

ИНФОРМАЦИОННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ В ПРЕПОДАВАНИИ МЕХАНИКИ

К.А. Зиборов, И.Н. Мацюк, Э.М. Шляхов, Национальный горный университет, Украина

Работа посвящена вопросу использования информационных технологий (мультимедиа и пакета Mathcad) в учебном процессе при преподавании одного из разделов механики: теории механизмов и машин. Описан прием, позволяющий в программе Mathcad решать векторные уравнения кинематики и кинетостатики плоских механизмов. Показана особая эффективность этой программы при операциях с векторными уравнениями, не имеющими графического решения на плоскости. Указанные компьютерные технологии позволяют создавать мультимедиа – лекции, а учащимся иметь инструмент для выполнения заданий и курсовых работ, освобождающий их от рутинных графических построений.

Развитие горнодобывающей промышленности влечет за собой обновление и модернизацию оборудования для добычи и переработки полезных ископаемых. Таким образом, горному машиностроению необходимо решать задачу создания новых, более совершенных механизмов и машин. В свою очередь, работникам высшего образования необходимо готовить специалистов, способных такие машины проектировать и эксплуатировать. Горные машины, как и машины общего назначения, в подавляющем большинстве включают в себя механизмы, структурно относящиеся ко второму классу. Долгое время анализ и синтез таких механизмов производился графоаналитическими методами так, как основные механические параметры суть векторные величины. А векторы, как известно, довольно просто представляются на чертеже в виде направленного отрезка.

При современной подготовке специалистов, основным ресурсом для обучения в настоящий момент является вычислительная техника. Ее широкое распространение предопределило появление большого количества математических и инженерных пакетов таких, как Maple, Matlab, Mathematica, Mathcad. Наиболее привлекательной и удобной, при изучении курса теории механизмов и машин, считается программа Mathcad, обладающая простым интерфейсом, широкими графическими возможностями и понятным математическим языком [1,2]. Использование этой программы для преподавания механики объясняется в первую очередь наличием больших возможностей при операциях с векторами.

Активное использование компьютерных программ в лекционном курсе возможно лишь при наличии мультимедиа.

Мультимедийные технологии в лекционных курсах способствуют повышению информативности лекции, улучшают наглядность обучения за счет использования различных форм представления учебного материала, улучшают концентрацию внимания студентов, активизируя в конечном итоге познавательную деятельность студентов.

Эффективным оказалось применение комбинации мультимедиа - Mathcad в изучении первой задачи теории механизмов и машин – анализа механизмов и, в частности, рычажных. В данной работе ограничимся рассмотрением использования Mathcad в исследовании кинематики и кинетостатики плоских рычажных механизмов, как в лекционном курсе, так и при выполнении студентами заданий и курсовых проектов.

Использование компьютерных программ, предполагает замену классического графического решения векторных уравнений методом планов (скоростей, ускорений, сил) аналитическим решением с помощью Mathcad, не теряя простоты и наглядности, но выигрывая в скорости и точности полученных результатов.

Известны работы, в которых описано применение Mathcad в учебных целях. В этой связи сошлемся в первую очередь на книги В.Д. Бертяева [1,2], в которых рассмотрено применение этой программы для решения задач теоретической механики и выполнения курсовых работ по этой дисциплине. Отметим также работу [4], в которой Mathcad применен для решения

задач анализа и синтеза механизмов. Этой же теме посвящены статьи [5, 6, 7] и учебное пособие авторов настоящего доклада [8].

Аналитическое решение векторных уравнений по наглядности не уступает графическому решению, поскольку положение на плоскости двумерного или в пространстве трехмерного вектора, заданного своими координатами, легко представляемо.

Для использования возможностей аппарата векторной алгебры, которым располагает Mathcad, необходимо применить прием, предложенный в середине прошлого столетия В.А. Зиновьевым. Прием заключается в следующем: звенья механизма изображают в виде векторов, которые образуют на схеме механизма один или несколько замкнутых векторных контуров (в соответствии с количеством групп Ассур).

Так например, для рычажного шестизвенника (рис. 1) векторная интерпретация звеньев выглядит, как показано на рис. 2, и представляет собой два замкнутых векторных контура.

