1 - \varepsilon, \quad 0 < m < K,$$
 (3.90)

где  $\varepsilon > 0$  — параметр, характеризующий точность выполнения условий периодичности.

На основе анализа результатов многочисленных вычислительных экспериментов параметр  $\varepsilon$  следует выбирать в диапазоне 0,01...0,1. Необходимо отметить, что с увеличением уровня демпфирования в динамической системе значение параметра  $\varepsilon$  можно уменьшить.

Если временной ряд  $\{x_n\}$  является апериодическим, то его автокорреляционная функция должна иметь конечный носитель, т. е. обращаться в нуль вне конечного интервала времени. Для конечных отрезков временных рядов критерий апериодичности можно сформулировать следующим образом: для любого  $\varepsilon > 0$  существует  $M(\varepsilon)$  такое, что

$$|\psi_m| \le \varepsilon$$
, для любого  $m > M(\varepsilon)$ . (3.91)

Таким образом, вычисление автокорреляционной функции для данного временного ряда позволяет не только установить, является ли он периодическим, но и определить его период в этом случае.

#### 3.5.3. Методика проведения спектрального анализа

Одним из наиболее распространенных способов исследования периодических движений динамических систем является спектральный анализ. С механической точки зрения, разложение исследуемого движения в ряд Фурье соответствует его представлению в виде совокупности простых гармонических движений.

Разложение в ряд Фурье применимо как к непрерывным функциям, так и к дискретным последовательностям. При этом они представляются в виде суммы гармонических функций либо комплексных экспонент с частотами, образующими арифметическую прогрессию [169].

Пусть временной ряд  $\{x_n\}$  является периодическим с периодом K, т. е.

$$x_{n+K} = x_n$$
, для любого  $n$ . (3.92)

Такой временной ряд полностью описывается конечным набором чисел, в качестве которого можно взять произвольный фрагмент длиной K, например  $\{x_n\}$ ,  $n=\overline{0,K-1}$ . Известно [169], что вещественный периодический дискретный сигнал (временной ряд) имеет периодический дискретный спектр  $\{X_n\}$ , обладающий свойством симметрии

$$X_{n+K} = X_n$$
, для любого  $n$ . (3.93)

$$X_{K-n} = X_n, \quad 0 < n < K.$$
 (3.94)

В этом случае временной ряд  $\{x_n\}$  можно представить виде конечного ряда Фурье в тригонометрической форме

$$x_n = \sum_{k=0}^{K/2} A_k \cos \frac{2\pi kn}{K} + \sum_{k=0}^{K/2} B_k \sin \frac{2\pi kn}{K},$$
 (3.95)

где  $A_k$  ,  $B_k$  — коэффициенты ряда Фурье, вычисляемые по формулам:

$$A_k = \frac{2}{N} \sum_{n=0}^{K-1} x_n \cos \frac{2\pi kn}{K}, \quad k = 1, \dots, \frac{K}{2} - 1;$$
 (3.96)

$$A_{k} = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{K-1} x_{n} \cos \frac{2\pi kn}{K}, \quad k = 0, \frac{K}{2};$$
(3.97)

$$B_k = \frac{2}{N} \sum_{n=0}^{K-1} x_n \sin \frac{2\pi kn}{K}, \quad k = 1, \dots, \frac{K}{2} - 1.$$
 (3.98)

Ряд Фурье (3.95) можно также представить в виде

$$x_n = \sum_{k=0}^{K/2} C_k \cos\left(\frac{2\pi kn}{K} + \varphi_k\right),$$
 (3.99)

где  $C_k$  – амплитуда k -й гармоники, вычисляемая по формуле

$$C_k = \sqrt{A_k^2 + B_k^2}, \quad k = 0, ..., \frac{K}{2};$$
 (3.100)

где  $\varphi_k$  – фаза k -й гармоники, определяемая по формуле

$$\varphi_k = arctg\left(-\frac{B_k}{A_k}\right), \quad k = 0, \dots, \frac{K}{2}.$$
 (3.101)

Вычисление спектров скоростей и ускорений может производится двумя способами. Первый состоит в последовательном дифференцировании по времени ряда Фурье для перемещений, соответствующего (3.99):

$$\dot{x}_n = \sum_{k=0}^{K/2} \hat{C}_k \sin\left(\frac{2\pi kn}{K} + \varphi_k\right); \tag{3.102}$$

$$\ddot{x}_n = \sum_{k=0}^{K/2} \hat{C}_k \cos\left(\frac{2\pi kn}{K} + \varphi_k\right),\tag{3.103}$$

где

$$\hat{C}_k = -C_k \frac{2\pi k}{Kh};\tag{3.104}$$

$$\hat{\hat{C}}_k = -C_k \left(\frac{2\pi k}{Kh}\right)^2. \tag{3.105}$$

Второй способ состоит в вычислении скоростей и ускорений на основании временного ряда перемещений  $\{x^n\}$  с помощью разностных соотношений:

$$\dot{x}_n = \frac{x_{n+1} - x_{n-1}}{2h};\tag{3.106}$$

$$\ddot{x}_n = \frac{x_{n+1} - 2x_n + x_{n-1}}{h^2} \tag{3.107}$$

и представлении временных рядов скоростей  $\{\dot{x}^n\}$  и ускорений  $\{\ddot{x}^n\}$  в виде конечных рядов Фурье:

$$\ddot{x}_n = \sum_{k=0}^{K/2} \tilde{C}_k \cos\left(\frac{2\pi kn}{K} + \tilde{\varphi}_k\right); \tag{3.108}$$

$$\ddot{x}_n = \sum_{k=0}^{K/2} \tilde{\tilde{C}}_k \cos\left(\frac{2\pi kn}{K} + \tilde{\tilde{\varphi}}_k\right), \tag{3.109}$$

где

$$\tilde{C}_k = \sqrt{\tilde{A}_k^2 + \tilde{B}_k^2}, \quad k = 0, ..., \frac{K}{2};$$
(3.110)

$$\widetilde{\varphi}_k = arctg\left(-\frac{\widetilde{B}_k}{\widetilde{A}_k}\right), \quad k = 0, \dots, \frac{K}{2};$$
(3.111)

$$\tilde{A}_{k} = \frac{2}{N} \sum_{n=0}^{K-1} \dot{x}_{n} \cos \frac{2\pi kn}{K}, \quad k = 1, ..., \frac{K}{2} - 1;$$
(3.112)

$$\tilde{A}_{k} = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{K-1} \dot{x}_{n} \cos \frac{2\pi kn}{K}, \quad k = 0, \frac{K}{2};$$
(3.113)

$$\tilde{B}_{k} = \frac{2}{N} \sum_{n=0}^{K-1} \dot{x}_{n} \sin \frac{2\pi kn}{K}, \quad k = 1, ..., \frac{K}{2} - 1;$$
(3.114)

$$\widetilde{\widetilde{C}}_{k} = \sqrt{\widetilde{\widetilde{A}}_{k}^{2} + \widetilde{\widetilde{B}}_{k}^{2}}, \quad k = 0, \dots, \frac{K}{2};$$
(3.115)

$$\widetilde{\widetilde{\varphi}}_{k} = arctg\left(-\frac{\widetilde{\widetilde{B}}_{k}}{\widetilde{\widetilde{A}}_{k}}\right), \quad k = 0, \dots, \frac{K}{2};$$
(3.116)

$$\tilde{\tilde{A}}_{k} = \frac{2}{N} \sum_{n=0}^{K-1} \ddot{x}_{n} \cos \frac{2\pi kn}{K}, \quad k = 1, \dots, \frac{K}{2} - 1;$$
 (3.117)

$$\tilde{\tilde{A}}_{k} = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{K-1} \ddot{x}_{n} \cos \frac{2\pi kn}{K}, \quad k = 0, \frac{K}{2};$$
(3.118)

$$\tilde{\tilde{B}}_{k} = \frac{2}{N} \sum_{n=0}^{K-1} \ddot{x}_{n} \sin \frac{2\pi kn}{K}, \quad k = 1, \dots, \frac{K}{2} - 1.$$
 (3.119)

Для апостериорного анализа точности получаемых численных результатов в настоящей работе проводится сравнение спектров ускорений вычисленных двумя способами.

Учитывая свойства спектра дискретного периодического временного ряда, в настоящей работе использована описанная далее методика спектрального анализа колебаний тормозного механизма.

1. Вычисляется шаг интегрирования по времени

$$h = \frac{T_1}{N},\tag{3.120}$$

где N — количество шагов по времени за период свободных колебаний колодки  $T_I$ .

В вычислительных экспериментах принимали N = 200.

- 2. Вычисляется временной ряд перемещений  $\{X^n\}$  масс рассматриваемой динамической системы на временном отрезке  $[0,T_0]$ , где  $T_0=MT_1$ . Принимали M=50.
- 3. Используя конечный отрезок временных рядов  $\{x^n\}$  и  $\{y^n\}$ ,  $\overline{n=(M-K)N,MN}$ , строятся автокорреляционные функции перемещений колодки на отрезке [(M-K/2)N,MN]. Принимали K=32.
- 4. Используя приближенные условия периодичности автокорреляционных функций (3.89) (3.90), определяется период колебаний T рассматриваемой динамической системы.

Если на рассмотренном конечном отрезке [(M-K/2)N,MN] условия периодичности (3.89) – (3.90) не выполняются, то необходимо увеличить параметр M, определяющий длину отрезка  $[0,T_0]$ , на котором вычисляются временные ряды перемещений  $\{x^n\}$  и  $\{y^n\}$  колодки, или увеличить параметр K, определяющий максимально допустимый период колебаний.

5. Используя конечный отрезок временных рядов  $\{x^n\}$  и  $\{y^n\}$ ,  $\overline{n=(M-K)N,MN}$ , по формулам (3.96) — (3.98) вычисляется спектр перемещений колодки. Если спектр имеет ограниченную полосу частот, то выполняется условие

$$l < kN/2 - s, \tag{3.121}$$

где s > 0 — параметр, определяющий ширину спектра.

Если выполняется условие (3.121), то дискретное преобразование Фурье позволяет восстанавливать исходные непрерывные функции перемещений колодки. В противном случае необходимо увеличить частоту дискретизации, т. е. уменьшить величину шага интегрирования по времени h и вернуться к п. 2 методики.

Разработанная методика спектрального анализа колебаний тормозного механизма основана на предположении, что его движения являются

периодическими. Если в рассматриваемой динамической системе возникает детерминированный хаос, то автокорреляционная функция временного ряда перемещений  $\{X^n\}$  должна иметь конечный носитель, т. е. обращаться в нуль вне конечного интервала времени. Для конечных отрезков временных рядов критерий апериодичности можно сформулировать следующим образом: для любого  $\varepsilon > 0$  существует  $M(\varepsilon)$  такое, что

$$|\psi_m| \le \varepsilon$$
, для любого  $m > M(\varepsilon)$ . (3.122)

#### 3.5.4. Фазовые диаграммы

Рассматриваемая динамическая система описывается диссипативной неавтономной системой обыкновенных дифференциальных уравнений. Движения диссипативных систем целесообразно разделить на два класса: переходных, нестационарных движений, соответствующих процессу релаксации от начального к предельному множеству состояний, и класс установившихся, стационарных движений, фазовые траектории которых целиком принадлежат предельным множествам. Важными с физической точки зрения являются притягивающие предельные множества – аттракторы. С течением времени произвольное начальное состояние из некоторой области притяжения G, включающей в себя аттрактор  $G_0$ , релаксирует к  $G_0$ . Движение, которому отвечает фазовая траектория в области притяжения, есть переходной Установившееся движение характеризуется принадлежностью фазовых траекторий инвариантному предельному множеству, т. е. аттрактору  $G_0$ .

В настоящей работе для анализа процесса установления колебаний тормозного механизма и визуального выявления аттракторов используются фазовые диаграммы в переменных «перемещение-скорость».

# 3.5.5. Построение амплитудных зависимостей методом продолжения по параметру

В настоящей работе при исследовании зависимостей амплитуд перемещений, скоростей и ускорений рассматриваемой динамической системы от изменения её параметров использовался метод продолжения по параметру при пошаговом изменении параметров системы [170]. В качестве начального приближения решения выбирается решение, полученное на предыдущем шаге.

При выполнении расчётов параметры системы изменялись с постоянным шагом от начального до конечного значений, заданных в исходных данных, а затем в обратном направлении — от конечного значения до начального. Такой подход позволяет получить, в частности, полные амплитудно-частотные зависимости для динамической системы с учётом наличия неустойчивых ветвей.

# 3.6. Программная реализация математической модели колебаний тормоза

#### 3.6.1. Общая характеристика компьютерной программы

Разработанные математическая модель колебаний тормозного механизма и вычислительный алгоритм для её численного исследования реализованы в виде компьютерной программы для персональных ЭВМ на алгоритмическом языке FORTRAN. Для компиляции программы могут быть использованы практически все доступные коммерческие компиляторы, включая Сотрад Visual Fortran 6.6 и Intel Visual Fortran 10, а также некоммерческие компиляторы, распространяемые по лицензии GNU. В качестве операционной системы могут использоваться все версии ОС WINDOWS, а некоммерческие версии ОС Linux. Отметим, что для создания исполняемого кода программы не требуется использования библиотек процедур и функций разработчиков. Запуск программы выполнение на производиться как из оболочки среды разработки, так и в пакетном режиме.

#### 3.6.2. Входные данные

Исходные данные программы подготавливаются в отдельном файле fort.1 с помощью текстового редактора. Файл исходных данных fort.1 имеет описанную далее структуру. Значение каждой входной переменной записывается в отдельной строке файла. В позициях с 1 по 30 приводится наименование входного параметра. Далее следует записанное в определенном формате числовое значение входного параметра, после которого до конца строки может располагаться дополнительный комментарий. Для ввода вещественных чисел используется формат алгоритмического языка FORTRAN (30X,F15.5), а для ввода целых чисел – формат (30X,I10).

#### 3.6.3. Представление результатов расчетов

После окончания работы программы выдаётся протокол расчета в текстовом файле fort.3. Результаты численного моделирования переходного и установившегося режимов движения тормозного механизма сохраняются в виде таблиц в текстовых файлах fort.10, fort.11 и fort.12.

Текстовый файл fort.10 содержит следующие столбцы:

- 1) номер периода колебаний;
- 2) номер шага по периоду колебаний;
- 3) номер точки на диаграмме;
- 4) время t;
- 5) перемещение x колодки;
- 6) скорость  $\dot{x}$  колодки;
- 7) ускорение  $\ddot{x}$  колодки;
- 8) перемещение у колодки;
- 9) скорость у колодки;
- 10) ускорение у колодки.

Текстовый файл fort.11 содержит следующие столбцы:

- 1) номер точки на диаграмме;
- 2) автокорреляционную функцию перемещения x колодки;
- 3) автокорреляционную функцию перемещения у колодки.

Текстовый файл fort.12 содержит следующие столбцы:

- 1) номер гармоники;
- 2) частоту гармоники  $\omega$ ;
- 3) коэффициенты  $A_k$  ряда Фурье для перемещения x колодки, вычисляемые по формулам (3.96) (3.97);
- 4) коэффициенты  $B_k$  ряда Фурье для перемещения x колодки, вычисляемые по формуле (3.98);
- 5) амплитуды  $C_k$  гармоник ряда Фурье для перемещения x колодки, вычисляемые по формуле (3.100);
- 6) фазы  $\varphi_k$  гармоник ряда Фурье для перемещения x колодки, вычисляемые по формуле (3.101);
- 7) коэффициенты  $A_k$  ряда Фурье для перемещения y колодки, вычисляемые по формулам (3.96) (3.97);
- 8) коэффициенты  $B_k$  ряда Фурье для перемещения y колодки, вычисляемые по формуле (3.98);
- 9) амплитуды  $C_k$  гармоник ряда Фурье для перемещения y колодки, вычисляемые по формуле (3.100);
- 10) фазы  $\overline{\varphi_k}$  гармоник ряда Фурье для перемещения y колодки, вычисляемые по формуле (3.101).

Текстовый файл fort.13 содержит следующие столбцы:

- 1) номер гармоники;
- 2) частота гармоники  $\omega$ ;
- 3) коэффициенты  $\widetilde{A}_k$  ряда Фурье для скорости  $\dot{x}$  колодки, вычисляемые по формулам (3.112) (3.113);
- 4) коэффициенты  $\tilde{B}_k$  ряда Фурье для скорости  $\dot{x}$  колодки, вычисляемые по формуле (3.114);
- 5) амплитуды  $\tilde{C}_k$  гармоник ряда Фурье для скорости  $\dot{x}$  колодки, вычисляемые по формуле (3.110);
- 6) фазы  $\widetilde{\varphi}_k$  гармоник ряда Фурье для скорости  $\dot{x}$  колодки, вычисляемые по формуле (3.111);
- 7) коэффициенты  $\widetilde{A}_k$  ряда Фурье для скорости  $\dot{y}$  колодки, вычисляемые по формулам (3.112) (3.113);
- 8) коэффициенты  $\tilde{B}_k$  ряда Фурье для скорости  $\dot{y}$  колодки, вычисляемые по формуле (3.114);
- 9) амплитуды  $\widetilde{C}_k$  гармоник ряда Фурье для скорости  $\dot{y}$  колодки, вычисляемые по формуле (3.110);

10) фазы  $\tilde{\varphi}_k$  гармоник ряда Фурье для скорости  $\dot{y}$  колодки, вычисляемые по формуле (3.111).

Текстовый файл fort.14 содержит следующие столбцы:

- 1) номер гармоники;
- 2) частоту гармоники  $\omega$ ;
- 3) коэффициенты  $\tilde{\tilde{A}}_k$  ряда Фурье для ускорения  $\ddot{x}$  колодки, вычисляемые по формулам (3.117) (3.118);
- 4) коэффициенты  $\tilde{\tilde{B}}_k$  ряда Фурье для ускорения  $\ddot{x}$  колодки, вычисляемые по формуле (3.119);
- 5) амплитуды  $\widetilde{\widetilde{C}}_k$  гармоник ряда Фурье для ускорения  $\ddot{x}$  колодки, вычисляемые по формуле (3.115);
- 6) фазы  $\tilde{\tilde{\phi}}_k$  гармоник ряда Фурье для ускорения  $\ddot{x}$  колодки, вычисляемые по формуле (3.116);
- 7) коэффициенты  $\tilde{\tilde{A}}_k$  ряда Фурье для ускорения  $\ddot{y}$  колодки, вычисляемые по формулам (3.117) (3.118);
- 8) коэффициенты  $\tilde{\tilde{B}}_k$  ряда Фурье для ускорения  $\ddot{y}$  колодки, вычисляемые по формуле (3.119);
- 9) амплитуды  $\tilde{\tilde{C}}_k$  гармоник ряда Фурье для ускорения  $\ddot{y}$  колодки, вычисляемые по формуле (3.115);
- 10) фазы  $\widetilde{\widetilde{\phi}}_k$  гармоник ряда Фурье для ускорения  $\ddot{y}$  колодки, вычисляемые по формуле (3.116).

Текстовый файл fort.15 содержит следующие столбцы:

- 1) номер гармоники;
- 2) частоту гармоники  $\omega$ ;
- 3) амплитуды  $\tilde{\tilde{C}}_k$  гармоник ряда Фурье для ускорения  $\ddot{x}$  колодки, вычисляемые по формуле (3.115);
- 4) амплитуды  $\hat{\hat{C}}_k$  гармоник ряда Фурье для ускорения  $\ddot{x}$  колодки, вычисляемые по формуле (3.105);
- 5) разность амплитуд  $\tilde{\tilde{C}}_k$  и  $\hat{\tilde{C}}_k$  гармоник ряда Фурье для ускорения  $\ddot{x}$  колодки, вычисленные соответственно по формулам (3.115) и (3.105);
- 6) амплитуды  $\widetilde{\widetilde{C}}_k$  гармоник ряда Фурье для ускорения  $\ddot{y}$  колодки, вычисляемые по формуле (3.115);
- 7) амплитуды  $\hat{C}_k$  гармоники ряда Фурье для ускорения  $\ddot{y}$  колодки, вычисляемые по формуле (3.105);
- 8) разность амплитуд  $\tilde{\tilde{C}}_k$  и  $\hat{\tilde{C}}_k$  гармоник ряда Фурье для ускорения  $\ddot{y}$  колодки, вычисленные соответственно по формулам (3.115) и (3.105).

Текстовый файл fort.16 содержит следующие столбцы:

- 1) номер расчета;
- 2) максимальные значения перемещений x колодки;
- 3. минимальные значения перемещений x колодки;
- 4) максимальные значения скорости  $\dot{x}$  колодки;
- 5) минимальные значения скорости  $\dot{x}$  колодки;
- 6) максимальные значения ускорения  $\ddot{x}$  колодки;
- 7) минимальные значения ускорения  $\ddot{x}$  колодки;
- 8) максимальные значения перемещений у колодки;
- 9) минимальные значения перемещений у колодки;
- 10) максимальные значения скорости у колодки;
- 11) минимальные значения скорости у колодки;
- 12) максимальные значения ускорения ў колодки;
- 13) минимальные значения ускорения у колодки.

Дальнейшая обработка результатов расчетов проводится путем импорта данных в табличный процессор, например Microsoft Excel, и использования встроенных возможностей визуализации данных.

### **3.7.** Верификация разработанных алгоритмов и программного обеспечения

Для верификации разработанных алгоритмов программного обеспечения компьютерное моделирование фрикционных выполнено колебаний простейшей одномассовой системы [171]. результате вычислительных экспериментов установлено, что при использовании трехслойных разностных схем целесообразно выбирать следующие значения весовых коэффициентов:

$$\theta_1 = \theta_3 = 0.25$$
,  $\theta_2 = 1.0 - \theta_1 - \theta_3 = 0.5$ ,

а при использовании двухслойных —  $\theta = 0.5$  .

Проведенные расчеты подтвердили высокую вычислительную эффективность использования для интегрирования по времени уравнений движения рассматриваемой динамической системы двух- и трехслойных разностных схем с весами.

#### 3.8. Выводы

Разработана математическая модель фрикционных колебаний в тормозном механизме, обусловленных деформированием шероховатых контактирующих поверхностей, трение между которыми описывается законом Амонтона. Получена вариационная формулировка в виде квазивариационного неравенства динамической задачи для колебательной системы с двумя степенями свободы при наличии вязкого и сухого трения Амонтона и деформировании шероховатых контактирующих поверхностей. Дискретизация

вариационной задачи по времени выполнена на основе двух- и трехслойных разностных схем. Для решения полученных на каждом шаге интегрирования по времени квазивариационных неравенств предложен итерационный процесс, последовательных позволяющий свести решение задачи К решению вариационных неравенств c недифференцируемыми слагаемыми, Построены обусловленными наличием сил трения. эквивалентные вариационным неравенствам с недифференцируемыми слагаемыми задачи минимизации, решение которых получены в явном виде.

Разработаны вычислительные алгоритмы численного моделирования фрикционных колебаний в тормозе методом установления, реализованные в виде пакета прикладных программ. На основе вычислительных экспериментов установлено, что при использовании для решения рассматриваемого класса трехслойных разностных схем минимальной схемной вязкостью обладают симметричные схемы при  $\Theta_1 = \Theta_3$ . Разработанная математическая модель, учитывающая нормальные колебания тормозной колодки, вызванные шероховатостью контактирующих поверхностей, описывает возникновение тангенциальных фрикционных колебаний в упругой системе, в которой не искусственная разница статическим динамическим между И коэффициентами трения.

### РАЗДЕЛ 4 ИДЕНТИФИКАЦИЯ ПАРАМЕТРОВ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ ТЯГИ И ДВИЖЕНИЯ ПОЕЗДА И ДИНАМИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ ТОРМОЗА

Для идентификации механической системы, которой является шахтный поезд и которая описывается математической моделью тяги и движения в виде дифференциального уравнения изменения кинетической энергии, принят способ по временным данным: записям перемещений, скоростей, ускорений отдельных точек системы, усилий в ее элементах, полученных в режиме нормальной эксплуатации или при постановке специальных экспериментов. В работе для получения экспериментальных результатов принят один из видов испытаний, целью которых является проверка установленных заранее (ГОСТами, ТУ, нормалями и др.) свойств и качеств объекта техники. Для шахтных электровозов конкретная цель периодических испытаний задавалась разработчиком (главным конструктором) машин для составления «Карты технического уровня» и отраслевого стандарта по общим техническим требованиям к шахтному транспорту (разработчики Донецкий локомотивному угольный научно-исследовательский институт ДонУГИ, Макеевский научно-исследовательский институт безопасности горной промышленности МакНИИ, Национальный горный университет, Проектно-конструкторский и проектный институт угольной промышленности УкрНИИпроект).

Ha шахтном транспорте рельсовом регулярно проводятся эксплуатационные испытания подвижного состава дорожными динамометрическими вагонами, как прямого измерения способом по временным данным. При этом не действуют нормы ходовых качеств вагонов и локомотивов. Задача доказать адекватность принятой модели зависимости сопротивления движению подвижного состава не ставилась, условия идентифицируемости и планирования экспериментов не рассматривались. При разработке нормативных показателей качества и проведения периодических испытаний ставится задача о допусковом контроле качества изделия, когда нормативной документацией количественные показатели качества предполагается, ЧТО находятся определенных пределах.

# 4.1. Измерительный и обрабатывающий комплекс аппаратуры для определения характеристик рабочего процесса тормоза

В работе [22] представлено описание стендов, приборов и машин трения для испытания типичных узлов трения скольжения, качения, реверсивного движения. Принятые технические решения не имеют средств испытаний и измерений динамических параметров нагружения узлов трения и используют методы физического моделирования трибологических процессов на образцах, что не позволяет применять их для натурных лабораторных, эксплуатационных и динамических испытаний тормозов подвижного состава транспорта.

Таким образом, тяжелонагруженные режимы трения и управление ими в тормозном механизме с учетом динамических параметров нагружения не имеют технических средств исследования и испытаний.

Разработана структура и создан измерительный и обрабатывающий комплексы (рис. 4.1, 4.2, 4.3) для исследования характеристик колодочно-колесного тормоза подвижного состава рельсового транспорта. Комплекс может быть преобразован для исследования других триботехнических систем.

Измеряемые параметры: виброускорения и виброперемещения тормозной колодки в радиальном и тангенциальном направлениях, радиальные и тангенциальные усилия в тормозном механизме, частота вращения колесной пары, текущее время с дискретностью 0,1 с. Параметры для обработки и построения спектограмм: виброперемещения колодки и усилия в тормозном механизме.

Измерения виброперемещений колодки выполняются датчиками ускорений, установленными на специальном узле крепления тормозной колодки с помощью магнитов. Преобразование сигналов, пропорциональных виброускорению, в виброперемещение, выделение информативного сигнала выполнено двумя виброизмерительными комплектами аппаратуры, состоящими из следующих блоков (рис. 4.1):

- интегрирующий усилитель А2, А3;
- фильтры 1/3 октавный, октавный, низкой и высокой частоты Z1, Z2, Z3,
   Z4;
  - электронный вольтметр P1, P2;
  - блок питания VZ2, VZ3.

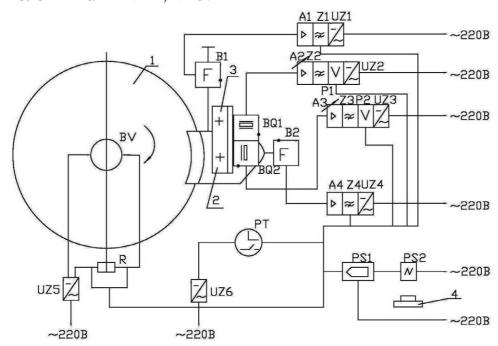


Рис. 4.1. Блок-схема измерений параметров трения тормоза:

1 — колесо колесной пары; 2 — тормозная колодка; 3 — узел крепления датчиков ускорения; 4 — фото или видеокамера; A1, A4 — усилители напряжения; Z1, Z2 — фильтры низких частот; UZ1, UZ4 — блоки питания тензометрических

преобразовтелей Ш74-М1; A2, A3 — интегрирующие усилители 00 028; Z3, Z4 — узкополосные фильтры 01 013; P1, P2 — блоки индикации 02 022 02 036; UZ2, UZ3 — блоки питания 04 003; BV — датчик скорости; UZ5, UZ6 — блоки питания TEC-13; PT — электрочасы M4-65; BQ1, BQ2 — датчики ускорения 4332; B1, B2 — датчики усилий тензометрические; PS1 — магнитограф H067; PS2 — электронный двухлучевой осцилограф запоминающий C8-14

Питание мостовых схем электрических динамометров, усиление выходных сигналов и выделение сигнала, пропорционального усилиям, осуществляется двумя тензометрическими преобразователями A1, Z1, UZ1, A4, Z4, VZ4. Статическая характеристика измерительного канала усилий и величины масштабных коэффициентов определены прямой тарировкой на специальном стенде с помощью образцового динамометра ДУ-5. Тарировка виброперемещений колодки выполнена на калибровочном столе, имеющем круговую частоту 500 с<sup>-1</sup>.

Частота вращения колесной пары фиксируется оригинальным датчиком кинематики, который дает отметку через 36° (0,1 оборота колеса). Отметка текущего времени выполняется отметчиком времени РТ.

Регистрация всех параметров выполняется магнитографом PS1. Визуальное наблюдение величины амплитуды виброперемещений и усилий осуществляется по экрану осциллографа PS2.

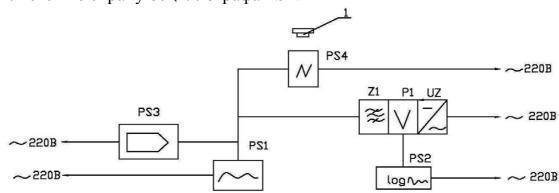


Рис. 4.2. Блок-схема обработки результатов измерений параметров трения тормоза:

1- фото или видеокамера; PS1 — прибор быстродействующий самопишущий H338/4П; PS2 — самописец уровня 2305; PS3 — магнитограф H067; PS4 — осциллограф электронный двухлучевой запоминающий C8-17; Z1 — 1/3 октавный, октавный фильтр 01 018; P1 — блок индикации 02 022; UZ — блок питания 04 003

Установка и контроль режимных параметров обеспечивается:

- вольтметром на выходе тензометрического преобразователя с конденсаторным фильтром для подавления амплитуды колебаний среднее значение радиального усилия;
  - блоком параметров кинематики частота вращения колесной пары. Обработка сигналов выполняется (рис. 4.2):
- аппаратурно-октавным фильтром Z1 с 200 до 1000 Гц в комплекте с самописцем уровня PS2 для анализа спектрограммы;

- фотографией с экрана осциллографа PS4 реальных процессов;
- регистрацией на ленте быстродействующего самопишущего прибора PS1 одновременно четырех параметров: радиального и тангенциального усилий, частоты вращения колесной пары и текущего времени с дискретностью 0,1 с.

Аппаратура путевого измерительного вагона выполняет следующие функции:

- коммутация измерительных цепей;
- питание датчиков кинематики и усилий;
- тарировка усилий и установка дебалансных масштабов.

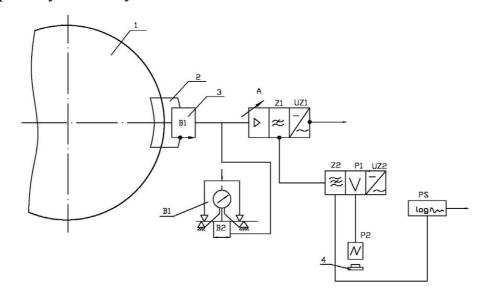


Рис. 4.3. Блок-схема измерений деформации тормозной колодки:

1 — колесо колесной пары; 2 — тормозная колодка; 3 — тарировочное устройство T12; 4 — фото или видеокамера; A, Z1, UZ1 — усилитель, блок питания преобразовтеля Ш74-М1; Z2 — 1/3 октавный фильтр 01018; P1 — блок индекации 02022; UZ2 — блок питания 04003; PS — самописец уровня 2305; P2 — осциллограф электронный C1-99

Для измерения деформаций изготовлена тормозная колодка (рис. 4.4) с тензометрами, выполненными по полумостовой схеме для работы с усилителями.

Компенсационное плечо полумоста выполнено на торце колодки (размер 58 мм), а рабочее — на боковой поверхности колодки по горизонтальной оси симметрии (размер 22 мм) или в набегающей части (размер 105 мм) колодки.

Радиальные деформации колодки определяются методом тензометрирования, причем одна половина моста, состоящего из рабочего (установленного в радиальном направлении) и компенсационного датчиков закреплена на колодке, вторая — на тарировочной балке 3 (рис. 4.4).

С целью повышения чувствительности в качестве датчиков сопротивления применены полупроводниковые тензометры КТЭ-7Б с сопротивлением  $R=510~\mathrm{Om}$ .

В качестве тензометрического усилителя использован преобразователь, состоящий из блоков A, Z1,VZ1 с ФНЧ 1000 Гц.

Тарировка величины относительной деформации колодки осуществляется измерением прогиба на тарировочной балке индикатором часового типа с ценой деления 0,01 мм. По величине прогиба выполнен тарировочный расчет относительной деформации колодки

$$\varepsilon = \frac{4h}{l^2} f \,, \tag{4.1}$$

где h — толщина балки; l — длина балки, испытывающая чистый прогиб; f — максимальный прогиб балки.

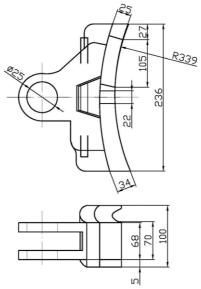


Рис. 4.4. Колодка тормозная с тензодатчиками

Выделение информативного сигнала деформации тормозной колодки выполнено аналогично выделению сигнала виброперемещения без интегрирующего усилителя.

Регистрация виброперемещения и деформации колодки осуществляется фото- или видеокамерой 4 с экрана электронного осциллографа Р2. Амплитудно-частотная характеристика сигналов виброперемещения и деформации колодки может быть построена самописцем уровня PS при управлении от фильтра Z2.

Регистрация всех параметров и их обработка выполняется компьютером после преобразования аналоговых сигналов в цифровые.

Разработана оригинальная структура создан И измерительный отрабатывающий комплекс, который позволяет изучить закономерности нагружения внутреннего внешнего тормозного механизма. И рассматривается как триботехническая система, внутренние нагрузки задают параметры геометрии и реологии дискретного контакта трения, внешние нагрузки определяют жесткость и демпфирующие свойства тормозного привода и передачи. Динамические процессы нагружения связаны с дискретностью контакта трения и фрикционными автоколебаниями.

Комплекс предназначен для решения следующих задач:

– динамический анализ тормозного механизма, т. е. исследование параметров нормальных и тангенциальных колебаний тормозной колодки с

учетом геометрии поверхностей контакта трения, упругих и диссипативных свойств контакта, тормозной передачи и привода, как триботехнической системы;

- управление трением в тормозном механизме в зависимости от параметров динамического нагружения его;
- разработка и проверка адекватности динамических моделей тормозного механизма и технических решений для управления трением тормоза;
- разработка методики выполнения измерений коэффициента трения тормоза и аттестация ее в соответствии с требованиями ГОСТ 8.010-90;
- разработка типовой методики испытания подвижного состава на тормозную эффективность.

# 4.2. Исследование рабочих процессов фрикционного тормоза методом анализа вынужденных колебаний колодки

Кинетическая характеристика трения колодочно-колесного тормоза шахтных локомотивов [32, 172] обладает существенной нестабильностью, имеет падающий характер при увеличении скорости движения, что не отвечает требованиям торможения ходовой части машин.

Определены задачи исследования при стационарных режимах трения тормоза: получить амплитудно-частотные характеристики перемещений колодки; найти среднее и мгновенные значения тормозного нажатия и силы трения при жестких и упругих звеньях тормозного механизма; вычислить выборочные дисперсии и погрешности результатов измерений.

Скорость скольжения колеса и нажатие колодки — входные переменные количественные, управляемые, независимые. Жесткость звеньев является входной переменной качественной, управляемой независимой. Набор выходных переменных: коэффициент трения тормоза, тормозная сила, перемещение колодки. Переменные связаны, поэтому целесообразно для каждой из них строить свой план эксперимента. Температуру трения и другие неуправляемые переменные будем исключать рандомизацией условий эксперимента.

Поставленные задачи не требуют выбора математической модели для описания результатов эксперимента, уровней и интервалов варьирования переменных. В данном случае входные переменные необходимо зафиксировать в области изменения рабочих значений параметров: тормозное нажатии до 12 кH, скорость скольжения до 5 м/с.

Основой тормозного стенда (рис. 4.5) является колесная пара рельсового подвижного состава шахт с тяговым приводом постоянного тока. Двигатель ЭДР-15 имеет мощность 15 кВт, напряжение питания 160 В, параметры часового режима приведены к ободу колеса: ток нагрузки 117 А, сила тяги 9 кН, скорость движения 1,7 м/с. Фактический радиус колеса 0,34 м, длина окружности колеса 2,13 м, масса тормозной колодки 6,95 кг. Колодка гребневая, унифицированная и представляет собой литую из серого чугуна (СЧ12-28 ГОСТ 1412-85) конструкцию. Регулирование скорости колесной пары осуществляется изменениями сопротивления якорной цепи контроллером КРВ-2 и напряжения питания двигателя с помощью системы Г-Д.

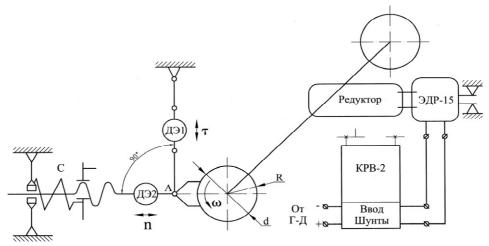


Рис. 4.5. Схема кинематическая тормозного стенда. Расстановка датчиков усилий

Измерение кинематических параметров выполнено датчиком реостатного типа, установленным на одной из букс колесной пары. Датчиками усилий являются тензодинамометры ДЭ1 и ДЭ2 (рис. 4.5). Виброизмерения выполнены комплектом преобразующей, усиливающей, анализирующей и регистрирующей аппаратуры (рис. 4.6).

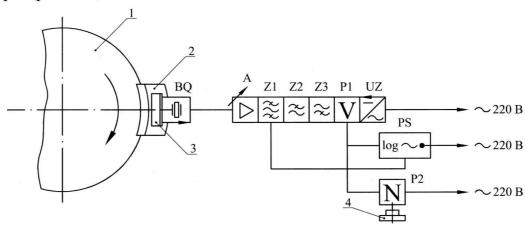


Рис. 4.6. Блок-схема измерений виброперемещений тормозной колодки:

1 – колесо колесной пары;

2 – тормозная колодка;

3 – угольник для крепления датчика ускорения;

4 – фото или видеокамера;

ВQ – датчик ускорения 4332;

А – интегрирующий усилитель;

Z1 - 1/3 октавный, октавный фильтр 01 018;

Z2 – фильтр нижних частот 01 013;

Z3 – фильтр верхних частот 01 013:

Р1 – блок индикации 02 022;

UZ – блок питания 04 003;

PS – самописец уровня 2305;

P2 – осциллограф электронный C1-99

Результаты исследования отдельных режимов трения тормоза представлены в табл. 4.1. При повторении режимов изменяли жесткость связей колодки: в нормальном направлении применяли жесткую стяжку, цилиндрическую пружину жесткостью 420 кН/м, последовательно включаемый

резиновый демпфер; в касательном – жесткий шарнир и резинометаллический демпфер.

Тормозная колодка характеризуется низкочастотными колебаниями большой амплитуды, которые возбуждаются кинематически в результате изменения радиуса колеса (рис. 4.7). Амплитуда нажатия K постоянна. Амплитуда силы трения F изменяется от скорости скольжения, имеет максимум и стабилизируется при скорости V более 3 м/с. Амплитуда силы трения изменяется несимметрично относительно среднего значения, минимальное и среднее значения коэффициента трения при колебаниях различаются.

Таблица 4.1 Сводка результатов эксперимента

Скорость	Нажатие колодки,		Сила трения		Коэффициент			
скольжения	кН		колодки, кН		трения		Характеристика связей	
колеса, м/с	среднее	минима- льное	среднее	минима- льное	среднее	минима -льное	колодки	
Осц. 1.26.11.91								
2,4	6,9	4,2	1,7	0,9	0,25	0,21	Стяжка жесткая	
2,4	6,9	4,2	1,7	1,4	0,25	0,32	-//-	
4,2	6,5	3,6	1,6	1,4	0,24	0,36	-//-	
Осц. 2.17.12.91								
2,0	5,6	4,2	2,3	1,5	0,41	0,36	Стяжка жесткая	
3,8	5,6	4,2	1,5	1,3	0,27	0,31	-//-	
2,8	6,7	6,0	1,6	1,3	0,23	0,22	Стяжка жесткая с	
, -	- , .		, -	,-		,	резиной	
4,2	6,7	6,0	1,2	1,2	0,18	0,21	-//-	
2,6	5,4	5,4	1,6	1,2	0,30	0,22	Пружина	
4,2	5,4	5,4	1,2	1,0	0,21	0,19	-//-	
2,6	5,4	5,4	1,8	1,5	0,34	0,27	Пружина с резиной	
4,2	5,4	5,4	1,5	1,1	0,27	0,20	-//-	
			Oc	сц. 4.31.12		·		
4,8	6,7	6,7	0,8	0,8	0,12	0,12	Пружина с резино-	
1,0	7,0	7,0	1,9	1,9	0,27	0,27	металлическим	
2,4	7,0	7,0	1,5	1,5	0,21	0,21	шарниром	
4,8	6,7	6,7	0,8	0,8	0,11	0,11		
2,4	6,9	6,9	1,3	1,3	0,18	0,18		
3,1	3,7	3,7	0,9	0,27	0,27	0,27		
3,8	2,0	2,0	0,6	0,31	0,31	0,31		
		ı	Oc	ец. 3.27.12.	.91			
4,3	6,8	6,8	1,0	0,9	0,15	0,13	Пружина с	
2,4	6,8	6,8	1,4	1,3	0,21	0,18	резинометаллическим	
	ŕ			,			шарниром	
4,3	6,3	5,8	1,3	1,2	0,20	0,20	Пружина с резино-	
3,8	1,7	1,7	0,5	0,5	0,30	0,30	металлическим	
2,6	6,3	5,6	1,6	1,1	0,25	0,20	шарниром и резиной	
2,8	6,3	4,5	1,9	1,6	0,30	0,35	Резинометаллический	
4,3	6,0	3,7	1,4	1,0	0,24	0,27	шарнир	
2,6	7,0	4,6	2,0	1,5	0,29	0,30		



Рис. 4.7. Копия осциллограммы. Осц. 2.17.12.91. Тормозной стенд. Скорость протяжки 16 мм/с. Стяжка жесткая

За счет снижения жесткости связи в нормальном направлении колодки тормозное нажатие практически стабилизируется (рис. 4.8). Сила трения сохраняет частоту, амплитуду колебаний и тот же характер ее изменения.

