

ХАРАКТЕРИСТИКИ РОТОРНОЙ СИСТЕМЫ НА ВЫБЕГЕ ПРИ НЕ НУЛЕВОМ ДИСКРИМИНАНТЕ СУММАРНОГО МОМЕНТА СОПРОТИВЛЕНИЯ ВРАЩЕНИЮ

И.А. Таран, М.Н. Трубицин, Государственное ВУЗ «НГУ», Украина

Введение. Полное теоретическое описание формирования условий сопротивления вращению роторных систем в зависимости от геометрических, массовых, фрикционных и других их свойств возможно при обобщении различных частных случаев подобных задач, определении влияний разных отдельных и совместных возмущений, вносимых в систему. Важное значение здесь имеет также отслеживание реакций роторной системы на подобные возмущения. Основываясь на положениях технической механики, в статье рассмотрена задача, позволяющая подготовить исходные данные и алгоритм для проведения балансировки исследуемого ротора на выбеге. Разработанные положения обобщают различные варианты значений дискриминанта $\Delta=4\mu M-m^2$ для исследованных ранее случаев $\Delta=0$, $\Delta<0$ и $\Delta>0$ за счет введения в рассмотрение корней уравнения, представляющего собой полином – суммарный момент сопротивления вращению ротора. В виду тесной взаимосвязи задачи определения характеристик роторной системы и балансировочной задачи, без разработанных теоретических положений невозможно будет построить строгий и универсальный алгоритм, решить задачу балансировки на выбеге.

Актуальность задачи. Задача балансировки роторных систем широко распространена в современном машиностроении, эксплуатации различных механизмов, технологических процессах от горной до легкой промышленности, и в любой другой отрасли современной техники. В связи с этим, действия, направленные на: сокращение времени проведения балансировочного процесса (уменьшение количества пробных пусков); повышения качества балансировки (уточнение величин начальных дебалансов ротора, равномерное распределение корректирующих масс); диагностику состояния основных узлов ротора (подшипников, износ рабочих элементов и их геометрия, осевое расположение масс); определение новых эффектов и причин несбалансированности являются безусловно актуальными с практической точки зрения. В плане научного значения рассматриваемой задачи, отметим возможность: уточнения воздействия на подшипники и их фрикционную реакцию на радиальные двухплоскостные усилия (например, горизонтальные и вертикальные); определения формирования значений величин динамических коэффициентов влияния [1] для не осесимметричных валов балансируемых роторов. В виду широкой распространенности задач балансировки в подготовке и эксплуатации современного технического и технологического оборудования, любые новые научные результаты, подготовленные вопросы и решенные задачи есть актуальны и востребованы. Задача определения характеристик роторной системы тесно связана с задачей балансировки этой же системы по исследованию, нахождению и работе с одними и теми же параметрами, например, - осевыми моментами инерции ротора.

Цель работы – разработка аналитического алгоритма определения основных характеристик роторной системе на выбеге. **Идея работы** заключается в определении единственно возможного решения за счет отказа от традиционного, полноценного использования метода наименьших квадратов (МНК) и равномерной разбивки временного интервала выбега на 3+1 равных части, по количеству определяемых коэффициентов μ, m, M . Выполнение поставленных целей и решение сформулированных задач позволит на практике по-новому, целесообразно использовать штатные остановки роторных систем, проводить дополнительный мониторинг основных их суммарных параметров, определять необходимость проведения осмотров, ремонтов, самой балансировки, замены узлов и рабочих органов машины.

Анализ литературы. Новые подходы, посвященные методам и способам решения задач балансировки, направлены на: производство центровки роторов в цапфах, [2]; использованию автоматических балансировочных головок в станках, [3]; уточненным замерам фаз и амплитуд колебаний опор роторов, [4]. Все они освещены в современных интернет ресурсах, порталах, сайтах и чаще всего посвящены использованию и обработке параметров колебаний, которым подвергнуты опоры балансируемого ротора. Использование процесса выбега касается здесь только прохождения ротором своей первой критической скорости, при этом процесс регистрации амплитуд опор упрощается за счет их повышенных, резонансных значений, [2]. Ранее, в [5], нами было показана эквивалентность задач балансировки методами фаз и амплитуд и фаз в плане накопления погрешностей вычислений. Т.к. метод амплитуд не уступает по точности более современному методу фаз и амплитуд, где расчеты не зависят от фазы возмущающей силы, считаем, что при производстве балансировки на выбеге необходимо воспользоваться методом амплитуд. При этом точность проводимых замеров экспериментальных величин (угла поворота ротора φ и времени замедленного его вращения t) будет соблюдена, или даже повышена за счет:

а) простоты фиксации величин φ и t , по сравнению с регистрацией величин амплитуд и фаз колебаний всех опор ротора;

б) проведения измерений величин на всем диапазоне скоростей вращения ротора, а не многократные замеры амплитуд на одной строго фиксированной скорости вращения;

в) использования дополнительных и более весомых и информативных суммарных характеристик параметров полного выбега (ПВ) роторных систем.

Предлагаемая статья является продолжением работ [6,7]. В ней предпринята попытка обобщения частных случаев, изменения величины дискриминанта суммарного момента сопротивлению вращения ($\Delta=0$, $\Delta>0$, $\Delta<0$), в единый общий алгоритм. Это позволит отбросить из рассмотрения вопросы, связанные с полноценным и многократным использованием МНК, а берется лишь тот его вариант, где количество рассматриваемых точек процесса (равномерно делящих временной интервал) совпадает с количеством уравнений и количеством искомых неизвестных.