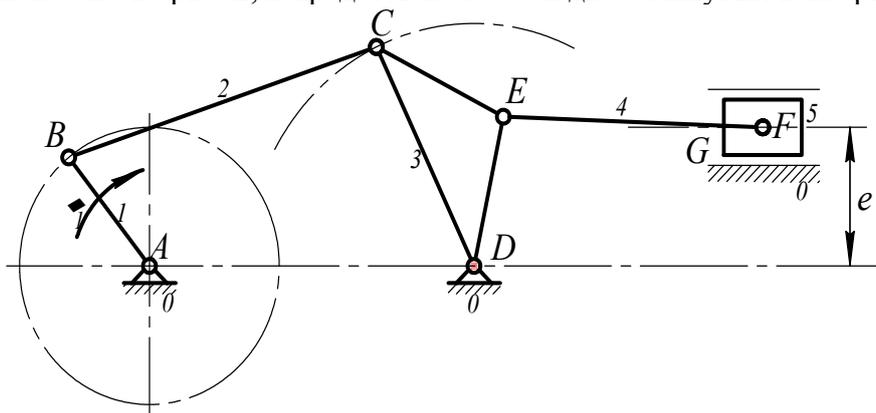


Рис. 1. Плоский рычажный шестизвенник

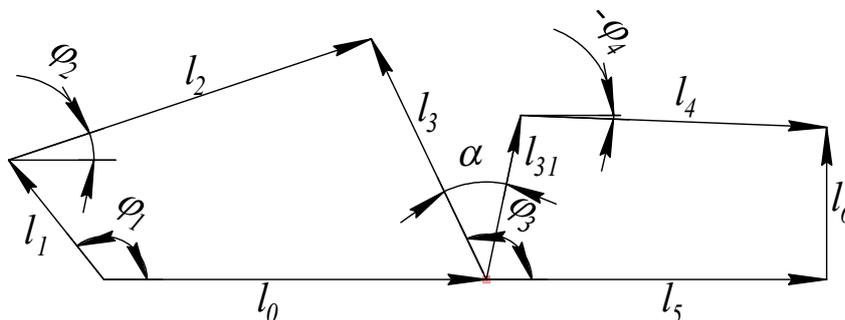


Рис. 2. Векторное представление звеньев шестизвенника

Рассмотрим решение первой задачи кинематики – определение положения звеньев для механизма на рис. 1. Ниже приведен фрагмент документа Mathcad, в котором представлено векторное уравнение замкнутости для первого контура и его решение в блоке Given-Find для значения обобщенной координаты механизма $\phi_1 = -30^\circ$.

$$\begin{aligned} \phi_1 &= -30 \text{ deg} \\ \phi_2 &:= 1 \quad \phi_3 := 1 \quad \text{Given} \quad 0 < \phi_3 < \pi \\ \begin{pmatrix} l_1 \cdot \cos(\phi_1) \\ l_1 \cdot \sin(\phi_1) \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} l_2 \cdot \cos(\phi_2) \\ l_2 \cdot \sin(\phi_2) \\ 0 \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} l_0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} l_3 \cdot \cos(\phi_3) \\ l_3 \cdot \sin(\phi_3) \\ 0 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} \phi_2 \\ \phi_3 \end{pmatrix} &:= \text{Find}(\phi_2, \phi_3) \quad \phi_2 = 61.39 \text{ deg} \quad \phi_3 = 104.45 \text{ deg} \end{aligned}$$

Для второго контура

$$\begin{aligned} \phi_4 &:= 1 & l_5 &:= 0.05 & \text{Given} \\ \begin{pmatrix} l_{31} \cdot \cos(\phi_3 - \alpha) \\ l_{31} \cdot \sin(\phi_3 - \alpha) \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} l_4 \cdot \cos(\phi_4) \\ l_4 \cdot \sin(\phi_4) \\ 0 \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} l_5 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ l_6 \\ 0 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} \phi_4 \\ l_5 \end{pmatrix} &:= \text{Find}(\phi_4, l_5) & \phi_4 &= -14.88 \text{ deg} & l_5 &= 0.05 \end{aligned}$$

Как известно, даже простые структурные группы второго класса, имеют два варианта сборки. С увеличением числа групп Ассур в механизме увеличивается и число вариантов его сборок. Известно также, что для трехповодковой четырехзвенной группы третьего класса, например, максимальное количество сборок равно шести [8]. Более сложные группы имеют, по-видимому, еще большее количество различных вариантов сборок. Блок Given-Find ищет решение численным методом и выдает то, которое расположено ближе к начальным значениям неизвестных. Варьируя начальными значениями можно, в принципе, получить все варианты расположения звеньев при заданных исходных данных.