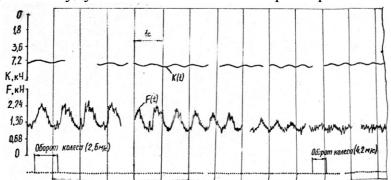


Рис. 4.8. Копия осциллограммы. Осц. 2.17.12.91. В стяжке пружина

Сила трения стабилизируется при снижении жесткости в касательном направлении колодки (рис. 4.9).

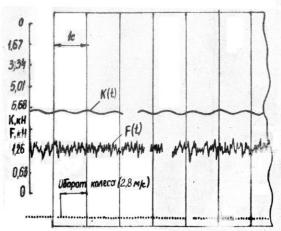


Рис. 4.9. Копия осциллограммы. Осц. 3.27.12.91. В стяжке пружина с резинометаллическим шарниром

В структуре функции силы трения F(t) имеется элемент периодичности [173]. Следовательно, в спектре низкочастотных колебаний силы трения тормозной колодки преобладают частоты, связанные с макрогеометрией контакта. В результате амплитуда колебаний тормозной силы в данной области

экспериментирования составляет 20...30 % от среднего значения, амплитуда колебаний тормозного нажатия достигает 45 % среднего значения. Амплитуда нажатия К постоянна. Амплитуда тормозной силы имеет максимум и стабилизируется при скорости скольжения более 3 м/с, изменяется несимметрично относительно среднего значения. Минимальные и средние значения коэффициента трения при колебаниях сил различаются.

За счет снижения жесткости связи колодки в направлении нормальном к поверхности трения тормозное нажатие полностью стабилизируется. Тормозная сила стабилизируется при снижении жесткости связи колодки в касательном направлении.

Получена кинетическая характеристика трения данного узла, которая определяется жесткостью и демпфирующими свойствами связей колодки в нормальном и касательном направлениях. При определенных параметрах связей зависимость коэффициента трения от скорости минимальна.

Спектральный анализ виброперемещений колодки (рис. 4.10) показал, что трение возбуждает колебания близкие к полигармоническим с частотами до 1 кГц. Увеличение скорости скольжения колеса до 4,2 м/с повышает перемещение колодки в нормальном направлении в несколько раз и при частоте 0,2 кГц составляет 13 мкм.

Спектральный анализ амплитудных значений виброперемещений колодки выполняли при частоте 200 Гц и более, что находится за пределами частот колебаний рамы тормозного стенда. Измерения показали колебания стенда с максимальной амплитудой перемещения при 20 Гц.

Для тормозного нажатия (кН) среднеквадратическое отклонение составляет 0.03, случайная погрешность среднего -0.06, коэффициенты ассиметрии и эксцесса -0.09 и 0.093, отклонения ассиметрии и эксцесса -0.41 и 0.74; для силы трения (кН) соответственно -0.01, 0.02, 0.29 и 0.20, 0.41 и 0.71; для скорости скольжения колеса (м/с) соответственно -0.01, 0.02, 0.53 и 0.19, 0.41 и 0.74.

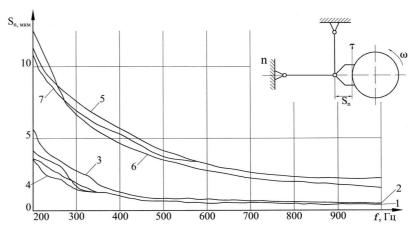


Рис. 4.10. Спектр частот виброперемещений колодки:

 $S_n$  — среднеквадратичное значение нормальных (n) перемещений колодки в 1/3 октаве частот;

$$\begin{array}{lll} 1-2.4 \text{ M/c}, & \phi_{cp}=0.25, & \phi_{min}=0.21; \\ 2, 3, 4-2.4 \text{ M/c}, & \phi_{cp}=0.25, & \phi_{min}=0.32; \\ 5, 6, 7-4.2 \text{ M/c}, & \phi_{cp}=0.24, & \phi_{min}=0.36 \end{array}$$

На основании сравнения абсолютных значений ассиметрии и эксцесса с их отклонениями гипотеза о нормальности распределения результатов измерения параметров не может быть отброшена.

Максимальный размер систематических погрешностей аппаратуры составляет 4 %. С учетом случайных и систематических ошибок погрешность результатов измерения составит: тормозного нажатия 0,4 кH (относительная погрешность 6 %); силы трения 0,1 кH (5 %); скорость скольжения 0,1 м/с (3 %).

Экспериментальные результаты в данном направлении позволяют сделать вывод, что заданные условиями эксплуатации характеристики тормоза можно получить не только улучшением фрикционных характеристик пары трения, но и улучшением упруго-диссипативных характеристик триботехнической системы в целом. Совместное исследование динамических процессов в зоне трения и в механической системе представляет возможность, в частности, снизить нестабильность тормозного нажатия и силы трения тормоза.

# 4.3. Экспериментальные исследования характеристик трения тормоза и фрикционных контактных колебаний

*Цель и постановка задач исследования*. Цель: получить значения коэффициента трения колодки в зависимости от параметров колебаний тормозного механизма для идентификации модели управления силой трения в трибологической системе.

Задачи: 1) при различных значениях упругих и диссипативных параметров тормозного механизма, передачи и режимов нагружения определить совместное влияние скорости скольжения V и тормозного нажатия K, влияния каждого из них при постоянном значении другого и установить степень этого влияния на величину коэффициента трения колодки  $\phi_K$ ; 2) получить спектрограммы колебаний усилий и виброперемещений колодки в нормальном и тангенциальном направлениях относительно колеса.

На формальном уровне задача формулируется следующим образом:

– получить представление о функции отклика

$$\varphi_K = f(K, V, KV). \tag{4.2}$$

В общем виде модель зависимости между переменными искали в виде

$$\overline{\varphi}_K = a_0 + a_1 K + a_2 V + a_3 K V,$$
 (4.3)

где  $a_0$ ,  $a_1$ ,  $a_2$ ,  $a_3$  – коэффициенты регрессионной модели.

Количественной характеристикой цели исследования является коэффициент трения  $\phi_K$ .

Выбор переменных области экспериментирования. Входные uпеременные, т. е. тормозное нажатие до 10 кН, скорость скольжения до 3 м/с, жесткость и демпфирование тормозной передачи, создают стационарные режимы нагружения тормозного механизма. В условиях эксплуатации переменные имеют минимальные значения: 3 кН, 1 m/c. Переменные независимы друг от друга. Для управления переменными необходима аппаратура для индикации их уровней с точностью 0,1 м/с и 10 Н.

Набор выходных переменных включает: силу трения, виброперемещение колодки. Переменные являются количественными, их уровни выражаются амплитудой и частотой.

Регистрацию входных переменных необходимо выполнить с большей точностью.

Температуру трения, как и другие неуправляемые переменные, исключали рандомизацией порядка проведения эксперимента с помощью таблицы случайных чисел.

Математическая модель зависимости коэффициента трения принята линейной.

*Условия идентифицируемости и планирование* эксперимента. Полный факторный эксперимент, в котором реализуются все возможные неповторяющиеся комбинации уровней переменных, имеет вид  $S^k$ , где k – количество независимых переменных; S – число уровней переменных.

Необходимое число уровней переменных должно быть по крайней мере на единицу больше, чем порядок уравнения регрессии (4.3). Принимаем S=3.

Общее число коэффициентов уравнения регрессии модели без учета взаимодействий более высокого порядка, чем парные, будет

$$\frac{k(k+1)}{2} + 1 = 4. (4.4)$$

Таким образом, принимаем план типа  $3^2$  с числом независимых опытов

$$N = 3^2 = 9$$
.

За основной уровень независимых переменных приняты значения по условиям устойчивости нагрузочных режимов, то есть 6 кH, 2 м/с.

Матрица планирования представлена табл. 4.2.

В матрице выполнено кодирование переменных

$$X_i = \frac{x_i - x_{i0}}{\Delta x_i},\tag{4.5}$$

где  $X_i$  — кодовое значение i-й переменной;  $x_i$  — натуральное текущее значение i-й переменной;  $x_{i0}$  — основной уровень переменной;  $\Delta x_i$  — полуинтервал варьирования,

$$\Delta x_i = \frac{(x_{i \max} - x_{i \min})}{2}. \tag{4.6}$$

Таблица 4.2 Рабочая матрица планирования испытаний колодочно-колесного шахтного подвижного состава

Уровни	ные	Значение г	параметров	ЭСТВО	Координаты режимных точек	
переменных	Условные обозначения	Нажатие, кН	Скорость, м/с	Количество	нагруз- ки	скорос-
				1	+1	0
Основной	0		2	2	-1	0
				3	-1	+1
		3	1	4	0	0
Шаг рам ирорания	Λ			5	+1	+1
Шаг варьирования	оования Д			6	+1	-1
				7	0	-1
Единичные:						
верхний	+1	9	3	8	0	+1
йинжин	-1	3	1	9	-1	-1

Реализация эксперимента. План требует моделирования стационарных режимов торможения различной интенсивности и при разных значениях жесткости и демпфирования кинематических звеньев системы с масштабным коэффициентом равным 1. Поэтому эксперимент может быть реализован на натурных безинерционных стендах.

Разработана структура, создан измерительный и обрабатывающий комплекс на базе виброаппаратуры "Роботрон" [174] для исследования динамики трения, использован шахтный измерительный вагон с аппаратурой кинематики движения. Тормозной механизм изготовлен в соответствии с расчетной схемой выбора оптимальной геометрии.

Тормозной стенд с пневмопередачей выполнен на базе шахтного электровоза KI0-900. Кинематика тормоза и расстановка измерительных узлов представлены на рис. 4.11, 4.12. Датчиками усилий являются тензодинамометры.

Моделирование торможения выполняется при работе привода электровоза в режиме тяги. Нестационарные режимы трения могут быть реализованы только за счет переходных процессов в электроприводе.

В тяговом приводе применяются двигатели ЭТ-31 с номинальными параметрами: мощность 31 кВт, ток нагрузки 150 А, сила тяги 8,5 кН, скорость движений 3,4 м/с. Сила тяги и скорость движения приведены к ободу колеса.

Двигатели допускают напряжение питания (ГОСТ 6962-75) 275 В (на шинах тяговой подстанции), 250 В (номинальное), 325 В (максимальное), 175 В (минимальное). Поэтому подготовлено электроснабжение электровоза от системы ГД (до 200 В) и от тяговой подстанций (275 В).

Электровоз укомплектован штатными датчиком и указателем скорости движения колесной пары, которые протарированы для измерения и визуального контроля скоростных режимов торможения.

Результаты эксперимента и их интерпретация. Обработка результатов эксперимента по правилам многофакторного дисперсионного анализа [175] привела к следующим показателям:

- выборочная дисперсия фактора V

$$S_V^2 = 25,39 \cdot 10^{-3};$$

- выборочная дисперсия фактора K

$$S_K^2 = 26,52 \cdot 10^{-3};$$

– выборочная дисперсия случайного фактора

$$S_0^2 = 2,64 \cdot 10^{-3}$$
.

Сравнение дисперсий  $S_V^2, S_K^2, S_0^2$  при помощи критерия Фишера свидетельствует с уровнем достоверности 0,95 о значимости влияния скорости скольжения V и тормозного нажатия K на величину коэффициента трения  $\varphi_K$ .

Выборочная дисперсия  $S^2$  для длительных режимов торможения при продолжительности от 390 с до 990 с изменяется в пределах от  $0,1\cdot10^{-3}$  до  $0,7\cdot10^{-3}$ . Сравнение дисперсий

$$S^2 << S_0^2$$

указывает на то, что влияние температуры фрикционного нагрева на  $\varphi_K$  несущественно.

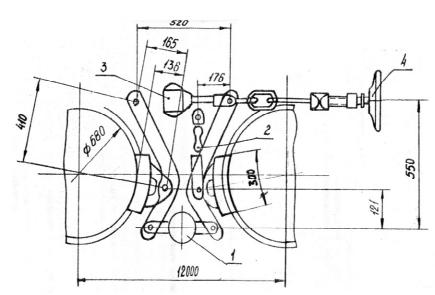
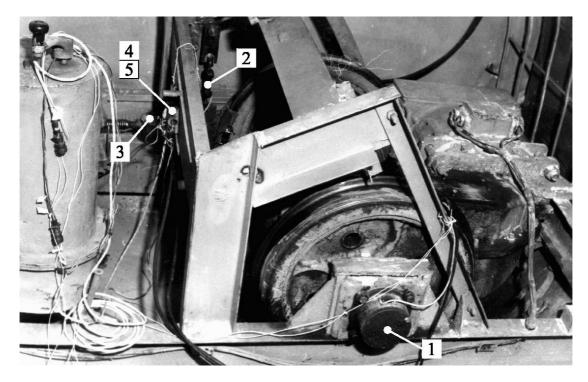


Рис. 4.11. Тормозная система электровоза К-10 с измерительными узлами:

- 1 динамометр тормозного нажатия; 2 динамометр тормозной силы;
- 3 тормозной цилиндр пневмопривода; 4 ручной привод тормоза



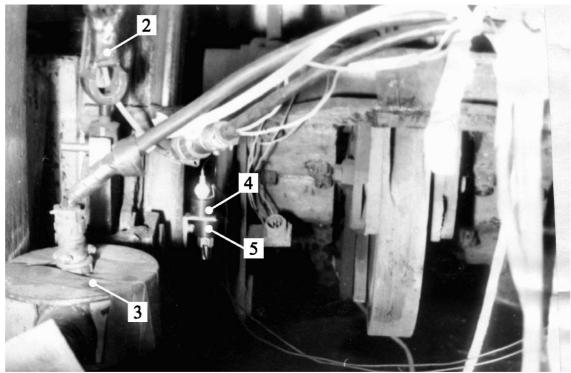


Рис. 4.12. Стенд для натурных испытаний тормозного оборудования: 1 – датчик скорости; 2 – динамометр тангенциальных усилий; 3 – динамометр нормальных усилий; 4 – датчик тангенциальных ускорений; 5 – датчик нормальных ускорений

Таким образом,  $\varphi_K$  определяется только V и K, а влиянием других факторов (совместного действия KV и температуры фрикционного нагрева) можно пренебречь.

В данном случае  $S_0^2$  характеризует точность методики определения коэффициента трения и стандартная ошибка  $\varphi_K$  при этом составляет

$$S_0 = \sqrt{2,64 \cdot 10^{-3}} = 0,0514,$$

условия идентифицируемости соблюдаются.

Дисперсионным анализом установлено, что непритертые колодки реализуют меньшие значения  $\varphi_K$ , чем притертые, что указывает на влияние геометрии тормозного механизма. При замене тормозных колодок также изменяются значения  $\varphi_K$ .

Выполнен анализ химического состава чугуна в различных колодках и установлено, что он изменяется даже в пределах одной партии и фактически не отвечает стандарту (ГОСТ 1412-85). Известно [176], что изменение химсостава чугуна влияет на его механические свойства, что в свою очередь определяет жесткость и демпфирующую способность контакта фрикционного тормозного механизма.

Выполнен регрессионный анализ усилий в тормозном механизме, который имеет звено в нормальном направлении в виде: 1) серийной жесткой стяжки; 2) цилиндрической пружины жескостью 420 кН/м. При этом в тормозном стенде отсутствуют тормозная передача и привод (лабораторный эксперимент).

Получены текущие значения коэффициента трения тормозной колодки для всех реализаций факторного плана эксперимента

$$\varphi_K = \frac{B}{K},\tag{4.7}$$

где B, K – мгновенные значения соответственно тормозного усилия и нажатия в реализациях.

Выполнено равномерное квантование измеряемых усилий по уровню числа квантов, т. е.

$$n = \frac{x_{\text{max}} - x_{\text{min}}}{\Delta x} + 1,\tag{4.8}$$

где  $x_{max}$ ,  $x_{min}$  — соответственно максимальное и минимальное значения сил;  $\Delta x$  — шаг квантования.

По стандартной программе на ЭВМ построены следующие уравнения регрессии:

– для жесткой стяжки

$$\overline{\varphi}_K = 0.441 - 0.042V - 0.05K, \tag{4.9}$$

при этом коэффициент множественной корреляции  $R_{\varphi \cdot VK} = 0.77$ ;

$$\overline{\varphi}_K = 0.383 - 0.044V, \tag{4.10}$$

при этом частный коэффициент корреляции  $R_{\varphi \cdot V} = 0.73$ ;

$$\overline{\varphi}_K = 0.336 - 0.007K, \tag{4.11}$$

при этом частный коэффициент корреляции  $R_{\omega \cdot K} = 0.33$ ;

– для пружинной стяжки

$$\overline{\varphi}_K = 0.517 - 0.038V - 0.020K, \ R_{\varphi \cdot VK} = 0.74,$$
 (4.12)

$$\overline{\varphi}_K = 0.377 - 0.032V, \ R_{\varphi \cdot V} = 0.29,$$
 (4.13)

$$\overline{\varphi}_K = 0.421 - 0.019K, \ R_{\varphi \cdot K} = 0.65.$$
 (4.14)

Высокие значения коэффициентов корреляции указывают на тесную линейную зависимость  $\overline{\varphi}_K$  от V и K.Снижение жесткости звена в нормальном направлении тормозного механизма уменьшает величину и интенсивность зависимости коэффициента трения от V и K (коэффициенты регрессии при V и K уменьшаются), т. е. коэффициент трения  $\varphi_K$  увеличивается, усиливается влияние на  $\varphi_K$  тормозного нажатия K, влияние скорости скольжения V ослабевает.

Выполнен регрессионный анализ усилий в тормозной системе серийного шахтного электровоза, которая включает привод, передачу и четыре тормозных механизма (промышленный эксперимент). При объеме выборки n=180 уравнение регрессии имеет вид:

$$\overline{\varphi}_K = 0.478 - 0.017V - 0.061K,$$
 (4.15)

$$R_{\varphi \cdot VK} = 0.54$$
,  $R_{\varphi \cdot V} = 0.22$ ,  $R_{\varphi \cdot K} = 0.44$ ,  $S_0^2 = 2.12 \cdot 10^{-3}$ .

Таким образом, при изменении упругих и диссипативных сил в кинематической цепи тормозной системы происходит изменение  $\varphi_K$  по величине и функции тормозного нажатия и скорости движения.

Выполнен спектральный анализ виброперемещений колодки и усилий в тормозном механизме.

На рис. 4.13, 4.14 представлены спектрограммы виброперемещений колодки в двух направлениях, где ордината S представляет среднеквадратичные значения перемещений в 1/3 октаве частот. Спектрограммы получены для жестких звеньев тормозного механизма, мгновенные значения виброперемещений колодки представлены на рис. 4.15, 4.16, 4.17.

Частота не изменяет монотонно нормальные виброперемещения колодки. В диапазоне частот от 500 до 700 Гц происходит характерное увеличение амплитуды. Перемещение характерно увеличивается от скорости скольжения, слабо зависит от тормозного нажатия.

Тангенциальные виброперемещения монотонно увеличиваются при уменьшении частоты, за исключением режима с параметрами 3 кH, 1 м/с. Амплитуда перемещений увеличивается при повышении тормозного нажатия, слабо растет при увеличении скорости скольжения. На режиме 3 кH, 1 м/с перемещения резко возрастают при частотах 200, 300, 400, 525 Гц и снижаются при частотах 283, 375, 480 Гц. Уровень виброперемещений при частоте 1000 Гц практически совпадает в нормальном и тангенциальном направлениях.

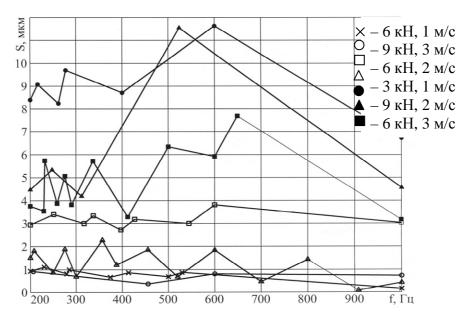


Рис. 4.13. Спектрограмма нормальных виброперемещений колодки

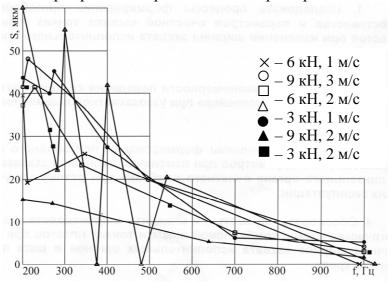


Рис. 4.14. Спектрограмма тангенциальных виброперемещений колодки

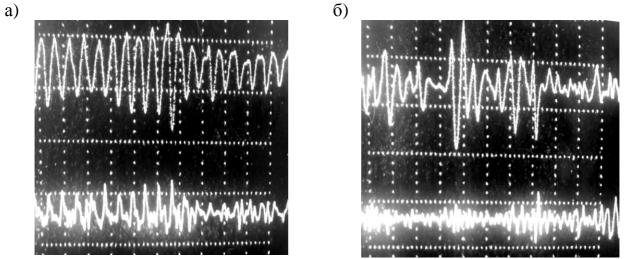


Рис. 4.15. Виброперемещения колодки тангенциальные (верхние) и нормальные (нижние) при тормозном нажатии 3 кН: а) скорость скольжения 1 м/с; б) 2 м/с

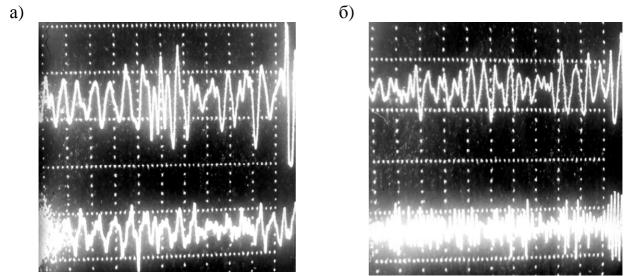


Рис. 4.16. Виброперемещеня колодки тангенциальные (верхние) и нормальные (нижние) при тормозном нажатии 6 кН: а) скорость скольжения 1 м/с; б) 3 м/с

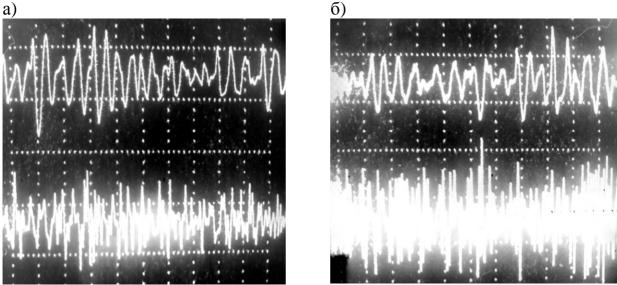


Рис. 4.17. Виброперемещения колодки тангенциальные (верхние) и нормальные (нижние) при тормозном нажатии 9 кН: а) скорость скольжения 2 м/с; б) 3 м/с

На рис. 4.18, 4.19 представлены отдельные фрагменты мгновенных значений переменной составляющей усилий в тормозном механизме с жесткими звеньями. Вид колебаний является характерным для всех реализаций факторного эксперимента.

На рис 4.20, 4.21 представлены спектрограммы усилий в тормозном механизме с жесткими звеньями, где ординаты представляют среднеквадратичное значение переменной составляющей в 1/3 октаве частот. Исследуемый частотный диапазон 40 – 1000 Гц. Спектрограммы переменной составляющей усилий в двух направлениях имеют один характер. Минимальный

уровень колебаний находится в диапазоне частот от 200 до 400 Гц. Вид колебаний является характерным для всех реализаций факторного эксперимента. В общем случае имеются частоты с максимальными колебаниями усилий.

В основу методики исследования характеристик стационарного трения тормозного механизма положено применение математических методов планирования и анализа экспериментов, что наряду с другими преимуществами по сравнению с традиционными методиками дает возможность использования всех видов статистического анализа.

Регрессионный анализ усилий тормозного механизма показывает снижение интенсивности зависимости коэффициента трения колодки от скорости скольжения колеса при повышении жесткости звена в нормальном направлении. При этом нормальные виброперемещения колодки увеличиваются с ростом скорости скольжения, повышение жесткости звена в этом направлении демпфирует колебания колодки.

Корреляционный анализ показывает периодическую составляющую в спектре низкочастотных колебаний усилий тормозного механизма.

На величину силы трения оказывает влияние амплитуда нормальных колебаний и частотные соотношения между колебаниями в нормальном и тангенциальном направлениях. Изменения силы трения на разных частотах имеют различный вид. Спектр кривой состоит из гармоник кратных частоте тангенциальных перемещений.

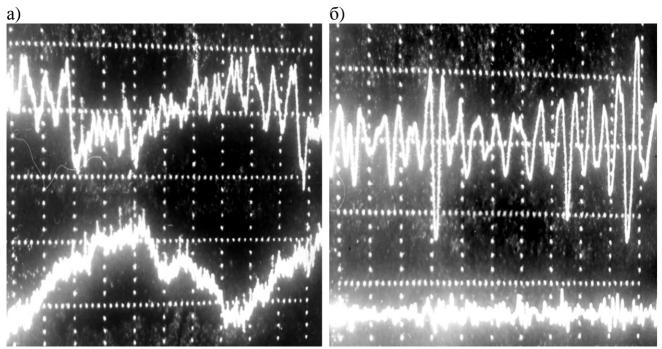


Рис. 4.18. Переменная составляющая усилий при тормозном нажатии 3 кH и скорости скольжения 2 м/с:

а) дискретность времени 100 мс/дел; б) 10 мс/дел

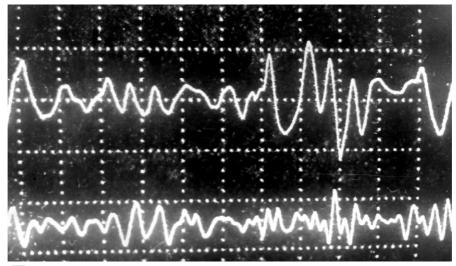


Рис. 4.19. Переменная составляющая усилий при тормозном нажатии 3 кH и скорости скольжения 2 м/с (дискретность времени 5 мс/дел)

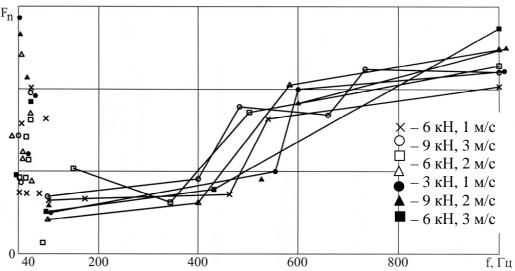


Рис. 4.20. Спектрограммы переменной составляющей нормальных усилий тормозного механизма

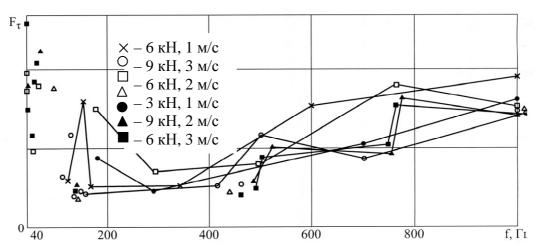


Рис. 4.21. Спектрограммы переменной составляющей тангенциальных усилий тормозного механизма

Наиболее интенсивно падение силы трения в тормозном колодочно-колесном механизме происходит при увеличении скорости движения до 5 м/с, что является областью применения подвижного состава рельсового транспорта шахт. Для повышения эффективности торможения и исключения отказов в результате блокирования ходовых колес необходимо регулирование тормозного нажатия в процессе торможения или разработке моделей управления силой трения в тормозном механизме.

Полученные результаты позволяют утверждать, что коэффициент трения тормозных колодок обладает агрегатными свойствами в тормозной системе и определяется геометрией контакта трения и тормозной передачи, инерционными, упругими и диссипативными свойствами контакта, тормозного механизма, передачи и привода. Изменение силы трения от скорости скольжения является результатом высокочастотного возмущения контакта трения, от нагрузки — упругой или упруго-пластической деформации его, что является основанием для разработки модели управления силой трения в тормозном механизме по величине и в функции скорости движения.

# 4.4. Разработка нормативных значений ходовых качеств подвижного состава рельсового транспорта шахт

В нормативно-технической документации ходовые качества шахтных вагонов и локомотивов показателями не регламентируются.

#### 4.4.1. Планирование эксперимента

#### 4.4.1.1. Постановка задачи

1. Выбор входных переменных (факторов)

На основании изучения состояния вопроса сопротивление движению шахтных вагонеток определяем следующим набором качественных и количественных факторов:

- 1) тип подвижного состава, конструкция ходовой части;
- 2) скорость движения подвижного состава V;
- 3) нагрузка на оси ходовой части  $P_0$ ;
- 4) количество вагонов в составе N;
- 5) содержание рельсового пути, уклон пути и состояние поверхности рельсов;
- 6) качество изготовления и сборки ходовой части, дефекты в эксплуатации, продолжительность эксплуатации;
  - 7) режим движение поезда тяга, толкание, трогание.

Все факторы управляемые и не зависят друг от друга.

Содержание рельсового пути должно соответствовать нормам:

- ширина колеи  $S_{K-2}^{+4}$  600, 900 мм;
- поперечный уклон пути отсутствует;
- рельс Р − 33 или Р − 24;
- путь прямолинейный, стационарный, нижнее и верхнее строение удовлетворяет требованиям на устройство пути [138].

Влияние уклона на участке испытаний при проведении параллельных опытов определяется вычислением основного сопротивления движению подвижного состава, т. е.

$$W = \frac{W_1 + W_2}{2} \,, \tag{4.16}$$

где  $W_1$ ,  $W_2$  — сопротивление движению подвижного состава на участке пути с постоянным уклоном при движении вверх и вниз соответственно при прочих равных условиях.

Состояние поверхности рельсов – сухие, чистые.

На данном этапе имеет место задача отсеивающего эксперимента: доказать, что сопротивление троганию одиночной вагонетки (порожней и при полной грузоподъемности) и сопротивление движению ее при установившейся скорости движения до 1 м/с существенно не отличаются. На этапах разработки математической модели эксперимента это предоставит возможность экстраполировать нижний уровень скорости движения до V=0, что позволит получить из модели исследуемого процесса W(A,V) расчетное значение коэффициента сопротивления троганию  $W_{\rm Tp}(A,V=0)$ , где A- параметры математической модели.

Если же гипотеза однородности средних значений показателя сопротивления движению для скорости движения V=0 и V<1 м/с не будет доказана, то необходимо предположить, что существует разрыв сопротивления движению в данном интервале скорости движения. При этом нижний уровень скорости планировать 1 м/c, сопротивление движению при трогании необходимо искать, планируя независимый эксперимент, принимая V=0.

Одновременно настоящим отсеивающим экспериментом будет выполнена проверка необходимой предпосылки статистического анализа — функция отклика должна быть непрерывной поверхностью в многомерном пространстве (области определения факторов).

По ПБ § 286 [6] разрешается проталкивание шахтных вагонеток локомотивом при выполнении маневровых и сборочных операций. Таким образом, трогание поезда может осуществляться в 2-х режимах: толкание и тяга.

В этой связи при планировании основного эксперимента скорость движения V < 1 м/с необходимо реализовать в двух режимах: толкание и тяга. При обработке результатов эксперимента надо решать следующую задачу: принадлежат ли показатели сопротивления движению на 2-х режимах движения при прочих равных условиях одной генеральной совокупности.

Если эта гипотеза не подтвердится, то необходимо искать сопротивление движению при толкании независимо от основного значения сопротивления движению.

На данном этапе целесообразно провести в заводских условиях эксперимент (назовем его контрольным), задачей которого является:

- установить ходовые качества новых вагонеток, например, путь и время выбега, сопротивление троганию;
  - получить ошибки приборов и методов измерений;

– отработать методику отбора вагонеток в партию для испытаний в основном эксперименте.

Для этого необходимо применять метод выбега, разгоняя одиночную порожнюю вагонетку до верхнего уровня скорости движения, измерять путь и время выбега. Используя результаты измерений определить наличие грубых ошибок, по которым следует браковать ходовые качества вагонеток.

Для вагонеток, ходовые качества которых удовлетворяют, применяя метод прямого измерения, необходимо получить сопротивление троганию с показателями, которые распределяются по нормальному закону.

Для отбора вагонеток при реализации основного плана эксперимента используют настоящую методику и результаты, чтобы сопротивление движению вагонеток, подлежащих испытаниям, не превышало этого же показателя для новых вагонеток данного типа.

Таким образом, будет отброшено влияние некачественного изготовления и сборки вагонеток, а также дефектов в эксплуатации и других конструктивных факторов, которые приводят к изменению сопротивления движению. Продолжительность эксплуатации будет учтена случайным образом при отборе вагонеток в партию. Содержание рельсового пути, уклон пути и состояние поверхности рельсов будут зафиксированы на одном уровне. Режимы трогания будут или отброшены, или рассмотрены независимо. В качестве варьируемых факторов остаются V,  $P_0$ , N и тип подвижного состава.

#### 2. Выбор выходных переменных

Будем рассматривать случай с одним выходным параметром: W — сила сопротивления движению.

Для облегчения интерпретации результатов исследования удобно применять безразмерный коэффициент сопротивления движению

$$w = \frac{W}{P_0}. (4.17)$$

## 4.4.1.2. Выбор математической модели

Изменение коэффициента сопротивления движению от V,  $P_0$ , N являются функцией, вид которой неизвестен. В случае ее непрерывности представление ее возможно в виде разложения в степенной ряд.

Задача настоящего исследования формулируется следующим образом: определить совместное влияние скорости движения V, нагрузки на ось ходовой части  $P_0$ , количества вагонеток в составе N, влияние каждого из них при постоянном значении другого и установить степень этого влияния на величину коэффициента сопротивления движению для каждого типа вагонеток по рельсовому пути с рельсами P-33, P-24, который устроен и содержится по нормам.

На формальном уровне задача формулируется следующим образом:

– получить представление о функции отклика

$$w = f(V, P_0, N, VP_0N). (4.18)$$

В общем виде модель зависимости будем искать таким образом:

$$\overline{w} = a_0 + a_1 P_0 + a_2 V + a_3 N + a_4 P_0^2 + a_5 V^2 + a_6 N^2 + a_7 P_0 V + a_8 V N + a_9 P_0 N + a_{10} V P_0 N.$$
(4.19)

Понижение порядка и отсеивание незначимых параметров модели предусматривают последующие этапы планирования.

### 4.4.1.3. Выбор и анализ экспериментальных методов

Основным методом следует считать метод прямого измерения сопротивления движению, так как только он позволяет в полном объеме решить поставленную задачу.

Методу свободного выбега отводится вспомогательная роль для оценки ходовых качеств при отборе вагонеток в партию для испытаний.

Если будет доказано, что сопротивление движению не зависит от количества вагонеток в составе, метод свободного выбега можно применить в качестве основного. В этом случае задача должна решаться описанным далее способом.

Предполагая закон изменения основного удельного сопротивления движению в известном виде a+bV, определить параметры уравнения a и b.

Расчетная схема представлена на рис. 4.22.

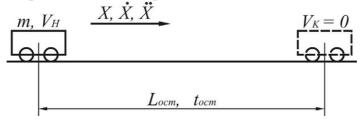


Рис. 4.22. Расчетная схема свободного выбега вагона:

m — масса вагонетки;  $V_{\rm H},~V_{\rm K}$  — начальная и конечная скорости вагонетки;  $X,\dot{X},\ddot{X}$  — соответственно путь, скорость и ускорение в функции времени;  $L_{\rm oct}$  — путь и время движения вагонетки до полной остановки.

Согласно принципу Даламбера уравнение равновесия имеет вид:

$$m\ddot{X} = -mg(a+b\dot{X}). \tag{4.20}$$

Общее решение уравнения (4.20) запишется так:

$$X = c_1 + c_2 e^{-gbt} - \frac{a}{b}t. (4.21)$$

Произвольные постоянные  $c_1$  и  $c_2$  находим из следующих условий: при  $t=0,\ X=0,$  при  $t=0,\ \dot{X}=V_{\rm H}$ 

$$c_1 = c_2, \ c_2 = -\left(V_H + \frac{a}{b}\right) \frac{1}{gb}.$$
 (4.22)

Подставляя значения  $c_1$  и  $c_2$  из (4.22) в уравнение (4.21), получим:

$$X = \left(V_H + \frac{a}{b}\right) \frac{\left(1 - e^{-gbt}\right)}{gb} - \frac{a}{b}t,$$

$$\dot{X} = \left(V_H + \frac{a}{b}\right)^{-gbt} - \frac{a}{b}.$$
(4.23)

Время движения вагонетки до полной остановки находим из второго уравнения (4.23) для  $\dot{X}=0$  (в момент остановки)

$$t_{\text{ост}} = \frac{1}{gb} \ln \left( \frac{a}{b} \cdot \frac{1}{V_H + \frac{a}{b}} \right). \tag{4.24}$$

Путь до полной остановки получаем из первого уравнения (4.23) для  $t=t_{
m oct}$ . После ряда преобразований запишем

$$L_{\text{oct}} = \frac{1}{gb^2} \left[ b \left( V_H + \frac{a}{b} \right) + a \left( 1 + \ln \left( \frac{a}{b} \cdot \frac{1}{V_H + \frac{a}{b}} \right) \right) \right]. \tag{4.25}$$

Искомые постоянные a и b можно определить из системы двух алгебраических уравнений, полученных из уравнений (4.24) и (4.25) после подстановки в них начальной скорости  $V_{\rm H}$ , пути  $L_{\rm ост}$ , проходимого вагонеткой до полной остановки, и времени  $t_{\rm ост}$ , затраченного на перемещение вагонетки до полной остановки.

Таким образом, в каждом опыте необходимо определить следующие параметры:  $V_{\rm H}, L_{\rm oct}, t_{\rm oct}.$ 

4.4.1.4. План эксперимента и его реализация

1. Выбор плана эксперимента

Определим необходимое число уровней факторов

$$S \ge 3$$

и число варьируемых факторов для каждого типа вагонеток

$$k=3$$
.

Следовательно, поставленная задача должна решаться при помощи полного факторного эксперимента типа  $S^k$ , т. е. второго порядка  $3^3$ . Количество опытов — 27.

2. Выбор области экспериментирования и интервалов варьирования

Для испытаний определены восемь типов вагонеток:  $B\Gamma - 1,1$ ,  $B\Gamma - 1,4$ ,  $B\Gamma - 1,6$ ,  $B\Gamma - 2,5$ ,  $B\Gamma - 3,3$ ,  $\Pi C - 3,5$ ,  $B\Pi K - 2,5$ ,  $B\Pi - 3,3$ .

Таблица 4.3

Уровни варьирования количественных факторов						
Уровни факторов и интервалы	К	одовы	e	Натуральные		
	значения			значения		
варьирования	$X_1$	$X_2$	$X_3$	$P_0$	<i>V</i> , м/с	<i>N</i> , шт.
Основной	0	0	0	Половина грузоподъемности	3	21
Интервал варьирования	1	1	1	Поле грузопод	2	20
Верхний	+1	+1	+1	Полная грузоподъемность	5	41
Нижний	-1	-1	-1	Іорожняя	1	1

#### 3. Построение матрицы планирования

Для каждого типа вагонеток выполняем полный факторный эксперимент по плану  $3^3$  в соответствии со стандартной матрицей планирования.

Количество параллельных опытов для каждого наблюдения не менее 12 (доверительная вероятность P=0.95, отношение доверительной точности  $\xi$  и среднеквадратичной ошибки S(y),  $\frac{\xi}{S(y)}=1$ ). При этом достигаем, что общее число наблюдений будет больше количества коэффициентов регрессии в 7 раз [177, 178].

Для реализации плана потребуется 41 порожняя вагонетка, такое же количество полностью груженых вагонеток и такое же количество груженых наполовину. При этом точность фиксирования  $P_0$  для каждой вагонетки должна быть выше точности измерения W.

#### 4. Обработка результатов измерений

Результаты эксперимента предусмотрено обрабатывать по стандартной программе, в том числе анализ и понижение порядка математической модели зависимости сопротивления движению.

Выполнение необходимых предпосылок статистического анализа:

- 1) сопротивление движению является независимой величиной, распределенной по нормальному закону, проверяется по стандартной программе «Проверка гипотезы о нормальности распределения»;
- 2) однородность дисперсий параллельных опытов проверяется по G-критерию Кохрена:

$$\begin{cases} G_p > G, \\ G_p = \frac{S_{u \max}^2}{\sum_{1}^{n} S_u^2}, \\ S_u^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{1}^{n} (y_{un} - \bar{y}_n)^2, \\ \bar{y} = \frac{1}{n} \sum_{1}^{n} y_{un}, \ u = 1, 2, ..., 27, \ n = 1, 2, ..., 12. \end{cases}$$

$$(4.26)$$

Для проверки гипотезы о равенстве двух выборочных средних  $\overline{y}_1$ ,  $\overline{y}_2$  принят t-критерий Стьюдента

$$\begin{cases} t \leq t_{maon.}, \\ t = \frac{\left|\overline{y}_{1} - \overline{y}_{2}\right|}{S(\overline{y})} & npu \quad n < 20, \\ S(\overline{y}) = \sqrt{\frac{\sum(\overline{y}_{1i} - \overline{y}_{1})^{2} + \sum(\overline{y}_{2i} - \overline{y}_{2})^{2}}{n_{1} + n_{2} + 2}}, \\ t = \frac{\left|\overline{y}_{1} - \overline{y}_{2}\right|}{\sqrt{\frac{S_{1}^{2}}{n_{1}} + \frac{S_{2}^{2}}{n_{2}}}} & npu \quad n > 20, \end{cases}$$

$$(4.27)$$

где  $n_1$ ,  $n_2$  – объем выборок;  $\overline{y}_1$ ,  $\overline{y}_2$ ,  $S_1^2$ ,  $S_2^2$  – их средние значения и дисперсии.