Известно использование суммарных характеристик процессов выбега и разгона вращающихся механических систем для определения моментов инерции тел J - [8, с.72], [9, с.136]. В этих работах пренебрегают изменением фрикционной реакции подшипника, что снижает точность проводимых измерений и не позволяет применить такой подход к задаче балансировки на выбеге, где вносимые в систему возмущения (различные пробные дебалансы) дают разные воздействия на подшипники и различное время полного выбега (ПВ).

Целесообразность определения суммарных характеристик подразумевает достаточную продолжительность процесса выбега. Современные фотоимпульсные датчики [10], позволяют фиксировать очень малые изменения угловых положений ротора. Использование таких датчиков расширяет возможность применения рассматриваемого алгоритма балансировки па выбеге и определения суммарных характеристик почти для произвольных (по жесткости) роторов. Считаем, что их применение будет иметь существенный смысл для балансировки гибких роторов с фиксацией и последующим анализом их изгибных деформаций.

Исследование процесса выбега должно позволить установить роль каждого слагаемого суммарного момента сопротивления вращению

$$M_{\text{сопр}} = \sum_{j=0}^{\infty} \alpha_j \cdot \omega^j \approx \sum_{j=0}^N \alpha_j \cdot \omega^j = \alpha_N \prod_{j=0}^N (\omega - \omega_j) \approx \Big|_{N=2} \mu \omega^2 + t \omega + M = \mu(\omega - \omega_1)(\omega - \omega_2), \quad (1)$$

где ω_j – корни уравнения $\sum_{j=0}^N \alpha_j \cdot \omega^j = 0$,

для формирования последующих важнейших задач обоснованного описания переменного вращательного движения и определения основных параметров роторных систем с обязательным их мониторингом. Выделим следующие основные задачи:

- внесение простых возмущений (изменение только: момента инерции; веса ротора G_P ; начальной скорости вращения ω_0 ; лобового, воздушного сопротивления вращению ротора как диска - коэффициент μ ; и т.д.) и сложных (совместное внесение нескольких простых возмущений, например, присоединение дополнительного массивного диска дает увеличение и G_P , и J_P) в роторную систему;

- формирование фрикционной реакции опорного подшипника (момент сопротивления вращению $M=(r_{\Pi f}) \cdot R$) при воздействии на него одновременно двух составляющих (например, вертикальной V и горизонтальной H), [8], при этом суммарная реакция может браться как алгебраическая сумма $R_a=H+V$ и как геометрическая $R_g=(H^2+V^2)^{1/2}$. При этом максимальная разница между R_a и R_g составит довольно существенную погрешность - более 40%, рис.1;

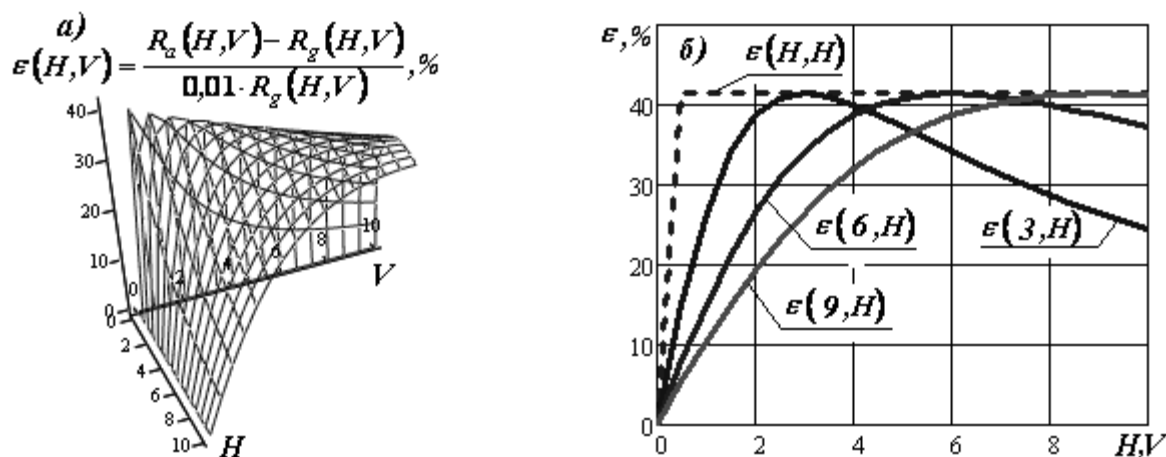


Рис.1. Формирование погрешности сравнительного счета суммарной реакции подшипника: а) поверхность погрешности; б) достижение максимума погрешности.

- уточнение динамических коэффициентов влияния (ДКВ) в плане изменения их по длине (оси) ротора, или при изменении положения корректирующей плоскости, или самой опоры, необходимо для отслеживания суммарной изгибной жесткости вала (ротора), особенно важно для составных роторов.

Считаем, что основным параметром, характеризующим процесс выбега роторной системы, является переменная скорость его вращения ω . Алгоритм описания выбега роторной системы должен дать возможность использования переменных начальных данных ω_0 выбегов (пусков) для одной серии опытов (балансирующего процесса или определения основных характеристик), в отличие от методов амплитуд и фаз и амплитуд, где требование постоянства ω является основополагающим.

Постановка задачи. Используя преимущества (простота замеров экспериментальных данных) балансировки на выбеге, для ее проведения необходимо построить алгоритм определения основных параметров роторной системы:

- момента инерции ротора J_P ;
- коэффициентов слагаемых суммарного момента $M_{сопр}$ сопротивления вращению μ, m, M ;
- приведенных радиусов трения опорных подшипников $(r_{\Pi f})_{A,B}$ для статически определимого однопролетного ротора с опорами в точках A и B ;
- веса ротора G_P ;
- осевой координаты расположения центра масс ротора x_P , для определенности - от опоры A .

