О ФОРМАЛЬНОМ СООТВЕТСТВИЙ УРАВНЕНИЙ, ОПИСЫВАЮЩИХ НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОЕ СОСТОЯНИЕ УПРУГОЙ СРЕДЫ, ОБУСЛОВЛЕННОЕ ВЛИЯНИЕМ ТЕМПЕРАТУРЫ И ПУЧЕНИЯ

Б.В. Моркляник, Национальный университет «Львовская политехника», Украина
А.В. Шаповал, Приднепровская государственная академия строительства и архитектуры, Украина
В.Г. Шаповал, ГосВУЗ «Национальный горный университет», Украина
Раед М. Абдулхуссейн, Республиканский институт инновационных технологий БНТУ, Республика Беларусь

Выявлено формальное соответствие между уравнениями, описывающими напряженно – деформированное состояние (НДС) оснований, обусловленное влиянием температуры и пучения грунта. Показано, что при соответствующей замене материальных констант программные комплексы, направленные на определение НДС термоупругих сред, могут быть использованы для определения напряжений и деформаций, обусловленных пучением грунта.

Постановка проблемы в общем виде и ее связь с важными практическими задачами. В инженерной практике часто приходится сталкиваться с проблемой определения НДС грунтовых оснований, обусловленных пучением грунта [1, 2, 3, 4, 5].

Анализ последних исследований и публикаций, в которых положено начало решению данной проблемы. При определении деформаций пучения современные нормативные документы рекомендуют использовать простейшие расчетные схемы, отображающие одномерный случай деформирования грунта и горных пород [3]. При этом в инженерной практике нам приходится сталкиваться с обусловленным пучением пространственным НДС грунтов и горных пород [1, 2, 4]. В этой связи представляет интерес использование для определения деформаций пучения стандартных программных комплексов, предназначенных для расчета НДС термоупругих сред. Такая постановка вопроса вполне корректна, поскольку в обоих случаях причиной возникновения НДС являются объемные силы [6, 7, 8].

При написании настоящей статьи преследовалась цель получить соотношения между материальными константами термоупругой и обладающей свойством пучения сред, которые позволили бы определять деформации пучения с использованием предназначенных для определения термоупругих деформаций программных комплексов.

Постановка задачи исследований. Предпосылки и допущения.

1. Для простоты изложения материала положим, что температурное поле и поле деформаций, обусловленных пучением породы (или грунта) не изменяется во времени. Иными словами, мы рассматриваем стационарное состояние среды.
2. Известны деформационные свойства грунтового основания (т.е. его модуль деформации E и коэффициент Пуассона ν или т.н. константы Ламе λ и G).
3. Известны распределения температуры $T(x,y,z)$ и деформаций пучения $\varepsilon_0(x,y,z)$ как функции координат.

Требуется определить такие коэффициенты пропорциональности между материальными константами термоупругой и обладающей свойством пучения сред, при которых расчетные температурные напряжения и деформации основания будут тождественно равны напряжением и деформациям обладающего свойством пучения основания.

Изложение основного материала исследования. Для просторы изложения материала рассмотрим описывающие напряженно – деформированное состояние рассматриваемых сред в цилиндрической системе координат с осевой симметрией [9].

Согласно [6, 7] обусловленное наличием в основании температурного поля НДС основания описывается системой уравнений вида:

$$(\lambda+2\cdot G)\cdot\frac{\partial\ e}{\partial\ r}+2\cdot G\cdot\frac{\partial\ \omega}{\partial\ z}=(3\cdot\lambda+2\cdot G)\cdot\frac{\partial[\alpha(r,z)\cdot T(r,z)]}{\partial\ r};$$

$$(\lambda+2\cdot G)\cdot\frac{\partial\ e}{\partial\ z}-\frac{2\cdot G}{r}\cdot\frac{\partial(\omega\cdot r)}{\partial\ r}=\alpha(r,z)\cdot(3\cdot\lambda+2\cdot G)\cdot\frac{\partial[\alpha(r,z)\cdot T(r,z)]}{\partial\ z};$$