#### 4.4.1.5. Аппаратура, измерительные узлы и схемы

1. Контролируемые величины, требования к аппаратуре и регистрации процессов

Для проведения комплексных исследований по определению основного удельного сопротивления движению подвижного состава и коэффициента сцепления рудничных электровозов необходимо контролировать описанные далее величины.

1.1. Тяговое усилие на крюке электровоза или на сцепке измерительного вагона

Шахтный подвижной состав отличается жесткой конструкцией буферов и сцепных устройств, поэтому при испытаниях следует ожидать весьма больших сжимающих и растягивающих усилий, достигающих нескольких десятков тонн, в то время как номинальное тяговое усилие ограничено условиями сцепления и для рудничных электровозов сцепным весом 7...25 т не превышает 1,5...5 т.

1.2. Скорость движения колес подвижного состава и путь, проходимый поездом

Датчики скорости движения и пути должны обеспечить измерение кинематики поезда на одном из свободно вращающихся колес измерительного вагона и на обеих осях колесных пар электровоза, имея ввиду, что при буксовании окружные скорости ведущих колес отличаются от поступательной скорости движения поезда.

#### 1.3. Время

#### 1.4. Параметры пути

Ввиду отсутствия надежной путеизмерительной аппаратуры, пригодной для применения в шахтных условиях, профиль пути и другие его параметры будут приниматься по данным геодезической съемки и контролироваться специальными измерительными путевыми шаблонами.

#### 1.5. Расход энергии

Аппаратура должна обеспечивать регистрацию измеряемых величин (осциллографирование), а также визуальный их контроль. Необходимо иметь ввиду, что скорость регистрации должна быть согласована со скоростью изменения возмущающего воздействия процесса, т. е. в зависимости от того, как изменяется процесс — в функции времени, скорости, пути и т. д. Поскольку тяговое сопротивление прицепной части поезда на сцепке локомотива изменяется в функции пути, то и регистрация должна производиться в функции пути. Если скорость движения поезда неравномерна, а регистрация произведена в функции времени, то реализация исказит картину частотной структуры процесса, а при вычислении среднего значения тягового сопротивления появится ошибка смещения тем большая, чем больше нестационарность процесса на интервале опыта и чем больше неравномерность скорости движения поезда.

Если процесс эргодичен, то при достаточно большой продолжительности опыта и достаточно малом интервале обработки осциллограмм ошибка может быть небольшой, независимо от способа привода регистратора. При слабой стационарности процесса и при заметной неравномерности скорости движения на осциллограмме следует делать отметки пути, по которым вести обработку с переменным шагом во времени. Способ привода регистратора значения не имеет в том случае, если обработку реализаций выполнять, применяя способ амплитудной классификации дискретных значений процесса.

Продолжительность записи измеряемого процесса, интервал обработки записи, частотная структура процесса и степень его стационарности связаны с ошибкой обработки записи. Чтобы не исказить результат измерений, погрешность обработки должна быть на порядок меньше ошибки измерений. В противном случае необходимо производить сложение ошибок измерения и обработки по правилам суммирования погрешностей.

Аппаратура должна быть стационарно смонтирована в закрытом измерительном вагоне, который может быть легко включен в состав поезда.

При проведении небольшого количества опытов не должна исключаться возможность применения аппаратуры индивидуально или в различных комплектах.

Аппаратуру и кузов измерительного вагона необходимо амортизировать.

Конструкция измерительной аппаратуры и схем должна удовлетворять требованиям взрывобезопасности.

Предлагаемый план эксперимента должен быть основан на измерениях, гарантирующих достаточно точные результаты.

Достоинства применения вагон-лаборатории при этом заключаются не только в размещении измерительной и регистрирующей аппаратуры, агрегатов, в обеспечении условий безопасности и т. п. При этом предоставляется ряд технических возможностей повышения точности и надежности измерений:

- выполнять условия идентичности проведения опытов, в частности, термостатирования аппаратуры;
- использовать свободную ось для установки датчиков скорости движения прицепной части поезда;
- выполнять условия моделирования режимов движения и рандолизации плана эксперимента.

Для этих целей может быть использован специальный вагон конструкции ДГИ [179, 61, 62], который оборудуют для комплексных путевых испытаний (тягового сопротивления прицепной части поезда и сцепных свойств локомотива) или для измерений по частным программам.

#### 2. Измерение усилий

В качестве динамометров используем электрические универсальные динамометры типа ДЭУ конструкции ДГИ. Зависимость между измеряемым усилием и показанием измерителей линейная. Время запаздывания (инерционность) схемы равно около 0,0003 с.

Электрический динамометр ДЭУ состоит из собственно динамометра (датчика) и приставки, соединенной с ним четырехжильным кабелем.

Рабочее звено динамометра выполнено из стали ЗОХГС, подвергнуто закалке и последующим отпуском. На него наклеены мощные проволочные или фольговые датчики, соединенные в измерительный мост.

Для визуального контроля измерительных усилий применен амперметр с пределом измерений 0...150 мA.

### 3. Контроль кинематики поезда и колесных пар электровоза

При измерениях необходимо предусмотреть одновременный контроль кинематики обеих ведущих колесных пар электровоза и свободно вращающегося колеса измерительного вагона.

Для суждения об изменении в пределах одного оборота угловой скорости ведущих и свободно вращающихся колес подвижного состава, а также для контроля пройденного пути предусмотрена регистрация отметок долей оборотов колес с точностью до 1/20 оборота, что соответствует повороту контролируемого колеса на 18°. Регистрация долей оборота колеса производится

осциллографом, вибратор которого  $\mathbf{H}_{\scriptscriptstyle \rm I}$  включен в цепь отметчика долей оборотов (рис. 4.23).



Отметчик долей оборотов представляет собой коллекторный датчик, состоящий из кольца I и коллектора II, имеющего 10 коллекторных пластин с изоляционными промежутками между ними, равными ширине коллекторной пластины. К коллекторным пластинам подпаяны девять секций омического сопротивления  $R_2-R_{10}$ . Реостат включен в схему для получения возможности изменения амплитуды записи отметок.

При вращении ротора датчика, по мере перехода щетки коллектора II с одной пластины на другую, сопротивление цепи скачкообразно уменьшается. Существенным преимуществом такой записи является изменение наклона отметок при реверсировании колеса.

4. Оборудование измерительного вагона

Для выполнения плана экспериментов в измерительном вагоне необходимо установить:

- аппарат параметров тягового режима и параметров кинематики;
- 12-канальный осциллограф К 12 22;
- электрические часы типа ЭЧ;
- блок питания, состоящий из трех аккумуляторных батарей;
- зарядно-разрядный щит;
- два электрических динамометра ДЭУ, установленных в силоизмерительном узле;
- датчик параметров кинематики, установленный на колесе измерительного вагона.

## 4.4.2. Программа эксперимента

- 1. Цель.
- 1.1. Определить законы распределения сопротивления вращению колес на окружности катания ходовой части вагонеток емкостью до 2  $\text{M}^3$  и более.
- 1.2. Для каждого типа вагонеток получить закон распределения силы тяжести.
- 1.3. Определить основное удельное сопротивление троганию одиночных вагонеток.
- 1.4. Измерить основное удельное сопротивление движению одиночных вагонеток при скорости до 0,01 м/с.
- 1.5. Определить основное удельное сопротивление троганию и движению секционного поезда.

- 2. Задачи.
- 2.1. Получить две выборки значений усилия сопротивления вращению колес, приложенного к окружности катания их для вагонеток емкостью  $2 \, \text{m}^3$  и более. Вычислить для каждого типа вагонеток распределения силы тяжести.

Условия. Способ отбора колесных пар и вагонеток – случайный. В измерения включать вагонетки, которые будут испытаны в соответствии с последующими пунктами настоящей программы.

Сделать пробную выборку объемом n=30. Получить выборочную дисперсию

$$S^{2} = \frac{\sum_{i=1}^{n} (F_{i} - \overline{F})^{2}}{n-1},$$
(4.28)

где  $F_i$ ,  $\overline{F}$  – выборочные и среднее значения сопротивления.

Объем выборки рассчитать по формуле:

$$n = \left(t_{\rm p,n} \frac{S^2}{\Delta^2}\right)^2,\tag{4.29}$$

где  $t_{\rm p,n}$  = 2,045 — табличное значение достоверности для доверительной вероятности P=0,95 и числа опытов n=30;  $\Delta=1$  H — точность динамометра для измерения сопротивления вращению колеса.

- 2.2. Получить осциллограммы сил тяги.
- 2.2.1. При трогании одиночных вагонеток.
- 2.2.2. При движении одиночных вагонеток с постоянной скоростью  $V=0.01~\mathrm{m/c}.$

Условия. Для каждого типа серийных вагонеток после взвешивания выполнить количество опытов (количество вагонеток) n > 12. Измерения 2.2.1. проводить для двух сцепок каждой вагонетки, считая их параллельными опытами. Участок испытаний прямолинейный с уклоном пути i = 0, рельсы P - 33 или P - 24 сухие, чистые, ширина колеи  $S_{K+4}^{-2} = 600$ , 900 мм.

При измерениях 2.2.1 определить наличие грубых ошибок по формуле

$$U_{\text{max}} = \frac{\left(F_{\text{max}} - \overline{F}\right)}{\left(\frac{S}{\sqrt{12}}\right)}.$$
 (4.30)

Если имеет место неравенство  $U_{\rm max} > U_{0,05;12}$ , то результат измерения  $F_{\rm max}$  отбросить, вагонетку с высоким сопротивлением снять с дальнейших испытаний и включить новое измерение до n=12.

После 12 измерений определить объем представительной выборки (п. 2.1) и дополнить количество опытов до N, продолжая выбраковку вагонеток по наличию грубых ошибок.

Измерения 2.2.2 выполнять для N вагонеток, которые прошли испытания по п. 2.2.1. Для данных условий проверять наличие грубых ошибок, продолжая выбраковку вагонеток. При этом количество вагонеток должно оставаться N.

- 2.3. Получить осциллограммы сил тяги.
- 2.3.1. При трогании состава вагонеток с количеством вагонеток 2, 3, 4... N.
- 2.3.2. При движении состава вагонеток с количеством вагонеток 2, 3, 4...N с постоянной скоростью  $V \simeq 0.01$  м/с.

Условия. Требования к рельсовому пути см. п. 2.2. Секционный поезд испытывать с штатным количеством секций, выбраковку секций выполнить по сопротивлению колес на стадии 2.1. Для каждого состава выполнить N параллельных опытов (на разных участках пути, изменяя направление движения и т. п.).

- 3. Параметры измерений и их уровни.
- 3.1. Сила тяги при трогании одиночных вагонеток до 100 Н.
- 3.2. Сила тяжести вагонетки до 11 кH, осевые нагрузки до 5,5 кH.
- 3.3. Сила тяги для секционного поезда до 17 кН.
- 3.4. Сила тяги состава вагонеток до 5 кН.
- 3.5. Сила тяги по сцеплению локомотива до 30 кН.
- 3.6. Сила тяжести электровоза до 100 кН.
- 3.7. Сопротивление колеса на окружности катания до 30 Н.
- 4. Приборы и оборудование.
- 4.1. Осциллограф.
- 4.2. Динамометры с пределами измерения:
- до 100 H (ДУ − 1 шт., ДЭ − 3 шт.);
- от 100 H до 5 кH (ДУ 3 шт.);
- от 5 до 30 кH (ДУ 2 шт.).
- 4.3. Лебедки: ручная, с эл. приводом.
- 4.4. Локомотивы (2 шт.).
- 4.5. Шаблон путевой.
- 4.6. Датчики кинематики (2 шт.).

## 4.4.3. Порядок обработки результатов эксперимента

- 1. Каждое наблюдение занести в таблицу, в которой также разместить результаты вычислений.
  - 2. Среднее арифметическое выборки

$$\overline{x} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n}.$$
(4.31)

3. Среднеквадратическое отклонение наблюдений

$$S_x = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n} \Delta x_i^2}{n-1}}. (4.32)$$

4. Среднеквадратическое отклонение результатов измерений

$$S_{\bar{x}} = \frac{S_x}{\sqrt{n}}. (4.33)$$

- 5. Построить закон распределения результатов, выполнить проверку гипотезы о нормальности распределения, оценить наличие грубых ошибок методики.
- 6. Задаваясь значением доверительной вероятности  $\gamma$ , найти коэффициент Стьюдента  $t_{\gamma,n}$  для данного числа измерений n, и максимальную погрешность

$$\Delta x = t_{\gamma,n} S_{\bar{x}} \,. \tag{4.34}$$

- 7. Определить наличие грубых ошибок (оценка анормальности результатов наблюдений):
  - вычислить

$$U_{\text{max}} = \frac{\left(x_{\text{max}} - \overline{x}\right)}{S_{x}}, \ U_{\text{min}} = \frac{\left(\overline{x} - x_{\text{min}}\right)}{S_{x}}; \tag{4.35}$$

- по количеству измерений n и уровню значимости  $\alpha = 1 \gamma$  найти табличное значение  $U_a$ ;
- сравнить  $U_{max}$ ,  $U_{min}$ ,  $U_{\alpha}$ , если  $U_{max}$  или  $U_{min}$  больше  $U_{\alpha}$ , то результат отбросить и выполнить п.п. 1-7.
  - 8. Учесть систематическую погрешность

$$\Delta x = \sqrt{\Delta_0^2 + \left(t_{\gamma,n} S_{\bar{x}}\right)^2} \ . \tag{4.36}$$

- 9. Полученное численное значение округлить.
- 10. Относительная погрешность измерения

$$k_V = \left(\frac{\Delta x}{\bar{x}}\right) \cdot 100\% \ . \tag{4.37}$$

11. Результат измерения

$$x = \overline{x} \pm \Delta x \quad (k_V,\%). \tag{4.38}$$

Порядок составлен на основании стандартов [180, 181, 182, 183].

#### 4.4.4. Результаты эксперимента и их интерпретация

Результаты обработки осциллограмм представлены в виде гистограмм распределения усилий и сводки результатов, типовые осциллограммы приведены на рис. 4.24, 4.25.

Для вычисления среднего размера основной погрешности обмера осциллограмм применяли формулу [184]:

$$\Delta_0 = \frac{20(1+5\Delta y)}{y} + \frac{50t}{y}, \%, \qquad (4.39)$$

где y,  $\Delta y$ , — ордината и соответственно приращение ординаты процесса, вызываемое смещением нулевой линии; t — толщина линии записи.

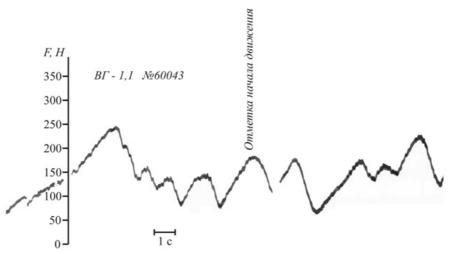


Рис. 4.24. Образец осциллограммы процесса движения вагонетки ВГ – 1,1

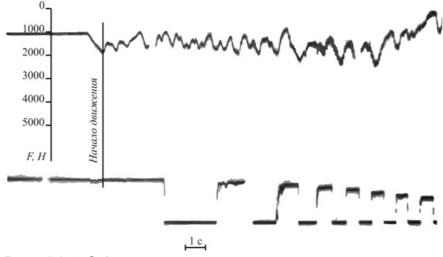


Рис. 4.25. Образец осциллограммы процесса движения секционного поезда  $\Pi C - 3.5$ 

Погрешность электродинамометров для измерения силы тяги определяем как приведенную относительную ошибку масштабного коэффициента M

$$\Delta_M = \frac{S_M}{M} \cdot 100\% \,, \tag{4.40}$$

где  $S_{M}$  — среднеквадратичная ошибка масштабного коэффициента измерения.

Погрешностью осциллографа принято максимальное отклонение от линейности его амплитудной и частотной характеристик [184]:

$$\Delta_{\rm oc} = 3 \%$$
.

Средняя квадратичная погрешность аппаратурная и обмера осциллограмм составила:

$$\Delta_A = \sqrt{\Delta_0^2 + \Delta_M^2 + \Delta_{oc}^2} = \sqrt{3^2 + 2^2 + 3^2} = 4,7 \%. \tag{4.41}$$

Построены гистограммы распределения силы сопротивления для каждой вагонетки, которые позволили выявить наличие грубых ошибок при измерениях. Выполнить оценку анормальности распределения силы сопротивления для каждой вагонетки не представляется возможным, так как при объеме измерений n < 50 не существует критериев высокой надежности. В качестве грубых ошибок измерения принимали только максимальные отклонения ( $U_{max}$ ), которые отсеивали в соответствии с п. 4.4.3. Таким образом были отброшены значения:

- для вагонеток BГ 1,1 358,8; 366,6; 364,0; 364,0; 400,4; 402,8; 413,45; 439,9; 360,4; 397,5; 402,8; 397,5; 445,2; 418,7; 397,5; 365,7; 414,0; 414,0; 363,4;
- для вагонеток ВГ 1,4 525,5; 458,3; 571,5; 486,4; 541,1; 529,8; 423,7; 454,4; 521,1; 362,3; 392,9; 447,3; 407,9; 446,0;
- для вагонеток ВГ 1,6 470,5; 476,6; 574,3; 586,6; 403,3; 427,7; 456,0; 407,2; 432,6; 352,3; 333,7; 401,7; 420,2;
- для вагонеток ВГ 2,5 584,2; 419,1; 406,4; 667,9; 466,9; 325,8; 320,4; 342,2; 295,0; 283,2; 324,5; 348,1; 397,5; 374,1; 344,9; 274,7;
- для вагонеток ВГ 3,3 444,5; 647,7; 488,9; 444,5; 647,7; 444,5; 533,4; 590,6; 520,7; 250,3; 273,5; 314,3; 302,6; 602,0; 603,0; 582,9; 603,0; 582,9; 562,8; 515,9; 556,1; 482,4;
- для вагонеток ВД 3,3 495,9; 803,7; 653,6; 524,4;382,2; 468,0; 553,8; 327,6; 561,6;
  - для вагонеток ВДК -2.5 313.6; 481.6; 408.8; 481.6; 459.2.

С учетом отсеивания грубых ошибок построены гистограммы распределения сопротивления по каждому типу вагонеток (рис. 4.26, 4.27, 4.28, 4.29, 4.30, 4.31, 4.32). Не применяя статистических критериев, только по общему виду каждой гистограммы можно принять гипотезу о нормальности распределения параметра. По характеру гистограмм нет достаточных оснований утверждать, что в каком-либо из типов вагонеток имеются максимальные значения сопротивления, которые можно было бы принять в качестве грубых ошибок. Сводка результатов обработки осциллограмм представлена в табл. 4.4.

Для ВД – 3,3 звездочкой обозначены вагонетка (заводской номер 45527), которая отбракована по статистическим критериям, как грубая ошибка (п. 4.4.3). В процессе эксперимента была отбракована вагонетка № 45864 этого же типа, которая имела сопротивление движению больше 1 кН. Среднее значение сопротивления по типу получено с учетом отброшенных отдельных значений и вагонеток в целом.

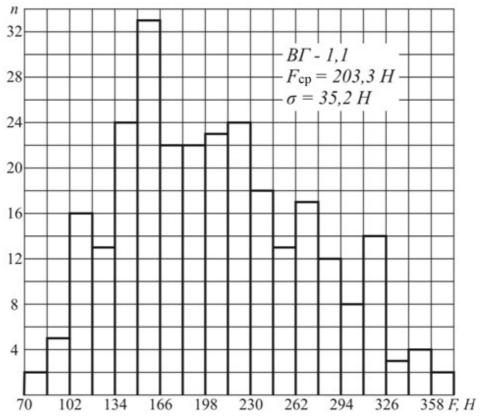


Рис. 4.26. Гистограмма распределения сопротивления движению вагонетки  $B\Gamma-1,1$ 

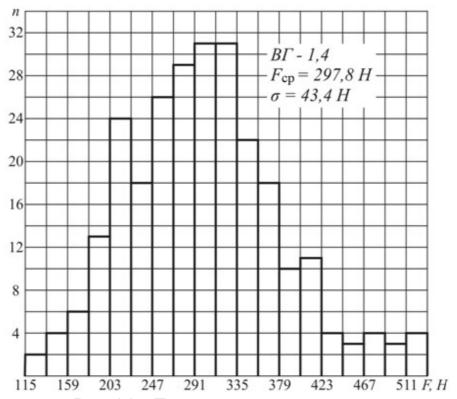


Рис. 4.27. Гистограмма распределения сопротивления движению вагонетки ВГ – 1,4

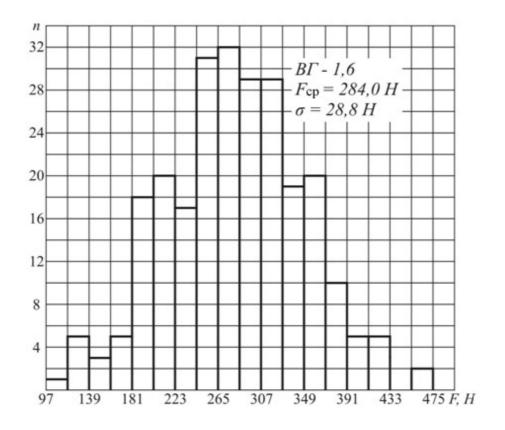


Рис. 4.28. Гистограмма распределения сопротивления движению вагонетки В $\Gamma-1,6$ 

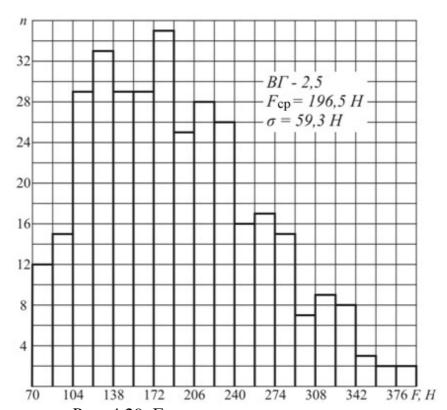


Рис. 4.29. Гистограмма распределения сопротивления движению вагонетки ВГ – 2,5

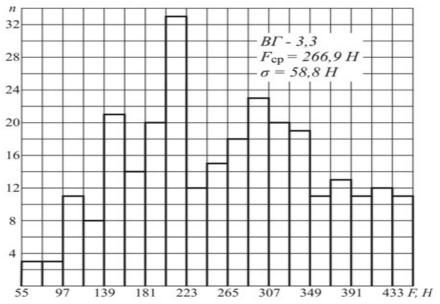


Рис. 4.30. Гистограмма распределения сопротивления движению вагонетки  $B\Gamma - 3,3$ 

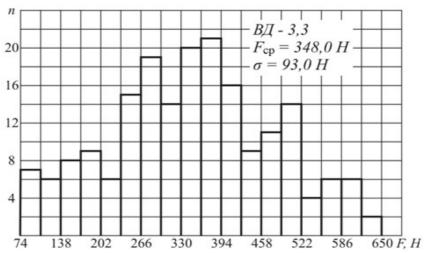


Рис. 4.31. Гистограмма распределения сопротивления движению вагонетки ВД – 3,3

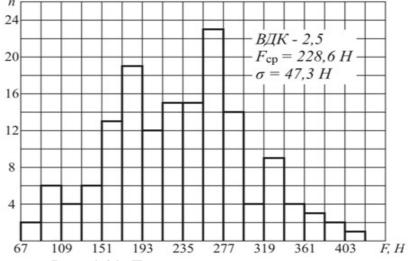


Рис. 4.32. Гистограмма распределения сопротивления движению вагонетки ВДК – 2,5

Таблица 4.4 Сводка результатов обработки осциллограмм

<b>№</b> п/п	Тип и номер заводской вагонетки	Количество измерений	Среднее значение силы сопротив-ления, Н	Среднеквадратическое отклонение силы сопротивления	Суммарное сопротив- ление вращению колес, Н
1	2	3	4	5	6
	ВД – 3,3 – 900	I			
1	45484	4	277,8	26,2	205
2	43370	7	367,9	28,5	165
2 3	45502	7	298,9	100,1	74
4	45520	6	408,9	70,2	47
5	45528	8	384,8	75,6	123
6	45527 *	9	795,5	181,7	63
7	45513	8	409,0	71,6	85
8	45511	9	464,1	101,6	144
9	45525	11	410,5	81,0	113
10	45863	14	419,4	109,7	62
11	45860	12	430,5	116,2	_
12	45498	22	326,7	133,8	78
13	45515	20	489,1	89,0	152
14	45485	13	288,1	87,6	38
15	45486	18	180,3	48,7	123
16	45865	15	348,2	87,1	123
17	45864	15	189,7	80,1	_
18	45867	12	223,6	79,5	67
	По типу ВД – 3,3 – 900	210	348,0	93,0	
	$B\Gamma - 3.3$				
1	43311	22	264,2	79,2	81
2 3	36549	25	247,5	116,7	44
	44300	30	257,6	99,1	164
4	43293	26	164,1	65,0	68
5	36495	26	168,0	34,2	45
6	43586	24	297,0	70,2	98
7	41878	23	236,6	68,1	112
8	43298	25	282,9	66,6	100
9	43326	24	282,0	106,8	90
10	43306	24	347,4	69,0	153
11	36381	23	350,8	77,5	169
12	41880	31	304,7	94,1	107

Продолжение табл. 4.4

$\begin{array}{c ccccccccccccccccccccccccccccccccccc$					Прооолжен	ние табл. 4.4
$\begin{array}{ c c c c c c c c c c c c c c c c c c c$	1		3	4	5	6
$\begin{array}{c ccccccccccccccccccccccccccccccccccc$		_	301	266,9	58,8	
$ \begin{array}{c ccccccccccccccccccccccccccccccccccc$						
$ \begin{array}{c ccccccccccccccccccccccccccccccccccc$	1		33	268,2	80,1	75
$\begin{array}{c ccccccccccccccccccccccccccccccccccc$	2	44356		·	· ·	
$ \begin{array}{c ccccccccccccccccccccccccccccccccccc$	3					86
$ \begin{array}{c ccccccccccccccccccccccccccccccccccc$	4	44013				
$ \begin{array}{c ccccccccccccccccccccccccccccccccccc$		16356		183,6	· ·	
$ \begin{array}{c ccccccccccccccccccccccccccccccccccc$						
$\begin{array}{c ccccccccccccccccccccccccccccccccccc$						_
$\begin{array}{c ccccccccccccccccccccccccccccccccccc$	8			·		62
$ \begin{array}{c ccccccccccccccccccccccccccccccccccc$					·	_
11         15221         27         129,4         23,5         —           По типу в $\Gamma$ – 2,5 – 900         363         196,5         53,9           ВГ – 1,4         31         326,7         60,8         63           2         45408         30         290,9         79,2         84           3         44915         31         343,0         117,6         122           4         45701         28         370,2         100,7         132           5         45449         27         262,7         65,6         39           6         45529         28         343,3         67,1         —           7         45180         24         230,3         52,3         42           8         45221         20         318,5         53,3         78           9         45358         24         266,4         46,9         50           10         44677         11         295,3         29,5         80           11         45362         14         313,4         97,4         56           12         45015         13         283,3         38,1         94           13 <td>10</td> <td>26654</td> <td></td> <td></td> <td></td> <td>_</td>	10	26654				_
12         44346         31         129,1         38,7         —           По типу $B\Gamma - 2,5 - 900$ 363         196,5         53,9           BF - 1,4         1         44937         31         326,7         60,8         63           2         45408         30         290,9         79,2         84           3         44915         31         343,0         117,6         122           4         45701         28         370,2         100,7         132           5         45449         27         262,7         65,6         39           6         45529         28         343,3         67,1         —           7         45180         24         230,3         52,3         42           8         45221         20         318,5         53,3         78           9         45358         24         266,4         46,9         50           10         44677         11         295,3         29,5         80           11         45362         14         313,4         97,4         56           12         45015         13         283,3         38,1         94<	11	15221	27			_
$\begin{array}{c ccccccccccccccccccccccccccccccccccc$	12	44346	31	129,1		_
$\begin{array}{c ccccccccccccccccccccccccccccccccccc$			363	196,5	53,9	
$\begin{array}{c ccccccccccccccccccccccccccccccccccc$			1	1		1
$\begin{array}{c ccccccccccccccccccccccccccccccccccc$	1		31	326,7	60,8	63
$\begin{array}{c ccccccccccccccccccccccccccccccccccc$	2	45408	30			
$\begin{array}{c ccccccccccccccccccccccccccccccccccc$	3	44915	31	343,0	117,6	122
$\begin{array}{cccccccccccccccccccccccccccccccccccc$		45701	28	370,2		132
$\begin{array}{cccccccccccccccccccccccccccccccccccc$		45449	27	262,7	65,6	39
$\begin{array}{c ccccccccccccccccccccccccccccccccccc$	6	45529	28	343,3	67,1	_
$\begin{array}{c ccccccccccccccccccccccccccccccccccc$	7	45180	24	230,3	52,3	42
$\begin{array}{c ccccccccccccccccccccccccccccccccccc$	8	45221	20	318,5	53,3	78
$\begin{array}{c ccccccccccccccccccccccccccccccccccc$	9	45358	24	266,4	46,9	50
$\begin{array}{c ccccccccccccccccccccccccccccccccccc$	10	44677	11	295,3	29,5	80
13         44930         9         242,6         47,2         77           По типу $B\Gamma - 1,4 - 600$ 290         297,8         43,4           BF - 1,6         44979         24         283,4         73,7         42           2         45386         17         270,4         67,3         42           3         44921         33         261,9         62,0         45           4         45432         38         307,1         108,5         -           5         45739         23         255,2         86,3         39           6         45065         30         316,9         60,0         -           7         45362         14         313,4         97,4         56           8         4456         14         282,8         53,0         -	11	45362	14	313,4	97,4	56
$\begin{array}{ c c c c c c c c }\hline \Pio \ \text{Tuniy} \\ B\Gamma - 1,4 - 600 \\ \hline \\ & \underline{B\Gamma - 1,6} \\ \hline \\ 1 & 44979 & 24 & 283,4 & 73,7 & 42 \\ 2 & 45386 & 17 & 270,4 & 67,3 & 42 \\ 3 & 44921 & 33 & 261,9 & 62,0 & 45 \\ 4 & 45432 & 38 & 307,1 & 108,5 & - \\ 5 & 45739 & 23 & 255,2 & 86,3 & 39 \\ 6 & 45065 & 30 & 316,9 & 60,0 & - \\ 7 & 45362 & 14 & 313,4 & 97,4 & 56 \\ 8 & 4456 & 14 & 282,8 & 53,0 & - \\ \hline \end{array}$	12	45015	13	283,3	38,1	94
$\begin{array}{c ccccccccccccccccccccccccccccccccccc$	13	44930	9	242,6	47,2	77
$\begin{array}{c ccccccccccccccccccccccccccccccccccc$		•	290	297,8	43,4	
1       44979       24       283,4       73,7       42         2       45386       17       270,4       67,3       42         3       44921       33       261,9       62,0       45         4       45432       38       307,1       108,5       —         5       45739       23       255,2       86,3       39         6       45065       30       316,9       60,0       —         7       45362       14       313,4       97,4       56         8       4456       14       282,8       53,0       —			•	•		•
2       45386       17       270,4       67,3       42         3       44921       33       261,9       62,0       45         4       45432       38       307,1       108,5       -         5       45739       23       255,2       86,3       39         6       45065       30       316,9       60,0       -         7       45362       14       313,4       97,4       56         8       4456       14       282,8       53,0       -	1	·	24	283,4	73,7	42
4       45432       38       307,1       108,5       —         5       45739       23       255,2       86,3       39         6       45065       30       316,9       60,0       —         7       45362       14       313,4       97,4       56         8       4456       14       282,8       53,0       —		45386				
4       45432       38       307,1       108,5       —         5       45739       23       255,2       86,3       39         6       45065       30       316,9       60,0       —         7       45362       14       313,4       97,4       56         8       4456       14       282,8       53,0       —	3	44921	33			45
6 45065 30 316,9 60,0 – 7 45362 14 313,4 97,4 56 8 4456 14 282,8 53,0 –		45432	38		108,5	_
7 45362 14 313,4 97,4 56 8 4456 14 282,8 53,0 –	5	45739	23	255,2	86,3	39
8 4456 14 282,8 53,0 -	6	45065	30	316,9	60,0	_
		45362	14	313,4	97,4	56
9 44539 16 240,1 54,7 50		4456	14	282,8	53,0	_
	9	44539	16	240,1	54,7	50

Окончание табл. 4.4

	Ţ		1		ше тиол. 4.4
1	2	3	4	5	6
10	б/н	18	277,3	39,9	_
11	45581	15	266,7	28,6	_
12	45364	19	329,5	28,9	
	По типу	261	284,4	28,8	
	$B\Gamma - 1,6 - 600$	201	204,4	20,0	
	$B\Gamma - 1,1$				
1	60081	22	281,1	57,9	67
2	60144	21	260,2	64,9	62
3	60043	25	183,6	59,4	35
4	60067	26	192,6	56,7	69
5	60349	19	188,9	68,5	60
6	60036	24	233,8	65,2	103
7	60113	26	201,4	48,6	72
8	60037	27	196,2	44,4	47
9	60809	26	212,7	51,6	_
10	60046	26	209,7	61,5	_
11	60131	23	175,8	56,4	_
12	60137	26	156,4	45,6	24
	По типу	201			
	$B\Gamma - 1, 1 - 600$	281	205,3	35,2	
	ВДК – 2,5		l		
1	1301	16	139,3	42,3	_
2	1307	18	286,5	55,1	_
2 3	1217	19	251,0	62,3	_
4	1304	26	216,9	61,6	_
5	1323	16	189,9	66,2	_
6	1381	15	247,8	76,7	_
7	1391	12	213,2	67,6	_
8	1379	15	223,5	48,9	_
9	1397	16	289,9	51,7	_
	По типу ВДК – 2,5 – 900	153	228,6	47,3	
	$\frac{\Pi C - 3.5 - 900}{\Pi C - 3.5 - 900}$		Tn	огание	
	Пять секций в		1 p	OI WIIII O	
1	составе	28	2022,0	287,1	
	$\Pi C - 3.5 - 900$			ростью близкой	кО
	Пять секций в	ды	monnio co che	Poetbio omiskom	· K U
1	составе	30	1496,0	204,7	
			1170,0	201,7	

Для большинства вагонеток определены значения сопротивления вращению ненагруженных колес, в табл. 4.5 приведено суммарное сопротивление вращению четырех колес вагонетки. Закон распределения этого

параметра не подчиняется нормальному, что указывает на неудовлетворительное качество сборки колесных пар и не позволяет выполнить статистическую обработку полученных выборок для колес вагонеток емкостью до  $2 \, \mathrm{m}^3$  и более.

Таким образом, справедливость статистических гипотез о равенстве средних значений сопротивления вращению колес и сопротивления движению вагонетки, однородности их дисперсий не подтверждается. Следовательно, нагружение осей вагонеток, конструктивные параметры ходовой части (непараллельность осей и т. п.) существенно изменяют ходовые качества вагонеток.

Результаты эксперимента представлены в табл. 4.5.

Таблица 4.5 Удельное сопротивление движению вагонеток и его статистические характеристики

Тип вагонетки	Среднее усилие сопротивле- ния	Сила тяжести порожней вагонет- ки, Н	Среднее значение удельного сопротивления $(w_{cp})$ , $H/\kappa H$	Среднеквадратическое отклонение удельного сопротивления ( $\sigma_w$ ), $H/\kappa H$	Коэффициент вариации $\frac{\sigma_{_{w}}}{w_{_{cp}}}$ 100%	Значение удельного сопротивления движению при скорости близкой к $0$ с вероятностью $0.95$ $(w = w_{cp} - 2\sigma_w)$	
				ого машзавода (,			
$B\Gamma - 3,3 - 900$	266,9	11,4	23	5	22	13	
$B\Gamma - 2,5 - 900$	196,5	10,1	19	5	26	9	
Вторая линия сборки Дружковского машзавода (ДМЗ)							
ВД – 3,3 – 900	348,0	15,7	22	6	27	10	
		-		ого машзавода (,		_	
$B\Gamma - 1,6 - 600$	284,4	6,7	42	4	9	34	
$B\Gamma - 1,4 - 600$	297,8	6,1	48	7	14	34	
	Четверта	я линия сбо	рки Дружковс	кого машзавода	(ДМ3)		
$B\Gamma - 1, 1 - 600$	205,3	5,7	36	6	16	24	
	Пятая	линия сборь	ки Дружковско	го машзавода (Д	ĮM3)		
ПС – 3,5 – 900 трогание	2022,0	68,5	29	4	14	21	
ПС – 3,5 – 900 движение со скоростью близкой к 0	1496,0	68,5	21	3	14		
		Сборка	Кисилевского	машзавода			
ВДК-2,5 – 900	228,6	13,6	16	3	18	10	

С вероятностью 0,95 можно принять сопротивление движению одиночных вагонеток при скорости близкой к 0 ( $\sim$  0,01 м/с)

$$w = w_{cp} - 2\sigma_w. \tag{4.42}$$

Справедливость этого положения подтверждается для поезда  $\Pi C - 3.5 - 900$ , где значения сопротивления разделяются для двух режимов.

Уклон пути рассматривается как систематическая погрешность.

Рельсовый путь на участках испытаний имеет приведенные ниже параметры.

Цех № 7 Дружковского машиностроительного завода, линия ВД – 3,3 – 900.

Тип рельса P – 24 Уклон пути, ‰:

левый рельс +2; +1; 0; 0;

правый рельс +2; +2; 0; 0; Уширение колей, мм +14; +12; +13; +5.

Цех № 7 Дружковского машиностроительного завода, линия  $B\Gamma - 2.5 - 900; B\Gamma - 3.3 - 900.$ 

Тип рельса Р – 24

Уклон пути, ‰:

левый рельс +5; -1; -4; -7;

правый рельс +4; +3; 0; +2;

Уширение колей, мм +8; +6; +7; +2.

Цех  $N_{2}$  7 Дружковского машиностроительного завода, линия  $B\Gamma-1,1-600;\ B\Gamma-1,4-600;\ B\Gamma-1,6-600.$ 

Тип рельса Р – 18

Уклон пути, ‰:

левый рельс +5; 0; 0; -2; -5;

правый рельс -1; 0; -2; -1; -3;

Уширение колей, мм +4; +4; +6; +10; +10.

Стенд-кольцо Дружковского машиностроительного завода, линия  $\Pi C - 3,5 - 900.$ 

Тип рельса Р – 33

Уклон пути, ‰:

левый рельс +1, +3, -2, -5, +3, +7, +5, +4, +4, +4, +2, +3,

+3, 0, -5, -7, -7, -5, -9, +7, 0, -8, +3;

правый рельс +1, +5, -2, 0, +8, +1, 0, +2, +5, +7, +9, +5,

+4, +7, -3, -3, -7, -8, +3, +6, -2, -1;

Уширение колей, мм +4, +4, +6, +7, +5, +8, +4, +6, +6, +8, +10, +8, +6, +4, +4, +4, +6, +8, +4, +4, +6, +8, +4.

Поверхностный комплекс шахты им. 60-летия Советской Украины п/о Донецкуголь, ВДК -2.5-900.

Тип рельса Р – 33

Уклон пути, ‰:

левый рельс -2, 0, -2, -1, -1, -1,

правый рельс +2, -1, +1, +2, +2, +6,

Уширение колей, мм +2, +2, +2, +5, +4, +2, +2.

Значения основного удельного сопротивления движению, которые рекомендуются для нормирования, представлены в табл. 4.6. Погрешности определены следующим образом:

– случайная 1,96  $\sigma_{w_{cp}}$ ;

– среднеквадратичная 
$$\sqrt{\left(w_{cp}\Delta_{A}\right)^{2}+i_{2}+1,96\sigma_{w_{cp}}}$$
 ,

где i – систематическая погрешность от уклона пути (средневзвешенный уклон пути).

Таблица 4.6 Среднее значение удельного сопротивления движению и его ошибки

<b>№</b> п/п	Тип вагонетки	Количество измерений	Среднее значение удельного сопротивления ( $w_{\mathrm{cp}}$ ), Н/кН	Среднеквадратическое отклонение удельного сопротивления (б <sub>w</sub> ), Н/кН	Среднеквадратическое отклонение среднего значения основного удельного сопротивления ( $\sigma_{wcp}$ ), Н/кН	Максимальная случайная погрешность с вероятностью 0,95	Средневзвешенный уклон пути на участке испытаний, ‰	Средеквадратичая погрешость, Н/кН
1	ВД – 3,3 – 900	210	22,2	5,9	0,4	0,7	3	3,2
2	$B\Gamma - 3,3 - 900$	301	23,2	5,1	0,2 0,2 0,2	0,5	3	3,2
3	$B\Gamma - 2,5 - 900$	363	19,4	5,3 4,2	0,2	0,5	2	2,2
4	$B\Gamma - 1,6 - 600$	261	42,4	4,2	0,2	0,5	1	2,2
5	$B\Gamma - 1,4 - 600$	290	48,8	7,1	0,4	0,8	1	2,6
6	$B\Gamma - 1,1 - 600$	281	36,0	6,1	0,3	0,7	1	2,1
7	ВДК – 2,5 – 900	153	16,8	3,4	0,2	0,5	0	0,9
8	ПС – 3,5 – 900 трогание	28	29,5	4,3	0,8	1,5	0	2,1
9	ПС – 3,5 – 900 движение	30	21,8	2,9	0,5	1,0	0	1,4

## 4.5. Тягово-энергетические и вибро-шумовые периодические испытания шахтных электровозов на соответствие требованиям ТУ 24.0081256 – 82, ГОСТ 12.1.028 – 80 и «Карты технического уровня»

Математическое моделирование тяги и движения поездов, использование тяговых расчетов в определении норм и показателей работы локомотивного

транспорта, оценка технического уровня подвижного состава требуют достоверной информации об эксплуатационных показателях локомотивов. Однако на шахтном рельсовом транспорте регулярно не проводятся эксплуатационные испытания локомотивов дорожными динамометрическими вагонами. В технической документации данные получены расчетами. На железнодорожном транспорте [9] испытания являются обязательной частью технической эксплуатации локомотивов и способом изыскания резервов провозной способности дорог. В данном случае имеет место задача определения по экспериментальным данным оценок параметров объекта с известной структурой, которая является задачей параметрической идентификации.

