

УДК 621. 89+519.6

И. Н. Пистунов.

## **ПРИМЕНЕНИЕ ТЕОРИИ РАСПОЗНАВАНИЯ ОБРАЗОВ К АППРОКСИМАЦИИ ТРИБОТЕХНИЧЕСКИХ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫХ ДАННЫХ**

*Описание триботехнических экспериментальных данных в виде формул в настоящее время сводится в основном к выбору вида аппроксимирующей функции  $\varphi(x)$ , формированию матрицы исходных данных и применению того или иного метода расчета численных значений коэффициентов зависимости.*

*Наиболее популярной является теория планирования эксперимента [1], где в качестве аппроксимирующей зависимости используется полином второго порядка, а в качестве аппроксимирующего алгоритма — метод наименьших квадратов. Между тем этот метод эффективен только для оптимального плана. В условиях пассивного эксперимента либо при включении в качестве исходных факторов физико-механических свойств материалов более эффективен метод пошаговой регрессии [2], так как на каждом этапе включения очередного фактора в аппроксимирующую зависимость коэффициенты при включенных ранее факторах корректируются, что увеличивает точность аппроксимации и прогнозирующие свойства этих зависимостей. В дальнейшем недостаток этого метода—построение только линейных зависимостей—был устранен. Так, в работе [3] показана возможность получить зависимость в виде композиции полиномов второго порядка и экспонент с выбором любого сочетания (до 22 вариантов) и с преобразованием исходной экспериментальной матрицы в набор комплексов [4].*

*В противовес методу наименьших квадратов метод группового учета аргументов [5] ставит своей целью минимизировать погрешность прогнозирования на проверочной последовательности, а расчет коэффициентов зависимости и отбраковка незначимых факторов проводятся на обучающей последовательности экспериментальных данных. Выбор критерия регулярности и критерия минимума смещения позволил получить зависимость коэффициента трения от режимов работ для тормозных материалов [6].*

*Однако во всех случаях для обработки любым методом исследователи специально подбирают такие экспериментальные данные, чтобы соблюдалось правило закономерных изменений коэффициента трения от входных факторов. Это вызвано качественными изменениями процесса трения с изменением режимов работы. Именно качественные переходы определяют обилие противоречивых мнений различных авторов о виде зависимости коэффициента трения полимерных материалов. В работе [7] приведена таблица, определяющая совершенно противоположные (как возрастающие, так и ниспадающие) зависимости для одних и тех же материалов.*

*Существует разделение процесса трения на группы по уровню его коэффициента [8]: трение ювенильных поверхностей — 0,8—6,0; трение*

окисленных физико-химических чистых поверхностей—0,4—0,8; рубежный режим граничного трения—0,2—0,6 и т.д., всего пять различных режимов. С другой стороны, разработаны графики изменения качественного коэффициента трения от нагрузки, скорости и температуры для металлов [9] (рис. 1) и полимеров [10] (рис. 2), которые показывают принципиальную невозможность подбора вида аппроксимирующей зависимости для всего допустимого диапазона режимов работы материалов.

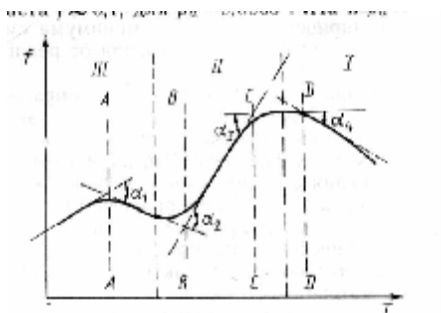


Рис. 1. Качественная зависимость коэффициента трения  $f$  от давления  $p$  и скорости  $v$  и для металлов:

/ — окислительный износ; // — схватывание I рода; /// схватывание II рода

Следует также отметить, что при трении полимер — полимерных пар с близкими температурами качественных переходов вид обобщенного графика может изменяться и иметь еще большее количество перегибов. Поэтому для численного анализа таких экспериментальных данных необходимо воспользоваться теорией распознавания образов [11— 14]. Она имеет множество ветвей, но два генеральных направления:

а) построение линейной разделяющей функции (ЛРФ) по предъявляемым значениям обучающей выборки, где количество классов известно, с последующим отнесением нового объекта к какому-либо классу согласно значению ЛРФ; б) автоматическое разбиение на классы (кластеризация) объектов. При этом количество классов либо задается заранее, либо кластеризация проводится до получения только одного класса. Возможны варианты остановки процесса кластеризации, например, по правилу минимизации межкластерной дисперсии [15]. Однако все эти методики рассчитаны на непересекающиеся классы объектов, что для триботехники не характерно. Например, один и тот же уровень коэффициента трения можно получить при удельных нагрузках, различающихся в сотни раз (для фторопласта  $f \gg 0,1$ , для  $p_a=0,0005$  МПа и  $p_a=1,0$  Мпа при  $u=0,01$  м/с

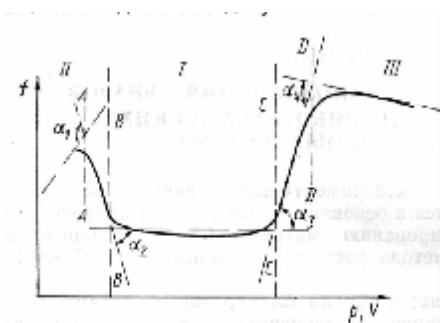


Рис. 2. Качественная зависимость коэффициента трения  $f$  от температуры  $T$  для полимеров: / — высокоэластичное состояние; // — переходная область; /// — стеклообразное состояние.

по торцовой схеме трения цилиндрических образцов, а в промежутке он несколько выше). Поэтому при формировании алгоритма кластеризации необходимо воспользоваться априорной информацией о характере изменения коэффициента трения, что позволяет построить специфический алгоритм аппроксимации экспериментальных данных, обладающий прогнозирующими свойствами.

Пусть имеем двумерную матрицу экспериментов  $X_{ij}$ , ( $1 \leq i \leq M, 1 \leq j \leq M$ ). Здесь в первых  $(M-1)$  столбцах содержатся режимы работы и физико-механические свойства пары трения, а в  $M$ -м. столбце — значения коэффициента трения. Для каждого фактора рассчитаем математическое ожидание  $M_i$  и среднеквадратичное отклонение ( $\sigma_i$ ). Затем преобразуем каждый элемент матрицы по правилу, предложенному в работе [3], переводя его значение из диапазона натуральных чисел в диапазон  $|\pm 4|$ .

Транспонируем эту матрицу с образованием новой  $X_{ji}^{-1}$ . Рассчитаем для нее квадратную матрицу расстояний  $D_{ij}$  ( $1 \leq i, j \leq N$ ), определяемую с учетом соотношений, полученных в работах [12, 13].

Один элемент в этой матрице определяет «расстояние» от каждого эксперимента до всех остальных в модифицированном пространстве факторов эксперимента. Найдем минимальный элемент матрицы  $d_{il \min}$ .

Из  $j$  и  $l$  экспериментов образуем кластер, значения факторов для которого усредняются, т. е. как бы из двух образуется один эксперимент. При этом по новой, уменьшенной на один элемент, матрице  $X_{ji}^{-1}$  рассчитывается новая матрица расстояний. Затем вновь находится минимальный элемент матрицы  $D_{ji}$  и т. д. Критерием остановки процесса кластеризации является следующее правило. Для элементов каждого кластера образуется своя матрица  $X_{ij}$  по которой рассчитываются коэффициенты линейной регрессии [2]

$$f_k = \sum_{i=1}^{M-1} b_i x_{ik} + a_k \quad (1)$$

процесс кластеризации приостанавливается по условию

$$\max_{\hat{e}} \frac{\hat{e} \text{frctg} \frac{|b_{ik} - b_{is}|}{1 - b_{ik} \times b_{is}}}{\hat{e}} > 0,5 \dots 0,7 \quad (2)$$

которое выбрано из предположения, что угол между соседними прямыми участками графика зависимости коэффициента трения по каждому фактору составляет не менее  $30-45^\circ$  (рис. 1 и 2). Здесь  $b_{ik}$ ;  $b_{is}$  являются, по сути,