Алгоритм поиска всех вариантов сборок с помощью Mathcad ждет своего решения и в настоящей работе не рассматривается. После определения значений углов звенья механизма представляются соответствующими векторами:

$$\begin{aligned} l_1 &:= \begin{pmatrix} l_1 \cdot \cos(\phi_1) \\ l_1 \cdot \sin(\phi_1) \\ 0 \end{pmatrix} & l_2 &:= \begin{pmatrix} l_2 \cdot \cos(\phi_2) \\ l_2 \cdot \sin(\phi_2) \\ 0 \end{pmatrix} & l_3 &:= \begin{pmatrix} l_3 \cdot \cos(\phi_3) \\ l_3 \cdot \sin(\phi_3) \\ 0 \end{pmatrix} & l_0 &:= \begin{pmatrix} l_0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \\ l_{31} &:= \begin{pmatrix} l_{31} \cdot \cos(\phi_3 - \alpha) \\ l_{31} \cdot \sin(\phi_3 - \alpha) \\ 0 \end{pmatrix} & l_4 &:= \begin{pmatrix} l_4 \cdot \cos(\phi_4) \\ l_4 \cdot \sin(\phi_4) \\ 0 \end{pmatrix} & l_5 &:= \begin{pmatrix} l_5 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} & l_6 &:= \begin{pmatrix} 0 \\ l_6 \\ 0 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

Для визуализации результатов можно воспользоваться средствами графики Mathcad. На рис. 3 изображен план шестизвенника для значения обобщенной координаты механизма $\varphi_1 = -30^\circ$. Значения остальных геометрических параметров приняты следующими: $l_{AB} = 0,02$ м; $l_{BC} = 0,05$ м; $l_{CD} = 0,035$ м; $l_{AD} = 0,05$ м; $l_{CE} = 0,022$ м; $l_{DE} = 0,022$ м; $l_{EF} = 0,04$ м; $e = 0,01$ м.

Рассмотрим задачу определения скорости и ускорения точки B структурной группы второго класса при заданных векторах скоростей точек A и C (рис. 4, а). Векторное представление звеньев группы изображено на рис. 4, б. Как известно, эта задача решается с помощью системы векторных уравнений

$$\mathbf{v}_B = \mathbf{v}_A + \mathbf{v}_{BA} \quad \text{и} \quad \mathbf{v}_B = \mathbf{v}_C + \mathbf{v}_{BC},$$

где $\mathbf{v}_A, \mathbf{v}_B, \mathbf{v}_C$ - векторы абсолютных скоростей соответствующих точек;

$\mathbf{v}_{BA}, \mathbf{v}_{BC}$ - векторы относительных скоростей.

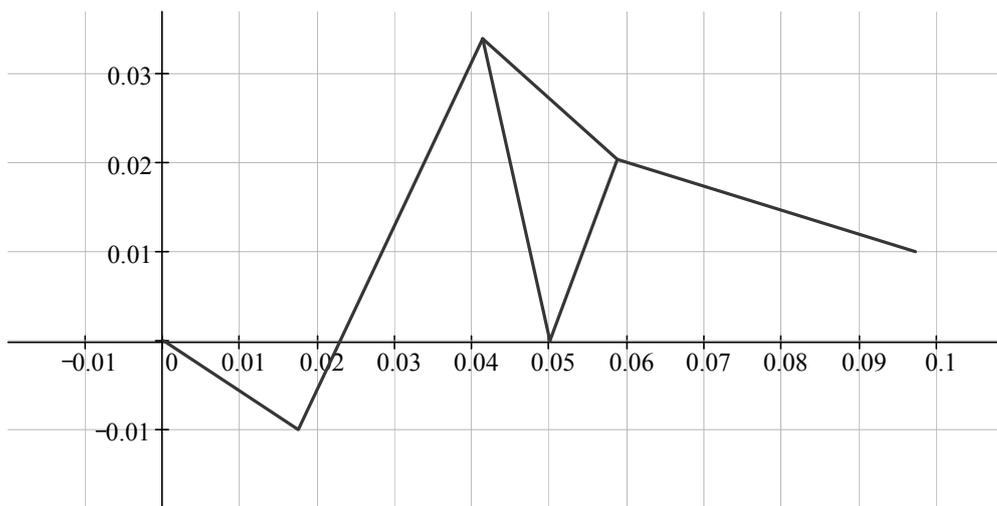


Рис. 3. План механизма при $\varphi_1 = -30^\circ$

Приравнивая правые части этих уравнений, получают уравнение, в котором неизвестными будут модули векторов v_{BA} и v_{BC} , поскольку направления последних известны. Графически эта задача решается обычно методом планов. Уравнение для решения в Mathcad выглядит следующим образом.