В качестве объекта испытаний приняты серийные электровозы (ТУ24.08.1256-82) АРВ7-900У5 (заводской № 48) в условиях эксплуатации шахты "Южнодонбасская № 3" ПО "Донецкуголь" и АРП7-900У5 (№ 14) в условиях эксплуатации шахты "Павлоградская" ПО "Павлоградуголь". Продолжительность эксплуатации электровозов до начала испытаний: № 48 составляет 11 месяцев, № 14 – 6 месяцев.

Целью испытаний является экспериментальное определение тормозных, электромеханических, вибро-шумовых характеристик, потенциального значения коэффициента сцепления колес с рельсами и проверка соответствия тягово-энергетических и вибро-шумовых параметров электровозов ТУ24.08.1256-82.

Задачи испытаний: выбор приборов по точности измерений; планирование экспериментов с целью установления количества измерений каждого параметра для достижения требуемой точности результата; разработка методов анализа, обработки представления результатов измерений; определение вибро-шумовых тягово-энергетических характеристик электровозов; И разработка методов проверки соответствия полученных результатов техническим условиям.

типовая ходе исследований получена программа И периодических испытаний шахтных электровозов c использованием планирования экспериментов стандартных методов И математической статистики в соответствии с ГОСТ 11.004-74, ГОСТ 11.002-73, ГОСТ 8.011-72, ГОСТ 12.1.012-78, ГОСТ 12.1.028-80, ГОСТ 12.1.034-81, ГОСТ 16519-78. При испытаниях использован путевой вагон с измерительным комплексом, позволяющий выполнять стендовые и ходовые испытания на рельсовых путях поверхности и в шахтах, в т. ч. шахтах, опасных по взрыву газа и пыли.

ГОСТ 8.010-90 "Методика выполнения измерений" не распространяется на выполнение данных измерений, так как здесь характеристики погрешностей параметров определяются в процессе или после их измерений.

Порядок проведения испытаний выполнен в соответствии с нормативно-технической (ГОСТ 15.001-73, ОСТ 24.001.08-76, ОСТ 24.001.37-79, ГОСТ 2.105-68, ГОСТ 2.016-68) и конструкторской документацией на электровозы.

Для регистрации отдельных параметров электровоза использовали измерительную аппаратуру, установленную в шахтном динамометрическом

вагоне конструкции ДГИ: блок контроля параметров тягового (тормозного) режима и параметров кинематики; осциллограф К12-22, электрические часы ЭЧ-4, электрический динамометр, установленный в силоизмерительном узле; датчик параметров кинематики, установленный на колесе измерительного вагона. Питание датчиков и осциллографа осуществляли от аккумуляторных батарей, установленных в вагоне.

Силу тяжести электровоза, осевые нагрузки и положение центра тяжести электровоза определяли, решая систему уравнений моментов сил (реакций) относительно точки контакта колес первой и второй осей. Реакции сил измеряли на буфере электровоза с помощью образцового динамометра ДОСМЗ-5.

Режим реализации силы тяги электровоза задавали по току нагрузки при номинальном напряжении питания тяговых двигателей. Учитывали требование – точность фиксирования уровней входных параметров должна быть выше, чем точность измерения выходного параметра, поэтому ток и напряжение осциллографировали, используя стандартные шунты в силовой цепи. Для визуального контроля параметров были предусмотрены указатели тока и напряжения.

Силу тяги и тормозную силу электровоза определяли прямым измерением с осциллографированием сигналов с электрического универсального тензодинамометра типа ДЭУ конструкции ДГИ, установленного в сцепке электровоза. Нагрузку создавали тормозным электровозом большой сцепной массы (АМ-8Д). Тормозную силу электровоза определяли отдельно при электродинамическом и электромагнитном рельсовых торможениях.

При электродинамическом торможении касательная тормозная сила электровоза рассчитана по формуле

$$B = B_{_{\Pi}} + m_{_{\Pi}} g (1000 \delta_{_{\Pi}} \frac{a}{g} (\omega_{_{\Pi}} + i)), \qquad (4.43)$$

где  $B_{\pi}$  – тормозная сила на буфере электровоза, H;  $m_{\pi}$  – масса локомотива, т;  $\delta_{\pi}$  – коэффициент инерции вращающихся масс локомотива; a – замедление поезда,  $m/c^2$ ;  $\omega_{\pi}$  – удельное сопротивление движению электровоза, H/кH; i – величина уклона рельсового пути, ‰.

Значение тормозной силы  $B_{\rm д}$  и данные для расчета замедления a устанавливали прямой обработкой осциллограмм. Уклон рельсового пути на участке испытаний определяли по данным геодезической съемки. Тормозную силу магниторельсовой тормозной системы находили аналогично.

Скорость движения электровоза измеряли посредством осциллографирования сигналов с коллекторного датчика параметров кинематики конструкции ДГИ, установленного на оси измерительного вагона. Для оценки проскальзывания колесных пар электровоза при реализации тягового и тормозного усилий такие же датчики устанавливали на осях электровоза.

Согласно техническим условиям на изделие для аккумуляторной батареи 88ТНК-400 среднеразрядное напряжение определяли при 5-часовом режиме разряда. Для этого батарею, заряженную током 100 А в течение 6 ч, разряжали на

жидкостный реостат током 80 A в течение 5 ч, поддерживая его постоянным на всем протяжении разряда. При этом вольтметром измеряли напряжение аккумуляторной батареи при разряде через 5-10 с, через 10 мин и далее через каждые 30 мин после включения до истечения времени разряда.

При выполнении измерений контролировали электрическое сопротивление изоляционного покрытия каждого отсека батарейного ящика относительно корпуса (должно быть не менее 500 кОм).

Среднее напряжение разряда определяли как среднеарифметическое полученных значений напряжения.

Для данных условий испытаний коэффициент сцепления является функцией двух переменных  $\psi = f(F,G_n)$ . Таким образом, для определения наибольшего значения коэффициента сцепления, реализуемого электровозом, необходимо регистрировать тяговое усилие на сцепке электровоза в момент, предшествующий срыву сцепления колес с рельсами, найти силу тяжести электровоза и знать профиль рельсового пути. Для измерения силы тяги электровоза поезд, сформированный из испытываемого электровоза, шахтного измерительного вагона и второго электровоза (используемого в качестве тормозного средства), двигался с установленной постоянной скоростью. Затем тормозным электровозом доводили тяговую машину до буксования. При этом осциллографировали усилие на сцепке. В результате испытаний получено среднее значение коэффициента сцепления, реализованного электровозом на сухих, почти чистых рельсах

$$\psi = 0.187 \pm 0.004 (2 \%).$$

Вибрационной характеристикой электровоза являются параметры вибрации рабочего места или мест контакта рукояток управления с руками машиниста. Поэтому виброизмерительные преобразователи измерителя шума и вибрации ИШВ-1 устанавливали в точках контакта машиниста с вибрирующей поверхностью: на сиденье, рабочей площадке (у ног машиниста) и рукоятке контроллера.

До начала измерений электровоз разгоняли с таким расчетом, чтобы ко времени въезда на измерительный участок он имел постоянную скорость движения, равную часовой. Во время измерения параметров вибрации скорость движения электровоза не изменялась.

Измеряли уровни звукового давления (шума) в активных полосах частот во время выполнения технологической операции, предусмотренной техническими условиями на электровоз. В качестве значений измеренной величины принимали среднее значение показаний прибора ИШВ-1. Уровень шума на рабочем месте машиниста не превышал 85 дБА.

Результаты испытаний представлены в табл. 4.7, 4.8, 4.9 и на рис. 4.33, 4.34, где F – сила тяги электровоза на сцепке; v – скорость движения электровоза; I – ток нагрузки тягового двигателя;  $\eta$  – КПД электровоза; V – напряжение питания тягового двигателя;  $\beta$  – степень ослабления магнитного потока двигателя.

Таблица 4.7 Тягово-энергетические параметры электровозов

Наименование основных параметров	Единица измерения	Норма по ТУ	Фактическое значение показателя
Macca	T	$7,3\pm0,3$	$7,4 \pm 0,1$
Сила тяги:			
– часовая	кН	$8,8 \pm 0,5$	$10 \pm 0,4$
– длительная	кН	$1,8 \pm 0,2$	$1,6 \pm 0,1$
Скорость движения:			
– часовая	км/ч	$8,5 \pm 0,4$	$8,6 \pm 0,4$
– длительная	км/ч	$11,7 \pm 0,6$	$12,9 \pm 0,4$
Энергия аккумуляторной батареи	кВт∙ч	66 –1,3	$65,5 \pm 1$
Среднеразрядное напряжение аккумуляторной батареи при пятичасовом режиме разряда	В	120 –2	119 ± 2
Жесткая база	MM	Не более 1200	1198 ± 1

Смещение центра тяжести электровоза в сторону первой оси относительно середины жесткой базы составляет  $6x10^{-5}$  м. Распределение силы тяжести по осям электровоза: на первую ось –  $(40,25\pm0,2)$  кH; на вторую ось –  $(40,21\pm0,2)$  кH. Коэффициент сцепления электровозов на сухих, чистых рельсах составляет  $(0,168\pm0,021)$ .

Параметры электровозов соответствуют ТУ 24.08.1256-82.

Максимальный размер систематических погрешностей составил (%): обмера осциллограмм – 1; электродинамометров – 2; осциллографа – 3. При этом средняя квадратичная погрешность аппаратуры и обмера осциллограмм равна  $4\,\%$ .

C учетом случайных и систематических ошибок относительная погрешность результатов составляет (%): сила тяги часового режима — 4; сила тяги длительного режима — 7; скорость движения часового режима — 4; скорость движения длительного режима — 4.

По результатам настоящих экспериментальных исследований разработана методика измерений тягово-энергетических и вибро-шумовых параметров шахтных электровозов, которая представлена на аттестацию в соответствии с ГОСТ 8.010-90.

 Таблица 4.8

 Результаты измерения шумовых характеристик электровозов

Уровень звука,	Уровни звукового давления (дБ) в октавных полосах со среднегеометрическими частотами (Гц)								Примечание
дБ	63	125	250	500	1000	2000	4000	8000	
52	54	53	52	49	48	41	40	30	Шумовой фон
90	84	83	84	83	80	73	65	56	Среднее значение

Уровни звука и звукового давления не превышают допустимые нормы по ГОСТ 12.1.00.3-78 и ТУ 24.08.1256-82.

Таблица 4.9 Результаты измерения виброхарактеристики электровозов

Место замера	Направление вибрации	Среднеквадратичные значения виброскорости (дБ/мс <sup>-1</sup> ) ·10 <sup>-2</sup> для октавных полос с среднегеометрическими частотами (Гц)					
		16	31,5	63	125	250	500
Пол	Вертик.	89	93	87	89	94	115
кабины	Горизонт.	83	87	95	93	96	114
Силони о	Вертик.	95	90	91	97	98	109
Сиденье	Горизонт.	87	91	89	85	90	107
Рукоятка	Вертик.	87	89	89	88	95	105
контролера	Горизонт.	96	97	87	91	95	105

Уровни колебательных скоростей не превышают допустимые нормы по ТУ 24.08.1256-82.

КПД электровоза с учетом потерь на буксование имеет формулу

$$\eta = \frac{VF_{\rm K}}{Ul},\tag{4.44}$$

где V- скорость движения электровоза, м/с;  $F_{\kappa}-$  касательная сила тяги, H; U- напряжение питания двигателей, B; l- ток двигателей, A.

Тормозная характеристика электровоза B = f(V) при торможении электромагнитным рельсовым тормозом приведена на рис. 4.34.

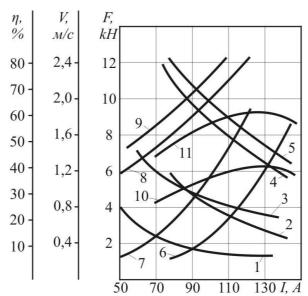


Рис. 4.33. Экспериментальные электромеханические характеристики электровозов: скоростные – 1 (U=30 B;  $\beta$ =1), 2 (U=30 B;  $\beta$ =0,5), 3 (U=60 B;  $\beta$ =1), 4 (U=60 B;  $\beta$ =0,5), 5 (U=120 B;  $\beta$ =1); тяговые – 6 ( $\beta$ =1), 7 ( $\beta$ =0,5); КПД – 10 (U=30 B;  $\beta$ =1), 11 (U=120 B;  $\beta$ =1); тормозные – 8 (1T), 9 (2T)

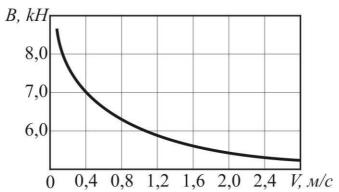


Рис. 4.34. Тормозная характеристика электровоза при торможении электромагнитным рельсовым тормозом

Номинальные режимы работы электровозов соответствуют параметрам при часовом токе. При этом КПД электровоза составляет 73 %. Тормозная сила при электродинамическом торможении отличается от силы тяги электровоза при номинальном режиме работы на величину сопротивления движению.

По результатам испытаний разработана «Карта технического уровня электровозов АРВ7, АРП7» для их аттестации.

Повышение технического электровозов эффективности уровня И тягово-энергетических достигнутых значений параметров использования возможны счет применения современных технических решений по 3a энергоснабжению и средствам управления [185, 186]: свинцово-кислотных батарей, транзисторно-импульсной системы аккумуляторных тяговыми двигателям. Использование автоматической системы безступенчатого управления тяговыми двигателями в режиме торможения и гидротормозной системы позволяет достичь торможения без блокирования колесных пар.

#### 4.6. Выводы

Измерительный и обрабатывающий комплекс аппаратуры, методы планирования и обработки результатов экспериментов на натурных стендах и в условиях эксплуатации подвижного состава позволяют повысить адекватность математической модели тяги и движения шахтных поездов и динамической модели тормоза. Применением этих методов в решении задач идентификации положен научно-производительный эксперимент — тягово-эксплуатационные испытания шахтного подвижного состава.

При обработке результатов тягово-энергетических испытаний локомотивов и ходовых качеств вагонов необходимо определять среднюю скорость по пути неравномерного движения при расчетах механической работы локомотива, сопротивления движению подвижного состава, эксплуатационного КПД тяги и торможения, расхода электроэнергии на единицу механической работы. Среднюю по времени неравномерную скорость следует применять для оценки степени использования локомотива по времени и мощности. Средняя по пути скорость больше средней скорости по времени. Сопротивление движению при различных скоростях существенно отличается от сопротивления при средней скорости.

Тяговые характеристики шахтных электровозов имеют ограничения по тяговым двигателям, по сцеплению и по конструкционной скорости. Скорость движения определяется напряжением на зажимах тяговых двигателей и не зависит от тока нагрузки, поэтому их тяговая характеристика построена по характеристикам двигателей. электромеханическим аккумуляторных электровозов имеет место ограничение по разрядному току тяговой батареи, переменная внешняя нагрузка не оказывает влияние на режимы и параметры батареи. Требование иметь гиперболическую тяговую характеристику электровозов выполняется в эксплуатации.

Расхождение электромеханических характеристик тяговых электродвигателей и геометрических размеров колесных пар учтены в совокупности при параллельном включении приводных блоков на одну общую нагрузку — сопротивление движению. В результате характеристики тяги в эксплуатации отличается от полученных при паспортных испытаниях. Жесткости тяговой характеристики и сцепления шахтных электровозов не согласованы, боксование одной колесной пары при последовательном соединении двигателей вызывает изменение силы тяги всех колесных пар.

При повышении агрегатной мощности локомотивов, что определяет технический уровень развития в области тяги шахтных поездов, использование номинальной мощности в эксплуатации является главным критерием эффективности тяги. Для шахтных электровозов параметры номинального решения реализуются при часовом токе нагрузки тяговых двигателей.

Электровоз удовлетворяет требования репрезентативности для испытаний по тяговой способности и техническому состоянию. Двигатели мощностью 10 кВт применяются на всех электровозах среднего типа сцепной массой 7, 8, 10 т.

Полученные значения основного удельного сопротивления движению в соответствии с классификацией сил сопротивления движению отражают физическую природу сопротивления (вращение колес в подшипниках), динамические воздействия и случайные факторы, изменение сопротивления движению от перераспределения нагрузок между свободно вращающимися колесами без рессорного подвешивания. Полученные опытные данные все это учитывают в совокупности. Обработка результатов измерения и их интерпретация позволяют использовать полученные значения с запасом по устойчивости движения. В результате получено не физическое а расчетное нормативное значение основного удельного сопротивления движению шахтного подвижного состава для использования в тяговых расчетах и вычислительных алгоритмах моделирования статистических и динамических процессов тяги и движения. В зависимости от типа вагона значения существенно различаются.

Методами статистического анализа обоснованы и получены несколько моделей кинетической характеристики регрессионных колодочно-колесного тормоза, построенных на различном множестве упругих и диссипативных сил нагружения. Показано, что при изменении характера и величины сил в кинематической цепи тормозной системы происходит изменение коэффициента трения тормоза по величине и в функции тормозного нажатия и скорости движения. Корреляционный анализ подтверждает тесную линейную зависимость коэффициента трения, выявлены закономерности упрощения оптимальной регрессионной модели при уменьшении объемов выборки и при наблюдений увеличении дисперсии И соблюдение условий идентифицируемости.

каждой реализации факторного эксперимента имеют спектрограммы виброперемещений колодки и переменных составляющих усилий нагружения в двух направлениях конструкционных связей. Частота и колебаний амплитуда высокочастотных изменяется зависимости тормозного режима, характеристик сил нагружения, что в состоянии тормоза статистически описывается разными уравнениями регрессии равновесной кинетической характеристики трения при шероховатости унифицированной Амплитуда тормозной колодки. нормальных виброперемещений повышении колодки увеличивается при скорости колебаний, скольжения снижении частоты что В характеристиках взаимодействия меняет контактное сближение. Амплитуда силы трения изменяется несимметрично относительно среднего значения, средние значения коэффициента трения не равны текущим мгновенным.

#### РАЗДЕЛ 5

#### РАЗРАБОТКА ДИНАМИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ ТОРМОЗА С УЧЕТОМ КОНСТРУКТИВНЫХ СВЯЗЕЙ И РАСПРЕДЕЛЕНИЯ КОНТАКТНЫХ УСИЛИЙ ПО ШЕРОХОВАТЫМ ПОВЕРХНОСТЯМ КОНТАКТА

### 5.1. Взаимодействие нормальных и тангенциальных фрикционных колебаний в тормозе при наличии конструктивных связей

#### 5.1.1. Постановка задачи

качестве динамической модели колодочно-колесного тормоза рассмотрим простейшую колебательную систему с двумя степенями свободы (рис. 5.1), состоящую из колодки массой m, скользящей по колесу радиуса R, вращающемуся c постоянной **УГЛОВОЙ** скоростью ω. ДВVХ упругодемпфирующих элементов, жесткости и коэффициенты которых обозначим  $c_1$ ,  $c_2$  и  $b_1$ ,  $b_2$  соответственно. Кривизной поверхностей колодки и колеса будем пренебрегать. К колодке приложено внешнее постоянное усилие Q, прижимающее ee К колесу. Первый упругодемпфирующий элемент моделирует конструктивную связь тормозного механизма, действующую в направлении под углом  $\alpha$  <  $90^{\circ}$  к плоскости трения, а второй – моделирует деформации контактирующих поверхностей колодки и колеса, связанные со смятием микронеровностей. Отметим, что рассматриваемой модели конструктивной действующей в направлении под углом  $\alpha$  к плоскости трения, приводит к координатной взаимосвязи нормальных и тангенциальных колебаний колодки.

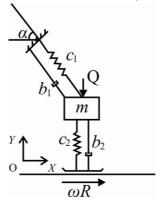


Рис. 5.1. Расчетная схема динамической модели колодочно-колесного тормоза

Введем систему координат OXY таким образом, чтобы направление оси OX совпадало с направлением тангенциальных колебаний колодки, а направление оси OY – с направлением её нормальных колебаний. Положение колодки определяется её координатами  $\{x(t), y(t)\}$ .

Трение между контактирующими поверхностями описывается одночленным законом Амонтона, который запишем в следующей форме:

$$|F| \le \varphi N \; ; \tag{5.1}$$

$$|F| < \varphi N \quad \Rightarrow \quad \dot{x} = U \; ; \tag{5.2}$$

$$|F| = \varphi N \quad \Rightarrow \quad \frac{F}{|F|} = \frac{\dot{x} - U}{|\dot{x} - U|},$$
 (5.3)

где F — сила трения;  $\varphi$  — коэффициент трения; U — скорость движения поверхности колеса,  $U=\omega R$ ; N — нормальная сила, возникающая на контактирующих поверхностях,  $N=-(b_3\dot{y}+c_3y)$ .

Предполагается, что в процессе колебаний N > 0, в противном случае происходит отрыв колодки от колеса, что является недопустимым режимом работы тормоза.

Уравнения движения колодки имеют вид:

$$m\ddot{x} + (b_1\dot{x} + c_1x)\beta_{cc} - (b_1\dot{y} + c_1y)\beta_{cs} - F = 0;$$
(5.4)

$$m\ddot{y} + b_2\dot{y} + c_2y + (b_1\dot{y} + c_1y)\beta_{ss} - (b_1\dot{x} + c_1x)\beta_{cs} + Q = 0.$$
 (5.5)

где  $\beta_{cc} = \cos^2 \alpha$ ;  $\beta_{ss} = \sin^2 \alpha$ ;  $\beta_{cs} = \cos \alpha \sin \alpha$ .

Начальные условия примем следующими:

$$x(0) = 0, \quad \dot{x}(0) = 0;$$
 (5.6)

$$y(0) = 0, \quad \dot{y}(0) = 0.$$
 (5.7)

Задача состоит в исследовании методом вычислительного эксперимента возможности возникновения установившихся фрикционных колебаний колодки колесного тормоза.

#### 5.1.2. Метод решения

Для разработки вычислительного алгоритма решения динамической задачи с трением используется вариационный подход. Пусть  $\{u,v\}$  – возможные перемещения колодки тормоза. С учетом результатов работы [166] можно показать, что решение системы уравнений (5.4) – (5.5) удовлетворяет квазивариационному неравенству с начальными условиями (5.6) – (5.7)

$$(m\ddot{x} + (b_{1}\dot{x} + c_{1}x)\beta_{cc} - (b_{1}\dot{y} + c_{1}y)\beta_{cs}, \dot{u} - \dot{x}) - \varphi(b_{2}\dot{y} + c_{2}y)(|\dot{u} - U| - |\dot{x} - U|) + + (m\ddot{y} + b_{2}\dot{y} + c_{2}y + (b_{1}\dot{y} + c_{1}y)\beta_{ss} - (b_{1}\dot{x} + c_{1}x)\beta_{cs} + Q, \dot{v} - \dot{y}) \ge 0, \ \forall \{u, v\}.$$
 (5.8)

Произведем дискретизацию вариационной задачи (5.8). Разобьем временную ось на равные отрезки  $[t^{n-1},t^n]$ , (n=1,2,...). Длину этих отрезков обозначим через h. Далее под  $\{x^n,y^n\}$  будем понимать приближенное значение  $\{x(t),y(t)\}$  в момент времени  $t^n$ . При использовании для интегрирования по времени трехслойных разностных схем с весами [168] получим:

$$(2m(d^{n+1} - \delta^{n})/h + b_{1}\beta_{cc}d^{n+1} - b_{1}e^{n+1}\beta_{cs} + c_{1}\beta_{cc}(2h\theta_{1}d^{n+1} + \theta_{2}x^{n} + (\theta_{1} + \theta_{3})x^{n-1}) - c_{1}\beta_{cs}(2h\theta_{1}e^{n+1} + \theta_{2}y^{n} + (\theta_{1} + \theta_{3})y^{n-1}), \dot{u} - d^{n+1}) - f(b_{2}e^{n+1} + c_{2}y^{n})(|\dot{u} - U| - |d^{n+1} - U|) + (2m(e^{n+1} - \gamma^{n})/h + (b_{2} + b_{1}\beta_{ss})e^{n+1} - b_{1}d^{n+1}\beta_{cs} + (c_{2} + c_{1}\beta_{ss})(2h\theta_{1}e^{n+1} + \theta_{2}y^{n} + (\theta_{1} + \theta_{3})y^{n-1}) - c_{1}\beta_{cs}(2h\theta_{1}d^{n+1} + \theta_{2}x^{n} + (\theta_{1} + \theta_{3})x^{n-1}) + Q^{n}), \dot{v} - e^{n+1}) \ge 0, \ \forall \{u, v\}, \ n = 2, 3, ...,$$
 (5.9)

где

$$d^{n+1} = (x^{n+1} - x^{n-1})/2h; \quad \delta^{n+1} = (x^{n+1} - x^n)/h;$$
  

$$d^{n+1} = (x^{n+1} - x^{n-1})/2h; \quad \delta^{n+1} = (x^{n+1} - x^n)/h;$$
  

$$\theta_1 + \theta_2 + \theta_3 = 1; \quad x^0 = x^1 = 0, \quad y^0 = y^1 = 0.$$

Для решения квазивариационного неравенства (5.9) используется итерационный процесс (k – номер итерации):

$$(2m(d_{k+1}^{n+1} - \delta^{n})/h + b_{1}\beta_{cc}d_{k+1}^{n+1} - b_{1}e_{k+1}^{n+1}\beta_{cs} + c_{1}\beta_{cc}(2h\theta_{1}d_{k+1}^{n+1} + \theta_{2}x^{n} + (\theta_{1} + \theta_{3})x^{n-1}) - c_{1}\beta_{cs}(2h\theta_{1}e_{k+1}^{n+1} + \theta_{2}y^{n} + (\theta_{1} + \theta_{3})y^{n-1}), \dot{u} - d_{k+1}^{n+1}) - \varphi(b_{2}e_{k}^{n+1} + c_{2}y^{n})(|\dot{u} - U| - |d_{k+1}^{n+1} - U|) + (2m(e_{k+1}^{n+1} - \gamma^{n})/h + (b_{2} + b_{1}\beta_{ss})e_{k+1}^{n+1} - b_{1}d_{k+1}^{n+1}\beta_{cs} + (c_{2} + c_{1}\beta_{ss})(2h\theta_{1}e_{k+1}^{n+1} + \theta_{2}y^{n} + (\theta_{1} + \theta_{3})y^{n-1}) - c_{1}\beta_{cs}(2h\theta_{1}d_{k+1}^{n+1} + \theta_{2}x^{n} + (\theta_{1} + \theta_{3})x^{n-1}) + Q^{n})\dot{v} - e_{k+1}^{n+1}) \ge 0,$$

$$\forall \{u, v\}, n = 2, 3, \dots, k = 1, 2, \dots$$
 (5.10)

Нетрудно видеть, что если итерационный процесс (5.10) сходится, то предел последовательности  $\{d_k^{n+1}, e_k^{n+1}\}$  является решением квазивариационного неравенства (5.9). Используя результаты работы [166], можно показать, что итерационный процесс (5.10) сходится при любом выборе начального приближения и ограничении сверху на величину коэффициента трения. В качестве начального приближения целесообразно выбирать

$$d_0^{n+1} = d^n$$
,  $e_0^{n+1} = e^n$ .

Неравенство (5.8) является вариационным неравенством. С учетом результатов работы [166] можно показать, что на каждой итерации решение вариационного неравенства (5.10) приводится к решению задачи минимизации следующей функции двух переменных:

$$J(d,e) = \frac{1}{2}a_{11}d^2 + a_{12}de + \frac{1}{2}a_{22}e^2 - g_1d - g_2e + q|d - U|,$$
 (5.11)

где

$$a_{11} = 2m/h + b_1\beta_{cc} + c_1\beta_{cc} 2h\theta_1; \ a_{12} = -\beta_{cs}(b_1 + c_12h\theta_1);$$

$$a_{22} = 2m/h + b_2 + b_1\beta_{ss} + (c_2 + c_1\beta_{ss})2h\theta_1; \ a_{21} = a_{12};$$

$$g_1 = 2m\delta/h - c_1\beta_{cc}(\theta_2x^n + (\theta_1 + \theta_3)x^{n-1}) + c_1\beta_{cs}(\theta_2y^n + (\theta_1 + \theta_3)y^{n-1});$$

$$g_2 = 2m\gamma/h - (c_2 + c_1\beta_{ss})(\theta_2y^n + (\theta_1 + \theta_3)y^{n-1}) + c_1\beta_{cs}(\theta_2x^n + (\theta_1 + \theta_3)x^{n-1}) - Q^n;$$

$$q = -f(b_2e + c_2y^n).$$

Решение задачи минимизации функции J(d, e) можно записать в явном виде:

если 
$$(g_1a_{22}-g_2a_{12}-qa_{22})/a>U$$
,

To 
$$d = (g_1 a_{22} - g_2 a_{12} - q a_{22})/a$$
,  $e = (g_2 a_{11} - g_1 a_{21} + q a_{21})/a$ , (5.12)

если 
$$(g_1a_{22} - g_2a_{12} + qa_{22})/a < U$$
,

To 
$$d = (g_1 a_{22} - g_2 a_{12} + q a_{22})/a$$
,  $e = (g_2 a_{11} - g_1 a_{21} - q a_{21})/a$ , (5.13)

иначе

$$d = U, \ e = (g_2 - a_{21}U)/a_{22},$$
 (5.14)

где  $a = a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21}$ .

#### 5.1.3. Численные результаты

Разработанный вычислительный алгоритм реализован в виде компьютерной программы на алгоритмическом языке FORTRAN. Анализ полученных численных результатов позволяет сделать некоторые выводы.

После переходного режима, обусловленного выбором начальных условий (5.6) - (5.7), в зависимости от значений параметров динамической системы возможны три варианта движения колодки тормоза: затухающие колебания, установившиеся релаксационные автоколебания и установившиеся квазигармонические автоколебания.

Если конструктивная связь расположена горизонтально, т. е.  $\alpha=0$ , то при отсутствии разницы между статическим и динамическим коэффициентами трения и при наличии вязкого демпфирования  $(b_1>0\,,\,b_2>0)$  возникновение установившихся автоколебаний невозможно.

Если конструктивная связь расположена под углом  $\alpha > 0$  к плоскости трения, то возникновение установившихся автоколебаний возможно при отсутствии разницы между статическим и динамическим коэффициентами трения. На рис. 5.2 приведена зависимость минимального значения коэффициента трения, при котором возникают колебания, от угла наклона конструктивной связи к плоскости трения для следующих значений параметров:  $N/m = 9.81 \text{ m/c}^2$ ;  $\omega = \sqrt{c_1/m} = \sqrt{c_2/m} = 10 \text{ c}^{-1}$ ; U = 1.0 m/c;  $b_1 = b_2 = 10^{-2} m\omega$ . Изменения параметра  $\omega$  в диапазоне  $10-100 \text{ c}^{-1}$ , параметра  $\upsilon$ 

в диапазоне  $0,2-5,0\,$  м/с, параметров  $b_1\,$  и  $b_2\,$  в диапазоне  $(10^{-3}-5\cdot 10^{-2})m\omega\,$  не существенно влияют на приведенную зависимость.

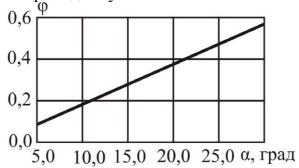


Рис. 5.2. Зависимость коэффициента трения, при котором возникают колебания, от угла наклона конструктивной связи

Возникновение установившихся колебаний существенно зависит от отношения жесткостей  $c_1/c_2$  упругодемпфирующих элементов. На рис. 5.3 приведена зависимость минимального значения коэффициента трения, при котором возникают автоколебания, от отношения жесткостей  $c_1/c_2$  для следующих значений параметров:  $N/m = 9.81 \text{ м/c}^2$ ;  $\alpha = 15^0$ ;  $\omega = \sqrt{c_1/m} = 10 \text{ c}^{-1}$ ;  $b_1 = b_2 = 10^{-2} m \omega$ ; U = 1.0 м/c. Аналогичная зависимость имеет место для всего диапазона изменения угла  $0 < \alpha \le 30^0$ . Минимальное значение коэффициента трения, при котором возникают установившиеся колебания, соответствует случаю  $c_1 = c_2$ .

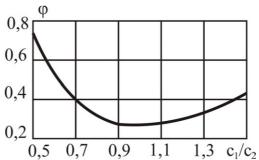


Рис. 5.3. Зависимость коэффициента трения, при котором возникают колебания, от отношения жесткостей

# 5.2. Математическая модель и вычислительный алгоритм моделирования взаимодействия фрикционных колебаний в тормозе при наличии конструктивных связей и распределении контактных усилий по деформируемым шероховатым поверхностям контакта

#### 5.2.1. Постановка задачи

В качестве динамической модели колодочно-колесного тормоза рассмотрим простейшую автоколебательную систему с двумя степенями свободы (рис. 5.4), состоящую из колодки массой m, скользящей по колесу радиуса R, вращающемуся с постоянной угловой скоростью  $\omega$ , и двух упругодемпфирующих элементов Фойхта. Первый из них, жесткость и

коэффициент вязкости которого обозначим через  $c_1$  и  $b_1$  соответственно, моделирует конструктивную связь тормозного механизма, действующую в направлении под углом  $\beta$  к вертикальной оси, и прижимает колодку к колесу номинальным усилием Q. Второй упругодемпфирующий элемент, жесткость и коэффициент вязкости которого обозначим через  $c_2$  и  $b_2$  соответственно, моделирует конструктивную связь тормозного механизма, действующую в направлении под углом  $\alpha$  к плоскости трения. Отметим, что если хотя бы один из углов  $\alpha$  или  $\beta$  отличен от значений 0 или 90°, наличие в рассматриваемой модели упругодемпфирующих элементов приводит к координатной взаимосвязи нормальных и тангенциальных колебаний колодки.

пренебрегать. Кривизной поверхностей колодки И колеса будем Номинальная площадка контакта колеса имеет колодки И прямоугольника со сторонами 2а и е. Введем абсолютную систему координат OXY таким образом, чтобы направление оси OX совпало с направлением тангенциальных колебаний колодки, а направление оси ОУ – с направлением её нормальных колебаний. Положение колодки определяется её координатами  $\{x(t), y(t)\}$ . Введем также две локальные координат системы  $O_s\xi_s\eta_s$ , s=1,2для колодки и колеса соответственно.

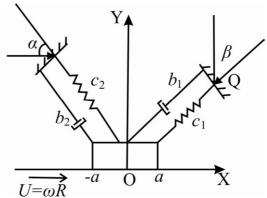


Рис. 5.4. Расчетная схема динамической модели тормоза

Считается, что колодка и колесо абсолютно жесткие, однако каждая контактирующая поверхность покрыта деформируемым шероховатым слоем, состоящим из линейно-упругих пружин одинаковой жесткости k различной высоты. В локальных системах координат  $O_s \xi_s \eta_s$ , s=1,2 шероховатые поверхности колодки и колеса описываются соответственно функциями:

$$f_1(\xi_1) = \sum_{i=1}^{N_1} g_i^{(1)} \sin(\omega_i^{(1)} \xi_1), \quad f_2(\xi_2) = \sum_{i=1}^{N_2} g_i^{(2)} \sin(\omega_i^{(2)} \xi_2), \quad (5.15)$$

где  $g_i^{(1)}$ ,  $\omega_i^{(1)}$ ,  $i=\overline{1,N_1}$  — коэффициенты, описывающие шероховатую поверхность колодки;  $g_i^{(2)}$ ,  $\omega_i^{(2)}$ ,  $i=\overline{1,N_2}$  — коэффициенты, описывающие шероховатую поверхность колеса.

В процессе относительного движения колодки и колеса происходит смятие микронеровностей. В первом приближении нормальную компоненту

локальных сил взаимодействия микронеровностей будем считать пропорциональной величине их взаимного перекрытия. Тогда нормальная компонента  $F_y$  усилия контактного взаимодействия колодки и колеса определяется следующим образом:

$$F_{y}(x,y) = \int_{-a}^{a} ke(f_{2}(\xi + x - Ut) - f_{1}(\xi) - y)H(f_{2}(\xi + x - Ut) - f_{1}(\xi) - y)d\xi, \quad (5.16)$$

где H(S) – функция Хевисайда.

Трение между контактирующими поверхностями описывается одночленным законом Амонтона, который запишем в следующей форме:

$$|F_{x}| \le \varphi F_{y}; \tag{5.17}$$

$$|F_x| < \varphi F_y \qquad \Rightarrow \qquad \dot{x} = U \; ; \tag{5.18}$$

$$|F_x| = \varphi F_y \qquad \Rightarrow \qquad \frac{F_x}{|F_x|} = -\frac{\dot{x} - U}{|\dot{x} - U|},$$
 (5.19)

где  $F_x$  — сила трения;  $\varphi$  — коэффициент трения; U — скорость движения поверхности колеса,  $U=\omega R$  .

Отметим, что соотношение (5.18) выполняется при сцеплении колодки и колеса, а соотношение (5.19) – при их взаимном скольжении.

Таким образом, динамическое поведение рассматриваемой системы описывается следующей системой уравнений:

$$m\ddot{x} + b_{xx}\dot{x} + c_{xx}x + b_{xy}\dot{y} + c_{xy}y - F_x + Q_x = 0;$$
 (5.20)

$$m\ddot{y} + b_{yy}\dot{y} + c_{yy}y + b_{yx}\dot{x} + c_{yx}x - F_y + Q_y = 0,$$
 (5.21)

где

$$\begin{aligned} b_{xx} &= b_1 \sin^2 \beta + b_2 \cos^2 \alpha; \\ c_{xx} &= c_1 \sin^2 \beta + c_2 \cos^2 \alpha; \\ b_{xy} &= b_{yx} = b_1 \cos \beta \sin \beta - b_2 \cos \alpha \sin \alpha; \\ c_{xy} &= c_{yx} = c_1 \cos \beta \sin \beta - c_2 \cos \alpha \sin \alpha; \\ b_{yy} &= b_1 \cos^2 \beta + b_2 \sin^2 \alpha; \\ c_{yy} &= c_1 \cos^2 \beta + c_2 \sin^2 \alpha; \\ Q_x &= Q \sin \beta; \\ Q_y &= Q \cos \beta. \end{aligned}$$

Учитывая, что для моделирования фрикционных автоколебаний используется метод установления, начальные условия примем следующими:

$$x(0) = 0$$
,  $\dot{x}(0) = 0$ ;  
 $y(0) = 0$ ,  $\dot{y}(0) = 0$ .

Задача состоит в определении закона движения колодки  $\{x(t), y(t)\}$  с учетом связанности тангенциальных и нормальных колебаний.

#### 5.2.2. Вариационная формулировка задачи

Для разработки вычислительного алгоритма решения сформулированной выше динамической задачи с трением используется вариационный подход [164, 166. 165]. Пусть  $\{u,v\}$ возможные перемещения колодки,  $\{\delta x, \delta y\} = \{u - x, v - y\}$  — вариации компонент перемещений колодки,  $\{\delta\dot{x},\delta\dot{y}\}=\{\dot{u}-\dot{x},\dot{v}-\dot{y}\}$  – вариации компонент скорости колодки. Сложим уравнения (5.17) и (5.18), умноженные на соответствующие вариации компонент скорости. В результате получим

$$(m\ddot{x} + b_{xx}\dot{x} + c_{xx}x + b_{xy}\dot{y} + c_{xy}y - F_x + Q_x)(\dot{u} - \dot{x}) + + (m\ddot{y} + b_{yy}\dot{y} + c_{yy}y + b_{yx}\dot{x} + c_{yx}x - F_y + Q_y)(\dot{v} - \dot{y}) = 0.$$
 (5.22)

Соотношение (5.22) выражает принцип возможных мощностей для рассматриваемой системы.

Аналогично [162] можно показать, что для произвольной возможной скорости  $\dot{u}$  имеет место оценка

$$F_{x}(\dot{u} - \dot{x}) \ge -\varphi F_{y}(|\dot{u} - U| - |\dot{x} - U|).$$
 (5.23)

С учетом (5.23) из (5.22) следует, что решение  $\{x,y\}$  системы уравнений (5.20) – (5.21) удовлетворяет неравенству

$$(m\ddot{x} + b_{xx}\dot{x} + c_{xx}x + b_{xy}\dot{y} + c_{xy}y + Q_x)(\dot{u} - \dot{x}) + \varphi F_y(x, y)(|\dot{u} - U| - |\dot{x} - U|) + + (m\ddot{y} + b_{yy}\dot{y} + c_{yy}y + b_{yx}\dot{x} + c_{yx}x - F_y(x, y) + Q_y)(\dot{v} - \dot{y}) \ge 0.$$
(5.24)

Используя терминологию, введенную в работах Ж.-Л. Лионса и его учеников [167], неравенство (5.24) можно отнести к типу квазивариационных вследствие того, что нормальное усилие  $F_y$ , определяемое по формуле (5.16), зависит от перемещений колодки  $\{x(t), y(t)\}$ .