тангенсами углов наклона  $a_k$  и  $a_s$  к прямым по отношению к оси абсцисс, описывающих  $k$ -й и  $s$ -й классы, т. е., если преобразовать выражение в квадратных скобках, получим

$$\frac{tg a_k - tg a_s}{1 - tg a_k \times tg a_s} = \frac{\sin a_k \cos a_s - \sin a_s \sin a_k}{\cos a_k \cos a_s - \sin a_k \sin a_s} = \frac{\sin(a_k - a_s)}{\cos(a_k - a_s)} = tg(a_k - a_s)$$

По завершению кластеризации будет образовано  $K$  кластеров, в которые входят  $N_k$  экспериментов ( $1 \leq k \leq K$ ). Пронумеруем эти кластеры с 1 до  $K$  и установим соответствие этим номерам ( $C_k$ ) как выходным параметрам со входными параметрами экспериментов и рассчитаем коэффициенты зависимости от них для  $C_k$  по методике, предложенной в работе [4]:

$$C_k = y_k(x_i) \quad (3)$$

Далее рассчитаем зависимость коэффициента трения от преобразованных, согласно данным работы [16], входных параметров для каждого кластера по известной методике [4]

$$f_k = j_k(x_i) \quad (4)$$

Теперь для определения коэффициента трения какой-либо пары трения необходимо задаться физико-механическими свойствами материалов и режимами работы. После чего эти параметры подставляются в выражение (3). Если значение функции не будет точно указывать на номер кластера, а находится между двумя номерами  $C_k$  и  $C_{k-1}$ , то принадлежность к  $k$ -му кластеру этого эксперимента будет определяться из соотношения

$$C_k - C_{k-1} \leq \frac{\min(N_k, N_{k-1})}{\max(N_k, N_{k-1})} \quad (5)$$

По  $C_k$  выберем зависимость  $f_k$  согласно выражению (4) и, подставив туда исходные данные, рассчитаем значение коэффициента трения.

Эта методика проверялась на металл-полимерных парах трения, в основном содержащих фторопласт [14]. В экспериментах по схеме торцового трения цилиндрических образцов температура изменялась в пределах 293—323 К, номинальное давление—2,0—20,0 МПа, скорость относительного скольжения—0,01—0,5 м/с, твердость материалов по Бринеллю—20—450 МПа, краевые углы смачивания водой материалов — 0,6—1,6 рад, коэффициента трения — 0,01—0,2. После расчета были образованы 4 кластера, разделяющие функции которых имеет вид:

$$C_1 = 1,16 \times 10^{-3} NB_T + 0,6NB_M + 17,80_T - 2500_M - 0,19T + 0,28p_a - 21u + 302 \quad (6)$$

$$C_2 = -8 \times 10^{-5} NB_T + 0,56NB_M - 8,60_T - 2450_M - 0,37T - 0,08p_a + 8,3u + 379 \quad (7)$$

$$C_3 = -2,1 \times 10^{-3} NB_T + 0,55NB_M - 18,40_T - 2330_M - 0,44T - 0,24p_a + 12u + 397 \quad (8)$$

$$C_4 = 5,1 \times 10^{-3} NB_T + 0,54NB_M - 150_T - 2410_M - 0,44T - 0,38p_a + 30u + 389 \quad (9)$$

Средняя вероятность верного отнесения к своему классу (по материалам обучающей выборки) составляет 0,76, а вероятность ошибочного отнесения к другому классу — 0,35. Параметр  $D^2$ , характеризующий качество разбиения [2], равен 174.

Аппроксимация зависимости коэффициента трения от физико-механических свойств материалов и режимов работы для каждого кластера выполнена по методике [4] и после отбрасывания незначимых факторов имеет вид

$$f_1 = 1,17 \times 10^{-5} HB_M T - 0,00633 \ln p_a - (0,0028T + 0,08u)q_T + 0,07 \quad (10)$$

$$f_2 = -0,001060_T p_a + 0,07 \quad (11)$$

$$f_3 = 0,096 \quad (12)$$

$$f_4 = 0,145 \quad (13)$$

Выражения (12), (13) показывают, что образованные классы настолько узки, что не существует выраженной зависимости. Средняя погрешность аппроксимации этих зависимостей составила 14%.