Материалы исследований. Для рассматриваемого случая $\Delta=4\mu M-m^2 \neq 0$, обобщающего рассмотренные ранее варианты $\Delta > 0$ и $\Delta < 0$ введем новые промежуточные неизвестные

μ, ω_1, ω_2 , связанные с μ, m, M формулами

$$\omega_{1,2} = \frac{-m \pm \sqrt{-\Delta}}{2\mu} \quad \text{или} \quad \omega_{1,2} = \frac{-1 \pm \sqrt{1 - 4 \frac{\mu}{m} \frac{M}{m}}}{2 \frac{\mu}{m}}. \quad (2)$$

Уравнение замедленного вращения ротора на выбеге есть линейное, дифференциальное, второго порядка, с разделяющимися переменными на обоих этапах интегрирования

$$-J_P \cdot \frac{d\omega}{dt} = \mu\omega^2 + m\omega + M.$$

Начальные условия: $\omega|_{t=0} = \omega_0$ и $\varphi|_{t=0} = 0$. Интегрирование уравнения движения представлено в табл. 1, там же показаны суммарные величины процесса – время и угол поворота ротора ПВ. В нижней части табл.1 приведены примеры графиков полученных зависимостей. Наиболее простой вид установленных зависимостей имеет выражение для $t_{ПВ}$ (отмечено серой подложкой), остальные выражения, даже полученный аналог натурального закона движения $\varphi(\omega)$, – существенно трансцендентны. Поэтому для простоты алгоритма и рассмотрим самое простое выражение $t_{ПВ}$.

Определение момента инерции ротора J_P . Произведем два пуска (выбега) ротора с специальным устройством (диском), позволяющим изменить величину своего момента инерции с J_A на $J_A + j$, при сохранении величин остальных параметров G_P, μ, m, M и др. Для обоих времен ПВ будем иметь

$$t_{ПВ1} = \frac{J_P + J_A}{\mu(\omega_1 - \omega_2)} \ln \left[\frac{\omega_2(\omega_1 - \omega_0)}{\omega_1(\omega_2 - \omega_0)} \right] \quad \text{и} \quad t_{ПВ2} = \frac{J_P + J_A + j}{\mu(\omega_1 - \omega_2)} \ln \left[\frac{\omega_2(\omega_1 - \omega_0)}{\omega_1(\omega_2 - \omega_0)} \right].$$

Если величины J_A и j заранее известны, начальная скорость ω_0 в обоих пусках совпадает, из последних уравнений получим

$$J_P = \frac{J_A \cdot (t_{ПВ2} - t_{ПВ1}) + j \cdot t_{ПВ2}}{t_{ПВ1} - t_{ПВ2}}. \quad (3)$$

Производство экспериментальных замеров. Наиболее простыми, а значит надежными и достоверными экспериментальными данными, описывающими выбег, является зависимость угла поворота ротора от время процесса. Эти связанные данные могут регистрироваться:

- а) с помощью датчика положений («нулевой» образующей) ротора во времени;
- б) телекамеры, с последующей обработкой видеозаписи;
- в) фотоимпульсного датчика [10].

Экспериментальную запись и регистрацию замедляемой скорости вращения ротора во времени $\omega(t)$ можно произвести при помощи тахогенератора (шагового двигателя) с последующим графическим (или приближенным) дифференцированием для определения замедления $\varepsilon(t) = d\omega/dt \approx \Delta\omega/\Delta t$ и графическим интегрированием для получения зависимости $\varphi(t)$. Современные компьютерные пакеты, например MathCad, позволяют в данном случае представлять заданные точно экспериментальные зависимости в виде сплайнов (линейных или кубических)

$$\begin{matrix} t_0 & t_1 & t_2 & \dots & t_N \\ \varphi_0 & \varphi_1 & \varphi_2 & \dots & \varphi_N \end{matrix} \Rightarrow \phi_{SP}(\tau).$$

В дальнейшем сплайн-функцию можно считать непрерывной и производить с ней необходимые действия дифференцирования $\omega_{SP}(t) = d\varphi_{SP}(t)/dt$, $\varepsilon_{SP}(t) = d\omega_{SP}(t)/dt$ и интегрирования как с обычными функциями.

Определение коэффициентов μ, m, M . Здесь возможно использовать один график $\omega(t)$, соответствующий ПВ ротора. График имеет более чем достаточное количество точек-условий для составления уравнений времени ПВ t_K от начальной скорости вращения Ω_K

$$t_K = \frac{J_P}{\mu(\omega_1 - \omega_2)} \ln \left[\frac{\omega_2(\omega_1 - \Omega_K)}{\omega_1(\omega_2 - \Omega_K)} \right].$$

Разобьем временной интервал $t_{ПВ}$ на четыре равных части, рис.2. И составим для внутренних точек графика ($t_K; \Omega_K$), где $K=1,2,3$ три уравнения – по количеству искомым неизвестных μ, ω_1, ω_2 . Эти точки желательно расположить в прямоугольнике, отмеченному на рис. 2 серым цветом, где отличие троек обеих координат зависимости $\omega(t)$ будет наиболее ярко выраженным с проявлением характеристик $\omega(t)$ и, следовательно, составленные три уравнения системы должны будут максимально отличаться.

Таблица 1.