**Трехслойные разностные схемы.** Произведем дискретизацию вариационной задачи (5.24). Разобьём временную ось на равные отрезки  $[t^{n-1},t^n]$ , (n=1,2,...). Длину этих отрезков обозначим через h. Далее под  $\{x^n,y^n\}$  будем понимать приближенное значение  $\{x(t),y(t)\}$  в момент времени  $t^n$ . При использовании для интегрирования по времени квазивариационного неравенства (5.24) трехслойной схемы с весами [168] получим:

$$\left(m\frac{x^{n+1}-2x^{n}+x^{n-1}}{h^{2}}+b_{xx}\frac{x^{n+1}-x^{n-1}}{2h}+c_{xx}(\theta_{1}x^{n+1}+\theta_{2}x^{n}+\theta_{3}x^{n-1})+\right. \\
+b_{xy}\frac{y^{n+1}-y^{n-1}}{2h}+c_{xy}(\theta_{1}y^{n+1}+\theta_{2}y^{n}+\theta_{3}y^{n-1})+\widetilde{Q}_{x}^{n}\left(\dot{u}-\frac{x^{n+1}-x^{n-1}}{2h}\right)+\right. \\
+\left(m\frac{y^{n+1}-2y^{n}+y^{n-1}}{h^{2}}+b_{yy}\frac{y^{n+1}-y^{n-1}}{2h}+c_{yy}(\theta_{1}y^{n+1}+\theta_{2}y^{n}+\theta_{3}y^{n-1})+\right. \\
+b_{yx}\frac{x^{n+1}-x^{n-1}}{2h}+c_{yxx}(\theta_{1}x^{n+1}+\theta_{2}x^{n}+\theta_{3}x^{n-1})-F_{y}^{n}+\widetilde{Q}_{y}^{n}\left(\dot{v}-\frac{y^{n+1}-y^{n-1}}{2h}\right)+\right. \\
+\left.\varphi\widetilde{F}_{y}^{n}|\dot{u}-U|-\varphi\widetilde{F}_{y}^{n}\frac{x^{n+1}-x^{n-1}}{2h}-U|\geq 0, \quad n=2,3,..., \quad (5.25)$$

где

$$\begin{split} \widetilde{F}_{y}^{n} &= F_{y} \Big( \theta_{1} x^{n+1} + \theta_{2} x^{n} + \theta_{3} x^{n-1}, \theta_{1} y^{n+1} + \theta_{2} y^{n} + \theta_{3} y^{n-1} \Big); \\ \widetilde{Q}_{x}^{n} &= \theta_{I} Q_{x}^{n+1} + \theta_{2} Q_{x}^{n} + \theta_{3} Q_{x}^{n-1}; \\ \widetilde{Q}_{y}^{n} &= \theta_{I} Q_{y}^{n+1} + \theta_{2} Q_{y}^{n} + \theta_{3} Q_{y}^{n-1}; \\ \theta_{1} + \theta_{2} + \theta_{3} &= 1; \\ x^{0} &= x^{1} = 0; \quad y^{0} = y^{1} = 0. \end{split}$$

Введем обозначения:

$$d^{n+1} = \frac{x^{n+1} - x^{n-1}}{2h}; \quad e^{n+1} = \frac{y^{n+1} - y^{n-1}}{2h};$$
$$\delta^{n+1} = \frac{x^{n+1} - x^{n}}{h}; \quad \gamma^{n+1} = \frac{y^{n+1} - y^{n}}{h}.$$

Тогда схему (5.25) можно записать следующим образом:

$$\left( 2m(d^{n+1} - \delta^{n}) / h + b_{xx}d^{n+1} + c_{xx} \left( 2h\theta_{l}d^{n+1} + \theta_{2}x^{n} + (\theta_{3} + \theta_{l})x^{n-1} \right) + b_{xy}e^{n+1} + c_{xy} \left( 2h\theta_{l}e^{n+1} + \theta_{2}y^{n} + (\theta_{3} + \theta_{l})y^{n-1} \right) + \tilde{Q}_{x}^{n} \right) \left( \dot{u} - d^{n+1} \right) + \left( 2m(e^{n+1} - \gamma^{n}) / h + b_{yy}e^{n+1} + c_{yy} \left( 2h\theta_{l}e^{n+1} + \theta_{2}y^{n} + (\theta_{3} + \theta_{l})y^{n-1} \right) \right) + b_{yx}d^{n+1} + c_{yx} \left( 2h\theta_{l}d^{n+1} + \theta_{2}x^{n} + (\theta_{3} + \theta_{l})x^{n-1} \right) - F_{y}^{n} + \tilde{Q}_{y}^{n} \right) \left( \dot{v} - e^{n+1} \right) + \theta_{y} \left( \dot{u} - u \right) \left( - \varphi F_{y}^{n+1} \right) d^{n+1} - U \right) \geq 0, \qquad n = 2,3,...$$
 (5.26)

где

$$\widetilde{F}_{y}^{n+1} = F_{y} \Big( 2h\theta_{1}d^{n+1} + \theta_{2}x^{n} + (\theta_{3} - \theta_{1})x^{n-1}, 2h\theta_{1}e^{n+1} + \theta_{2}y^{n} + (\theta_{3} - \theta_{1})y^{n-1} \Big).$$

Для решения квазивариационного неравенства (5.26) используется итерационный процесс (k – номер итерации):

$$\begin{split} \left(2m(d_{(k+I)}^{n+I}-\mathcal{S}^{n})/h + b_{xx}d_{(k+I)}^{n+I} + c_{xx}\left(2h\theta_{I}d_{(k+I)}^{n+I} + \theta_{2}x^{n} + (\theta_{3}+\theta_{I})x^{n-I}\right) + \\ + b_{xy}e_{(k+I)}^{n+I} + c_{xy}\left(2h\theta_{I}e_{(k+I)}^{n+I} + \theta_{2}y^{n} + (\theta_{3}+\theta_{I})y^{n-I}\right) + \tilde{Q}_{x}^{n}\right)\left(\dot{u} - d_{(k+I)}^{n+I}\right) + \\ + \left(2m(e_{(k+I)}^{n+I} - \gamma^{n})/h + b_{yy}e_{(k+I)}^{n+I} + c_{yy}\left(2h\theta_{I}e_{(k+I)}^{n+I} + \theta_{2}y^{n} + (\theta_{3}+\theta_{I})y^{n-I}\right)\right) + \\ + b_{yx}d_{(k+I)}^{n+I} + c_{yx}\left(2h\theta_{I}d_{(k+I)}^{n+I} + \theta_{2}x^{n} + (\theta_{3}+\theta_{I})x^{n-I}\right) - \tilde{F}_{y,(k)}^{n} + \tilde{Q}_{y}^{n}\right)\left(\dot{v} - e_{(k+I)}^{n+I}\right) + \\ + \varphi\tilde{F}_{y,(k)}^{n}\left|\dot{u} - U\right| - \varphi\tilde{F}_{y,(k)}^{n}\left|d_{(k+I)}^{n+I} - U\right| \ge 0, \quad n = 2,3,..., \quad k = 1,2,..., \quad (5.27) \end{split}$$

где

$$\widetilde{F}_{y,(k)}^{n} = F_{y} \Big( 2h \theta_{1} d_{(k)}^{n+1} + \theta_{2} x^{n} + (\theta_{3} - \theta_{1}) x^{n-1}, 2h \theta_{1} e_{(k)}^{n+1} + \theta_{2} y^{n} + (\theta_{3} - \theta_{1}) y^{n-1} \Big).$$

Нетрудно видеть, что если итерационный процесс (5.27) сходится, то предел последовательности  $\{d_{(k)}^{n+1},e_{(k)}^{n+1}\}$  является решением квазивариационного неравенства (5.26). Используя результаты работы [166], можно показать, что итерационный процесс (5.27) сходится при любом выборе начального приближения и при ограничении сверху на величину коэффициента трения.

В качестве начального приближения в итерационном процессе (5.27) целесообразно выбирать

$$d_{(0)}^{n+1} = d^n, e_{(0)}^{n+1} = e^n.$$

Неравенство (5.27) является вариационным неравенством. Используя результаты работы [168], можно показать, что на каждой итерации решение вариационного неравенства (5.27) приводится к решению задачи минимизации следующей функции двух переменных:

$$J_{1}(d,e) = \frac{1}{2}a_{11}d^{2} + a_{12}de + \frac{1}{2}a_{22}e^{2} - g_{1}d - g_{2}e + g_{0}|d - u|,$$
 (5.28)

где

$$\begin{split} a_{11} &= \frac{2m}{h} + b_{xx} + 2c_{xx}h\theta_{1}; \quad a_{12} = b_{xy} + 2c_{xy}h\theta_{1}; \\ a_{22} &= \frac{2m}{h} + b_{yy} + 2c_{yy}h\theta_{1}; \quad a_{21} = a_{12} = b_{yx} + 2c_{yx}h\theta_{1}; \\ g_{1} &= 2m\delta^{n} / h - c_{xx} \Big( \theta_{2}x^{n} + (\theta_{3} + \theta_{1})x^{n-1} \Big) - \\ &- c_{xy} \Big( \theta_{2}y^{n} + (\theta_{3} + \theta_{1})y^{n-1} \Big) - \tilde{Q}_{x}^{n}; \\ g_{2} &= 2m\gamma^{n} / h - c_{yy} \Big( \theta_{2}y^{n} + (\theta_{3} + \theta_{1})y^{n-1} \Big) - \\ &- c_{yx} \Big( \theta_{2}x^{n} + (\theta_{3} + \theta_{1})x^{n-1} \Big) + \tilde{F}_{y,(k)}^{n} - \tilde{Q}_{y}^{n}; \end{split}$$

$$g_0 = \varphi \widetilde{F}_{y,(k)}^n.$$

Решение задачи минимизации функции  $J_1(d,e)$  можно записать в явном виде:

если 
$$(g_1 a_{22} - g_2 a_{12} - g_0 a_{22})/a > U$$
,  
то  $d = (g_1 a_{22} - g_2 a_{12} - g_0 a_{22})/a$ ,  
 $e = (g_2 a_{11} - g_1 a_{21} + g_0 a_{21})/a$ , (5.29)

если 
$$(g_1a_{22} - g_2a_{12} + g_0a_{22})/a < U$$
,

To 
$$d = (g_1 a_{22} - g_2 a_{12} + g_0 a_{22})/a$$
,  
 $e = (g_2 a_{11} - g_1 a_{21} - g_0 a_{21})/a$ , (5.30)

иначе

$$d = U,$$

$$e = (g_2 - a_{21}U)/a_{22},$$
(5.31)

где  $a = a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21}$ .

**Двухслойные разностные схемы.** При использовании для интегрирования по времени квазивариационного неравенства (5.24) двухслойных схем получим:

$$\left(m\frac{p^{n+1}-p^{n}}{h}+b_{xx}\left(\theta_{1}p^{n+1}+(1-\theta_{1})p^{n}\right)+c_{xx}\left(\theta_{1}x^{n+1}+(1-\theta_{1})x^{n}\right)+\right. \\
+b_{xy}\left(\theta_{1}q^{n+1}+(1-\theta_{1})q^{n}\right)+c_{xy}\left(\theta_{1}y^{n+1}+(1-\theta_{1})y^{n}\right)+\tilde{Q}_{x}^{n+\theta}\left)\left(s-p^{n+1}\right)+\right. \\
+\left(m\frac{q^{n+1}-q^{n}}{h}+b_{yy}\left(\theta_{1}q^{n+1}+(1-\theta_{1})q^{n}\right)+c_{yy}\left(\theta_{1}y^{n+1}+(1-\theta_{1})y^{n}\right)+\right. \\
+b_{yx}\left(\theta_{1}p^{n+1}+(1-\theta_{1})p^{n}\right)+c_{yx}\left(\theta_{1}x^{n+1}+(1-\theta_{1})x^{n}\right)-F_{y}^{n+\theta}+\tilde{Q}_{y}^{n+\theta}\left)\left(w-q^{n+1}\right)+\right. \\
+\left. \left. \left. \left. \left. \left(\theta_{1}p^{n+1}+(1-\theta_{1})p^{n}\right)+c_{yx}\left(\theta_{1}x^{n+1}+(1-\theta_{1})x^{n}\right)-F_{y}^{n+\theta}+\tilde{Q}_{y}^{n+\theta}\right)\left(w-q^{n+1}\right)+\right. \right. \\
+\left. \left. \left. \left. \left(\theta_{1}p^{n+1}+(1-\theta_{1})p^{n}\right)+c_{yx}\left(\theta_{1}x^{n+1}+(1-\theta_{1})x^{n}\right)-F_{y}^{n+\theta}+\tilde{Q}_{y}^{n+\theta}\right)\left(w-q^{n+1}\right)+\right. \\
+\left. \left. \left. \left(\theta_{1}p^{n+1}+(1-\theta_{1})p^{n}\right)+c_{yx}\left(\theta_{1}x^{n+1}+(1-\theta_{1})x^{n}\right)-F_{y}^{n+\theta}+\tilde{Q}_{y}^{n+\theta}\right)\left(w-q^{n+1}\right)+\right. \\
+\left. \left. \left(\theta_{1}p^{n+1}+(1-\theta_{1})p^{n}\right)+c_{yx}\left(\theta_{1}x^{n+1}+(1-\theta_{1})x^{n}\right)-F_{y}^{n+\theta}+\tilde{Q}_{y}^{n+\theta}\right)\left(w-q^{n+1}\right)+\right. \\
+\left. \left. \left(\theta_{1}p^{n+1}+(1-\theta_{1})p^{n}\right)+c_{yx}\left(\theta_{1}x^{n+1}+(1-\theta_{1})x^{n}\right)-F_{y}^{n+\theta}+\tilde{Q}_{y}^{n+\theta}\right)\left(w-q^{n+1}\right)+\right. \\
+\left. \left. \left(\theta_{1}p^{n+1}+(1-\theta_{1})p^{n}\right)+c_{yx}\left(\theta_{1}p^{n+1}+(1-\theta_{1})p^{n}\right)-F_{y}^{n+\theta}+\tilde{Q}_{y}^{n+\theta}\right)\left(w-q^{n+1}\right)+\right. \\
+\left. \left. \left(\theta_{1}p^{n+1}+(1-\theta_{1})p^{n}\right)+c_{yx}\left(\theta_{1}p^{n+1}+(1-\theta_{1})p^{n}\right)-F_{y}^{n+\theta}+\tilde{Q}_{y}^{n+\theta}\right)\left(w-q^{n+1}\right)+\right. \\
+\left. \left. \left(\theta_{1}p^{n+1}+(1-\theta_{1})p^{n}\right)+c_{yx}\left(\theta_{1}p^{n+1}+(1-\theta_{1})p^{n}\right)-F_{y}^{n+\theta}+\tilde{Q}_{y}^{n+\theta}\right)\left(w-q^{n+1}\right)+\right. \\
+\left. \left(\theta_{1}p^{n+1}+(1-\theta_{1})p^{n}\right)+c_{yx}\left(\theta_{1}p^{n+1}+(1-\theta_{1})p^{n}\right)+c_{yx}\left(\theta_{1}p^{n+1}+(1-\theta_{1})p^{n}\right)+c_{yx}\left(\theta_{1}p^{n+1}+(1-\theta_{1})p^{n}\right)+c_{yx}\left(\theta_{1}p^{n+1}+(1-\theta_{1})p^{n}\right)+c_{yx}\left(\theta_{1}p^{n+1}+(1-\theta_{1})p^{n}\right)+c_{yx}\left(\theta_{1}p^{n+1}+(1-\theta_{1})p^{n}\right)+c_{yx}\left(\theta_{1}p^{n+1}+(1-\theta_{1})p^{n}\right)+c_{yx}\left(\theta_{1}p^{n+1}+(1-\theta_{1})p^{n}\right)+c_{yx}\left(\theta_{1}p^{n+1}+(1-\theta_{1})p^{n}\right)+c_{yx}\left(\theta_{1}p^{n+1}+(1-\theta_{1})p^{n}\right)+c_{yx}\left(\theta_{1}p^{n+1}+(1-\theta_{1})p^{n}\right)+c_{yx}\left(\theta_{1}p^{n+1}+(1-\theta_{1})p^{n}\right)+c_{yx}\left(\theta_{1}p^{n}+(1-\theta_{1})p^{n}\right)+c_{yx}\left(\theta_{1}p^{n}+(1-\theta_{1})p^{n}\right)+c_{yx}\left(\theta_{1}p^{n}+(1$$

$$\frac{x^{n+1} - x^n}{h} = \theta_2 p^{n+1} + (1 - \theta_2) p^n, \tag{5.33}$$

$$\frac{y^{n+1} - y^n}{h} = \theta_2 q^{n+1} + (1 - \theta_2) q^n, \tag{5.34}$$

где  $\{p^n, q^n\} = \{\dot{x}^n, \dot{y}^n\}$  – компоненты скорости в момент времени  $t^n$ ;

$$\begin{split} F_y^{n+\theta} &= F_y \Big( \theta_1 x^{n+1} + (1-\theta_1) x^n, \, \theta_1 y^{n+1} + (1-\theta_1) y^n \Big); \\ Q_x^{n+\theta} &= (\, \theta_1 Q_x^{n+1} + (\, 1-\theta_1\,) Q_x^n\,); \ \, Q_y^{n+\theta} = (\, \theta_1 Q_y^{n+1} + (\, 1-\theta_1\,) Q_y^n\,). \end{split}$$

Соотношения (5.32) — (5.34) представляют собой систему квазивариационного неравенства и двух алгебраических уравнений. Начальные условия для системы (5.32) — (5.34) будем выбирать в виде:

$$x^0 = p^0 = 0$$
,  $y^0 = q^0 = 0$ .

Представим уравнения (5.30) – (5.31) в виде:

$$x^{n+1} = x^n + h(\theta_2 p^{n+1} + (1 - \theta_2) p^n); (5.35)$$

$$y^{n+1} = y^n + h(\theta_2 q^{n+1} + (1 - \theta_2) q^n)$$
(5.36)

и подставим (5.35) – (5.36) в (5.32). В результате получим квазивариационное неравенство

$$\left(m\frac{p^{n+1}-p^{n}}{h}+\theta_{1}p^{n+1}(b_{xx}+\theta_{2}c_{xx}h)+p^{n}((1-\theta_{1})b_{xx}+\theta_{I}(1-\theta_{2})c_{xx}h)+c_{xx}x^{n}+\right. \\
+\theta_{1}q^{n+1}(b_{xy}+\theta_{2}c_{xy}h)+q^{n}((1-\theta_{1})b_{xy}+\theta_{I}(1-\theta_{2})c_{xy}h)+c_{xy}y^{n}+\widetilde{Q}_{x}^{n+\theta})(s-p^{n+1})+\\
+\left(m\frac{q^{n+1}-q^{n}}{h}+\theta_{1}q^{n+1}(b_{yy}+\theta_{2}c_{yy}h)+q^{n}((1-\theta_{1})b_{yy}+\theta_{I}(1-\theta_{2})c_{yy}h)+c_{yy}y^{n}+\\
+\theta_{1}p^{n+1}(b_{yx}+\theta_{2}c_{yx}h)+p^{n}((1-\theta_{1})b_{yx}+\theta_{I}(1-\theta_{2})c_{yx}h)+c_{yx}x^{n}-\\
-F_{y}^{n+\theta}+\widetilde{Q}_{y}^{n+\theta})(w-q^{n+1})+\varphi F_{y}^{n+\theta}|s-U|-\varphi F_{y}^{n+1}|p^{n+1}-U|\geq 0, \quad n=2,3,..., \quad (5.37)$$

где

$$F_{v}^{n+\theta} = F_{v} \left( x^{n} + \theta_{1} \theta_{2} p^{n+1} h + \theta_{1} (1 - \theta_{2}) p^{n} h, y^{n} + \theta_{1} \theta_{2} q^{n+1} h + \theta_{1} (1 - \theta_{2}) q^{n} h \right).$$

Для решения этого квазивариационного неравенства используется итерационный процесс (k – номер итерации):

$$\left(m\frac{p_{(k+1)}^{n+1} - p^{n}}{h} + \theta_{I}p_{(k+1)}^{n+1}(b_{xx} + \theta_{2}c_{xx}h) + p^{n}((1 - \theta_{1})b_{xx} + \theta_{I}(1 - \theta_{2})c_{xx}h) + c_{xx}x^{n} + \theta_{I}q_{(k+1)}^{n+1}(b_{xy} + \theta_{2}c_{xy}h) + q^{n}((1 - \theta_{1})b_{xy} + \theta_{I}(1 - \theta_{2})c_{xy}h) + c_{xy}y^{n} + \tilde{Q}_{x}^{n+\theta}(s - p_{(k+1)}^{n+1}) + \left(m\frac{q_{(k+1)}^{n+1} - q^{n}}{h} + \theta_{I}q_{(k+1)}^{n+1}(b_{yy} + \theta_{2}c_{yy}h) + q^{n}((1 - \theta_{1})b_{yy} + \theta_{I}(1 - \theta_{2})c_{yy}h) + c_{yy}y^{n} + \theta_{I}p_{(k+1)}^{n+1}(b_{yx} + \theta_{2}ch) + p^{n}((1 - \theta_{1})b_{yx} + \theta_{I}(1 - \theta_{2})c_{yx}h) + c_{yx}x^{n} - F_{y}^{n+\theta} + \tilde{Q}_{x}^{n+\theta}(w - q_{(k+1)}^{n+1}) + \varphi F_{y,(k)}^{n+\theta}|s - U| - \varphi F_{y,(k)}^{n+\theta}|p_{(k+1)}^{n+1} - U| \ge 0, \\ n = 2.3..., k = 1, 2..., (5.38)$$

где

$$F_{y,(k)}^{n+\theta} = F_y \Big( x^n + \theta_1 \theta_2 \, p_{(k)}^{n+1} h + \theta_1 (1 - \theta_2) \, p^n h, \, y^n + \theta_1 \theta_2 \, q_{(k)}^{n+1} h + \theta_1 (1 - \theta_2) \, q^n h \Big).$$

Нетрудно видеть, что если итерационный процесс (5.35) сходится, то предел последовательности  $\{p_{(k)}^{n+1},q_{(k)}^{n+1}\}$  является решением квазивариационного неравенства (5.34). Используя результаты работы [166], можно показать, что итерационный процесс (5.38) сходится при любом выборе начального приближения и при ограничении сверху на величину коэффициента трения.

В качестве начального приближения в итерационном процессе (5.38) целесообразно выбирать величину

$$p_{(0)}^{n+1} = p^n, \quad q_{(0)}^{n+1} = q^n.$$

После определения с помощью итерационного процесса (5.38) значений  $\{p^{n+1},q^{n+1}\}$  величины  $\{x^{n+1},y^{n+1}\}$  вычисляются по формулам (5.35)-(5.36).

Неравенство (5.38) является вариационным неравенством. Используя результаты работы [168], можно показать, что на каждой итерации решение вариационного неравенства (5.38) приводится к решению задачи минимизации следующей функции двух переменных:

$$J_{1}(p,q) = \frac{1}{2}a_{11}p^{2} + a_{12}pq + \frac{1}{2}a_{22}q^{2} - g_{1}p - g_{2}q + g_{0}|p - u|,$$
 (5.39)

где

$$a_{11} = \frac{m}{h} + \theta_{I}(b_{xx} + \theta_{2}c_{xx}h); \quad a_{12} = \theta_{I}(b_{xy} + \theta_{2}c_{xy}h);$$

$$a_{22} = \frac{m}{h} + \theta_{I}(b_{yy} + \theta_{2}c_{yy}h); \quad a_{21} = a_{12} = \theta_{I}(b_{yx} + \theta_{2}c_{yx}h);$$

$$g_{I} = m/h - p^{n}((1 - \theta_{I})b_{xx} + \theta_{I}(1 - \theta_{2})c_{xx}h) - c_{xx}x^{n} - q^{n}((1 - \theta_{I})b_{xy} + \theta_{I}(1 - \theta_{2})c_{xy}h) - c_{xy}y^{n} - \tilde{Q}_{x}^{n+\theta};$$

$$g_{I} = m/h - p^{n}((1 - \theta_{I})b_{yy} + \theta_{I}(1 - \theta_{2})c_{yy}h) - c_{yy}y^{n} - q^{n}((1 - \theta_{I})b_{yx} + \theta_{I}(1 - \theta_{2})c_{yx}h) - c_{yx}x^{n} + F_{y}^{n+\theta} - \tilde{Q}_{y}^{n+\theta};$$

$$g_{0} = \varphi F_{y,(k)}^{n+\theta}.$$

Решение задачи минимизации функции  $J_2(p,q)$  можно получить по формулам (5.29) – (5.31).

#### **5.3.** Выводы

Разработана математическая модель фрикционных колебаний шероховатых тел тормоза, трение между которыми описывается законом Амонтона, при наличии конструктивных связей между нормальными и

тангенциальными колебаниями. Получена вариационная формулировка в виде квазивариационного неравенства динамической задачи для колебательной системы двух шероховатых тел, трение между которыми описывается законом Амонтона, при наличии конструктивных связей между нормальными и тангенциальными колебаниями. С использованием трехслойных и двухслойных разностных схем разработаны вычислительные алгоритмы интегрирования по полученного квазивариационного неравенства. результате времени вычислительных экспериментов установлено, предложенная что математическая учитывающая нормальные колебания колодки, модель, шероховатостью контактирующих поверхностей и конструктивной связи между нормальными и тангенциальными колебаниями, описывает возникновение фрикционных колебаний в упругой системе, в искусственная между статическим которой вводится разница динамическим коэффициентами трения.

В зависимости от значений параметров динамической системы тормоза движения тормозной колодки: возможны варианта установившиеся релаксационные И установившиеся квазигармонические колебания. Зависимость коэффициента трения тормоза, при котором возникают колебания в тормозном механизме, от угла наклона подвески колодки линейная, от отношения жесткостей двух конструктивных связей в нормальном  $c_2$  и тангенциальном  $c_1$  направлениях – нелинейная. Минимальное значение коэффициента трения, при котором возникают установившиеся колебания, соответствует случаю  $c_1 = c_2$ .

#### РАЗДЕЛ 6

# РАЗРАБОТКА МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ И ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОГО АЛГОРИТМА МОДЕЛИРОВАНИЯ ТОРМОЖЕНИЯ ПОЕЗДА С УЧЕТОМ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ НОРМАЛЬНЫХ И ТАНГЕНЦИАЛЬНЫХ КОЛЕБАНИЙ В ТОРМОЗЕ ПРИ НЕУСТАНОВИВШИХСЯ РЕЖИМАХ

## 6.1. Разработка математической модели взаимодействия фрикционных колебаний тормоза при неустановившихся режимах торможения

Расчетная схема динамической модели тормоза локомотива имеет вид, представленный на рис. 6.1.

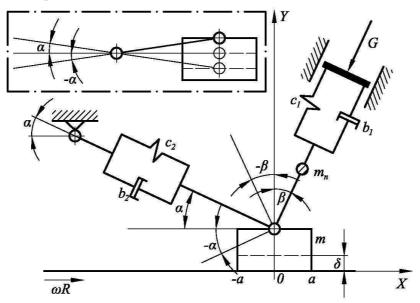


Рис. 6.1. Динамическая модель тормоза

Рассмотрим процесс торможения поезда массой M, включающей массу локомотива и массу груженого состава, на прямолинейном участке пути, наклонённом к горизонту под углом  $\theta$ . Введем неподвижную прямоугольную декартову систему координат OXYZ таким образом, чтобы направление оси OZ совпадало с направлением движения поезда. Пренебрегая продольными деформациями, будем рассматривать поезд при прямолинейном движении как твёрдое тело и определять его положение в момент времени t координатой z(t) его центра масс.

Уравнение движения поезда при торможении имеет вид:

$$M\ddot{z} - Mg\sin\theta + W(\dot{z}) + F_z = 0, \qquad (6.1)$$

где  $g=9,81\,$  м/с²;  $W(\dot{z})-$  основное сопротивление движению от ходовых качеств подвижного состава;  $F_z-$  силы сопротивления движению.

Будем считать, что  $F_z$  определяется силой трения между колёсами поезда и рельсами, т. е.

$$F_{z} = K_{t}F_{z}^{t} - (K - K_{t})F_{z}^{s}, (6.2)$$

где  $K_t$  — количество заторможенных колёс;  $F_z^t$  — сила трения между заторможенным колесом и рельсами; K — общее количество колёс;  $F_z^s$  — сила трения между незаторможенным колесом и рельсами.

Для определения величины  $F_z^t$  используем уравнение вращения заторможенного колеса (рис. 6.2, a)

$$J\dot{\omega} = R(F_z^t - F_T), \tag{6.3}$$

где J — момент инерции колеса относительно его оси;  $\omega$  — угловая скорость вращения колеса; R — радиус колеса;  $F_T$  — тангенциальная компонента усилия контактного взаимодействия заторможенного колеса и колодки.

Аналогично для определения величины  $F_z^s$  используем уравнение вращения незаторможенного колеса (рис. 6.2, б)

$$J\dot{\omega} = -RF_z^s. \tag{6.4}$$

Момент инерции колеса относительно его оси определяется по формуле

$$J = m_k \rho^2, \tag{6.5}$$

где  $m_k$  – масса колеса; ho – радиус инерции колеса.

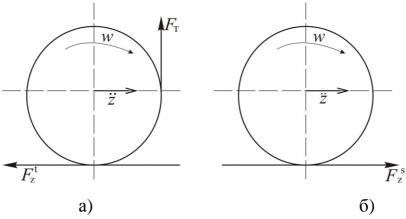


Рис. 6.2. Силы трения, действующие на колесо при торможении: а) заторможенное колесо; б) незаторможенное колесо

Будем предполагать, что при торможении качение колеса по рельсам происходит без макропроскальзывания. Это возможно в случае, когда сила трения между колесом и рельсами не превосходит своего предельного значения

$$\left|F_z^t\right| < \mu_{kr} F_0^t, \quad \left|F_z^s\right| < \mu_{kr} F_0^s, \tag{6.6}$$

где  $\mu_{kr}$  — коэффициент трения колёс по рельсам;  $F_0^t$ ,  $F_0^s$  — нагрузки на заторможенное и незаторможенное колесо соответственно.

При отсутствии проскальзывания колёс по рельсам линейная скорость поезда и угловая скорость вращения колёс связаны соотношением

$$\dot{z} = \omega R \,. \tag{6.7}$$

Подставляя (6.5) и (6.7) в (6.3) и (6.4), получим соответственно

$$F_z^t = m_k \ddot{z} \left(\frac{\rho}{R}\right)^2 + F_T, \tag{6.8}$$

$$F_z^s = -m_k \ddot{z} \left(\frac{\rho}{R}\right)^2. \tag{6.9}$$

С учётом (6.2), (6.8) и (6.9) уравнение движения поезда (6.1) примет вид:

$$M_1 \ddot{z} - G_\theta + W(\dot{z}) + F_T = 0,$$
 (6.10)

где

$$M_1 = \frac{1}{K_t} \left( M + (2K_t - K)m_k \left( \frac{\rho}{R} \right)^2 \right);$$
 (6.11)

$$G_{\theta} = \frac{Mg\sin\theta}{K_t}.\tag{6.12}$$

Полагая, что в момент начала торможения t=0 поезд двигался со скоростью  $V_0$ , начальные условия примем следующими:

$$z(0) = 0, \quad \dot{z}(0) = V_0.$$
 (6.13)

Для определения тормозного усилия  $F_T$  с учетом влияния на процесс торможения нормальных и тангенциальных колебаний, возникающих в тормозном механизме, в качестве динамической модели колодочно-колесного тормоза используем рассмотренную выше колебательную систему с двумя степенями свободы (рис. 6.1). Влиянием поперечных колебаний на процесс торможения будем пренебрегать.

Введем подвижную прямоугольную декартову систему координат O'xyz с началом в центре номинальной площадки контакта таким образом, чтобы направление оси O'x совпало с направлением тангенциальных колебаний колодки, а направление оси O'y — с направлением её нормальных колебаний. Положение колодки определяется её координатами  $\{x(t), y(t)\}$ . Введем также две локальные координаты системы  $O_s\xi_s\eta_s$ , s=1,2 для колодки и колеса соответственно.

Считается, что колодка и колесо абсолютно жесткие, однако каждая контактирующая поверхность покрыта деформируемым шероховатым слоем,

состоящим из линейно-упругих пружин одинаковой жесткости k и различной высоты. В локальных системах координат  $O_s \xi_s \eta_s$ , s = 1, 2 шероховатые поверхности колодки и колеса описываются соответственно функциями:

$$f_1(\xi_1) = \sum_{i=1}^{N_1} g_i^{(1)} \sin(\omega_i^{(1)} \xi_1), \quad f_2(\xi_2) = \sum_{i=1}^{N_2} g_i^{(2)} \sin(\omega_i^{(2)} \xi_2), \quad (6.14)$$

где  $g_i^{(1)}$ ,  $\omega_i^{(1)}$ ,  $i = \overline{1, N_1}$  – коэффициенты, описывающие шероховатую поверхность колодки;  $g_i^{(2)}$ ,  $\omega_i^{(2)}$ ,  $i=\overline{1,N_2}$  — коэффициенты, описывающие шероховатую поверхность колеса.

В процессе относительного движения колодки и колеса происходит смятие микронеровностей. В первом приближении нормальную компоненту взаимодействия микронеровностей будем пропорциональной величине их взаимного перекрытия. Из (6.8) следует, что при выполнении условия (6.6) линейная скорость контактирующей с колодкой поверхности колеса равна скорости поезда  $\dot{z}$ . Тогда нормальная компонента  $F_N$ взаимодействия колодки контактного И колеса определяется следующим образом:

$$F_N(x, y, \dot{z}) = \int_{-a}^{a} ke \Big( f_2(\xi + x - \dot{z}t) - f_1(\xi) - y \Big) H \Big( f_2(\xi + x - \dot{z}t) - f_1(\xi) - y \Big) d\xi, \quad (6.15)$$

где H(S) – функция Хевисайда [163].

между контактирующими поверхностями описывается одночленным законом Амонтона, который запишем в следующей форме [166]:

$$|F_T| \le \varphi F_N; \tag{6.16}$$

$$|F_T| < \varphi F_N \qquad \Rightarrow \qquad \dot{x} = \dot{z}; \tag{6.17}$$

$$|F_T| \le \varphi F_N, \qquad (6.16)$$

$$|F_T| < \varphi F_N \qquad \Rightarrow \qquad \dot{x} = \dot{z}; \qquad (6.17)$$

$$|F_T| = \varphi F_N \qquad \Rightarrow \qquad \frac{F_T}{|F_T|} = -\frac{\dot{x} - \dot{z}}{|\dot{x} - \dot{z}|}, \qquad (6.18)$$

где  $\phi$  — коэффициент трения колодки по колесу.

Отметим, что соотношение (6.17) выполняется при сцеплении колодки и колеса, а соотношение (6.18) – при их взаимном скольжении.

При торможении первый упругодемпфирующий элемент сжимается. Будем считать, что при y = 0 колодка прижимается к колесу усилием Q. Учитывая, что в процессе торможения

$$\max_{t} |\ddot{z}(t)| << \max_{t} |\ddot{x}(t)|,$$
  
$$\max_{t} |\ddot{z}(t)| << \max_{t} |\ddot{y}(t)|,$$

динамическое поведение колодочно-колесного тормоза описывается следующей системой уравнений:

$$m\ddot{x} + (b_2\dot{x} + c_2x)\beta_{cc} - (b_2\dot{y} + c_2y)\beta_{cs} - F_T = 0;$$
 (6.19)

$$m\ddot{y} + (b_1 + b_2\beta_{ss})\dot{y} + (c_2 + c_2\beta_{ss})y - (b_2\dot{x} + c_2x)\beta_{cs} - F_N + Q = 0;$$
 (6.20)

где

$$\beta_{cc} = \cos^2 \alpha;$$

$$\beta_{ss} = \sin^2 \alpha;$$

$$\beta_{cs} = \cos \alpha \sin \alpha.$$

Полагая, что в момент начала торможения нормальные и тангенциальные колебания колодки отсутствовали, начальные условия примем следующими:

$$x(0) = 0, \quad \dot{x}(0) = 0;$$
 (6.21)

$$y(0) = 0, \quad \dot{y}(0) = 0.$$
 (6.22)

Таким образом, в качестве математической модели процесса торможения поезда с учетом связанности тангенциальных и нормальных колебаний в тормозе в настоящей работе рассматривается задача Коши для системы нелинейных дифференциальных уравнений (6.10), (6.19) и (6.20) с начальными условиями (6.13), (6.21) и (6.22).

### 6.2. Разработка вариационных формулирований нелинейных динамических задач о взаимодействии фрикционных колебаний в тормозе

Для разработки вычислительного алгоритма решения сформулированной выше нелинейной динамической задачи с трением используется вариационный подход [164, 166, 165]. Пусть  $\{u,v,w\}$  — возможные перемещения колодки и поезда,  $\{\delta x, \delta y, \delta z\} = \{u-x, v-y, w-z\}$  — вариации соответствующих компонент перемещений,  $\{\delta \dot{x}, \delta \dot{y}, \delta \dot{z}\} = \{\dot{u} - \dot{x}, \dot{v} - \dot{y}, \dot{w} - \dot{z}\}$  — вариации соответствующих компонент скоростей. Сложим уравнения (6.10), (6.19) и (6.20), умноженные на соответствующие вариации компонент скорости. В результате получим

$$(m\ddot{x} + (b_{2}\dot{x} + c_{2}x)\beta_{cc} - (b_{2}\dot{y} + c_{2}y)\beta_{cs} - F_{T})(\dot{u} - \dot{x}) +$$

$$+ (m\ddot{y} + (b_{1} + b_{2}\beta_{ss})\dot{y} + (c_{2} + c_{2}\beta_{ss})y - (b_{2}\dot{x} + c_{2}x)\beta_{cs} - F_{N} + Q)(\dot{v} - \dot{y}) +$$

$$+ (M_{1}\ddot{z} - G_{\theta} + b\dot{z} + F_{T})(\dot{w} - \dot{z}) = 0.$$

$$(6.23)$$

Соотношение (6.23) выражает принцип возможных мощностей для рассматриваемой системы.

Аналогично [162] можно показать, что для произвольной возможной скорости  $\dot{u}$  имеет место оценка

$$F_T((\dot{u} - \dot{x}) - (\dot{w} - \dot{z})) \ge -\varphi F_N(|\dot{u} - \dot{w}| - |\dot{x} - \dot{z}|).$$
 (6.24)

С учетом (6.24) из (6.23) следует, что решение  $\{x,y,z\}$  системы уравнений (6.10), (6.19) и (6.20) удовлетворяет неравенству

$$(m\ddot{x} + (b_2\dot{x} + c_2x)\beta_{cc} - (b_2\dot{y} + c_2y)\beta_{cs})(\dot{u} - \dot{x}) +$$

$$+ (m\ddot{y} + (b_1 + b_2\beta_{ss})\dot{y} + (c_2 + c_2\beta_{ss})y - (b_2\dot{x} + c_2x)\beta_{cs} - F_N(x, y, \dot{z}) + Q)(\dot{v} - \dot{y}) +$$

$$+ (M_1\ddot{z} + b\dot{z} - G_\theta)(\dot{w} - \dot{z}) + \gamma F_N(x, y, \dot{z})(|\dot{u} - \dot{w}| - |\dot{x} - \dot{z}|) \ge 0, \forall \{u, v, w\}.$$
(6.25)

Используя терминологию, введенную в работах Ж.-Л. Лионса и его учеников [164], неравенство (6.25) можно отнести к типу квазивариационных вследствие того, что нормальное усилие  $F_N$ , определяемое по формуле (6.14), зависит от перемещений колодки  $\{x(t), y(t)\}$  и от скорости поезда  $\dot{z}(t)$ .