Для сравнения полученной методики с существующими выполнен расчет по методу дискриминантного анализа [3]. Для разбиения на три кластера параметр  $D^2$  равен 150, что на 18% меньше полученного по предложенной методике. Средняя вероятность верного распознавания составляет 0,68, но вероятность ошибочного отнесения объекта к другому классу—0,6, что намного больше, чем для предлагаемой методики.

Те же данные были обработаны с целью получения общей зависимости коэффициента трения от параметров эксперимента по методике, описанной в работе [4]. Полученная зависимость имеет вид

$$f = \ln \frac{HB_T^{0,0189}}{p_a^{0,0186}} + (7,4 \times 10^{-4} u - 9,3 \times 10^{-7} T)T - 4,8 \times 10^{-4} HB_T p_a + 0,096 \quad (14)$$

Средняя погрешность аппроксимации составила 30%. Таким образом, сравнительные расчеты показали преимущество предлагаемой методики, так как она позволяет повысить вероятность распознавания верного класса, дает возможность получить более выраженные кластеры, снижает погрешность аппроксимации,

### Обозначения

$M$ —количество факторов экспериментов;  $N$ —количество экспериментов;  $K$ , количество кластеров;  $f_k$ —коэффициент трения для экспериментов, принадлежащих к  $k$ -му кластеру;  $HB$ —твердость материалов лары трения, МПа. индекс «т» обозначает Доле твердый из материалов, «м»—более мягкий;  $q$  — краевые углы смачивания материалов водой, рад;  $T$ —температура испытаний, К;  $p_a$ —номинальное давление в паре трения, МПа;  $u$ —скорость относительного скольжения, м/с;  $a_1, \dots, a_4$ —углы существенных отличий участков разбиения;  $A, B, C, D$ —границы разбиения.

### Summary

The possibility of application of identification theory o-f shapes for the approximation of experimental data on tribotechnical experiments is shown. Such approach raises (he approximation accuracy in comparison with the monotonous mathematical functions

### Литература

1. Евдокимов Ю. А., Колесников В. И., Тетерин А. И. Планирование и анализ экспериментов при решении задач трения и износа. М., 1980.

2. Химмельблау Д. Анализ процессов статистическими методами. М., 1973.
3. Пистунов И. Н., Мамон Л. И., Дудка А. Н., Ефремкин С. А. // Проблемы трения и изнашивания. 1986. Вып. 29. С. 6—9.
4. Пистунов И. Н., Чичинадзе А. В., Казимиров И. П. и др. // Проблемы трения и изнашивания. 1987. Вып. 32. С. 3—7.
5. Ивахненко А. Г. Индуктивный метод самоорганизации моделей сложных систем. Киев, 1982.
6. Джанахмедов А. Х. // Нефтяное машиностроение. 1985. № 10. С. 85-88
7. Белый В. А., Свириденко А. И., Петроковец М. И., Савкин В. Г. Трение полимеров. М., 1972.
8. Словарь-справочник по трению, изнашиванию и смазке машин / Под ред. Э. Д. Брауна. Киев, 1975.
9. Костецкий Б. И. Трение, смазка и износ в машинах. Киев, 1970.
10. Бартенев Г. М., Лаврентьев В. В. Трение и износ полимеров. Л., 1972.
11. Алгоритмы и программы восстановления зависимостей/Под ред. В. И. Ванина. М., 1984.
12. Ковалевский В. А. Методы оптимальных решений в распознавании изображений. М., 1976.
13. Статистические методы для ЭВМ: Пер. с англ. / Под ред. К. Энслера, Э. Рельстона, Г. С. Уилфа. М., 1986.
14. Пистунов И. Н. // Управляющие системы машины. 1988. № 2. С. 92—91.
15. Spath D. // Computing. 1982. N 29. P. 175—181.
16. Пистунов И. Н., Мамон Л. И., Дудка А. Н. и др. // Износ в машинах и методы защиты от него: Тез. докл. Всесоюз. науч. конф. М., 1985. С. 51.