Решение дифференциального уравнения выбега, в случае $\Delta = 4\mu M - m^2 \neq 0$

Параметры	Аналитические выражения	
Исходный интеграл	$\int \frac{Jd\omega}{\mu\omega^2 + m\omega + M} = \frac{J}{\mu} \int \frac{d\omega}{(\omega - \omega_1)(\omega - \omega_2)} = \frac{J}{\mu(\omega_1 - \omega_2)} \ln \left[\frac{\omega - \omega_1}{\omega - \omega_2} \right]$	
Решение I-го дифференциального уравнения	$t(\omega) = t_0 + \frac{J}{\mu(\omega_1 - \omega_2)} \ln \left[\frac{(\omega_0 - \omega_1)(\omega - \omega_2)}{(\omega_0 - \omega_2)(\omega - \omega_1)} \right]$, где $\omega_{1,2} = \frac{-m \pm \sqrt{\Delta}}{2\mu}$	
Время полного выбега	$t_{ПВ} = t(0) _{t_0=0} = \frac{J}{\mu(\omega_1 - \omega_2)} \left(\ln \left[\frac{(\omega_1 - \omega_0)}{\omega_1} \right] - \ln \left[\frac{(\omega_2 - \omega_0)}{\omega_2} \right] \right)$	
Изменение скорости вращения	$\omega(t) = \omega_2 \cdot \frac{\frac{\omega_1(\omega_0 - \omega_2)}{\omega_2(\omega_0 - \omega_1)} - \exp \left[\frac{\mu}{J}(t - t_0)(\omega_2 - \omega_1) \right]}{\frac{(\omega_0 - \omega_2)}{(\omega_0 - \omega_1)} - \exp \left[\frac{\mu}{J}(t - t_0)(\omega_2 - \omega_1) \right]}$	Проверка: $\omega(t_{ПВ}) = 0$ $\omega(0) = \omega_0$ $\phi(t_0) = 0$ $\phi(\omega_0) = 0$
Решение II-го дифференциального уравнения	$\phi(t) = \omega_1(t - t_0) + \frac{J}{\mu} \ln \left[\frac{(\omega_0 - \omega_2) - \exp \left[\frac{\mu}{J}(t - t_0)(\omega_2 - \omega_1) \right]}{\frac{(\omega_0 - \omega_2)}{(\omega_0 - \omega_1)} - 1} \right]$	
Угол поворота от скорости вращения:	$\phi(\omega) = \phi(t(\omega)) = \frac{J}{\mu(\omega_1 - \omega_2)} \left(\omega_1 \cdot \ln \left[\frac{\omega_0 - \omega_1}{\omega - \omega_1} \right] - \omega_2 \cdot \ln \left[\frac{\omega_0 - \omega_2}{\omega - \omega_2} \right] \right)$	
Угол полного выбега	$\phi_{ПВ} = \phi(t_{ПВ}) _{t_0=0} = \left\{ \frac{J}{\mu(\omega_1 - \omega_2)} \left(\omega_1 \cdot \ln \left[\frac{\omega_1 - \omega_0}{\omega_1} \right] - \omega_2 \cdot \ln \left[\frac{\omega_2 - \omega_0}{\omega_2} \right] \right) \right.$ $\varphi_{ПВ} = \phi(0) =$	
Примеры графиков полученных зависимостей		
В расчетах принято:	$J = 700 \text{ кг}\cdot\text{м}^2; M = 23 \text{ Н}\cdot\text{м}; \mu = 2 \text{ кг}\cdot\text{м}^2; m = 10 \text{ кг}\cdot\text{м}^2/\text{с};$ $\Delta = 84 \text{ (кг}\cdot\text{м}^2/\text{с})^2; t_0 = 0 \text{ с}; \phi_0 = 0 \text{ рад}; \omega_0 = 500 \text{ рад/с}.$	
Время полного выбега	$t_{ПВ} = 112,625 \text{ с}$	
Угол полного выбега	$\phi_{ПВ} = 1468 \text{ рад} = 233,639 \text{ об}$	
Скорость вращения от времени – линейная зависимость		

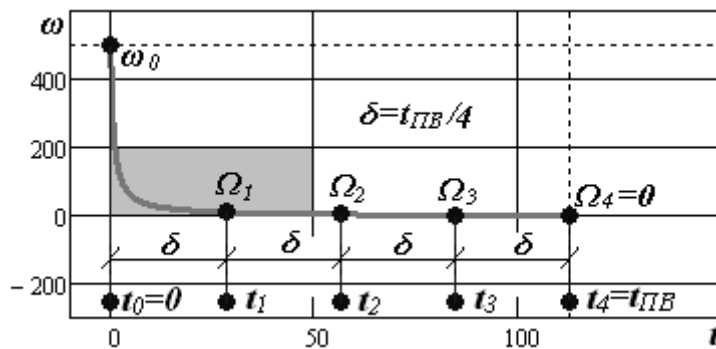
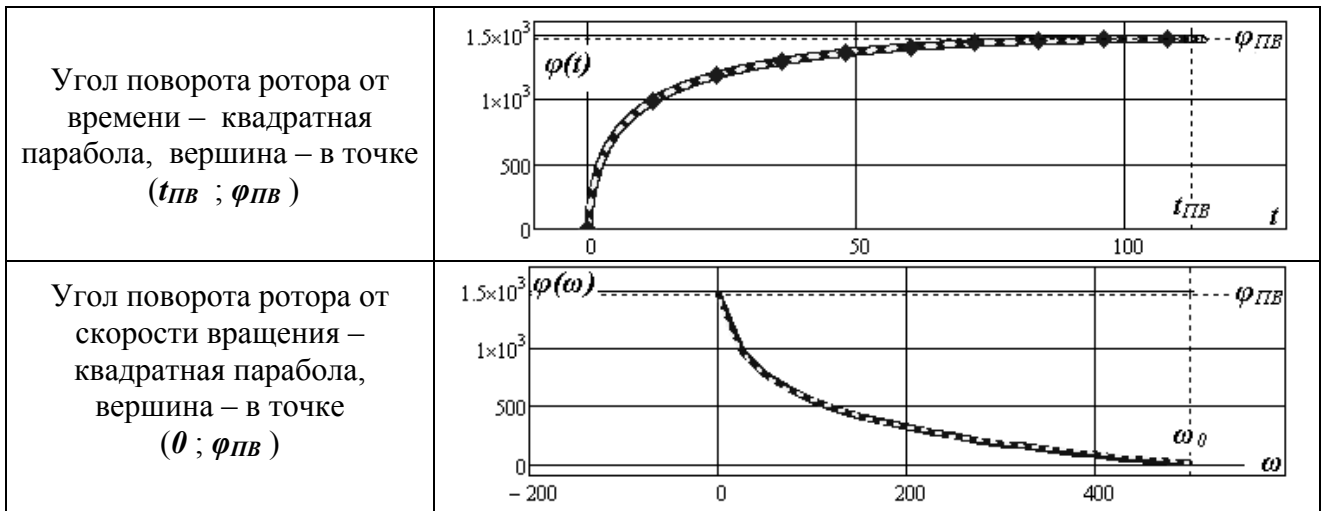