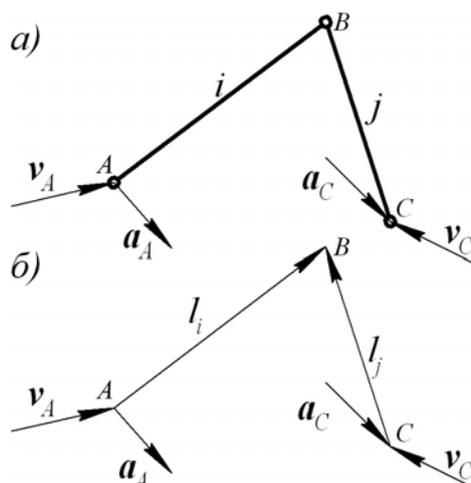


Рис. 4. Схема к кинематическому анализу структурной группы второго класса

$$v_A + v_{BA_0} \cdot \begin{pmatrix} 1 & \frac{l_{i_0}}{l_{i_1}} & 0 \end{pmatrix}^T = v_C + v_{BC_0} \cdot \begin{pmatrix} 1 & \frac{l_{j_0}}{l_{j_1}} & 0 \end{pmatrix}^T$$

В этом уравнении есть два неизвестных скаляра v_{BA_0} и v_{BC_0} и оно легко решается с помощью блока Given-Find. В итоге получают искомые векторы в виде

$$v_{BA} := v_{BA_0} \cdot \begin{pmatrix} 1 & \frac{l_{i_0}}{l_{i_1}} & 0 \end{pmatrix}^T \quad v_{BC} := v_{BC_0} \cdot \begin{pmatrix} 1 & \frac{l_{j_0}}{l_{j_1}} & 0 \end{pmatrix}^T$$

Угловые скорости звеньев также находят, используя блок Given-Find, из векторных уравнений

$$v_{BA} = \omega_i \times l_i \quad v_{BC} = \omega_j \times l_j$$

Решение получают в виде векторов

$$\omega_i := (0 \ 0 \ \omega_i)^T \quad \omega_j := (0 \ 0 \ \omega_j)^T$$

Знак аппликаты определяет направление угловой скорости.

Аналогичным образом можно определить вектор ускорения точки B при заданных векторах \mathbf{a}_A и \mathbf{a}_C (рис. 4, а). Соответствующее векторное уравнение выглядит так

$$\mathbf{a}_A + \mathbf{a}_{BA_n} + \mathbf{a}_{BA_{\tau_0}} \cdot \begin{pmatrix} 1 & \frac{l_{i_0}}{l_{i_1}} & 0 \end{pmatrix}^T = \mathbf{a}_C + \mathbf{a}_{BC_n} + \mathbf{a}_{BC_{\tau_0}} \cdot \begin{pmatrix} 1 & \frac{l_{j_0}}{l_{j_1}} & 0 \end{pmatrix}^T$$

В уравнении \mathbf{a}_{BA_n} и \mathbf{a}_{BC_n} - нормальные составляющие относительных ускорений \mathbf{a}_{BA} и \mathbf{a}_{BC} , а $\mathbf{a}_{BA_{\tau_0}}$ и $\mathbf{a}_{BC_{\tau_0}}$ соответственно абсциссы векторов тангенциальных составляющих, которые являются неизвестными.