## 6.3. Разработка вычислительных алгоритмов моделирования взаимодействия фрикционных колебаний в тормозе на основе разностных схем

#### 6.3.1. Трехслойные разностные схемы

Выполним дискретизацию вариационной задачи (6.25). Разобьём временную ось на равные отрезки  $[t^{n-1},t^n]$ , (n=1,2,...). Длину этих отрезков обозначим через h. Далее под  $\{x^n,y^n,z^n\}$  будем понимать приближенное значение  $\{x(t),y(t),z(t)\}$  в момент времени  $t^n$ . При использовании для интегрирования по времени квазивариационного неравенства (6.9) трехслойной схемы с весами [168] получим:

$$\left(m\frac{x^{n+1}-2x^{n}+x^{n-1}}{h^{2}}+b_{2}\beta_{cc}\frac{x^{n+1}-x^{n-1}}{2h}+c_{2}\beta_{cc}\tilde{x}^{n}-\frac{1}{2h}+c_{2}\beta_{cc}\tilde{x}^{n}-\frac{1}{2h}+c_{2}\beta_{cc}\tilde{x}^{n}-\frac{1}{2h}+c_{2}\beta_{cc}\tilde{x}^{n}-\frac{1}{2h}+c_{2}\beta_{cc}\tilde{x}^{n}-\frac{1}{2h}+c_{2}\beta_{cc}\tilde{x}^{n}-\frac{1}{2h}+c_{2}\beta_{cc}\tilde{x}^{n}-\frac{1}{2h}+c_{2}\beta_{cc}\tilde{x}^{n}-\frac{1}{2h}+c_{2}\beta_{cc}\tilde{x}^{n}-\frac{1}{2h}+c_{2}\beta_{cc}\tilde{x}^{n}-\frac{1}{2h}+c_{2}\beta_{cc}\tilde{x}^{n}-\frac{1}{2h}+c_{2}\beta_{cc}\tilde{x}^{n}-\frac{1}{2h}+c_{2}\beta_{cc}\tilde{x}^{n}-\frac{1}{2h}+c_{2}\beta_{cc}\tilde{x}^{n}-\frac{1}{2h}+c_{2}\beta_{cc}\tilde{x}^{n}-\frac{1}{2h}+c_{2}\beta_{cc}\tilde{x}^{n}-\frac{1}{2h}+c_{2}\beta_{cc}\tilde{x}^{n}-\frac{1}{2h}+c_{2}\beta_{cc}\tilde{x}^{n}-\frac{1}{2h}+c_{2}\beta_{cc}\tilde{x}^{n}-\frac{1}{2h}+c_{2}\beta_{cc}\tilde{x}^{n}-\frac{1}{2h}+c_{2}\beta_{cc}\tilde{x}^{n}-\frac{1}{2h}+c_{2}\beta_{cc}\tilde{x}^{n}-\frac{1}{2h}+c_{2}\beta_{cc}\tilde{x}^{n}-\frac{1}{2h}+c_{2}\beta_{cc}\tilde{x}^{n}-\frac{1}{2h}+c_{2}\beta_{cc}\tilde{x}^{n}-\frac{1}{2h}+c_{2}\beta_{cc}\tilde{x}^{n}-\frac{1}{2h}+c_{2}\beta_{cc}\tilde{x}^{n}-\frac{1}{2h}+c_{2}\beta_{cc}\tilde{x}^{n}-\frac{1}{2h}+c_{2}\beta_{cc}\tilde{x}^{n}-\frac{1}{2h}+c_{2}\beta_{cc}\tilde{x}^{n}-\frac{1}{2h}+c_{2}\beta_{cc}\tilde{x}^{n}-\frac{1}{2h}+c_{2}\beta_{cc}\tilde{x}^{n}-\frac{1}{2h}+c_{2}\beta_{cc}\tilde{x}^{n}-\frac{1}{2h}+c_{2}\beta_{cc}\tilde{x}^{n}-\frac{1}{2h}+c_{2}\beta_{cc}\tilde{x}^{n}-\frac{1}{2h}+c_{2}\beta_{cc}\tilde{x}^{n}-\frac{1}{2h}+c_{2}\beta_{cc}\tilde{x}^{n}-\frac{1}{2h}+c_{2}\beta_{cc}\tilde{x}^{n}-\frac{1}{2h}+c_{2}\beta_{cc}\tilde{x}^{n}-\frac{1}{2h}+c_{2}\beta_{cc}\tilde{x}^{n}-\frac{1}{2h}+c_{2}\beta_{cc}\tilde{x}^{n}-\frac{1}{2h}+c_{2}\beta_{cc}\tilde{x}^{n}-\frac{1}{2h}+c_{2}\beta_{cc}\tilde{x}^{n}-\frac{1}{2h}+c_{2}\beta_{cc}\tilde{x}^{n}-\frac{1}{2h}+c_{2}\beta_{cc}\tilde{x}^{n}-\frac{1}{2h}+c_{2}\beta_{cc}\tilde{x}^{n}-\frac{1}{2h}+c_{2}\beta_{cc}\tilde{x}^{n}-\frac{1}{2h}+c_{2}\beta_{cc}\tilde{x}^{n}-\frac{1}{2h}+c_{2}\beta_{cc}\tilde{x}^{n}-\frac{1}{2h}+c_{2}\beta_{cc}\tilde{x}^{n}-\frac{1}{2h}+c_{2}\beta_{cc}\tilde{x}^{n}-\frac{1}{2h}+c_{2}\beta_{cc}\tilde{x}^{n}-\frac{1}{2h}+c_{2}\beta_{cc}\tilde{x}^{n}-\frac{1}{2h}+c_{2}\beta_{cc}\tilde{x}^{n}-\frac{1}{2h}+c_{2}\beta_{cc}\tilde{x}^{n}-\frac{1}{2h}+c_{2}\beta_{cc}\tilde{x}^{n}-\frac{1}{2h}+c_{2}\beta_{cc}\tilde{x}^{n}-\frac{1}{2h}+c_{2}\beta_{cc}\tilde{x}^{n}-\frac{1}{2h}+c_{2}\beta_{cc}\tilde{x}^{n}-\frac{1}{2h}+c_{2}\beta_{cc}\tilde{x}^{n}-\frac{1}{2h}+c_{2}\beta_{cc}\tilde{x}^{n}-\frac{1}{2h}+c_{2}\beta_{cc}\tilde{x}^{n}-\frac{1}{2h}+c_{2}\beta_{cc}\tilde{x}^{n}-\frac{1}{2h}+c_{2}\beta_{cc}\tilde{x}^{n}-\frac{1}{2h}+c_{2}\beta_{cc}\tilde{x}^{n}-\frac{1}{2h}+c_{2}\beta_{cc}\tilde{x}^{n}-\frac{1}{2h}+c_{2}\beta_{cc}\tilde{x}^{n}-\frac{1}{2h}+c_{2}\beta_{cc}\tilde{x}^{n}-\frac{1}{2h}+c$$

где

$$\begin{split} \widetilde{x}^n &= \theta_1 \widetilde{x}^{n+1} + \theta_2 \widetilde{x}^n + \theta_3 \widetilde{x}^{n-1}; & \widetilde{y}^n &= \theta_1 \widetilde{y}^{n+1} + \theta_2 \widetilde{y}^n + \theta_3 \widetilde{y}^{n-1}; \\ \widetilde{F}_N^n &= F_N \bigg( \widetilde{x}, \, \widetilde{y}, \frac{z^{n+1} - z^{n-1}}{2h} \bigg); & \widetilde{Q}^n &= \theta_1 Q^{n+1} + \theta_2 Q^n + \theta_3 Q^{n-1}; \end{split}$$

$$\begin{split} \tilde{G}^n &= \theta_1 G^{n+1} + \theta_2 G^n + \theta_3 G^{n-1}; & \theta_1 + \theta_2 + \theta_3 = 1; \\ x^0 &= x^1 = 0; & y^0 = y^1 = 0; \\ z^0 &= 0; & z^1 = v_0 h. \end{split}$$

Введем обозначения:

$$d^{n+1} = \frac{x^{n+1} - x^{n-1}}{2h}; (6.27)$$

$$e^{n+1} = \frac{y^{n+1} - y^{n-1}}{2h}; (6.28)$$

$$f^{n+1} = \frac{z^{n+1} - z^{n-1}}{2h}; (6.29)$$

$$\delta^n = \frac{x^n - x^{n-1}}{h};\tag{6.30}$$

$$\gamma^n = \frac{y^n - y^{n-1}}{h}; (6.31)$$

$$\lambda^n = \frac{z^n - z^{n-1}}{h}. (6.32)$$

Тогда схему (6.26) можно записать следующим образом:

$$\left(2m(d^{n+1}-\delta^{n})/h + b_{2}\beta_{cc}d^{n+1} + c_{2}\beta_{cc}\left(2h\theta_{1}d^{n+1} + \hat{x}^{n}\right) - b_{2}\beta_{cs}e^{n+1} - c_{2}\beta_{cs}\left(2h\theta_{1}e^{n+1} + \hat{y}^{n}\right)\right)\left(\dot{u} - d^{n+1}\right) + \\
+ \left(2m(e^{n+1}-\gamma^{n})/h + (b_{1}+b_{2}\beta_{ss})e^{n+1} + (c_{1}+c_{2}\beta_{ss})\left(2h\theta_{1}e^{n+1} + \hat{y}^{n}\right)\right) - \\
- b_{2}\beta_{cs}d^{n+1} - c_{2}\beta_{cs}\left(2h\theta_{1}d^{n+1} + \hat{x}^{n}\right) - \hat{F}_{N}^{n} + \tilde{Q}^{n}\right)\left(\dot{v} - e^{n+1}\right) + \\
+ \left(2M_{1}(f^{n+1}-\lambda^{n})/h - \tilde{G}^{n}\right)\left(\dot{w} - f^{n+1}\right) + \\
+ \varphi \hat{F}_{N}^{n}\left|\dot{u} - \dot{w}\right| - \varphi \hat{F}_{N}^{n}\left|d^{n+1} - f^{n+1}\right| \ge 0, \quad n = 2, 3, ..., \quad (6.33)$$

где

$$\hat{x}^{n} = \theta_{2}x^{n} + (\theta_{3} + \theta_{1})x^{n-1}; \quad \hat{x}^{n} = \theta_{2}y^{n} + (\theta_{3} + \theta_{1})y^{n-1};$$
$$\hat{F}_{N}^{n} = F_{N} \Big( 2h\theta_{1}d^{n+1} + \hat{x}^{n}, 2h\theta_{1}e^{n+1} + \hat{x}^{n}, f^{n+1} \Big).$$

Для решения квазивариационного неравенства (6.33) используется итерационный процесс (k- номер итерации):

$$\left( 2m(d_{(k+1)}^{n+1} - \delta^{n}) / h + b_{2}\beta_{cc}d_{(k+1)}^{n+1} + c_{2}\beta_{cc}\left(2h\theta_{1}d_{(k+1)}^{n+1} + \hat{x}^{n}\right) - b_{2}\beta_{cs}e_{(k+1)}^{n+1} - c_{2}\beta_{cs}\left(2h\theta_{1}e_{(k+1)}^{n+1} + \hat{y}^{n}\right) \right) \left(\dot{u} - d_{(k+1)}^{n+1}\right) + \\ + \left( 2m(e_{(k+1)}^{n+1} - \gamma^{n}) / h + (b_{1} + b_{2}\beta_{ss})e_{(k+1)}^{n+1} + (c_{1} + c_{2}\beta_{ss})\left(2h\theta_{1}e_{(k+1)}^{n+1} + \hat{y}^{n}\right) \right) - \\ - b_{2}\beta_{cs}d_{(k+1)}^{n+1} - c_{2}\beta_{cs}\left(2h\theta_{1}d_{(k+1)}^{n+1} + \hat{x}^{n}\right) - \hat{F}_{N,(k)}^{n} + \tilde{Q}^{n}\left(\dot{v} - e_{(k+1)}^{n+1}\right) +$$

$$+ \left(2M_{1}\left(f_{(k+1)}^{n+1} - \lambda^{n}\right)/h - \tilde{G}^{n}\right)\left(\dot{w} - f_{(k+1)}^{n+1}\right) +$$

$$+ \varphi \hat{F}_{N,(k)}^{n}\left|\dot{u} - \dot{w}\right| - \varphi \hat{F}_{N,(k)}^{n}\left|d_{(k+1)}^{n+1} - f_{(k+1)}^{n+1}\right| \ge 0, \quad n = 2, 3, ...,$$

$$(6.34)$$

где

$$\hat{F}_{N,(k)}^{n} = F_{N} \Big( 2h \theta_{1} d_{(k)}^{n+1} + \hat{x}^{n}, 2h \theta_{1} e_{(k)}^{n+1} + \hat{y}^{n}, f_{(k)}^{n+1} \Big).$$

Нетрудно видеть, что если итерационный процесс (6.34) сходится, то предел последовательности  $\{d_{(k)}^{n+1},e_{(k)}^{n+1},f_{(k)}^{n+1}\}$  является решением квазивариационного неравенства (6.33). Используя результаты работы [166], можно показать, что итерационный процесс (6.34) сходится при любом выборе начального приближения и при ограничении сверху на величину коэффициента трения.

В качестве начального приближения в итерационном процессе (6.34) целесообразно выбирать

$$d_{(0)}^{n+1} = d^n, (6.35)$$

$$e_{(0)}^{n+1} = e^n \,, \tag{6.36}$$

$$f_{(0)}^{n+1} = f^n. ag{6.37}$$

Неравенство (6.34) является вариационным неравенством. Используя результаты работы [168], можно показать, что на каждой итерации решение вариационного неравенства (6.34) приводится к решению задачи минимизации следующей функции трёх переменных:

$$J_1(d,e,f) = \frac{1}{2}a_{11}d^2 + a_{12}de + \frac{1}{2}a_{22}e^2 + \frac{1}{2}a_{33}f^2 - g_1d - g_2e - g_3f + g_0|d - f|, (6.38)$$

где

$$\begin{split} a_{11} &= 2m/h + b_2\beta_{cc} + 2c_2\beta_{cc}h\theta_1; \ a_{12} = -\beta_{cs}(b_2 + 2c_2h\theta_1); \\ a_{22} &= 2m/h + b_1 + b_2\beta_{ss} + 2(c_1 + c_2\beta_{ss})h\theta_1; \\ a_{21} &= a_{12}; \ a_{33} = 2M_1/h; \\ g_1 &= 2m\delta^n/h - c_2\beta_{cc}\hat{x}^n + c_2\beta_{cs}\hat{y}^n; \\ g_2 &= 2m\gamma^n/h - (c_1 + c_2\beta_{ss})\hat{y}^n + c_2\beta_{cs}\hat{x}^n + \hat{F}_{N,(k)}^n - \tilde{Q}^n; \\ g_3 &= 2M_1\lambda^n/h + \tilde{G}^n; \ g_0 = \varphi \hat{F}_{N,(k)}^{n+1}. \end{split}$$

Несложно показать, что функция  $J_1(d,e,f)$  является строго выпуклой. Следовательно, задача минимизации этой функции имеет единственное решение, которое можно найти в явном виде:

– если

$$(g_1 a_{22} - g_2 a_{12} - g_0 a_{22})/a > (g_3 + g_0)/a_{33},$$
 (6.39)

TO

$$d = (g_1 a_{22} - g_2 a_{12} - g_0 a_{22}) / a,$$

$$e = (g_2 a_{11} - g_1 a_{21} + g_0 a_{21}) / a,$$

$$f = (g_3 + g_0) / a_{33};$$
(6.40)

- если

$$(g_1 a_{22} - g_2 a_{12} + g_0 a_{22})/a < (g_3 - g_0)/a_{33},$$
 (6.41)

TO

$$d = (g_1 a_{22} - g_2 a_{12} + g_0 a_{22})/a,$$

$$e = (g_2 a_{11} - g_1 a_{21} - g_0 a_{21})/a,$$

$$f = (g_3 - g_0)/a_{33};$$
(6.42)

иначе

$$d = ((g_1 + g_3)a_{22} - g_2a_{12})/\tilde{a},$$

$$e = (g_2(a_{11} + a_{33}) - (g_1 + g_3)a_{21})/\tilde{a},$$

$$f = d,$$
(6.43)

где

$$a = a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21};$$
  $\tilde{a} = (a_{11} + a_{33})a_{22} - a_{12}a_{21}.$ 

### 6.3.2. Двухслойные разностные схемы

При использовании для интегрирования по времени квазивариационного неравенства (6.25) двухслойных схем получим:

$$\left(m(p^{n+1}-p^n)/h + b_2\beta_{cc}(\theta_1p^{n+1} + (1-\theta_1)p^n) + c_2\beta_{cc}(\theta_1x^{n+1} + (1-\theta_1)x^n) - b_2\beta_{cs}(\theta_1q^{n+1} + (1-\theta_1)q^n) - c_2\beta_{cs}(\theta_1y^{n+1} + (1-\theta_1)y^n)\right) (\tilde{p} - p^{n+1}) + \left(m(q^{n+1}-q^n)/h + (b_1+b_2\beta_{ss})(\theta_1q^{n+1} + (1-\theta_1)q^n) + (c_1+c_2\beta_{ss})(\theta_1y^{n+1} + (1-\theta_1)y^n) - b_2\beta_{cs}(\theta_1p^{n+1} + (1-\theta_1)p^n) - c_2\beta_{cs}(\theta_1x^{n+1} + (1-\theta_1)x^n) - F_N^{n+\theta} + Q^{n+\theta}\right) (\tilde{q} - q^{n+1}) + \left(M_1(r^{n+1}-r^n)/h - G^{n+\theta}\right) (\tilde{r} - r^{n+1}) + \left(M_1(r^{n+1}-r^n)/h - G^{n+\theta}\right) (\tilde{r} - r^{n+1}) + \left(m_1(r^{n+1}-r^n)/h - g^{n+\theta}\right) (\tilde{r} - r^{n+1}) + \frac{x^{n+\theta}}{h} = \theta_2 p^{n+\theta} + (1-\theta_2)p^n, \qquad (6.44)$$

$$\frac{x^{n+1}-x^n}{h} = \theta_2 p^{n+1} + (1-\theta_2)p^n, \qquad (6.45)$$

$$\frac{z^{n+1} - z^n}{h} = \theta_2 r^{n+1} + (1 - \theta_2) r^n, \tag{6.47}$$

где  $\{p^n,q^n,r^n\}=\{\dot{x}^n,\dot{y}^n,\dot{z}^n\}$  – компоненты скорости в момент времени  $t^n$ ;  $\{\widetilde{p}-p^n,\widetilde{q}-q^n,\widetilde{r}-r^n\}$  – вариации компонент скорости;  $F_N^{n+\theta}=F_N\Big(\theta_1x^{n+1}+(1-\theta_1)x^n,\theta_1y^{n+1}+(1-\theta_1)y^n,\theta_1r^{n+1}+(1-\theta_1)r^n\Big);$   $Q^{n+\theta}=\theta_1Q^{n+1}+(1-\theta_1)Q^n$ 

Соотношения (6.44) — (6.47) представляют собой систему квазивариационного неравенства и трёх алгебраических уравнений. Начальные условия для системы (6.44) — (6.47) будем выбирать в виде:

$$x^0 = p^0 = 0, (6.48)$$

$$y^0 = q^0 = 0, (6.49)$$

$$z^0 = 0, \ r^0 = v_0.$$
 (6.50)

Представим уравнения (6.45) – (6.47) в виде:

$$x^{n+1} = x^n + h(\theta_2 p^{n+1} + (1 - \theta_2) p^n), \tag{6.51}$$

$$y^{n+1} = y^n + h(\theta_2 q^{n+1} + (1 - \theta_2) q^n), \tag{6.52}$$

$$z^{n+1} = z^n + h(\theta_2 r^{n+1} + (1 - \theta_2) r^n)$$
(6.53)

и подставим (6.51) – (6.53) в (6.44). В результате получим квазивариационное неравенство

$$\left(m(p^{n+1}-p^{n})/h + \theta_{1}\beta_{cc}p^{n+1}(b_{2}+\theta_{2}c_{2}h) + \beta_{cc}p^{n}((1-\theta_{1})b_{2}+\theta_{1}(1-\theta_{2})c_{2}h) - \theta_{1}\beta_{cs}q^{n+1}(b_{2}+\theta_{2}c_{2}h) - \beta_{cs}q^{n}((1-\theta_{1})b_{2}+\theta_{1}(1-\theta_{2})c_{2}h) + c_{2}\beta_{cc}x^{n} - c_{2}\beta_{cs}y^{n}\right)\left(\widetilde{p}-p^{n+1}\right) + \left(m(q^{n+1}-q^{n})/h + \theta_{1}q^{n+1}(b_{1}+b_{2}\beta_{ss}+\theta_{2}c_{1}h + \theta_{2}c_{2}\beta_{ss}h) + q^{n}((1-\theta_{1})(b_{1}+b_{2}\beta_{ss}) + \theta_{1}(1-\theta_{2})(c_{1}+c_{2}\beta_{ss})h) - \theta_{1}\beta_{cs}p^{n+1}(b_{2}+\theta_{2}c_{2}h) - \beta_{cs}p^{n}((1-\theta_{1})b_{2}+\theta_{1}(1-\theta_{2})c_{2}h) + c_{2}\beta_{ss}y^{n} - c_{2}\beta_{cs}x^{n} - F_{N}^{n+\theta} + Q^{n+\theta}\right)\left(\widetilde{q}-q^{n+1}\right) + \left(M_{1}(r^{n+1}-r^{n})/h - G^{n+\theta}\right)\left(\widetilde{r}-r^{n+1}\right) + \theta_{N}^{n+\theta}\left|\widetilde{p}-\widetilde{r}\right| - \varphi F_{N}^{n+\theta}\left|p^{n+1}-r^{n+1}\right| \ge 0, \quad n=2,3,..., \tag{6.54}$$

где

$$F_N^{n+\theta} = F_N \left( x^n + \theta_1 \theta_2 p^{n+1} h + \theta_1 (1 - \theta_2) p^n h, y^n + \theta_1 \theta_2 q^{n+1} h + \theta_1 (1 - \theta_2) q^n h, \theta_2 r^{n+1} + (1 - \theta_2) r^n \right).$$

Для решения этого квазивариационного неравенства используется итерационный процесс (k – номер итерации):

$$\begin{split} \Big( m(p_{(k+1)}^{n+1} - p^n) / h + \theta_1 \beta_{cc} p_{(k+1)}^{n+1}(b_2 + \theta_2 c_2 h) + \beta_{cc} p^n ((1 - \theta_1) b_2 + \theta_1 (1 - \theta_2) c_2 h) - \\ - \theta_1 \beta_{cs} q_{(k+1)}^{n+1}(b_2 + \theta_2 c_2 h) - \beta_{cs} q^n ((1 - \theta_1) b_2 + \theta_1 (1 - \theta_2) c_2 h) + \\ + c_2 \beta_{cc} x^n - c_2 \beta_{cs} y^n \Big) \Big( \widetilde{p} - p_{(k+1)}^{n+1} \Big) + \\ + \Big( m(q_{(k+1)}^{n+1} - q^n) / h + \theta_1 q_{(k+1)}^{n+1}(b_1 + b_2 \beta_{ss} + \theta_2 c_1 h + \theta_2 c_2 \beta_{ss} h) + \\ + q^n ((1 - \theta_1)(b_1 + b_2 \beta_{ss}) + \theta_1 (1 - \theta_2)(c_1 + c_2 \beta_{ss}) h) - \\ - \theta_1 \beta_{cs} p_{(k+1)}^{n+1}(b_2 + \theta_2 c_2 h) - \beta_{cs} p^n ((1 - \theta_1) b_2 + \theta_1 (1 - \theta_2) c_2 h) + \\ + c_2 \beta_{ss} y^n - c_2 \beta_{cs} x^n - F_{N,(k)}^{n+\theta} + Q^{n+\theta} \Big) \Big( \widetilde{q} - q_{(k+1)}^{n+1} \Big) + \Big( M_1 (r_{(k+1)}^{n+1} - r^n) / h - G^{n+\theta} \Big) \Big( \widetilde{r} - r_{(k+1)}^{n+1} \Big) + \\ + \varphi F_{N,(k)}^{n+\theta} \Big| \widetilde{p} - \widetilde{r} \Big| - \varphi F_{N,(k)}^{n+\theta} \Big| p_{(k+1)}^{n+1} - r_{(k+1)}^{n+1} \Big| \ge 0, \quad n = 2, 3, ..., \quad k = 1, 2, ..., \quad (6.55) \end{split}$$

где

$$F_{N,(k)}^{n+\theta} = F_N \Big( x^n + \theta_1 \theta_2 p_{(k)}^{n+1} h + \theta_1 (1 - \theta_2) p^n h, \ y^n + \theta_1 \theta_2 q_{(k)}^{n+1} h + \theta_1 (1 - \theta_2) q^n h \theta_2 r_{(k)}^{n+1} + (1 - \theta_2) r^n \Big).$$

Нетрудно видеть, что если итерационный процесс (6.55) сходится, то предел последовательности  $\{p_{(k)}^{n+1},q_{(k)}^{n+1},r_{(k)}^{n+1}\}$  является решением квазивариационного неравенства (6.54). Используя результаты работы [166], можно показать, что итерационный процесс (6.55) сходится при любом выборе начального приближения и при ограничении сверху на величину коэффициента трения.

В качестве начального приближения в итерационном процессе (6.55) целесообразно выбирать следующие величины:

$$p_{(0)}^{n+1} = p^n; (6.56)$$

$$q_{(0)}^{n+1} = q^n; (6.57)$$

$$r_{(0)}^{n+1} = r^n. (6.58)$$

После определения с помощью итерационного процесса (6.55) значений  $\{p^{n+1},q^{n+1},r^{n+1}\}$  величины  $\{x^{n+1},y^{n+1},z^{n+1}\}$  вычисляются по формулам (6.51) – (6.53).

Неравенство (6.55) является вариационным неравенством. Используя результаты работы [168], можно показать, что на каждой итерации решение вариационного неравенства (6.55) приводится к решению задачи минимизации следующей функции трёх переменных:

$$\begin{split} J_{2}(p,q,r) &= \frac{1}{2}a_{11}p^{2} + a_{12}pq + \frac{1}{2}a_{22}q^{2} + \frac{1}{2}a_{33}r^{2} - g_{1}p - g_{2}q - g_{3}r + g_{0}\big|p - r\big|, \quad (6.59) \end{split}$$
 где 
$$a_{11} &= m/h + \theta_{1}\beta_{cc}(b_{2} + \theta_{2}c_{2}h); \qquad a_{12} = -\theta_{1}\beta_{cs}(b_{2} + \theta_{2}c_{2}h); \\ a_{22} &= m/h + \theta_{1}(b_{1} + b_{2}\beta_{ss}) + \theta_{1}\theta_{2}(c_{1} + c_{2}\beta_{ss})h); \\ a_{21} &= a_{12}; \quad a_{33} = M_{1}/h; \\ g_{1} &= m/h - \beta_{cc}p^{n}((1 - \theta_{1})b_{2} + \theta_{1}(1 - \theta_{2})c_{2}h) - c_{2}\beta_{cc}x^{n} + \\ &+ \beta_{cs}q^{n}((1 - \theta_{1})b_{2} + \theta_{1}(1 - \theta_{2})c_{2}h) + c_{2}\beta_{cs}y^{n}; \\ g_{2} &= m/h - q^{n}((1 - \theta_{1})(b_{1} + b_{2}\beta_{ss}) + \theta_{1}(1 - \theta_{2})(c_{1} + c_{2}\beta_{ss})h) - (c_{1} + c_{2}\beta_{ss})y^{n} + \\ &+ \beta_{cs}p^{n}((1 - \theta_{1})b_{2} + \theta_{1}(1 - \theta_{2})c_{2}h) + c_{2}\beta_{cs}x^{n} + F_{n+\theta}^{n+\theta} - Q^{n+\theta}; \\ g_{3} &= M_{1}/h + G^{n+\theta}; \quad g_{0} = \varphi F_{N,(k)}^{n+\theta}. \end{split}$$

Решение задачи минимизации функции  $J_2(p,q,r)$  можно получить по формулам (6.40)-(6.43).

# 6.4. Спектральный анализ тангенциальных и нормальных колебаний в тормозах

# 6.4.1. Критерии восстановления движения динамической системы на основе численного решения

Применение разработанного выше вычислительного алгоритма позволяет получить временные ряды, описывающие перемещения сосредоточенных масс динамической системы в дискретные моменты времени  $t_n$ , которые, как правило, берутся через равные промежутки времени  $h_d$ , называемые периодом дискретизации. Величина  $f_d$ , обратная периоду дискретизации, называется частотой дискретизации, ее формула

$$f_d = \frac{1}{h_d} \,. \tag{6.60}$$

Соответствующая ей круговая частота  $\omega_d$  определяется следующим образом:

$$\omega_d = \frac{2\pi}{h_d}.\tag{6.61}$$

Очевидно, что представление непрерывных перемещений набором дискретных значений приводит к потере информации о движении, т. к. остаются неизвестными перемещения в промежутках времени между дискретными значения  $t_n$ . Однако можно выделить класс движений, для

которых такой потери информации не происходит и которые могут быть точно восстановлены по своим значениям в дискретные моменты времени  $t_n$ . В соответствии с теоремой Котельникова [24] любой непрерывный сигнал x(t), спектр которого не содержит составляющих с частотой выше частоты дискретизации  $\omega_d$ , может быть без потери информации представлен своими дискретными значениями, взятыми с интервалом h, удовлетворяющим неравенству

$$h < \frac{1}{2f_d} = \frac{\pi}{\omega_d}.\tag{6.62}$$

Таким образом, задачу идентификации и установления характеристик динамического режима рассматриваемой динамической системы можно решать на основе анализа временных рядов перемещений, полученных с помощью разработанного выше вычислительного алгоритма. Необходимо также исследовать влияние трения и диссипативных свойств динамической системы на характер ее движения.

Рассматривая временные ряды перемещений сосредоточенных масс динамической системы в виде дискретного сигнала, для идентификации и установления характеристик динамического режима можно использовать методы корреляционного и спектрального анализа дискретных сигналов.

### 6.4.2. Автокорреляционная функция

Пусть известны значения дискретного сигнала (временной ряд)  $\{x_n\}$ ,  $n=\overline{1,N+M}$  . Тогда дискретная автокорреляционная функция сигнала  $\{x_n\}$  вычисляется по формуле

$$\psi_m = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^{N} x_n x_{n+m}, \quad m = \overline{0, M},$$
(6.63)

Автокорреляционная функция служит мерой степени сходства сигнала с самим собой в прошлом. Если временной ряд  $\{x_n\}$  периодичен с периодом K, то его автокорреляционная функция также обладает периодичностью

$$\psi_m = \psi_{m+K}, \quad m = \overline{0, M} . \tag{6.64}$$

При этом выполняются неравенства

$$\psi_0 > \psi_m, \quad 0 < m < K.$$
 (6.65)

Если временной ряд  $\{x_n\}$  является апериодическим, то его автокорреляционная функция должна иметь конечный носитель, т. е. обращаться в нуль вне конечного интервала времени. Для конечных отрезков

временных рядов критерий апериодичности можно сформулировать следующим образом: для любого  $\varepsilon > 0$  существует  $M(\varepsilon)$  такое, что

$$|\psi_m| \le \varepsilon, \quad \forall m > M(\varepsilon).$$
 (6.66)

Таким образом, вычисление автокорреляционной функции для данного временного ряда позволяет не только установить, является ли он периодическим, но и определить его период в этом случае.

## 6.4.3. Дискретные преобразования Фурье

Разложению в ряд Фурье могут подвергаться периодические сигналы (временные ряды). При этом они представляются в виде суммы гармонических функций либо комплексных экспонент с частотами, образующими арифметическую прогрессию. С механической точки зрения, разложение исследуемого движения в ряд Фурье соответствует его представлению в виде совокупности простых гармонических движений.

Разложение в ряд Фурье применимо как к непрерывным функциям, так и к дискретным последовательностям. Пусть временной ряд  $\{x_n\}$  является периодическим с периодом K , т. е.

$$x_{n+K} = x_n, \quad \forall n. \tag{6.67}$$

Такой временной ряд полностью описывается конечным набором чисел, в качестве которого можно взять произвольный фрагмент длиной K, например  $\{x_n\}$ ,  $n=\overline{0,K-1}$ . Известно [24], что вещественный периодический дискретный сигнал (временной ряд) имеет периодический дискретный спектр  $\{X_n\}$ , обладающий свойством симметрии, т. е.

$$X_{n+K} = X_n, \quad \forall n; \tag{6.68}$$

$$X_{K-n} = X_n, \quad 0 < n < K.$$
 (6.69)

В этом случае временной ряд  $\{x_n\}$  можно представить виде конечного ряда Фурье в тригонометрической форме

$$x_n = \sum_{k=0}^{K/2} A_k \cos \frac{2\pi kn}{K} + \sum_{k=0}^{K/2} B_k \sin \frac{2\pi kn}{K} = \sum_{k=0}^{K/2} C_k \cos \left(\frac{2\pi kn}{K} + \varphi_k\right), \tag{6.70}$$

где  $A_k$ ,  $B_k$  – коэффициенты ряда Фурье, вычисляемые по формулам:

$$A_{k} = \frac{2}{N} \sum_{n=0}^{K-1} x_{n} \cos \frac{2\pi kn}{K}, \quad k = 1, \dots, \frac{K}{2} - 1;$$
 (6.71)

$$A_{k} = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{K-1} x_{n} \cos \frac{2\pi kn}{K}, \quad k = 0, \frac{K}{2};$$
(6.72)

$$B_k = \frac{2}{N} \sum_{n=0}^{K-1} x_n \sin \frac{2\pi kn}{K}, \quad k = 1, \dots, \frac{K}{2} - 1.$$
 (6.73)

Ряд Фурье можно также представить в виде

$$x_n = \sum_{k=0}^{K/2} C_k \cos\left(\frac{2\pi kn}{K} + \varphi_k\right),\tag{6.74}$$

где  $C_k$  — амплитуда k-й гармоники, вычисляемая по формуле

$$C_k = \sqrt{A_k^2 + B_k^2}, \quad k = 0, \dots, \frac{K}{2};$$
 (6.75)

где  $\varphi_k$  – фаза k-й гармоники, вычисляемая по формуле

$$\varphi_k = arctg\left(-\frac{B_k}{A_k}\right), \quad k = 0, \dots, \frac{K}{2}.$$
 (6.76)

Являясь по своей сути спектром дискретного периодического сигнала, дискретное преобразование Фурье позволяет восстанавливать исходный непрерывный периодический сигнал, занимающий ограниченную полосу частот.

## 6.5. Результаты вычислительных экспериментов для проектирования тормозных систем подвижного состава

Цели использования динамической модели тормоза: исследование; проектирование; управление, в том числе адаптивное силой трения. Отсутствие методик динамических расчетов тормозных систем с контактным возбуждением фрикционных колебаний, разработка их на эмпирической основе сдерживает развитие, увеличивает сроки проектирования и внедрение подвижного состава высокого технического уровня. Математический анализ при проектировании подвижного состава позволяет установить рабочие процессы тормоза и ускоряет выбор оптимальных вариантов из множества возможных.

Один из вариантов (АРП10ГЭ, АП(В)8Т) локомотива, проектируемого по экспериментальным данным, полученным при ходовых испытаниях существующего подвижного состава, представлен на рис. 6.3. Для шахтных поездов время движения при торможениях сравнимо со временем движения с постоянными скоростями, поэтому моделирование колебаний в рабочем процессе тормоза выполняется при стационарных и нестационарных воздействиях. Принимая во внимание то, что в выполненных экспериментах регистрировать ускорение проще, чем абсолютные перемещения или скорости, в расчетах будем использовать характеристики ускорений различных масс и в первую очередь тормозной колодки.

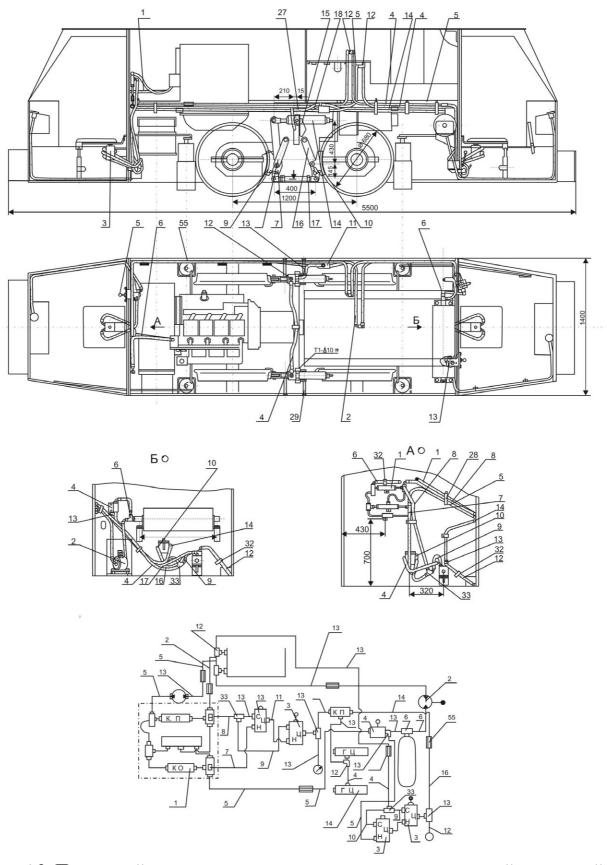


Рис. 6.3. Проектный вариант локомотива с пневмогидравлической тормозной системой (количество деталей по спецификации – 800, требует динамических расчетов 300 деталей)

Теоретические исследования динамики рабочих процессов трения тормозов проектируемых локомотивов выполнены при использовании прямодействующего и нормально-замкнутого типов тормозов с рычажным, гидравлическим и пневмогидравлическим приводами. Тормозное оборудование шахтного подвижного состава должно обладать высоким быстродействием и значительными усилиями тормозного нажатия при малых габаритах вследствие применения больших рабочих давлений, поэтому его конструктивные параметры упругих и диссипативных элементов могут быть обосновано выбраны лишь при динамическом расчете.

Таким образом, можно выполнить классификацию задач по разработке тормозов шахтного подвижного состава как трибологической системы, в которой коэффициент трения обладает агрегатными свойствами. Задачи класса А определяют принцип действия системы в целом или отдельных узлов ее (структурный синтез). Так тормоз может быть выполнен с управляемыми или механическими, неуправляемыми пневматическими, гидравлическими, электромагнитными или другими элементами. Задачи класса В реализуют различные принципы действия в виде множества структур (структурная оптимизация). Класса С – это задачи параметрической оптимизации в пределах заданной структуры. Подвижной состав шахтного рельсового транспорта проектируют в последовательности, которая регламентируется нормативнотехнической документацией. При этом задачи класса А необходимо решать на этапе технического задания; В - на этапах эскизного и технического проектирования; С – на остальных этапах (разработка рабочей документации опытного образца – рабочее проектирование; изготовление опытного образца, корректировка документов и государственные испытания; корректировка документов по результатам испытаний – отладочное проектирование).

Для верификации разработанной методики моделирования процессов колебаний в тормозных механизмах проведена серия вычислительных экспериментов по решению ряда модельных задач вместо натурных экспериментов.

При выполнении расчетов принимались следующие значения параметров математической модели:

```
масса колодки – (2...7) кг; скорость основания – (0...5) м/с; коэффициент трения – (0,20...0,75); амплитуда шероховатости колодки – (0,50...150,00) мкм; амплитуда шероховатости колеса – (0,20...15,00) мкм; шаг шероховатости колодки – (0,40...5,00) мкм; шаг шероховатости колеса – (0,10...0,95) мкм; сдвиг фаз шероховатостей – (0...25)^{\circ}; коэффициент жесткости шероховатостей (коэффициент контактной жесткости) – (7...16) \cdot 10^{9} кН/м<sup>3</sup>; длина площадки контакта – (0,1...0,5) м; ширина площади контакта – (0,06...0,15) м; жесткость конструктивной связи-1 – (3...25) \cdot 10^{7} Н/м;
```

коэффициент вязкости конструктивной связи-1-(1...100) кH·с/м; угол наклона конструктивной связи- $1-(180\pm10)^{\circ}$ ; жесткость конструктивной связи- $2-(0,01...10)10^{7}$  H/м; коэффициент вязкости конструктивной связи-2-(1...100) кH·с/м; угол наклона конструктивной связи- $2-(90\pm20)^{\circ}$ ; начальное усилие сжатия конструктивной связи-2-(4...12) кH.

Характерным вариантом решений модельных задач являются результаты, которые представлены на рис. 6.4 - 6.17.

На рис. 6.4 приведены зависимости во времени компонент перемещений колодки тормозного механизма. Кривая 1 соответствует тангенциальным, а кривая 2 — нормальным перемещениям. Здесь и далее по оси абсцисс отложен номер точки на временной оси. Произведение номера точки на шаг по времени определяет текущее время.

На рис. 6.5 приведены зависимости во времени компонент скорости колодки тормозного механизма. Кривая 1 соответствует скорости в тангенциальном направлении, а кривая 2 — скорости в направлении, нормальном к поверхности контакта.

На рис. 6.6 приведены зависимости во времени компонент ускорений колодки тормозного механизма. Кривая 1 соответствует ускорению в тангенциальном направлении, а кривая 2 — ускорению в направлении, нормальном к поверхности контакта.

На рис. 6.10 приведены зависимости во времени потенциальной энергии упругой деформации двухсторонних связей, а на рис. 6.11 — зависимости во времени мощностей диссипативных сил в двухсторонних связях (1, 2 — номер связи).

На рис. 6.14 приведены графики автокорреляционных функций для компонент перемещений колодки тормозного механизма. По оси ординат отложены нормированные значения автокорреляционной функции, а по оси абсцисс – сдвиг по времени.

На рис. 6.15 приведены спектры компонент перемещений колодки тормозного механизма, на рис. 6.16 — спектры компонент скорости колодки, а на рис. 6.17 — спектры компонент ускорений колодки. По оси абсцисс отложены номера гармоник колебаний, по оси ординат — амплитуды гармоник перемещений, скоростей и ускорений колодки соответственно.

Анализ полученных результатов вычислительного эксперимента позволяет сделать вывод, что для заданного набора параметров тормозного механизма реализуется установившийся режим релаксационных колебаний колодки. При этом скорость колебательных перемещений колодки в тангенциальном направлении (рис. 6.5) равна скорости поступательного движения колеса – 1 м/с (рис. 6.7), ускорение колодки равно 0 (рис. 6.6). Колодка «прилипает» к поверхности катания колеса, сила трения тормоза равно 0 (рис. 6.13). В результате действующее значение коэффициента трения за период торможения снижается. Для того, чтобы исключить источник релаксационных автоколебаний в рабочем процессе тормоза, необходимо уменьшить скорость демпфированием колебаний колодки В тангенциальном

направлении за счет повышения коэффициентов демпфирования диссипативных сил или введения дополнительных диссипативных элементов в виде демпфирующих опор подвески тормозной колодки. Сила трения тормозной колодки также обладает демпфирующими свойствами, при этом она является источником энергии фрикционных колебаний, что исключает возможность гашения колебаний ее увеличением.