Рис. 2. Разбивка временного интервала ПВ на 4 равных участка. Серым цветом отмечен прямоугольник, соответствующий наибольшей нелинейности (максимальной кривизне для выбранных масштабов) зависимости $\omega(t)$.

Система трех уравнений имеет начальный вид;

$$\begin{cases} 1 \cdot \delta = \frac{J}{\mu(\omega_1 - \omega_2)} \ln \left[\frac{\omega_2(\Omega_3 - \omega_1)}{\omega_1(\Omega_3 - \omega_2)} \right] \\ 2 \cdot \delta = \frac{2J}{\mu(\omega_1 - \omega_2)} \ln \left[\frac{\omega_2(\Omega_3 - \omega_1)}{\omega_1(\Omega_3 - \omega_2)} \right] = \frac{J}{\mu(\omega_1 - \omega_2)} \ln \left[\frac{\omega_2(\Omega_2 - \omega_1)}{\omega_1(\Omega_2 - \omega_2)} \right] \\ 3 \cdot \delta = \frac{3J}{\mu(\omega_1 - \omega_2)} \ln \left[\frac{\omega_2(\Omega_3 - \omega_1)}{\omega_1(\Omega_3 - \omega_2)} \right] = \frac{J}{\mu(\omega_1 - \omega_2)} \ln \left[\frac{\omega_2(\Omega_1 - \omega_1)}{\omega_1(\Omega_1 - \omega_2)} \right] \end{cases}$$

Исключая первое уравнение и неизвестное $\mu(\omega_1 - \omega_2)$ получим упрощенную систему двух уравнений, которая сводится к линейной системе

$$\begin{cases} \left(\frac{\Omega_3 - \omega_1}{\Omega_3 - \omega_2} \right)^2 = \frac{\omega_1(\Omega_2 - \omega_1)}{\omega_2(\Omega_2 - \omega_2)} \\ \left(\frac{\Omega_3 - \omega_1}{\Omega_3 - \omega_2} \right)^3 = \frac{\omega_1^2(\Omega_2 - \omega_1)}{\omega_2^2(\Omega_2 - \omega_2)} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \Omega_3^2(\omega_1 + \omega_2) + (\Omega_2 - 2\Omega_3)(\omega_1\omega_2) = \Omega_2\Omega_3^2 \\ \Omega_2\Omega_3(\omega_1 + \omega_2) + (\Omega_3 + \Omega_2 - \Omega_1)(\omega_1\omega_2) = \Omega_1\Omega_2\Omega_3 \end{cases}$$

имеющей единственное решение

$$\left\{ \begin{array}{l} (\omega_1 \cdot \omega_2) = \frac{(\Omega_2 - \Omega_1)\Omega_2\Omega_3^2}{(\Omega_2 - \Omega_3)\Omega_2 + (\Omega_3 - \Omega_1)\Omega_3} = \frac{M}{\mu} \\ (\omega_1 + \omega_2) = \Omega_1 + \frac{(\Omega_3 + \Omega_2 - \Omega_1)(\Omega_2 - \Omega_1)\Omega_3}{(\Omega_2 - \Omega_3)\Omega_2 + (\Omega_3 - \Omega_1)\Omega_3} = \frac{-m}{\mu} \end{array} \right. \Rightarrow \begin{array}{l} \omega_{1,2} = \frac{1 \pm \sqrt{1 - 4 \frac{\mu}{m} \frac{M}{m}}}{2 \frac{\mu}{m}} \\ \frac{m}{M} = \frac{(\omega_1 + \omega_2)}{-(\omega_1 \cdot \omega_2)} \end{array} \quad (4)$$

и позволяющей окончательно найти одну тройку искоемых неизвестных μ, m, M

$$\mu = \frac{J}{\delta(\omega_1 - \omega_2)} \ln \left[\frac{\omega_2(\Omega_3 - \omega_1)}{\omega_1(\Omega_3 - \omega_2)} \right]. \quad (5)$$

Преобразование уравнений систем проводилось в том числе и сокращением на множитель $(\omega_1 - \omega_2)$, который как вариант решения дает $\Delta = 0$. Последнее условие не соответствует рассматриваемому в данной работе случаю не нулевого дискриминанта и отбрасывается из дальнейшего рассмотрения.