Нормальные составляющие находят, как

$$\mathbf{a}_{BA_n} := \omega_i \times \mathbf{v}_{BA} \quad \mathbf{a}_{BC_n} := \omega_j \times \mathbf{v}_{BC}$$

Искомые тангенциальные составляющие

$$\mathbf{a}_{BA_{\tau}} := \mathbf{a}_{BA_{\tau_0}} \cdot \begin{pmatrix} 1 & \frac{l_{i_0}}{l_{i_1}} & 0 \end{pmatrix}^T \quad \mathbf{a}_{BC_{\tau}} := \mathbf{a}_{BC_{\tau_0}} \cdot \begin{pmatrix} 1 & \frac{l_{j_0}}{l_{j_1}} & 0 \end{pmatrix}^T$$

Относительные ускорения

$$\mathbf{a}_{BA} := \mathbf{a}_{BA_n} + \mathbf{a}_{BA_{\tau}} \quad \mathbf{a}_{BC} := \mathbf{a}_{BC_n} + \mathbf{a}_{BC_{\tau}}$$

Угловые ускорения звеньев находят с помощью блока Given-Find из векторных уравнений

$$\mathbf{a}_{BA_{\tau}} = \varepsilon_i \times l_i \quad \mathbf{a}_{BC_{\tau}} = \varepsilon_j \times l_j$$

Еще более эффективно решение средствами этого программного продукта векторных уравнений, которые не решаются графически на плоскости. Так, для диады, изображенной на рис. 4, можно записать уравнения

$$\begin{aligned} \mathbf{v}_A + \omega_i \times l_i &= \mathbf{v}_C + \omega_j \times l_j \\ \mathbf{a}_A + \varepsilon_i \times l_i + \omega_i \times \mathbf{v}_{BA} &= \mathbf{a}_C + \varepsilon_j \times l_j + \omega_j \times \mathbf{v}_{BC} \end{aligned}$$

Из первого, с помощью того же блока Given-Find, находят угловые скорости ω_i и ω_j , а затем определяют значение скорости точки B

$$\mathbf{v}_B := \mathbf{v}_A + \omega_i \times l_i \quad \text{или} \quad \mathbf{v}_B := \mathbf{v}_C + \omega_j \times l_j$$

Из второго находят угловые ускорения ε_i и ε_j ; далее определяют ускорение точки B .

Характерно, что из одного векторного уравнения получают сразу два вектора, поскольку они заданы одной координатой – аппликатой.

Задачи кинестатики механизмов решаются аналогичным образом.

Рассмотрим алгоритм определения реакций в кинематических парах той же группы второго класса (рис. 5). На звено i в центре масс s_i действуют силы тяжести \mathbf{G}_i и инерции \mathbf{F}_{ui} ; к звену j в его центре масс s_j приложены сила \mathbf{P} , силы тяжести \mathbf{G}_j и инерции \mathbf{F}_{uj} . Необходимо определить реакции в шарнирах A и C со стороны звеньев k и l соответственно, которые представлены разложением на нормальные и тангенциальные составляющие.

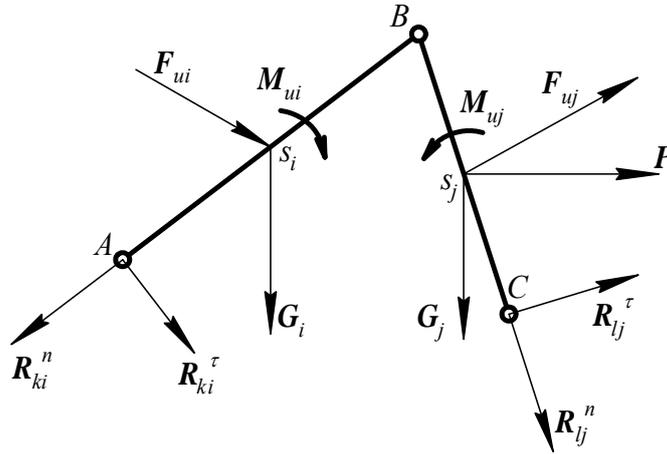


Рис. 5. Схема к силовому анализу структурной группы второго класса

Как и в графическом варианте, решение начинают с определения тангенциальных составляющих, которые находят из векторных уравнений равновесия моментов сил относительно точки B . Например, для звена i уравнение имеет вид

$$M_{ui} + \left(\frac{-l_i}{2}\right) \times F_{ui} + \left(\frac{-l_i}{2}\right) \times G_i + M_{kit} = 0$$

Из этого уравнения находят момент тангенциальной составляющей M_{kit} относительно точки B . Далее из уравнения

$$M_{kit} = -l_i \times R_{kit0} \cdot \begin{pmatrix} 1 & \frac{l_{i0}}{l_{i1}} & 0 \end{pmatrix}^T$$

С помощью блока Given-Find находят абсциссу R_{kit0} , а затем и саму тангенциальную составляющую R_{kit} .

$$R_{kit} := R_{kit0} \cdot \begin{pmatrix} 1 & \frac{l_{i0}}{l_{i1}} & 0 \end{pmatrix}^T$$

Аналогичным способом находят $R_{lj\tau}$.