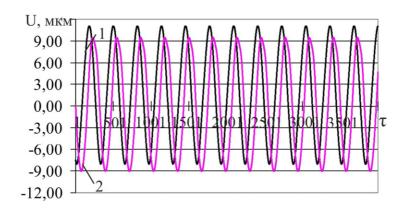


Рис. 6.4. Диаграммы перемещений колодки тормозного механизма:  $1 - U_x$ ,  $2 - U_y$ 

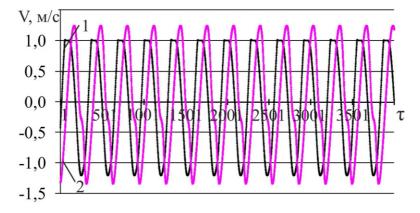


Рис. 6.5. Компоненты скорости перемещений колодки тормозного механизма:  $1-V_{\rm x}, 2-V_{\rm y}$ 

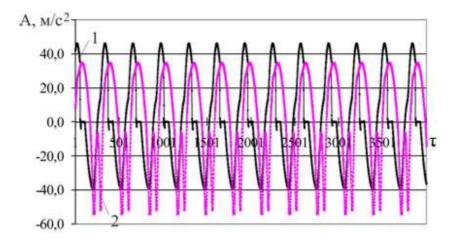


Рис. 6.6. Компоненты ускорения колодки тормозного механизма:  $1 - A_x$ ,  $2 - A_y$ 

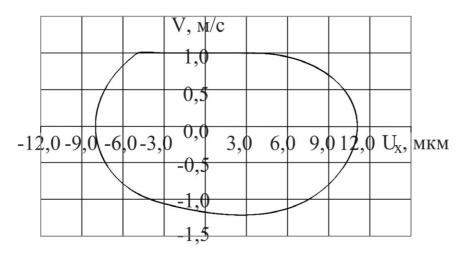


Рис. 6.7. Фазовая диаграмма тангенциальных перемещений и скоростей колодки

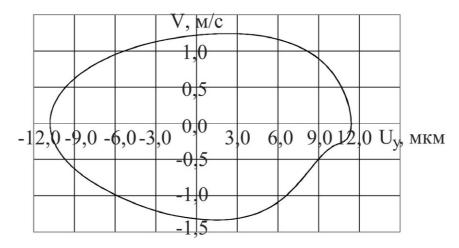


Рис. 6.8. Фазовая диаграмма нормальных перемещений и скоростей колодки

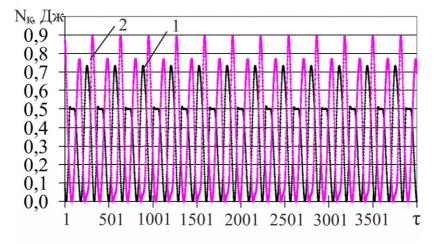


Рис. 6.9. Диаграммы кинетической энергии колодки тормозного механизма:  $1-V_x,\ 2-V_y$ 

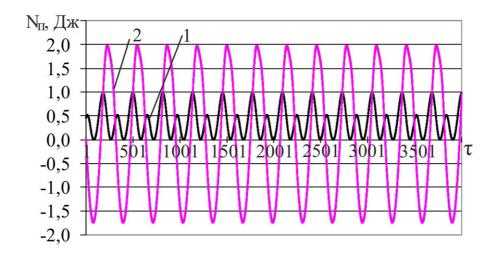


Рис. 6.10. Диаграммы потенциальной энергии упругой деформации двухсторонних связей: 1 – нормальная, 2 – тангенциальная

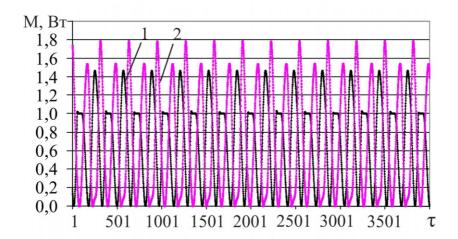


Рис. 6.11. Диаграммы мощности диссипативных сил двухсторонних связей: 1 – тангенциальная, 2 – нормальная

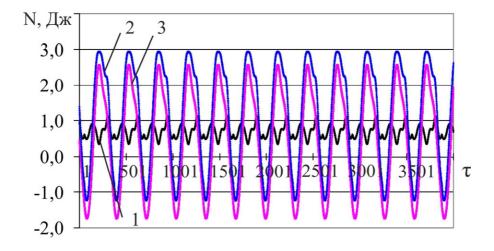


Рис. 6.12. График энергии колебаний колодки тормозного механизма: 1 – кинетическая, 2 – потенциальная, 3 – полная

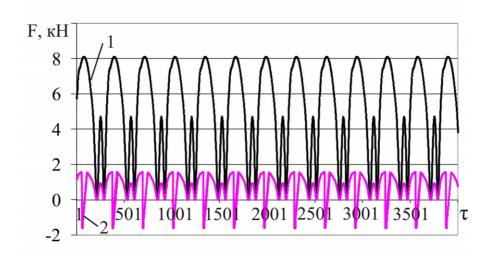


Рис. 6.13. График сил контактного взаимодействия: 1 – нормальная, 2 – трения

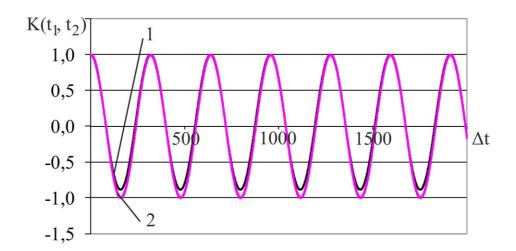


Рис. 6.14. Кривые автокорреляционных функций перемещений колодки тормозного механизма:  $1-U_x$ ,  $2-U_y$ 

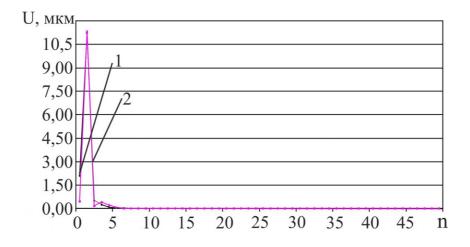


Рис. 6.15. График спектров перемещений колодки тормозного механизма:  $1-U_{\rm x},\,2-U_{\rm y}$ 

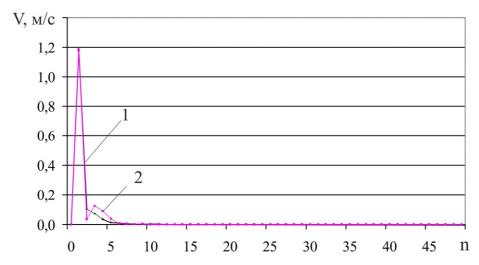


Рис. 6.16. График спектров скоростей премещения колодки тормозного механизма:  $1-V_{\rm x},\ 2-V_{\rm y}$ 

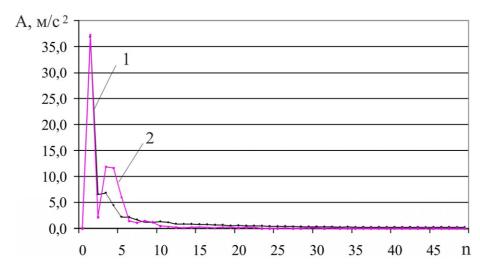


Рис. 6.17. График спектров ускорений колодки тормозного механизма:  $1-A_{\rm x},\,2-A_{\rm y}$ 

Источником колебаний в нормальном направлении является дискретность контактных поверхностей колодки и колеса. Для снижения амплитуды колебаний тормозного нажатия колодки необходимо уменьшить жесткость упругих элементов привода и передачи тормозного нажатия. Тормозная колодка в виде сосредоточенной массы как гаситель колебаний повышает демпфирующее действие сил внутреннего трения в материалах деталей тормоза, конструктивного демпфирования и сопротивления рабочей среды привода тормоза.

Таким образом, при нагружении тормоза происходит кинематическое возбуждение колебаний в нормальном направлении тормозного механизма. За счет конструктивных связей передаются колебания в тангенциальном направлении, к тому же формируются также и фрикционные колебания в соответствии с амонтовым трением в рабочем процессе тормоза. В результате взаимодействия нормальных и тангенциальных колебаний возбуждаются фрикционные автоколебания. Наличие двух конструктивных связей тормозной

колодки приводит к координатной взаимосвязи нормальных и тангенциальных колебаний. В зависимости от соотношения коэффициентов жесткости и демпфирования упругих и диссипативных сил связей, их углов наклона, статических и кинетических значений коэффициента трения возможно возникновение установившихся фрикционных автоколебаний. Уменьшение деформации контактной поверхности колодки приводит к соответствующему уменьшению фактической площадки контакта. Чем больше скорость движения, тем больше амплитуда колебаний. Увеличение амплитуды колебаний вследствие их ассиметричности ведет к повышению среднего уровня колодки над колесом и уменьшению фактической площадки контакта, в результате этого сила трения уменьшается при увеличении скорости скольжения. Это один из факторов, объясняющих падающую кинетическую характеристику трения.

# 6.6. Внедрение результатов исследования и научные основы разработки тормозных систем

Практическая реализация актуальных задач шахтного транспорта требует научных результатов по теоретическим основам рабочего процесса фрикционных тормозов колодочно-колесного типа, эффективности тяги и торможения подвижного состава для создания новых принципов их конструирования, изготовления и эксплуатации.

В связи с этим Национальным горным университетом при участии авторов научно-исследовательских рядом институтов, конструкторских и производственных организаций и машиностроительных периодические и ходовые испытания, проведены электровозов нового типажного ряда АРП7, АРВ7 и ходовых качеств шахтного подвижного состава; разработаны новые способы и средства управления силой трения в рабочем процессе тормоза и отраслевой стандарт, который на основе новых технических решений расширяет область применения локомотивной откатки на профилях рельсового пути от 0,005 до 0,050; выполнена модернизация электровозов АРВ10ГЭ, АП8Т, АВ8Т с опытными образцами пружинной гидротормозной системы, системы управления двигателями в режиме тяги и торможения и совместным применением электродинамического колодочно-колесного которые тормозов, отвечают техническим эксплуатационным требованиям стандарта.

### 6.6.1. Внедрение результатов исследования

Результаты исследования использованы при создании описанной ниже научно-технической продукции.

Испытательная документация для разработки карты технического уровня и аттестации электровозов нового типажного ряда, стендовые и ходовые испытания электровозов АРП7, APB7, заказчик Ясногорский машзавод:

– программа и методика тягового-электрических периодических испытаний электровоза APB7 на соответствие требованиям ТУ24.08.1256-82.;

- протокол периодических испытаний электровоза аккумуляторного рудничного взрывобезопасного APB7-900У5 в условиях эксплуатации;
- электровоз APB7. Программа и методика испытаний по определению эксплуатационных характеристик;
- протокол испытаний электровоза аккумуляторного рудничного взрывобезопасного APB7-900У5 в промышленных условиях по определению эксплуатационных характеристик;
- электровоз аккумуляторный рудничный повышенной надежности АРП7. Программа и методика периодических испытаний;
- протокол периодических испытаний электровоза аккумуляторного рудничного взрывобезопасного APB7-900У5 в условиях эксплуатации;
- протокол периодических испытаний электровоза аккумуляторного рудничного повышенной надежности АРП7-900У5 в условиях эксплуатации;
- электровоз аккумуляторный рудничный повышенной надежности АРП7. Программа и методика испытаний по определению эксплуатационных характеристик;
- протокол испытаний электровоза аккумуляторного рудничного повышенной надежности АРП7-900У5 в промышленных условиях по определению эксплуатационных характеристик.

В разработках использованы измерительный и обрабатывающий комплексы аппаратуры, измерительные узлы для стендовых и ходовых испытаний подвижного состава, условия идентифицируемости и планирования экспериментов, статистические методы обработки и интерпретации результатов экспериментов, результаты испытаний в виде тягово-энергетических и виброшумовых параметров, электромеханических и тормозных характеристик электровозов АРП7, АРВ7, вычислительный алгоритм моделирования тяги движения шахтных поездов с электровозами АРП7, АРВ7, обоснование весовой нормы состава по тяге и торможению поезда и зависимости длины тормозного пути поезда от начальной скорости торможения.

Фактическое распределение силы тяжести по осям снижает эффективность тяги и торможения электровозов, в результате изменено смещение центра тяжести конструкции в сторону первой оси к середине жесткой базы на величину 0,175 м, передаточное отношение тормозной передачи установлено равным 3.

Общие технические требования к проектам локомотивной откатки, технического оснащения и эксплуатации локомотивного транспорта в выработках с уклонами пути до 0,050 на угольных шахтах Украины, заказчик Минуглепром Украины:

– СОУ 10.1.00185790.007:2006 Стандарт Минуглепрома Украины. Транспорт шахтный локомотивный. Перевозка людей и грузов в выработках с уклоном пути от 0,005 до 0,050. Общие технические требования.

В стандарте использованы блок-схемный и вычислительный алгоритм моделирования тяги и движения шахтной электровозной откатки, электромеханические характеристики привода аккумуляторных электровозов, тяговая характеристика, удельное сопротивление движению, параметры

номинального режима аккумуляторных электровозов сцепной массой 7 т, основное удельное сопротивление движению шахтных вагонов с глухим кузовом, секционных и с донной разгрузкой. В технических требованиях к тормозному оборудованию локомотивной откатки использованы расчетная схема сложения сил в тормозном механизме и предельные значения углов подвешивания и понижения тормозной колодки, что выражено в степени износа колесных бандажей не более 10 мм и минимальной толщине колодки не менее 15 мм. В расчетах локомотивной откатки используется положение, что управляемое движение поезда торможении при должно равнозамедленным, тормозная система должна обладать силой сопротивления, независимой от скорости движения. Для шахтных поездов эффективность торможения ниже, чем эффективность тяги, что требует применения определенных мер снижения производительности на тяжелом профиле пути: до 0,020; от 0,031 до 0,040; от 0,041 до 0,050.

Технические задания на разработку и испытательная документация опытных образцов электровозов АРВ10ГЭ, АП8Т, АВ8Т, оснащенных нормально-замкнутым пружинно-гидравлическим приводом колодочно-колесного тормоза, заказчики – ДонУГИ, Дружковский машзавод:

- электровоз аккумуляторный APB10ГЭ. Техническое задание T3-2240300118-03;
- электровоз аккумуляторный APB10ГЭ. Программа и методика предварительных (стендовых) испытаний опытного образца APB10ГЭ.00.000 ПМ;
- электровоз аккумуляторный APB10ГЭ. Программа и методика приемочных испытаний опытного образца APB10ГЭ.00.000 ПМ1;
- протокол № 1 предварительных испытаний опытного образца электровоза АРВ10ГЭ с опытным образцом системы управления тяговыми двигателями (СУТД) и гидротормозной системы;
- электровозы аккумуляторные типа АП8Т. Техническое задание Т3-2240500171-07;
- электровоз аккумуляторный взрывобезопасный AB8T. Программа и методика приемочных испытаний опытного образца AB8T.00.000 ПМ1;
- электровозы аккумуляторные взрывозащищенные АП8Т. Программа и методика приемочных испытаний опытного образца АП8Т.00.000 ПМ1.

В составе разработок и в требованиях к конструкциям использовано:

- технологическая совместимость c серийными конструкциями сопутствующего горно-шахтного оборудования, равная эффективности тяговых тормоз агрегатов тормозной системы, колодочный должен гидравлический привод, электровозы должны отвечать техническим требованиям к оборудованию локомотивной откатки в соответствии с СОУ 10.1.00185790.007:2006 для расширения области безопасного применения и повышения эффективности эксплуатации в угольных шахтах опасных по взрыву газа и пыли;
- основные силовые и кинематические параметры оборудования (расчетная схема сложения сил в тормозном механизме, максимальные

значения углов подвешивания и понижения тормозной колодки -10 и  $15^{\circ}$  соответственно, минимальное и максимальное значения коэффициента трения тормоза -0.23 и 0.56 соответственно, тормозное нажатие до 12кH, сила трения до 7 кH, тормозная нагруженность -6 кг/мм², работа торможения до  $1.5\cdot103$ кДж, тормозная мощность одной колодки от 8.4 до 17.6 кВт, жесткость конструктивных связей тормозной колодки на растяжение в тангенциальном направлении относительно колеса  $-(24...85)\cdot10^7$  H/м, максимальное значение основного удельного сопротивления движению подвижного состава до ввода его в эксплуатацию до 49 H/кH, при трогании - до 30 H/кH, тяговоэнергетические характеристики электровозов);

- проектирование конструкции тормоза, как трибологической системы, по условиям оптимизации параметров равновесной шероховатости контактной поверхности и конструктивных связей тормозной колодки, тормозного привода и передачи;
- совместное применение колодочно-колесного тормоза с гидроприводом и электродинамического тормоза в системе автоматического управления тяговыми двигателями для интенсивных режимов торможения без блокирования ходовых колес;
- методика компьютерного моделирования методом вычислительного эксперимента стационарных и нестационарных режимов рабочего процесса тормоза с контактным возбуждение фрикционных колебаний для разработки пружинно-гидравлического колодочно-колесного тормоза с высоким и стабильным значением тормозной силы.

Техническое задание, программа и методика определения коэффициента трения при испытаниях несущих конструкций на прочность и их аттестации, заказчик – ОАО Запорожская АЭС:

- техническое задание на выполнение работы «Участие в КПР (контрольно-профилактических работах) с целью определения фактического значения коэффициента трения в арматурных канатах защитной оболочки энергоблока  $N \ge 2$ »;
- программа и методика экспериментальных исследований характеристик трения арматурных канатов системы преднапряжения защитной оболочки энергоблока № 2 Запорожской АЭС.

Использованы измерительный и обрабатывающий комплексы аппаратуры, измерительные силового оборудования узлы нагружения, условия идентифицируемости и планирования экспериментов, статистические методы обработки и интерпретации результатов экспериментов, методика определения действующего статического значения коэффициента амонтонова трения при номинальной площади контакта для повышения точности оценки напряженнодеформированого состояния несущей конструкции, для снижения сил трения при натяжении арматурных канатов и определения прочности конструкции способности канатов, определения тяговой канатных ДЛЯ дорог многообхватным шкивом трения.

## 6.6.2. Научные основы разработки тормозных систем подвижного состава рельсового транспорта шахт

В разделе 1, а также на основании анализа выполненных патентных исследований (ГОСТ 15.011-82, регламент поиска, задание на проведение исследований) классифицированы научные предпосылки, которые позволили сформулировать направление, объект, предмет исследования, научную проблему и задачи исследования, разработать научные основы для создания новых принципов конструирования, изготовления и эксплуатации тормозных систем подвижного состава шахтного рельсового транспорта высокого технического уровня.

Анализ патентной документации информирует о том, что повышение надежности подвижного состава транспорта достигается путем противоблокирования тормозных элементов, улучшение работы регулировочного узла тормозов исчерпано. Снижение зависимости тормозной силы от коэффициента трения тормоза в разработках не используется.

На шахтном рельсовом транспорте не принято техническое нормирование эффективности фрикционных свойств тормозов. На всех видах транспорта в качестве зависимости коэффициента трения от скорости движения и тормозного нажатия используется эмпирическая формула, вид которой принят на основании феноменологических представлений, что является причиной неустойчивости решений в разных областях экспериментальных условий. При аппроксимации экспериментальных зависимостей характеристики тормоза, вид эксперимента, обработка и представление результатов его построены без определенных предпосылок.

Для повышения технического уровня подвижного состава всех видов транспорта ставится одна и та же задача изменения силы (коэффициента) трения тормоза по величине и в функции скорости движения. Сила (коэффициент) трения тормоза обладает обратной реактивностью, т. е. при увеличении скорости движения они уменьшаются. Особенно эффективным является решение этой задачи для скорости движения до 5 м/с, что характерно для шахтного подвижного состава. При этом тормоз не рассматривается как статистически решается условиях структурной система, задача В неопределенности И неидентифицируемости параметров. Торможение рассматривается как задача в механике твердого тела в виде эмпирической науки о трении. Решения контактных задач с трением и контактных колебаний, построение трибомеханики фрикционных моделей тормозостроении не применяются.

Тенденции мирового развития тормозной техники свидетельствуют о том, что эмпирически, методом проб и ошибок, осуществляется выбор материалов с фрикционными свойствами, которые бы позволили достичь требуемых показателей назначения тормоза и эффективности торможения. Выявленные по результатам патентных исследований тенденции развития тормозного оборудования свидетельствуют о том, что фрикционные тормоза колодочно-колесного типа являются основными для подвижного состава всех видов

транспорта, но не имеют технических решений изобретений, которые бы реализовали создание шахтного подвижного состава высокого технического уровня по эффективности тяги и торможения с неизменным коэффициентом трения тормоза в диапазоне изменения эксплуатационной скорости движения.

Для определения потенциальных свойств тормоза не выполнены до сих пор решения следующих задач: закономерности диссипации энергии торможения в тормозном механизме; методы прогнозирования фрикционных свойств при производстве трибологических материалов.

В структуре тормозной системы звенья привода, передачи и тормозного механизма обладают определенной податливостью при передаче тормозного нажатия и тормозной силы и их нельзя рассматривать в механизмах с абсолютно жесткими звеньями.

Построение моделей трибомеханики, которые базируются на решении контактных задач теории упругости и пластичности, является переходом от эмпирической науки к фундаментальной, что позволяет управлять процессами трения. Коэффициент трения не может быть отнесен к какой-либо одной детали, он зависит от всех деталей трибологической системы. Математическая теория не рассматривает зависимость силы (коэффициента) трения от скорости скольжения.

Использование методов моделирования с обобщением результатов и оценкой достоверности и точности позволяет выявить новые технические решения и ускорить их внедрение. Можно считать установленным, что между трением и колебаниями существует двухстороння связь: трение порождает колебания различных видов, а колебания в свою очередь влияют на трение.

Важным является представление о связанности колебаний в узлах трения, нормальные и тангенциальные колебания не могут проходить независимо.

Обоснован один из источников возбуждения релаксационных автоколебаний, которым является переход от статического к кинетическому трению. Скачок обусловлен возрастанием истинной поверхности касания в отдельных контактах.

До этого нормальные перемещения контакта при изучении зависимости силы трения от скорости скольжения и фрикционных автоколебаний игнорировались. Свобода нормальных перемещений ползуна является причиной как фрикционных автоколебаний, так и скоростной зависимости силы трения.

При устранении собственных микроколебаний ползуна имеет место нейтральная скоростная характеристика трения.

Разработанные научные основы позволили осуществить реализацию результатов исследования, что представлено в табл. 6.1.

Таблица 6.1 Научные основы разработки тормозных систем подвижного состава рельсового транспорта шахт

Основные результаты	Раздел, рисунок,	Использование
	таблица, формула	
1	2	3
Установление зависимостей	Разделы 2.6, 2.7,	Измерительный и расчетный
и классификация	рис. 2.20 – 2.23,	методы для оценки технического
показателей качества	табл. 2.2, 2.4	уровня подвижного состава по
тормоза		эффективности торможения
Математическая модель тяги	Раздел 2.5,	Вычислительный и блок-схемный
и движения шахтных	рис. 2.18	алгоритм моделирования тяги и
поездов		движения. Обоснование параметров
		динамической модели тормоза при
		неустановившихся режимах
		движения. Отраслевой стандарт,
		который устанавливает технические
		требования к проектам,
		техническому оснащению и
		эксплуатации локомотивного
		транспорта
Основы теории тормозной	Раздел 2.4,	Обоснование структуры и
колодки	рис. 2.6, 2.7, 4.1 –	параметров динамической модели
	4.12	тормозного механизма,
		измерительного и
		обрабатывающего комплекса
		аппаратуры и тормозных стендов,
		условия идентифицируемости и
		планирования экспериментов
Тормоз, как трибологическая	Раздел 2.1,	Статистическая модель
система, обладает видом	табл. 2.1	кинетической характеристики
структурной		трения тормоза
неопределенности		
Тормоз как адаптивный	Разделы 2.2, 2.3,	Обоснование расчетной схемы
механизм переменной	рис. 2.2, 2.4	динамической модели тормоза с
структурой		адаптивными структурными
		группами и способа управления
		силой трения в рабочем процессе
		тормоза
Спектральный анализ	Разделы 4.1, 4.2,	Обоснование изменения
виброперемещений и усилий	рис. 4.12 – 4.20,	коэффициентов регрессии в модели
нагружения колодки,	форм. (4.9) – (4.15)	зависимости коэффициента трения
корреляционный и		при различном множестве упругих
регрессионный анализ		и диссипативных сил нагружения и
усилий		способа управления силой трения
		тормоза в функции тормозного
		нажатия и скорости движения

Продолжение табл. 6.1

1	2	3
Тягово-энергетические,	Раздел 4.4,	«Карта технического уровня
вибро-шумовые	рис. 4.25 – 4.31,	электровозов АРП7, АРВ7» для их
периодические и ходовые	табл. 4.4, 4.5, 4.6.	аттестации, отраслевой стандарт.
испытания подвижного	Раздел 4.5,	Решение задачи параметрической
состава	рис. 4.32, 4.33,	идентификации для
	табл.4.4 – 4.9	математических моделей с
		известной структурой
Динамические модели	Разделы 3, 5, 6	Вычислительные алгоритмы
тормоза		моделирования фрикционных
		колебаний в тормозе.
		Вычислительные эксперименты по
		решению модельных задач.
		Способ управления силой трения в
		рабочем процессе тормоза
Опытно-промышленная	Раздел 6.6	Технические задания на разработку
проверка		электровозов АРВ10ГЭ, АП8Т,
		испытательная документация
		опытных образцов электровозов
		АРВ10ГЭ, АП8Т, АВ8Т.
		Рекомендации по внедрению

#### **6.7.** Выводы

Разработана математическая модель процесса торможения поезда с учётом взаимодействия тангенциальных и нормальных колебаний в тормозных механизмах, обусловленных деформированием шероховатостей контактирующих поверхностей, трение между которыми описывается законом Амонтона, при наличии конструктивных связей между тангенциальными и нормальными колебаниями.

Получена вариационная формулировка в виде квазивариационного неравенства динамической задачи с трением, описываемым законом Амонтона, для колебательной системы с тремя степенями свободы. С использованием трехслойных и двухслойных разностных схем разработаны вычислительные алгоритмы интегрирования по времени полученного квазивариационного неравенства.

В результате вычислительных экспериментов установлено, предложенная математическая модель процесса торможения поезда, учитывающая нормальные колебания колодки, вызванные шероховатостью контактирующих поверхностей и наличием конструктивной связи между тангенциальными и нормальными колебаниями, описывает возникновение колебаний в тормозном механизме в случае, когда не вводится искусственная разница между статическим и динамическим коэффициентами трения.

Задачу идентификации и установления характеристик динамического режима рассматриваемой динамической системы можно решать на основе анализа временных рядов перемещений, полученных с помощью

разработанного вычислительного алгоритма, а также методами корреляционного и спектрального анализов дискретных сигналов.

В работе рассмотрены две колебательные системы. Первая система имеет две степени свободы и состоит из колодки, скользящей с трением по колесу, и упругодемпфирующего элемента Фойхта, моделирующего конструктивную связь тормозного механизма. Считается, что колодка и колесо абсолютно жесткие, контактирующая поверхность покрыта однако каждая слоем переменной толщины. В деформируемым шероховатым процессе относительного движения колодки И колеса происходит микронеровностей. В первом приближении нормальная компонента локальных сил взаимодействия микронеровностей считается пропорциональной величине их взаимного перекрытия. Трение между контактирующими поверхностями описывается одночленным законом Амонтона.

Предложенная математическая модель применяется для исследования фрикционных колебаний, возникающих при торможении. Предполагается, что колесо вращается со скоростью, изменяющейся по заданному закону. Влияние тормозных усилий на скорость колеса не учитывается. Колодка может перемещаться в нормальном и тангенциальном относительно плоскости трения направлениях. Наличие в системе конструктивной связи, направленной к плоскости трения под углом, отличным от прямого, приводит к координатной взаимосвязи нормальных и тангенциальных колебаний колодки.

Вторая колебательная система имеет три степени свободы и применяется для моделирования процесса торможения поезда. Её отличие от первой системы состоит в учете изменения скорости поезда при торможении. Рассматриваются два взаимосвязанных динамических процесса: торможения поезда и колебаний колодки тормозного механизма. Получено уравнение движения поезда с учетом тормозных усилий. Для определения тормозных процесс торможения нормальных vсилий **учетом** влияния на тангенциальных колебаний, возникающих в тормозном механизме, в качестве динамической модели колодочно-колесного тормоза используется описанная выше колебательная система с двумя степенями свободы.

Рассмотренные динамические системы с законом трения Амонтона относятся к классу сильно нелинейных систем. Особенностью использованного в математических моделях закона трения является его «пороговый» характер: взаимное скольжение тел начинается не при любом значении силы трения, а при достижении определенного порога. Отмеченная особенность построение решений рассматриваемого усложняет динамических задач. Возможности аналитических методов их исследования, как правило, ограничены системами с одной степенью свободы. Поэтому актуальной разработка вычислительных алгоритмов является ДЛЯ компьютерного моделирования и анализа колебательных систем с трением методом вычислительного эксперимента.

Для разработки вычислительного алгоритма решения динамических задач с трением используется вариационный подход. Получены вариационные формулировки задач в виде квазивариационных неравенств. Дискретизация

вариационных задач по времени производилась на основе двух- и трехслойных разностных схем. Для решения полученных на каждом шаге интегрирования по времени квазивариационных неравенств использовался итерационный процесс, позволяющий свести решение задачи к решению последовательности вариационных неравенств недифференцируемыми c слагаемыми, обусловленными наличием сил трения. Построены эквивалентные вариационным неравенствам с недифференцируемыми слагаемыми задачи минимизации, решение которых получено в явном виде.

Разработана методика численного исследования динамических процессов, состоящая из двух этапов. На первом этапе с использованием разработанного вычислительного алгоритма производится решение квазивариационного неравенства. В результате вычисляются временные ряды перемещений, скоростей и ускорений масс рассматриваемой системы.

На втором этапе выполняется анализ полученных временных рядов. Производится их визуализация, строятся фазовые диаграммы в переменных «перемещение – скорость». Для определения периода колебаний разработана процедура на основе анализа автокорреляционных функций. Далее строятся сечения Пуанкаре и выполняется спектральный анализ перемещений, скоростей и ускорений.

Выполнена верификация разработанных вычислительных алгоритмов. Анализ полученных численных результатов, а также их сравнение с известными результатами показали, что разработанные вычислительные алгоритмы позволяют эффективно исследовать основные закономерности динамических процессов в тормозных системах подвижного состава шахтного рельсового транспорта.

#### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе приведено теоретическое обоснование и новое решение научной проблемы, которая заключается в обосновании методов управления силой трения в рабочем процессе тормоза по величине и в функции скорости скольжения, показателями эффективности тормоза и торможения подвижного состава рельсового идентификации основе совместимого транспорта кинематически вынужденных колебаний за счет дискретности и конструктивных связей контакта трения с фрикционными колебаниями, применения для управления трения адаптивного механизма переменной структуры вариационной формулировки в виде квазивариационного неравенства нелинейной динамической задачи с трением, что позволило выполнить разработку новых технических решений на уровне изобретений, в результате разработать и внедрить отраслевой стандарт (общие технические требования) и расширить область применения шахтного локомотивного транспорта в выработках с уклонами пути от 0,005 до 0,050, создать несколько типоразмеров локомотивов высокого технического уровня по эффективности тяги и торможения, которые отвечают требованиям стандарта.

В результате выполненных теоретических и экспериментальных исследований получены следующие научные результаты, выводы и рекомендации:

1. Выполнена идентификация состояния тормоза и впервые разработана регрессионная модель кинетической характеристики трения колодочно-колесного тормоза шахтных локомотивов в условиях структурной неопределенности по количеству и составу входных переменных в моделях зависимости силы (коэффициента) трения. Исключить неустойчивые решения позволяет применение статистического анализа: дисперсионного, корреляционного, видов регрессионного и дискриминантного. Задача регрессионного анализа поставлена в широком смысле. Из условия максимума дискриминантной функции получена линейная модель изменения коэффициента трения  $\phi$  тормоза от тормозного нажатия K до 12 кH и скорости скольжения V до 5 м/с, которая в рабочем процессе определяет показатели эффективности тормоза. Поиск оптимального множества регрессоров в задаче регрессионного анализа позволил достичь меры идентичности (коэффициент множественной корреляции) 0,96, частные коэффициенты корреляции 0,69 и 0,71 указывают на одинаковую степень влияния K и V на  $\varphi$ , другими факторами можно пренебрегать, в частности общим влиянием KV и фрикционным нагревом. Проверка адекватности модели по F-критерию с уровнем подтверждается высокой сходимостью при 0,95 выборочных дисперсий входных факторов 25,39•10<sup>-3</sup> и случайного фактора 2,64•10<sup>-3</sup>, стандартная ошибка коэффициента трения составляет 0,0514.

Коэффициенты регрессионной модели характеристики трения меняются при изменениях геометрии конструктивных связей в тормозном механизме в процессе износа тормозных колодок, характеристики шероховатости контактной поверхности колодки до равновесной в процессе приработки, механических свойств материала в результате изменения химсостава чугуна тормозной колодки, упругих и дисипативних свойств в кинематической цепи нагружения тормозных механизмов, включая использование пневмопривода и передачи, при попадании в зону трения

колодки и колеса влаги и грязи с опорной поверхности рельса в промышленном эксперименте, что является граничной смазкой, которая демпфирует фрикционные колебания в тормозных механизмах.

- 2. Обосновано, что тормозная передача это механизм с переменной структурой, который теряет подвижность при включении тормозного механизма и относится к неассуровым структурным группам отрицательного порядка. Тормоз с напряженным замкнутым кинематическим контуром является адаптивным механизмом переменной структуры, в состав кинематической цепи которой наряду с жесткими звеньями должны входить гибкие, гидравлические, пневматические или другой физической природы в качестве адаптируемых связей для условий взаимодействия колодки и колеса на относительном их перемещении в зависимости от параметров рабочего процесса трения.
- 3. Для шахтных локомотивов при определении структуры и параметров динамической модели тормоза, допущений и масштабных коэффициентов моделирования режимов торможения, размещения датчиков усилий в тормозных стендах и при путевых испытаниях, структуры измерительного и обрабатывающего комплекса аппаратуры, плана экспериментов, их обработки и интерпретации результатов разработаны основы теории тормозной колодки.
- 4. Получила дальнейшее развитие математическая модель тяги и движения шахтных поездов с учетом неравнозамедленного движения при торможении, что позволило разработать вычислительный алгоритм моделирования тяги и движения поездов, получить достоверные значения показателей эффективности торможения, идентификацию параметров динамической модели неустановившихся режимах. Для идентификации исследуемого управляемого движения шахтных поездов выполнено классификации, в которой из двух совокупностей показателей тяги и торможения построено классификационное правило, позволяющее установить технический уровень подвижного состава по принадлежности к одной из этих совокупностей. Технический уровень серийного подвижного состава по эффективности торможения ниже, чем по тяге на номинальной скорости движения поезда, при этом на интенсивных режимах торможения недоиспользуется до 53 % сцепного веса локомотива, с повышением тормозной нагруженности в процессе торможения наступает параметрический отказ тормоза в результате срыва сцепления ходовых колесных пар локомотива.
- 5. Предложено для определения эффективности торможения применять коэффициент полезного действия тормоза как интегральную оценку использования сцепной массы локомотива при торможении на остановку шахтных поездов с изменением коэффициента трения тормоза от скорости движения. Для серийных локомотивов этот показатель не превышает 70 % при номинальном нажатии 7 кН.
- 6. Разработан вычислительный алгоритм спектрального анализа усилий и перемещений масс в тормозном механизме, экспериментально определены спектрограммы виброперемещений тормозной колодки и переменных составляющих нормальных и тангенциальных усилий нагружения тормозного механизма для разных режимов торможения в соответствии с планом факторного эксперимента. Вид спектральной плотности колебаний усилий и перемещений

колодки свидетельствует о том, что частота и амплитуда высокочастотных колебаний до 1 кГц изменяется в зависимости от параметров тормозного режима, упругих и диссипативных сил нагружения, что в состоянии тормоза выражается изменением коэффициентов регрессии и значений частных коэффициентов корреляции скорости движения от 0,73 до 0,29, тормозного нажатия от 0,33 до 0,65 в статистической модели характеристики трения тормоза.

- 7. Разработаны динамические модели тормоза с учетом дискретности контакта поверхности трения тормозной колодки, конструктивных связей и распределения установившихся усилий шероховатым поверхностям, ПО неустановившихся режимов движения, а также вычислительные моделирования взаимодействия нормальных и тангенциальных фрикционных колебаний при совместимом их возбуждении в тормозе. Нормальные вынужденные колебания возбуждаются кинематически от дискретности контакта с равновесной шероховатостью Тангенциальными колебаниями OT износа. являются: составляющие нормальных колебаний от конструктивных связей в тормозном механизме, фрикционные от нормальных переменных усилий по закону трения Амонтона-Кулона, фрикционные автоколебания от разницы между статическим, коэффициентами трения. кинетическим динамическим формулировка в виде квазивариационного неравенства динамической задачи колебательной системы при использовании разностных схем позволяет получить при значениях весовых коэффициентов 0,25 или 0,5 решения нелинейной динамической задачи с трением. Методика анализа колебаний в тормозе выполнена методом вычислительного эксперимента.
- 8. Экспериментально методами периодических и промышленных испытаний шахтного подвижного состава с использованием планирования экспериментов и моделирования (научно-производственный эксперимент) статистического идентификации параметров и состояний динамических моделей тормоза и математической модели тяги и движения шахтных поездов получены тягововибро-шумовые характеристики локомотивов, энергетические нормативные значения ходовых качеств вагонов. Требования репрезентативности по типу подвижного состава для испытаний выполнены по тяговой способности и техническому состоянию. При этом максимальная погрешность сопротивления движения составляет 3,2 Н/кН, относительная погрешность результатов тяговоэнергетических испытаний -4% (силы тяги длительного режима -7%).
- 9. Выполненный комплекс теоретических и экспериментальных исследований нашел практическое использование в СОУ 10.1.00185790.007:2006 «Транспорт шахтний локомотивний. Перевезення людей і вантажів в виробках з ухилом колії від 0,005 до 0,050. Загальні вимоги. Стандарт Мінвуглепрому України», в технических заданиях на разработку электровозов типоразмерного ряда, оснащенных нормальнозамкнутым пружинно-гидравлическим тормозом, которые отвечают требованиям СОУ 10.1.00185790.007:2006 («Электровоз аккумуляторный APB10ГЭ. Техническое T3-2240300118-03», «Электровозы аккумуляторные АП8Т. задание типа Техническое задание Т3-2240500171-07»), в испытательной документации опытных образцов электровозов («Электровоз аккумуляторный АРВ10ГЭ. Программа и методика предварительных (стендовых) испытаний образцов опытных

АРВ10ГЭ.00.000ПМ», «Электровоз аккумуляторный АРВ10ГЭ. Программа и APB10ΓЭ 00.000ΠM1». методика приемочных испытаний опытного образца «Протокол № 1 предварительных испытаний опытного образца электровоза аккумуляторного АРВ10ГЭ с опытным образцом гидротормозной системы», «Электровоз аккумуляторный взрывобезопасный AB8T. Программа и методика приемочных испытаний опытного образца AB8T.00.000ПМ1», «Электровозы аккумуляторные взрывозащищенные АП8Т. Программа и методика приемочных образца AΠ8T.00.000ΠM1») (ДонУГИ, испытаний ОПЫТНОГО Дружковский машзавод), в испытательной документации для разработки карты технического уровня и аттестации электровозов нового типажного ряда АРВ7-900У5 и АРП7-900У5 (заказчик – Ясногорский машзавод), в техническом задании, программе и методике определения коэффициента трения в трибосопряжениях для аттестации силового оборудования (заказчик – Запорожская АЭС) и в учебном процессе при подготовке специалистов в Государственном ВНЗ «Национальный горный университет».

По результатам предварительных испытаний опытного образца электровоза APB10ГЭ с гидротормозной системой длина тормозного пути по сравнению с серийным электровозом APП10 уменьшилась на 32 %, длина остановочного пути — на 83 %. Внедрение результатов работы имеет социальный эффект за счет повышения технического уровня, надежности и безопасности локомотивного транспорта на нормальном и завышенном профиле рельсового пути.

#### СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

- 1. Красовский Н.Н. Теория управления движением / Н.Н. Красовский. Москва: Наука, 1968. 475 с.
- 2. Правила технічної експлуатації залізниць України. Київ: Транспорт України, 2003. 133 с.
- 3. Інструкція з сигналізації на залізницях України: № ЦШ-0001. Офіц. вид. Київ: Транспорт України, 1995. 238 с.
- 4. Інструкція з руху поїздів і маневрової роботи на залізницях України: № ЦД-0058. Офіц. вид. Київ: Транспорт України, 2003. 254 с.
- 5. Бесценная О.В. Разработка и испытание тормозов / О.В. Бесценная, Г.С. Тамоян, М.Д. Фонин // Вестник ВНИИЖТа. Москва, 1981. № 1. С. 43 46.
- 6. НПАОП 10.0-1.01-10. Правила безпеки в вугільних шахтах. Затв. 2010-04-17. Київ: Мінвуглепром України, 2010. 430 с.
- 7. СОУ 10.1.00185790.007:2006. Транспорт шахтний локомотивний. Перевезення людей і вантажів в виробах з ухилом колії від 0,005 до 0,050. Загальні технічні вимоги. [Чиний від 2007-01-01]. Київ: Мінвуглепром України, 2006. 47 с.
- 8. Бабаєв А.М. Принцип дії, розрахунки та основи експлуатації гальм рухомого складу залізниць: навч. посіб. / А.М. Бабаєв, Д.В. Дмитрієв; під заг. ред. Д.В. Дмитрієва. Київ: ДЕТУТ, 2005. 176 с.
- 9. Деев В.В. Тяга поездов / В.В. Деев, Г.А. Ильин, Г.С. Аронин. Москва: Транспорт, 1987. 264 с.
- 10. Гребенюк П.Т. Правила тормозных расчетов / П.Т. Гребенюк. Москва: Интекст, 2004. 111 с.
- 11. Иноземцев В.Г. Автоматические тормоза / В.Г. Иноземцев, В.М. Казаринов, В. Ф. Ясинцев. Москва: Транспорт, 1981. 464 с.
- 12. Иноземцев В.Г. Тормоза железнодорожного подвижного состава / В.Г. Иноземцев. Москва: Транспорт, 1987. 270 с.
- 13. Бескровный И.Г. Теоретические основы тяговых расчетов: учеб. пособие / И.Г. Бескровный, А.М. Гочаков, В.И. Наумов. Кемерово: Транспорт, 1974.-282 с.
- 14. Казаринов В.М. Теоретические основы проектирования и эксплуатации автотормозов / В.М. Казаринов, В.Г. Иноземцев, В.Ф. Ясенцев. Москва: Транспорт, 1982. 400 с.
- 15. Метлюк Н.Ф. Динамика пневматических и гидравлических приводов автомобилей / Н.Ф. Метлюк, В.П. Автушко. Москва: Машиностроение, 1980. 231 с.
- 16 Электрогидравлические следящие системы / В.А. Хохлов, В.Н. Прокофьев, Н.А. Борисов и др.; под ред. В.А. Хохлова. Москва: Машиностроение, 1971.-432 с.
- 17. Башта Т.М. Гидропривод и гидропневмоавтоматика / Т.М. Бешта. Москва: Машиностроение, 1972. 320 с.