Определение фрикционных характеристик $(r_{пф})_{A,B}$. Произведем недостающий четвертый пуск № 3, рис. 3, с выбегом, где в систему будет внесено уже сложное возмущение – одновременное изменение и момента инерции, и веса ротора. Построив для каждого пуска №№ 0, 2, 3 экспериментальные зависимости $\varphi(t)$ и $\omega(t)$, определив величины $t_{пв}$ найдем наборы коэффициентов μ, m, M , которые запишем в следующей матрице

$$\begin{bmatrix} \mu & m & M \\ \mu & m & M_{\Delta} \\ \mu & m & M_{\Delta}^{11} \end{bmatrix}.$$

Изменение коэффициентов M объяснено на рис. 3. Коэффициенты μ и m в данной серии опытов не должны меняться, поэтому реальные их значения после расчетов и обработки экспериментальных данных целесообразно будет усреднить. Получаемая по указанным пускам система уравнений на основании начального дифференциального уравнения и формирования реакций подшипников, рис. 3, будет иметь вид

$$\left\{ \begin{array}{l} -J_p \varepsilon = \mu \omega^2 + m \omega + M = \mu \omega^2 + m \omega + [(r_{пф})_A \cdot R_A + (r_{пф})_B \cdot R_B] \\ -\left(J_p + \frac{J_{\Delta}}{J_{\Delta}^1}\right) \varepsilon = \mu \omega^2 + m \omega + M_{\Delta} = \mu \omega^2 + m \omega + \left[(r_{пф})_A \left(R_A + G_{\Gamma} \frac{L - x_{\Gamma}}{L} \right) + (r_{пф})_B \left(R_B + G_{\Gamma} \frac{x_{\Gamma}}{L} \right) \right] \\ -\left(J_p + \frac{J_{\Delta}^{11}}{J_{\Delta}^1}\right) \varepsilon = \mu \omega^2 + m \omega + M_{\Delta}^{11} = \mu \omega^2 + m \omega + \left[(r_{пф})_A \left(R_A + G_{\Gamma}^{11} \frac{L - x_{\Gamma}}{L} \right) + (r_{пф})_B \left(R_B + G_{\Gamma}^{11} \frac{x_{\Gamma}}{L} \right) \right] \end{array} \right.$$

Вычитая M первого уравнения из M_{Δ} двух остальных, получим новую систему

$$\left\{ \begin{array}{l} (r_{пф})_A G_{\Gamma} \frac{L - x_{\Gamma}}{L} + (r_{пф})_B G_{\Gamma} \frac{x_{\Gamma}}{L} = M_{\Delta} - M \\ (r_{пф})_A G_{\Gamma}^{11} \frac{L - x_{\Gamma}}{L} + (r_{пф})_B G_{\Gamma}^{11} \frac{x_{\Gamma}}{L} = M_{\Delta}^{11} - M \end{array} \right.,$$

решение которой удобно представить в матричной форме

$$\begin{bmatrix} (r_{\Pi f})_A \\ (r_{\Pi f})_B \end{bmatrix} = L \cdot \begin{bmatrix} G_{\Gamma}(L-x_{\Gamma}) & G_{\Gamma}x_{\Gamma} \\ G_{\Gamma}^{11}L-x_{\Gamma} & G_{\Gamma}^{11}x_{\Gamma} \end{bmatrix}^{-1} \cdot \begin{bmatrix} M_{\Delta} - M \\ M_{\Delta}^{11} - M \end{bmatrix}, \quad (6)$$

которое дает единственное решение, позволяющее оценить состояние подшипников ротора и перейти к заключительному этапу алгоритма.

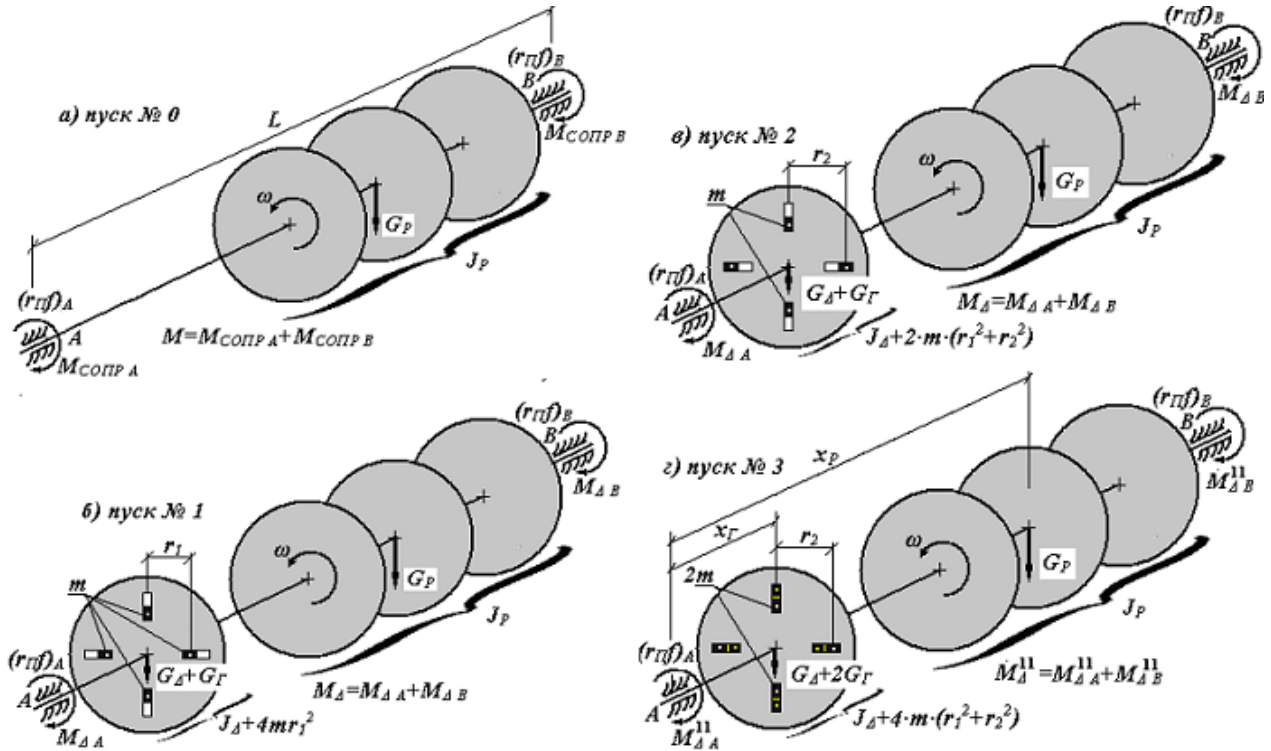


Рис. 3. Схемы роторов с дополнительным устройством для производства пусков при определении характеристик роторной системы:

- а) нулевое возмущение в системе;
 - б, в) простое возмущение (изменение только момента инерции);
 - г) сложное возмущение – одновременно изменяются и момент инерции и вес ротора.
- Коэффициенты $\mu, m = \text{const}$.