Составляют векторное уравнение равновесия сил, которые действуют на всю группу

$$R_{kin0} \cdot \begin{pmatrix} 1 & \frac{l_{i1}}{l_{i0}} & 0 \end{pmatrix}^T + R_{kit} + G_i + F_{ui} + G_j + F_{uj} + P + R_{lj\tau} + R_{ljn0} \cdot \begin{pmatrix} 1 & \frac{l_{j1}}{l_{j0}} & 0 \end{pmatrix}^T = 0$$

Первое и последнее слагаемые векторной суммы суть нормальные составляющие реакций во внешних кинематических парах группы. Их параллельность отрезкам AB и BC обеспечивают множители $\frac{l_{i1}}{l_{i0}}$ и $\frac{l_{j1}}{l_{j0}}$.

Полные реакции в шарнирах A и C

$$R_{ki} := R_{kin} + R_{kit} \quad R_{lj} := R_{ljn} + R_{lj\tau}$$

Последней находят реакцию во внутренней кинематической паре группы из условия равновесия, например, звена i

$$R_{ji} := -(R_{ki} + G_i + F_{ui})$$

Критерием правильности выполненного исследования может служить равенство нулю суммы мощностей всех внешних сил, прилагаемых к группе. Мощность силы является скалярным произведением вектора силы на вектор скорости точки ее приложения. Для рассмотренного случая

$$R_{ki} \cdot v_A + (G_i + F_{ui}) \cdot v_{Si} + M_i \cdot \omega_i + R_{lj} \cdot v_C + (G_j + F_{uj}) \cdot v_{Sj} + M_j \cdot \omega_j = 0$$

В данной работе авторы ограничились рассмотрением использования программы для изучения и решения задач анализа плоских рычажных механизмов. Однако, возможности этой программы значительно шире. Ее с успехом используют и для решения задач синтеза различных механизмов.

Таким образом, Mathcad может быть использован при преподавании ТММ не только как вычислительный инструмент, необходимый для выполнения заданий и курсовых проектов, но и как важная составляющая лекционного курса.

Актуальная задача формирования нового поколения инженеров, обладающих комплексом знаний и навыков, обеспечивающих их востребованность на рынке труда, требует существенного расширения спектра изучаемых компьютерных приложений.

Список литературы

1. Бертяев В.Д. Теоретическая механика на базе Mathcad. Практикум. –СПб.:БХВ-Петербург, 2005. – 752 с.: ил.
2. Бертяев В.Д. Теоретическая механика. Курсовые работы с использованием Mathcad. АСВ, 2010. – 304 с.:ил.
3. ТММ. Розрахунок плоских механізмів з використанням ПЕОМ. Навчальний посібник / Ф.Й. Златопольський, Г.Б. Філімоніхін, В.В. Коваленко, О.Б. Чайковський. – Кіровоград: ПП «КОД», 2000. – 124 с.: іл.
4. Зиборов К.А., Мацюк И.Н., Шляхов Э.М. Решение векторных уравнений кинематики механизмов с помощью программы MathCad. // Теория механизмов и машин. – Санкт-Петербург. – 2008. – № 1. – С. 64-70.
5. Третьяков В.М. Использование программы Mathcad при определении скоростей и ускорений рычажных механизмов. // Теория механизмов и машин. – Санкт-Петербург. – 2009. – № 2. – с. 40-48.
6. Зиборов К.А., Мацюк И.Н., Шляхов Э.М. Силовой анализ механизмов с помощью программы Mathcad. Теория механизмов и машин. – Санкт-Петербург. – 2010. – № 1. – С. 83-88.
7. Мацюк І.М., Шляхов Е.М., Зіборов К.А. Кінематичне та динамічне дослідження плоских важільних механізмів. Дніпропетровськ, РВК НГУ України, 2010. 132 с.
8. Пейсах Э.Е. Определение положений звеньев трехповодковой и двухповодковой четырехзвенных групп Ассура с вращательными парами. – Машиноведение, 1985, № 5, с. 55-61.