- 18. Беленький Ю.Б. Новое в расчете и конструкции тормозов автомобилей / Ю.Б. Беленький, М.И. Дронин, Н.Ф. Метлюк. Москва: Машиностроение, 1965. 120 с.
- 19. Блекборн Д. Гидравлические пневматические силовые системы управления / Д. Блекборн, Г. Ритхоф, Д.Л. Ширер. Москва: Изд-во иностр. лит., 1962. 614 с.
- 20. Метлюк Н.Ф. Математическая модель рабочего процесса гидравлического тормозного привода автомобиля с противоблокировочным устройством / Н.Ф. Метлюк, В.П. Автушко, В.В. Капустин // Автомобильный транспорт и дороги. Минск, 1975. Вып. 2. С. 62 69.
- 21. Цуханова Е.А. К исследованию гидросистем машин с учетом сжимаемости рабочей среды / Е.А. Цуханова // Теория пневмо- и гидропривода. Москва: Наука, 1969. С. 233 240.
- 22. Справочник по триботехнике: в 3 т. Т. 3. Теоретические основы / под общ. ред. М. Хебты, А.В. Чичинадзе. Москва: Машиностроение, 1989. 400 с.
- 23. Свириденок А.И. Механика дискретного фрикционного контакта / А.И. Свириденок, С.А. Чижик, М.И. Петроповец. Минск: Наука и техника, 1990. 100 с.
- 24. Горячева И.Г. Механика фрикционного взаимодействия / И.Г. Горячева. Москва: Наука, 2001. 582 с.
- 25. Горячева И.Г. Контактные задачи в трибологии / И.Г. Горячева, М.Н. Добычин. Москва: Машиностроение, 1988. 253 с.
- 26 Словарь-справочник по трению, износу и смазке деталей машин / К.Л. Шведов, Д.Я. Ровинский, В.Д. Зозуля, Э.Д. Браун. Киев: Наук. думка, 1979. 185 с.
- 27. Вершинский С.В. Динамика вагона / С.В. Вершинский, В.А. Данилов, И.И. Челноков. Москва: Транспорт, 1978. 221 с.
- 28. Bochet. Nouvelles recherches experimentales sur le flottement de glissement // Annales desmines. 1861. Vol. XIX. P. 27 120.
- 29. Петров Н.П. О непрерывных тормозных системах / Н.П. Петров // Известия Санкт-Петербург. технол. ин-та: науч. тр. Санкт-Петербург, 1878. С. 45-62.
- 30. Franke G. Über die Abhängigkeit der gleitenden Reibung von der Geschwindigkeit. Civilingenieur. 1882. Band 23. S. 206.
- 31. Коптовец А.Н. Обоснование рабочих, эксплуатационных характеристик и совершенствование колодочно-колесного тормоза рудничных локомотивов: автореф. дис. ... канд. техн. наук: 05.05.06 «Горные машины» / А.Н. Коптовец; Днепропетр. горн. ин-т. Днепропетровск, 1982. 23 с.
- 32. Коптовец А.Н. Выбор формы связи между параметрами трения в тормозном механизме с применением дисприминантного анализа / А.Н. Коптовец // Подъемно-транспортная техника. 2007. № 4. С. 27 32.
- 33. Мур Д. Основы и применение трибоники / Д. Мур. Москва: Мир, 1978.-487 с.
- 34. Егорченко В.Ф. Трение железнодорожных тормозных колодок / В.Ф. Егорченко // Тормозные исследования НИИЖТа. Москва: Наука, 1936. Вып. 59. С. 166 182.

- 35. Бармин Ю.И. Методика составления эмпирической формулы для коэффициента трения тормозных колодок о бандаж / Ю.И. Бармин // Тр. Хабаров. ин-та инж. ж.-д. трансп. 1964. Вып. 16. С. 186 195.
- 36. Крагельский И.В. Развитие науки о трении / И.В. Крагельский, В.С. Щедров. Москва: Изд-во АН СССР, 1956. 234 с.
- 37. Вуколов Л.А. Сравнительные характеристики тормозных колодок различных поставщиков / Л.А. Вуколов, В.А. Жаров // Вестник ВНИИЖТа. Москва, 2005. № 2. С. 18 28.
- 38. Zander C.P. Metal-ceramic braking clamps on powerful locomotives / C.P. Zander // Glasers Annalen. -2001. N = 4. P. 157 165.
- 39. Налев И.А. Опыт разработки и производства железнодорожных композиционных тормозных колодок в ОАО «ФРИТЕКС» / И.А. Налев, Д.А. Дружков, Н.А. Страхов // Вестник ВНИИЖТа. Москва, 2002. № 4. С. 15 19.
- 40. Ehlers H. Polential and limites of opportunites of the block brake / H. Ehlers // Glasers Annalen. -2002.  $-N_{\odot}$  6/7. -P. 290 -300.
- 41. Техничекие условия автозаводов СССР. Автомобили СССР: каталог-справочник: в 3 т. Москва: НИИавтопром, 1969. Т. 3. 67 с.
- 42. Александров М.П. Тормоза подъемно-транспортных машин / М.П. Александров. 3-е изд., доп. и перераб. Москва: Машиностроение, 1976. 383 с.
- 43. Зверев И.И. Проектирование авиационных колес и тормозных систем / И.И. Зверев, С.С. Коконин. Москва: Машиностроение, 2005. 222 с.
- 44. Волотковский С.А. Подземная электровозная тяга / С.А. Волотковский. Харьков: ГОНТИ, 1939. 311 с.
- 45. Волотковский С.А. Рудничная электровозная тяга / С.А. Волотковский. 3-е изд. Москва: Углетехиздат, 1955. 340 с.
- 46. Волотковский С.А. Рудничная электровозная тяга / С.А. Волотковский. 4-е изд., перераб. и доп. Москва: Недра, 1981. 289 с.
- 47. Есаулов В.П. Пути повышения тормозной эффективности и износоустойчивости вагонных железнодорожных чугунных тормозных колодок: дис. ... канд. техн. наук: 05.22.07: защищена 22.01.1972: утв. 15.07.1972 / Есаулов Владимир Петрович. Днепропетровск, 1972. 238 с. Библиогр.: с. 212 223.
- 48. Вуколов Л.А. Ускорить внедрение композиционных тормозных колодок / Л.А. Вуколов // Железнодорожный транспорт. 1964. № 5. С. 35-39.
- 49. Панков П.И. Исследование трения и износа материала тормозных колодок / П.И. Панков // Экспресс-информация. Сер. Техническая эксплуатация подвижного состава и тяга поездов. 1966. 1966. 1966. 1966. 1966. 1966. 1966. 1966. 1966. 1966. 1966. 1966. 1966. 1966. 1966. 1966. 1966. 1966. 1966. 1966. 1966. 1966. 1966. 1966. 1966. 1966. 1966. 1966. 1966. 1966. 1966. 1966. 1966. 1966. 1966. 1966. 1966. 1966. 1966. 1966. 1966. 1966. 1966. 1966. 1966. 1966. 1966. 1966. 1966. 1966. 1966. 1966. 1966. 1966. 1966. 1966. 1966. 1966. 1966. 1966. 1966. 1966. 1966. 1966. 1966. 1966. 1966. 1966. 1966. 1966. 1966. 1966. 1966. 1966. 1966. 1966. 1966. 1966. 1966. 1966. 1966. 1966. 1966. 1966. 1966. 1966. 1966. 1966. 1966. 1966. 1966. 1966. 1966. 1966. 1966. 1966. 1966. 1966. 1966. 1966. 1966. 1966. 1966. 1966. 1966. 1966. 1966. 1966. 1966. 1966. 1966. 1966. 1966. 1966. 1966. 1966. 1966. 1966. 1966. 1966. 1966. 1966. 1966. 1966. 1966. 1966. 1966. 1966. 1966. 1966. 1966. 1966. 1966. 1966. 1966. 1966. 1966. 1966. 1966. 1966. 1966. 1966. 1966. 1966. 1966. 1966. 1966. 1966. 1966. 1966. 1966. 1966. 1966. 1966. 1966. 1966. 1966. 1966. 1966. 1966. 1966. 1966. 1966. 1966. 1966. 1966. 1966. 1966. 1966. 1966. 1966. 1966. 1966. 1966. 1966. 1966. 1966. 1966. 1966. 1966. 1966. 1966. 1966. 1966. 1966. 1966. 1966.
- 50. Николаев Д.П. Проблемы торможения на железных дорогах / Д.П. Николаев // Экспресс-информация. Сер. Подвижной состав железных дорог и тяга поездов. 1963. N = 8. C. 12 14.
- 51. Кривошеев В.Н. Влияние композиционных колодок на работоспособность вагонных колес / В.Н. Кривошеев // Вестник ВНИИЖТа. Москва,  $1971. N_2 2. C. 18 23.$

- 52 Ткач И.И. Дисковые тормоза рельсового подвижного состава / И.И. Ткач // Экспресс-информация. Сер. Техническая эксплуатация подвижного состава и тяга поездов. 1966. № 20. С. 35 41.
- 53. Вуколов Л.А. Совершенствование конструкции композиционных тормозных колодок / Л.А. Вуколов // Железнодорожный транспорт. 1966.  $N_2 11. C.58 65.$
- 54. Заборовский М.А. Комбинированные композиционные тормозные колодки / М.А. Заборовский // Железнодорожный транспорт. 1964. № 9. С. 34-42.
- 55. Соколов М.М. Выбор рациональной конструкции тормозных колодок / М.М. Соколов // Вопросы проектирования и эксплуатации тележек пассажирских вагонов: труды ЛИИЖТа. Ленинград, 1965. Вып. 235. С. 18 24.
- 56. Романовская А.И. О применении композиционных колодок на промышленном транспорте / А.И. Романовская // Вестник ВНИИЖТа. Москва,  $1968. N_2 4. C. 35 42.$
- 57. Есаулов В.П. Определение тормозной эффективности чугунных колодок / В.П. Есаулов // Вопросы динамики подвижного состава и применение вычислительных машин: тр. ДИИТа. Днепропетровск, 1968. Вып. 76. С. 14 18.
- 58. Селидов К.П. Исследование влияния низких температур, влаги, песка на трение композиционной пластмассы по стали / К.П. Селидов //Вагоны и вагонное хозяйство: тр. ЦНИИТЭИ МПС. Москва, 1968. Вып. 43. С. 47 54.
- 59. Вуколов Л.А. Уровень развития композиционных тормозных колодок за рубежом / Л.А Вуколов // Вестник ВНИИЖТа. Москва, 1971. № 5. С. 35-41.
- 60. Будинов К.Н. Композиционные тормозные колодки шахтных электровозов / К.Н. Будинов // Уголь Украины. -1973. -№ 3. C. 35 43.
- 61. Исследование режимов торможения рудничных поездов в выработках с уклонами рельсового пути более 0,005 и разработка требований к тормозным средствам локомотивов: отчет о НИР: ГП-53 / Днепропетр. горн. ин-т (ДГИ); рук. А.А. Ренгевич; отв. исполн. Э.М. Шляхов; исполн.: А.Н. Коптовец, Л.И. Мочар. Днепропетровск, 1974. 106 с. № ГР 74031893. Инв. № Б 382735.
- 62. Разработать методику расчета безопасных режимов электровозной откатки в выработках с уклонами до 0, 050 по факту нагрева тормозных колодок: отчет о НИР: 581 / Днепропетр. горн. ин-т (ДГИ); рук. А.А. Ренгевич; отв. исполн. Э.М. Шляхов; исполн. А.Н. Коптовец. Днепропетровск, 1975. 91 с. № ГР 75042989. Инв. № Б 463950.
- 63. Карвацкий Б.Л. Общая теория автотормозов / Б.Л. Карвацкий. Москва: Трансжелдориздат, 1947. 299 с.
- 64. Современная трибология: Итоги и перспективы / отв. ред. К.В. Фролов. Москва, 2008.-480 с.
- 65. Богданович П.Н. Оценка триботехнических характеристик композиционных материалов для тормозных колодок при малых скоростях

- движения / П.Н. Богданович, Э.И. Галай // Вестник ВНИИЖТа. Москва, 2005. N 2. С. 54 59.
- 66. Вуколов Л.А. Эксплуатационные характеристики композиционных тормозных колодок // Вопросы эксплуатации тормозов в тяжеловесных поездах: тр. ВНИИЖТа. Москва: Транспорт, 1980. Вып. 629. С. 52 62.
- 67. Лабренец Ф. Сравнение концепций высокоскоростных поездов Европы / Ф. Лабренец // Железные дороги мира. 2004. № 9. С. 18 24.
- 68. Тормозные устройства: справочник / под общ. ред. М.П. Александрова. Москва: Машиностроение, 1985. 312 с.
- 69. Полимеры в узлах трения машин и приборов: справочник / Е.В. Зиновьев, А.Л. Левин, М.М. Бородулин, А.В. Чичинадзе. Москва: Машиностроение, 1980. 208 с.
- 70. Трение, изнашивание и смазка: справочник: в 4 т. / под ред. И.В. Крагельского. Москва: Машиностроение, 1979. Т. 1. 358 с.
- 71. Bauer H. Die Reibungsmaterialien fur die Bremsen / H. Bauer // Glasers Annal en. 1999. No 11/12. S. 472 475.
- 72. Кедров С.С. Колебания металлорежущих станков / С.С. Кедров. Москва: Машиностроение, 1978. 199 с.
- 73. Ларин Т.В. Фосфор как модификатор, способствующий повышению фрикционных свойств и износостойкости чугунов тормозных колодок / Т.В. Ларин // Вестник ВНИИЖТа. 1987. № 3. С. 26 30.
- 74. Пат. 2154699 Российская Федерация, МКИ D02G3/16. Гибридное волокно для изготовления основ деталей из композитных материалов и способ его производства / П. Олри, Д. Куп, Р. Дюваль, А. Зердук (Франция); заявитель и патентообладатель «СНЕКМА» (FR). № 9712183/12 ; заявл. 20.05.96 ; опубл. 20.08.00, WO96/37646.
- 75. Пат. 2181450 Российская Федерация, МКИ F16D65/02, F16D69/00, F16D69/02. Изготовление волокнистых заготовок тормозных дисков из композиционных материалов / Д. Рено, Л. Эрик (Франиция); заявитель и патентообладатель МЕССЬЕ-БУГАТТИ (FR). № 99109112/28 ; заявл. 29.11.96; опубл. 20.04.02, WO98/14716.
- 76. Пат. 2170220 Российская Федерация, МКИ С04В35/83, С04В35/52, С04В41/87. Способ получения углерод-углеродного композиционного материала / С.П. Разимов, Ю.К. Чистяков (Россия); заявитель и патентообладатель ЗАО «ЭКО-Карбон». № 99123491/03 ; заявл. 09.11.99 ; опубл. 10.07.01, WO97/25815.
- 77. Пат. 2135854 Российская Федерация, МКИ F16D69/02. Фрикционный композиционный материал и способ его получения / А.М. Бабкин (Россия); заявитель и патентообладатель ОАО НПО «Композит». № 98106645/06; заявл. 01.04.98; опубл. 27.08.99, WO95/38849.
- 78. Пат. 2201542 Российская Федерация, МКИ F16D69/02, C04B35/80, C04B41/87. Элемент тормозного устройства из композиционного материала С/С SIC и способ его изготовления / Ж. Домерг, Ж. Жорж (Франция); заявитель и патентообладатель С.Н.Е.К.М.А (FR). № 99109600/28; заявл. 14.10.97; опубл. 27.03.03, WO98/16484.

- 79. Гурин В.А. Углерод-углеродные композиционные материалы фрикционного назначения / В.А. Гурин, И.В. Гурин, С.Г. Фурсов // Вісн. Дніпропетр. ун-ту. Сер. Ракетно-космічна техніка. 2000. Вып. 4 С. 25 31.
- 80. Гурин В.А. Газофазные методы получения углеродных и углеродуглеродных материалов / В.А. Гурин, В.Ф. Зеленский // ВАНТ. Сер. ФРП и РМ. Харьков, 1999. Вып. 76. С. 13 31.
- 81. Старченко В.Н. Повышение эффективности торможения использованием новых углерод-композиционных материалов / В.Н. Старченко, Е.В. Полупан, С.И. Шевченко // Вісн. Східноукраїн. нац. ун-ту ім. В. Даля. 2004. N 27(77), ч. 1. C. 137 142.
- 82. Старченко В.М. Випробування нових фрикційних матеріалів для гальмування транспортних засобів / В.М. Старченко, В.М. Поляков // Вісн. Нац. транспорт. ун-ту. Київ: НТУ, 2004. Вип. 9. С. 283 287.
- 83. Триботехнические характеристики новых фрикционних материалов / В.Н. Старченко, В.А. Гурин, Е.В. Полупан, И.В. Гурин // Вісн. Східноукраїн. нац. ун-ту ім. В. Даля. 2005. № 8 (90), ч. 1. С. 121 126.
- 84. Старченко В.Н. Расчёт упругих характеристик пространственно армированных фрикционных углерод-углеродных композиционных материалов / В.Н. Старченко // Автомобильный транспорт: сб. науч. тр. Харьков: ХНАДУ, 2005. Вып. 16. С. 117 122.
- 85. Старченко В.Н. Фрикционные углерод-композитные материалы для дисковых тормозов подвижного состава / В.Н. Старченко // Наука, техника и высшее образование: сб. науч. тр. Ростов: Изд-во Ростов. ун-та, 2006. Вып. 2. С. 55 56.
- 86. Фрикционные материалы на базе углерод-углеродных и углеродасбестовых волокон для тормозных устройств / В.Н. Старченко, В.А. Гурин, В.П. Быкадоров, Е.Н. Шапран // Железные дороги мира. 2006. № 2. С. 38-42.
- 87. Старченко В.Н. Трибологические свойства фрикционных С-С композитов для тормозных устройств подвижного состава / В.Н. Старченко // Вісн. Східноукраїн. нац. ун-ту.  $2007. \text{N} \cdot \text{O} \cdot \text{O}$
- 88. Старченко В.Н. Тепловые процессы при колодочном торможении фрикционными С-С композитами / В.Н. Старченко // Вісн. Східноукраїн. нац. ун-ту. 2007. N 6 (112). С. 227 230.
- 89. Буданов Б.В. Взаимосвязь трения и колебаний: в 2 т. / Б.В. Буданов, В.А. Кудинов, Д.М. Толстой // Трение и износ. 1980. Т. 1. С. 79 89.
- 90. Кононенко В.О. Автоколебания при трении, близкие к гармоническим / В.О. Кононенко // Тр. Ин-та строительной механики, 1954. С. 98 107.
- 91. Дерягин Б.В. Теория фрикционных автоколебаний с периодическими остановками / Б.В. Дерягин, В.Э. Пуш, Д.М. Толстой // Тр. III Всесоюз. конф. по трению и износу в машинах. Москва: Изд-во АН СССР, 1960. С. 56. 70.
- 92. Кудинов В.А. Природа колебаний при трении / В.А. Кудинов // Исследование колебаний металлорежущих станков при резании металлов: сб. тр. Москва: Машгиз, 1958. С. 53 58.
- 93. Андриевский В.Н. Измерение сил трения при вибрациях / В.Н. Андриевский // Изв. вузов. Сер. Физика. 1968. № 6. С. 7 10.

- 94. Алексеев Г.Ф. Трение и износ фрикционных пар при наложенных вибрациях / Г.Ф. Алексеев, А.В. Чичинадзе, С.В. Борисов // Тез. докл. Всесоюз. конф., г. Ташкент, 15 янв. 1975 г. Ташкент, 1975. С. 172 173.
- 95. Толстой Д.М. Собственные колебания ползуна, зависящие от контактной жесткости, и их влияние на трение / Д.М. Толстой // Докл. АН СССР. Т. 153, № 4. С. 820-823.
- 96. Григорова С.Р. О резонансном падении силы трения / С.Р. Григорова, Д. М. Толстой //Докл. АН СССР. 1966. Т. 167, № 3. С. 562 563.
- 97. Кунин Н.Ф. О связи между статическим и кинетическим трением / Н.Ф. Кунин, Г.Ф. Ломакин // ЖТФ. 1954. Т. 24, вып. 8. С. 1367 1370.
- 98. Григорова С.Р. Об устранении фрикционных автоколебаний / С.Р. Григорова, Д.М. Толстой, А.В. Чичинадзе // Докл. АН СССР. 1972. Т. 222, № 1. С. 76.
- 99. Кудинов В.А. Исследование колебаний металлорежущих станков при резании металлов / В.А. Кудинов. Москва: Машгиз, 1958. 198 с.
- 100. Толстой Д.Н. К вопросу о роли нормальных перемещений при внешнем трении / Д.Н. Толстой, Р.Л. Каплан. Москва: Наука, 1966. С. 42 59.
- 101. Дерягин Б.В. Теория скольжения твердых тел с периодическими остановками / Б.В. Дерягин, Д.М. Толстой, В.Э. Пуш // Тез. докл. III Всесоюзн. конф. по трению и износу в машинах, г. Москва, 24 марта 1957 г. Москва, 1957.-C.49-53.
- 102. Ахматов А.С. Молекулярная физика граничного трения / А.С. Ахматов. Москва: Физматгиз, 1963. 128 с.
- 103. Вейц В.Л. Исследование трения покоя в направляющих скольжения при низкочастотных направленных микроколебаниях / В.Л. Вейц // Новое в теории трения. Москва: Наука, 1966. C. 60 81.
- 104. Крагельский И.В. Трение и знос / И.В. Крагельский. Москва: Машгиз, 1962. 210 с.
- 105. Кунин Н.Ф. Беззвучное сухое внешнее трение металлов при малых скоростях / Н.Ф. Кунин, Г.Д. Ломакин // ЖТФ. Т. 24, вып. 8. С. 1370 1376.
- 106. Манько Н.Н. Трение и износ тормозных колодок подвижного состава с учетом режимов торможения / Н.Н. Манько // Изв. вузов. Горн. журн. 1971. № 12. С. 102 104.
- 107. О величине коэффициента трения при малых скоростях скольжения / Е.Е. Новиков, В.К. Смирнов, Е.А. Стаховский и др. // Теория и расчет горных машин. Киев, 1982. С. 39 51.
- 108. Черняк И.Н. Влияние механических автоколебаний на изменение коэффициента трения тормозных колодок подвижного состава / И.Н. Черняк. Москва: Транспорт, 1967. 214 с.
- 109. Чудаков Е.А. К вопросу о трении тел, обладающих высокой упругостью / Е.А. Чудаков // Трение и износ в машинах: сб. тр. Москва: Изд-во АН СССР, 1939. С. 352 364.
- 110. Дычко А.А. Теория трения упругих колебаний, устанавливающая зависимость предварительного смещения от модуля упругости, скорости,

- давления, площади, шероховатости и температуры / А.А. Дычко // Тр. ОМИИТа. Москва: Трансжелдориздат, 1963. Т. 3, ч. II. С. 183 192.
- 111. Ивлев В.И. О влиянии нормальных колебаний на величину силы трения / В.И. Ивлев // Машиностроение. 1981. № 3. C. 23 25.
- 112. Демкин Н.Б. Фактическая площадь касания твердых поверхностей / Н.Б. Демкин. Москва: Изд-во АН СССР, 1962. С. 74 79.
- 113. Процив В.В. Научное обоснование новых технических решений по совершенствованию тормозной системы шахтного шарнирно-сочлененного локомотива: дис. ... д-ра техн. наук: 05.05.06: защищена 05.10.2011: утв. 20.12.2011 / Процив Владимир Васильевич; Нац. горн. ун-т. Днепропетровск, 2011. 387 с. Библиогр.: с. 375 384.
- 114. Зменшення динамічних навантажень в транспортних засобах гібридних силових систем гірничої промисловості / С.Є. Блохін, К.М. Бас, А.А. Самойленко, Д.В. Ципленков // Гірнича електромеханіка та автоматика: наук.-техн. зб. / Нац. гірн. ун-т. Діпропетровськ, 2010. Вип. 85. С. 17 19.
- 115. Бейгул О.А. О линеаризации жесткостных характеристик пневмогидравлических упругих элементов / О.А. Бейгул // Вібрації в техніці та технологіях: Всеукраїн. наук.-техн. журнал. Вінниця, 1998. № 5 (9). С. 9 12.
- 116. Шляхов Е.М. Кінематичне та динамічне дослідження плоских важільних механізмів / І.М. Мацюк, Е.М. Шляхов, К.А. Зіборов. Діпропетровськ: НГУ, 2010. 132 с.
- 117. Салов В.А. Повышение тяговой и тормозной способности шахтного подвижного состава с помощью магнитных устройств // В.А. Салов / Изв. вузов: Горн. журн. 1990. N2. С. 77 80.
- 118. Таран И.А. Обоснование и выбор рациональных параметров колодочно-колесного тормоза шахтных локомотивов с секционной тормозной колодкой: дис. ... канд. техн. наук : 05.05.06: защищена 29.11.2000: утв. 18.12.2000 / Таран Игорь Александрович; Нац. горн. ун-т. Днепропетровск, 2000. 172 с. Библиогр.: с. 154 163.
- 119. Корнеев С.В. Разработка научных основ адаптации шахтных скребковых конвейеров для повышения их эффективности в реальных условиях эксплуатации: дис. ... д-ра техн. наук: 05.05.06: защищена 22.06.2007: утв. 25.09.2007/ Корнеев Сергей Васильевич: Нац. горн. ун-т. Днепропетровск, 2007. 405 с. Библиогр.: с. 388 401.
- 120. Рыжов Э.В. Контактирование твердых тел при статических и динамических загрузках / Э.В. Рыжов, Ю.В. Колесников, А.Г. Суслов. Киев: Наук. думка, 1982. 172 с.
- 121. Геккер Ф.Р. Динамика машин, работающих без смазочных материалов в узлах трения / Ф.Р. Геккер. Москва: Машиностроение, 1983. 168 с.
- 122. Крагельский И.В. Фрикционные автоколебания / И.В. Крагельский, Н.В. Гиттис. Москва: Наука, 1987. 182 с.
- 123. Толстой Д.М. Оценка снижения трения при колебаниях нормального направления / Д.М. Толстой, Г.А. Борисова, С.Р. Григорова // Докл. АН СССР. 1972. Т. 206, № 1. С. 89 92.

- 124. Сарычев А.П. Идентификация состояний структурно-неопределенных систем / А.П. Сарычев. Днепропетровск: Ин-т технической механики НАН Украины, 2008. 268 с.
- 125. Пыжевич Л.М. Расчет фрикционных тормозов / Л.М. Пыжевич. Москва: Машиностроение, 1964. 228 с.
- 126. Егорченко В.Ф. Трение железнодорожных тормозных колодок / В.Ф. Егорченко // Тормозные исследования НИИЖТа: сб. научн. тр. Москва, 1936. Вып. 59. С. 166 182.
- 127. Чичинадзе А.В. Расчет режимов работы тормозных устройств / А.В. Чичинадзе, А.Г. Гинзбург, Л.Б. Лисовская // Вестник машиностроения.  $1970.-C.\ 13-18.$
- 128. Френкель А.А. Многофакторные корреляционные модели производительности труда // А.А. Френкель. Москва: Экономика, 1966. 263 с.
- 129. Мирзаджанзаде А.Х. Математическая теория эксперимента в добыче нефти и газа / А.Х. Мирзаджанзаде. Москва: Недра, 1997. 165 с.
- 130. Асур Л.В. Исследование плоских стержневых механизмов с низшими парами с точки зрения их структур и классификации / Л.В. Асур. Москва: Изд-во АН СССР, 1952. 529 с.
- 131. Коптовец А.Н. Экспериментальные исследования характеристики трения и колебания тормозной колодки с учетом инерционных, упругих и демпфирующих свойств тормозной системы шахтных локомотивов / А.Н. Коптовец // Науковий вісник НГУ. 2007. № 16. С. 38 42.
- 132. Добровольский В.В. Системы механизмов / В.В. Добровольский. Москва: Машгиз, 1943. 96 с.
- 133. Дровников А.П. Адаптивные структуры механизмов и машин / А.П. Дровников. Ростов: Изд-во Ростов. ун-та, 1984. 128 с.
- 134. Коптовец А.Н. Структура тормозной передачи шахтных локомотивов / А.Н. Коптовец, А.В. Денищенко, И.А. Таран // Уголь Украины. 1997. № 4. С. 39.
- 135. Бобылев А.А. Математическая модель процесса торможения с учетом взаимодействия нормальных и тангенциальных фрикционных колебаний в тормозных механизмах / А.А. Бобылев, А.Н. Коптовец // Методи розв'язання прикладних задач механіки деформованого твердого тіла. Дніпропетровськ, 2007. Вип. 8. С. 10 24.
- 136. Дуб Р. Краностроение: в 2 т. / Р. Дуб. Москва: ОНТИ, 1937. Т. 1. 598 с.
- 137. Транспорт на горных предприятиях / Б.А. Кузнецов, А.А. Ренгевич, В.Г. Шорин и др. Москва: Недра, 1969. 656 с.
- 138. Справочник по шахтному транспорту / под. ред. Г.Я. Пейсаховича и И.П. Ремизова. Москва: Недра, 1977. 624 с.
- 139. Розрахунок шахтного локомотивного транспорту: навч. посіб. / О.О. Ренгевич, О.М. Коптовець, П.А. Дьячков та ін. Дніпропетровськ: НГУ, 2007. 83 с.
- 140. Ренгевич А.А. Исследование фрикционных характеристик колодочно-колесного тормоза шахтных электровозов / А.А. Ренгевич, А.Н. Коптовец,

- Э.М. Шляхов // Рельсовый транспорт: сб. тр. Киев: Наук. думка, 1978. C. 92 98.
- 141. Ренгевич А.А. Характеристики и методы расчета фрикционного торможения рудничных поездов / А.А. Ренгевич, Э.М. Шляхов, А.Н. Коптовец // Шахтный и карьерный транспорт. Москва, 1986. Вып. 10. С. 157 165.
- 142. Сопротивление движению подвижного состава угольных шахт / А.Н. Коптовец, А.А. Ренгевич, Т.А. Сергеева и др. // Горная электромеханика и автоматика: респ. межвед. науч.-техн. сб. Киев, 1990. Вып. 57. С. 18 23.
- 143. Ренгевич А.А. Коэффициент сцепления рудничных электровозов / А.А. Ренгевич // Вопросы рудничного транспорта: сб. науч. ст. Москва, 1961. Вып. 5. С. 227 246.
- 144. Разработать нормативные значения основного удельного сопротивления движению подвижного состава: отчет о НИР: 2/0100513 / Днепропетр. горн. ин-т (ДГИ); рук. А.А. Ренгевич; отв. исп. А.Н. Коптовец.— Днепропетровск, 1985. 143 с. № ГР 01850035070. Инв. № Б815211.
- 145. Определение основных тягово-энергетических и вибро-шумовых параметров электровозов АРП7 с целью повышения его надежности и технического уровня (проведение периодических испытаний): отчет о НИР: 010518 / Днепропетр. горн. ин-т (ДГИ) ; рук. А.А Ренгевич ; отв. исп. А.Н. Коптовец. Днепропетровск, 1987. 59 с. № ГР 84069584. Инв. № Б936128.
- 146. Типовые решения по безопасной перевозке людей и грузов в выработках с уклоном от 0,005 до 0,050: ДНАОП 1.1.30-7.04-83: утв. М-вом угольн. пром.-ти УССР 11.12.83. Киев: Госуглепром Украины, 1983. 55 с.
- 147. Коптовец А.Н. Исследование тормозной эффективности шахтных поездов / А.Н. Коптовец, А.В. Новицкий, С.Ф. Шибалов // Гірнича електромеханіка та автоматика: наук.-техн. зб. Дніпропетровськ, 2004. Вип. 73. С. 78 86.
- 148. ГОСТ 15467-79. Управление качеством продукции. Введ. 1979—01—26. Москва: Изд-во стандартов, 1979. 29 с.
- 149. ГОСТ 2.116-84. Карта технического уровня и качества продукции. Введ. 1984-32-31. Москва: Изд-во стандартов, 1984-24 с.
- 150. ГОСТ 27.002-83. Надежность. Введ. 1983–01–01. Москва: Изд-во стандартов, 1983. 11 с.
- 151. ГОСТ 3.1102-81. Технологическая документация. Введ. 1981–12–31. Москва: Изд-во стандартов, 1981. 12 с.
- 152. Артемьев Е.И. Изобретения. Уровень техники. Управление / Е.И. Артемьев, Л.Г. Кравец. Москва: Энергия, 1977. 147 с.
- 153. Диксон Дж. Проектирование систем: изобретательство, анализ и принятие решений: пер. с англ. / Дж. Диксон. Москва: Мир, 1969. 118 с.
- 154. Ренгевич А.А. Исследование эксплуатационных характеристик колодочно-колесного тормоза рудничных локомотивов / А.А. Ренгевич, А.Н. Коптовец, Э.М. Шляхов // Шахтный и карьерный транспорт. Москва: Недра, 1978. Вып. 4. С. 233 241.
- 155. Коптовец А.Н. Оценка технического уровня подвижного состава шахтного рельсового транспорта по эффективности торможения

- / А.Н. Коптовец // Гірнича електромеханіка та автоматика: наук.-техн. зб. Дніпропетровськ, 2010. Вип. 84. С. 178 188.
- 156. Кайдановский Н.Л. Механические релаксационные колебания / Н.Л. Кайдановский, С.Э. Хайкин // ЖТФ. 1933. Т. III, вып. 1. С. 91 109.
- 157. Ишлинский А.Ю. О скачках при трении / А.Ю. Ишлинский, И.В. Крагельский // ЖТФ. 1944. Т. XIV, вып. 4-5. С. 276-283.
- 158. Кудинов В.А. Трение и колебания // Трение, изнашивание и смазка: справочник: в 2 т. / В.А. Кудинов, Д.М. Толстой; под ред. И.В. Крагельского, В.В. Алисина. Москва: Машиностроение, 1979. Т. 2. С. 11 22.
- 159. Martins J.A.C. A study of static and kinetic friction / J.A.C. Martins, J.T. Oden, F.M.E. Simoes // Int. J. Engng. Sci.  $-1990. N_{\odot} 1. P. 29 92.$
- 160. Бородич Ф.М. Фрикционные автоколебания, обусловленные деформированием контактирующих поверхностей / Ф.М. Бородич, И.В. Крюкова // ЖТФ. -1997. T. 23, №. 6. C. 67 73.
- 161. Бобылёв А.А. Математическая модель фрикционных автоколебаний, обусловленных деформированием шероховатостей контактирующих поверхностей / А.А. Бобылёв, А.Н. Коптовец // Методи розв'язування прикладних задач механіки деформівного твердого тіла. Дніпропетровськ, 2006. Вип. 7. С. 11 21.
- 162. Коптовец А.Н. Взаимодействие нормальных и тангенциальных фрикционных автоколебаний при наличии конструктивных связей / А.Н. Коптовец, А.А. Бобылёв // Вібрації в техніці та технологіях: Всеукраїн. наук.-техн. журнал. Вінниця, 2007. № 3 (48). С. 97 100.
- 163. Владимиров В.С. Обобщенные функции в математической физике / В.С. Владимиров. Москва: Наука, 1979. 320 с.
- 164. Дюво Г. Неравенства в механике и физике / Г. Дюво, Ж.-Л. Лионс. Москва: Наука, 1980. 384 с.
- 165. Панагиотопулос П. Неравенства в механике и их приложения / П. Панагиотопулос. Москва: Мир, 1989. 492 с.
- 166. Кравчук А.С. Вариационные и квазивариационные неравенства в механике / А.С. Кравчук. Москва: МГАПИ, 1997. 340 с.
- 167. Lions J.-L. Surface problems: Methods of variational and quasivariational inequalities / J.-L. Lions // Lect. Notes in Math. Syst. − 1975. − № 461. − P. 129 − 148.
- 168. Гловински Р. Численное исследование вариационных неравенств / Р. Гловински, Ж.-Л. Лионс, Р. Тремольер. Москва: Мир, 1979. 574 с.
- 169. Сергиенко А.Б. Цифровая обработка сигналов / А.Б. Сергиенко. Санкт-Петербург: Питер, 2002. 608 с.
- 170. Шалашилин В.И. Метод продолжения по параметру и наилучшая параметризация (в прикладной математике и механике) / В.И. Шалашилин, Е.Б. Кузнецов. Москва: Эдиториал УРСС, 1999. 224 с.
- 171. Бобылёв А. А. Вычислительные алгоритмы моделирования фрикционных автоколебаний методом установления / А.А. Бобылёв, А.Н. Коптовец, Л.Н. Ширин // Проблеми обчислювальної механіки і міцності конструкцій. Дніпропетровськ, 2005. Вип. 9. С. 35 42.

- 172. Коптовец А.Н. Кинетическая характеристика трения при структурной неопределенности состояния тормоза подвижного состава рельсового и мобильного транспорта / А.Н. Коптовец, П.А. Дьячков, В.В. Яворская // Гірнича електромеханіка та автоматика: наук.-техн. зб. Дніпропетровськ, 2010. Вип. 85. С. 151 158.
- 173. Вентцель Е.С. Теория вероятностей / Е.С. Вентцель. Москва: Гл. ред. физ.-мат. лит-ры, 1969.-576 с.
- 174. Коптовец А.Н. Измерительный и обрабатывающий комплекс аппаратуры для определения характеристик рабочего процесса тормоза / А.Н. Коптовец, А.В. Денищенко, В.В. Зиль // Науковий вісник НГУ. 2005. N 2. C.47 50.
- 175. Пустыльник Е.И. Статические методы анализа и обработки информации / Е.И. Пустыльник. Москва: Наука, 1968. 288 с.
- 176. Шепель Н.В. Испытание тормозных колодок из чугуна с повышенным содержанием фосфора / Н.В. Шепель // Подвижной состав железных дорог и тяга поездов: экспресс-информация.  $1963. \mathbb{N} \cdot 246. \mathbb{C} \cdot 13 17.$
- 177. Кононюк А.Е. Основы научных исследований (общая теория эксперимента): монография / А.Е. Кононюк. Київ: Освіта України, 2011. 452 с.
- 178. Евдокимов В.А. Планирование и анализ экспериментов при решении задач трения и износа / В.А. Евдокимов, В.И. Колесников, А.И. Тетерин. Москва: Наука, 1980. 342 с.
- 179. Исследование и разработка исходных параметров рассредоточенной системы торможения рудничных поездов: отчет о НИР: 010212 / Днепропетр. горн. ин-т (ДГИ); рук. А.А. Ренгевич; отв. исполн. А.К. Быля; исполн.: А.Н. Коптовец, В.В. Зиль. Днепропетровск, 1979. 152 с. № ГР79054976. Инв. № Б855356.
- 180. ГОСТ 11.004.-74. Правила определения оценок и доверительных значений для параметров нормального распределения. Введ. 1974—01—01. Москва: Изд-во стандартов, 1974. 19 с.
- 181. ГОСТ 11.002-73. Правила оценки анормальности результатов наблюдений. Введ. 1973–01–15. Москва: Изд-во стандартов, 1973. 24 с.
- 182. ГОСТ 11.006.-74. Правила проверки согласия опытного распределения с теоретическим. Введ. 1974—01—01. Москва: Изд-во стандартов, 1974. 23 с.
- 183. ГОСТ 8.011-72. Показатели точности измерения и форм представления результатов измерений. Введ. 1972–01–26. Москва: Изд-во стандартов, 1972.-5 с.
- 184. Писаревский Э.А. Электрические измерения и приборы / Э.А. Писаревский. Москва: Энергия, 1970. 412 с.
- 185. Коптовец А.Н. Управление режимами торможения шахтных электровозов / А.Н. Коптовец, Л.Н. Ширин, А.В. Денищенко // Науковий вісник  $H\Gamma Y. 2004. N 2. C. 60 62.$
- 186. Дебелый В.Л. Шахтный электровоз АРП-8Т / В.Л. Дебелый, С.В. Мороз // Уголь Украины. 2004. № 8. С. 18 24.

### Наукове видання

Коптовець Олександр Миколайович, Ширін Леонід Никифорович, Шляхов Едуард Михайлович, Денищенко Олександр Валерійович, Зіль Валерій Васильович, Яворська Вікторія Вікторівна

### МОДЕЛЮВАННЯ РОБОЧИХ ПРОЦЕСІВ ТЕРТЯ В КОЛОДКОВО-КОЛІСНОМУ ГАЛЬМІ ШАХТНИХ ЛОКОМОТИВІВ

Монографія (Російською мовою)

Редактор Ю.В. Рачковська

Підписано до друку 25.05. 2017. Формат 30х42/4. Папір офсетний. Ризографія. Ум. друк. арк.14,3. Обл.-вид. арк. 14,3. Тираж 30 пр. Зам. № 5140

Підготовлено до друку у Державному ВНЗ «Національний гірничий університет». Свідоцтво про внесення до Державного реєстру ДК № 1842 від 11.06.2004

49005, м. Дніпро, просп. Яворницького, 19. Видрукувано в