Определение связи между G_P и x_P . Рассматривая статически определимый однопролетный (длиной L) ротор, имеющий вес G_P и осевое расположение центра масс (тяжести) x_P , рис. 3.

Согласно уравнений равновесия ротора, запишем для реакций подшипниковых опор

$$R_A = G_P \frac{L-x_P}{L} \quad \text{и} \quad R_B = G_P \frac{x_P}{L}.$$

два уравнения моментов действующих усилий вокруг опор. Уравнение суммы проекций усилий на вертикальную ось $R_A + R_B = G_P$ может служить только проверкой предыдущих двух равенств и не несет нужной отдельной информации.

Используя определенные ранее величины M , $(r_{\Pi f})_A$ и $(r_{\Pi f})_B$, получим для нулевого пуска, согласно первого уравнения последней расширенной системы

$$G_P = \frac{M \cdot L}{(r_{\Pi f})_A L + [(r_{\Pi f})_B - (r_{\Pi f})_A] x_P}. \quad (7)$$

зависимость, позволяющую отследить интегральное (пере-) распределение массы ротора за время его эксплуатации при любой штатной остановке. Раздельное определение важнейших

величин G_P и x_P требует внесения в роторную систему специальных возмущений и не входит в рамки данной работы, где рассматриваются лишь упрощенные экспериментальные исследования и алгоритмы их обработки. Отметим, что при одинаковых опорах ротора и эквивалентном их износе, т.е. формально для равенства $(r_{Пф})_A=(r_{Пф})_B$ из (7) следует

$$M=(r_{Пф})_{A,B}G_P.$$

Последнее равенство подтверждает известное положение о формировании величины гравитационного момента, как отдельного слагаемого суммарного момента сопротивления вращению в подшипниках.

Результаты исследований. Предложенные варианты обработки простых экспериментальных данных выбега для сравнительного выбора удобно свести в табл. 2. Делая анализ возможных направлений проведения расчетов выполним по разработанному алгоритму численный анализ вариантов корректных и некорректных примеров, табл. 3. Таким образом проверим адаптацию алгоритма к возможным примерам общего вида.

Таблица 2.

Варианты использование экспериментальных данных выбега роторной системы

<u>Дано:</u> экспериментально полученный точечный график (N точек) зависимости угла поворота ротора от времени выбега – вектора $(\varphi_0 \varphi_1 \dots \varphi_N)$ и $(\tau_0 \tau_1 \dots \tau_N)$.							
Диапазоны изменения параметров: $0 \leq \varphi \leq \varphi_{ПВ}$; $0 \leq t \leq t_{ПВ}$.							
Определение коэффициентов μ, m, M и др. параметров по							
суммарным характеристикам		точечному графику $\varphi_n=\varphi(\tau_n)$, $n=0,1,2\dots N$, использование					
ТОЛЬКО	$t_{ПВ}$ - для нахождения момента инерции J_P	метода наименьших квадратов (МНК)			3-х равномерно распределенных по временному интервалу $t_{ПВ}$ точек: $1 \cdot \delta$; $2 \cdot \delta$; $3 \cdot \delta$.		
	$\varphi_{ПВ}$ - для нахождения характерных точек графика $\varphi(t)$	$\Delta=0$	$\Delta \neq 0$		Δ – любое число; универсальный алгоритм.		
ω_0 и Ω_k – граничные скорости вращения $\omega_0 \geq \omega \geq 0$		$m=0$ $\mu=0$ $M \neq 0$	$m=2(\mu M)^{1/2}$	$\Delta > 0$	$\Delta < 0$	$\Delta \neq 0$	зависимости скорости $\omega(t)$ и ускорения $\varepsilon(t)$ получаются: графическим или приближенным дифференцированием; сплайнами
$t_{ПВk}=k \cdot \delta$, ($k=1,2,3$) и соответствующая ему начальная скорость выбега Ω_{4-k}							
Результат:		M	свой вариант μ, m, M			единств. набор μ, m, M	
			μ, m, M	Обобщение полученных решений			
Дальнейшие действия		Выбор подходящего решения по критериям \min неувязок МНК: - сумма квадратов разниц $\varphi_{Э} - \varphi_{Т}$; - \min наибольшего отклонения; - \min площади, ограниченной линиями $\varphi_{Эксп}(t)$ и $\varphi_{Теор}(t)$				Целесообразность обработки каждого пуска (выбега); Усреднение полученных наборов μ, m, M .	
		Определение фрикционных характеристик $(r_{Пф})_{A,B}$					

Из табл. 3 следует, что единственным условием прерывания счета является требование $\mu=0$. При этом непрерывность процесса расчета можно сохранить традиционным способом – введением известного логического условия

$$\mu = \begin{cases} \mu, & \text{if } \mu \neq 0 \\ 10^{-(3...6)}, & \text{if } \mu = 0 \end{cases}$$

что и произведено в последних строках табл. 3. Считаем, что так алгоритм будет полностью адаптирован к реальному, имеющему место случаю $\Delta=0$.

Предлагаемый аналитический расчет позволит подготовить теоретическую базу для обработки экспериментальных данных следующих практически ценных задач:

- определения суммарной фрикционной реакции опорного подшипника, что существенно для последующей задачи балансировки роторов при изменяемом направлении (фазе) возмущающей силы инерции дебаланса;

- определения физического смысла коэффициентов μ и m и их составляющих для задачи балансировки и уточнения порядка изменения их введением специальных возмущений - дополнительного воздушного лобового сопротивления лопастями-грузиками, осевого нагружения ротора (по одному из торцов);

- нахождения точек-условий графиков $\omega(t)$, дающих наиболее точные решения систем определения μ, m, M , через угловые скорости Ω_K – это возможно провести исследовав кривизны зависимостей $\varphi(t)$, $\omega(t)$, $\varphi(\omega)$ в областях максимальной кривизны, таких как серый прямоугольник на рис.2. Наиболее просто эта точка приблизительно определяются как пересечение диагонали прямоугольника и самого графика;

- отдельного внимания заслуживают специальные устройства для изменения веса и момента инерции ротора, широкий количественный спектр возможных возмущений, вносимых ими, позволяет создать большое количество условий для определения характеристик роторных систем. Это отдельная, интересная, объемная задача и в настоящей работе, в силу своей громоздкости, она не рассматривается.

Таблица 3.

Выбор некорректных случаев расчета для предлагаемого алгоритма

μ	m	Δ	$t_{ПВ}$	$\varphi_{ПВ}$	$t_{3-К}$	Ω_K	$\omega_{1,2}$
0,7	22	-400	14,946	388,889	11,209	21,771	-1,429 -30
					7,473	6,27	
					3,736	1,765	
0,7	8	20	22,514	492,358	5,628	2,194	-5,714± 3,194i
					11,257	6,39	
					16,885	18,313	
0,7	9,165	0	21,54	480,229	16,155	18,662	-6,547± 1,91·10 ⁻³ i
					10,77	6,379	
					5,385	2,145	
0	0	0	Прерывание счета, деление на 0 $\mu=0$				
0	10 ⁻³	0					
10 ⁻⁴	0	0,012	1351	3,031·10 ⁵	1013	339,523	±547,723i
					675,416	212,404	
					337,708	102,484	
10 ⁻³	10 ⁻³		712,884	1,114·10 ⁵	534,663	231,236	- 0.5±173,204i
					356,442	12,22	
					178,221	55,283	

Выводы

• Разработан алгоритм определения основных характеристик роторной системы на выбеге J_P , μ , m , M , $(r_{ПФ})_{A,B}$, $G_P(x_P)$ дающий единственное решение для любого сочетания коэффициентов слагаемых суммарного момента сопротивления вращению.

- Геометрические, массовые и фрикционные характеристики уравновешенной роторной системы определяются как исходные данные для последующей задачи балансировки.
- Показан общий подход без применения метода наименьших квадратов в полном объеме, исключаются решения оптимизационных задач с много модальными целевыми функциями, выбора вариантов решения по общим суммам отклонений, максимальным отклонениям, другим усредненным величинам.
- Сформулированы практические задачи: суммарная фрикционная реакция опорного подшипника от двух радиальных усилия, действующих в различных плоскостях; условия формирования слагаемых суммарного момента сопротивления вращению $\mu\omega^2$ и $m\omega$; определены виды вносимых возмущений в роторную систему и реакции системы на них. Эти вопросы являются естественным продолжением рассматриваемой задачи и позволят, в дальнейшем, применить новые методы балансировки и диагностики роторов.
- Использование рассматриваемых суммарных усредненных характеристик позволит отказаться от контактных датчиков, упрощает сбор и обработку экспериментальных данных (угол поворота ротора φ и время процесса выбега t).
- Показано, что при современном подходе к определению составляющих фрикционных реакций максимальная ошибка может достигнуть 40%.

Литература

1. Гольдин А.С. Вибрации роторных машин. М.: Машиностроение, 2000.- 344с.
2. Левит М.Е. Справочник по балансировке. М.: Машиностроение, 1992.- 464 с.
3. Ден-Гартог Дж.П. Механические колебания. М.: ГИФМЛ, 1960.- 580с.
4. Барков А.В., Баркова Н.А., Азовцев А.Ю. Мониторинг и диагностика роторных машин по вибрации.- СПб.: Изд. центр СПбМТУ, 2000.- 169 с.
5. Таран И.А., Трубицин М.Н., Шишко С.В. Вывод обобщенной формулы одноплоскостной балансировки / Сб.материалов международной конференции «Форум горняков 2013», Днепрпетровск, ГВУЗ НГУ, т.4, С.136-148.
6. Волошенко В.В., Трубицин М.Н. Определение массовых геометрических и фрикционных характеристик роторных систем на выбеге в случае постоянства момента сопротивления вращению / VII Науково-технічна конференція студентів, аспірантів і молодих вчених «Наукова весна -2016», Дніпропетровськ, ДВНЗ НГУ, т5, С.18-20.
7. Таган Е.Р., Трубицин М.Н. Движение ротора на выбеге в случае пулевого дискриминанта суммарного момента сопротивления вращению / VII Науково-технічна конференція студентів, аспірантів і молодих вчених «Наукова весна -2016», Дніпропетровськ, ДВНЗ НГУ, т5, С.8-9.
8. Юдин В.А., Петрокас Л.В. Лабораторный практикум по теории механизмов и машин. М.: ГИФМЛ, 1962.- 172с.
9. Юденич В.В. Лабораторные работы по теории механизмов и машин. К.: Высшая школа, 1962.- 288с.
10. Шерстюк А.А., Чикавский Г.С., Розкаряка П.И. Фотоимпульсный датчик скорости для экспериментального стенда по исследованию систем электропровода / «Науч.-технич. конф. аспирантов и студентов ДонНТУ», Донецк, 2009, С. 158-160.