$$\sigma_{zz}=2\cdot G\cdot\varepsilon_z+\lambda\cdot e-\alpha(r,z)\cdot(3\cdot\lambda+2\cdot G)\cdot T(r,z);$$

$$\sigma_{rr}=2\cdot G\cdot\varepsilon_r+\lambda\cdot e-\alpha(r,z)\cdot(3\cdot\lambda+2\cdot G)\cdot T(r,z);$$

$$\sigma_{\theta\theta}=2\cdot G\cdot\varepsilon_\theta+\lambda\cdot e-\alpha(r,z)\cdot(3\cdot\lambda+2\cdot G)\cdot T(r,z);$$

$$\tau_{rz}=G\cdot\gamma_{rz};$$

$$\varepsilon_r=\frac{\partial U}{\partial r};$$

$$\varepsilon_z=\frac{\partial W}{\partial z};$$

$$\varepsilon_\theta=\frac{U}{r};$$

$$\omega=\frac{1}{2}\cdot\left(\frac{\partial U}{\partial z}-\frac{\partial W}{\partial r}\right);$$

$$\gamma_{rz}=\frac{\partial U}{\partial z}+\frac{\partial W}{\partial r};$$

$$e=\varepsilon_r+\varepsilon_z+\varepsilon_\theta;$$

$$\begin{aligned}\sigma_{kk}&=\sigma_{zz}+\sigma_{rr}+\sigma_{\theta\theta}=\\&=(3\cdot\lambda+2\cdot G)\cdot e-3\cdot\alpha(r,z)\cdot(3\cdot\lambda+2\cdot G)\cdot T(r,z)\end{aligned}. \qquad (1)$$

Здесь: U и W – перемещения соответственно в направлении координатных осей $0r$ и $0z$; ω – вращение; r и z – координаты; λ и G – константы Ламе основания; $\Delta=\frac{\partial^2}{\partial r^2}+\frac{1}{r}\frac{\partial^2}{\partial r}+\frac{\partial^2}{\partial z^2}$ – оператор Лапласа в цилиндрической системе координат при учете осевой симметрии; σ_{zz}, σ_{rr} и $\sigma_{\theta\theta}$ – нормальные напряжения; τ_{rz} – то же, касательное; σ_{kk} – шаровой тензор напряжений; T – температура; ε_{zz}, ε_{rr} и $\varepsilon_{\theta\theta}$ – нормальные деформации; γ_{rz} – то же, касательная; α – коэффициент линейного температурного расширения.

Согласно [8] обусловленное наличием в основании температурного поля НДС основания описывается системой уравнений вида:

$$(\lambda+2\cdot G)\cdot\frac{\partial\ e}{\partial\ r}+2\cdot G\cdot\frac{\partial\ \omega}{\partial\ z}=(3\cdot\lambda+2\cdot G)\cdot\frac{\partial\ \varepsilon_0(r,z)}{\partial\ r};$$

$$(\lambda+2\cdot G)\cdot\frac{\partial\ e}{\partial\ z}-\frac{2\cdot G}{r}\cdot\frac{\partial(\omega\cdot r)}{\partial\ r}=(3\cdot\lambda+2\cdot G)\cdot\frac{\partial\ \varepsilon_0(r,z)}{\partial\ z};$$

$$\sigma_{zz}=2\cdot G\cdot\varepsilon_z+\lambda\cdot e-(3\cdot\lambda+2\cdot G)\cdot\varepsilon_0(r,z);$$

$$\sigma_{rr}=2\cdot G\cdot\varepsilon_r+\lambda\cdot e-(3\cdot\lambda+2\cdot G)\cdot\varepsilon_0(r,z);$$

$$\sigma_{\theta\theta}=2\cdot G\cdot\varepsilon_\theta+\lambda\cdot e-(3\cdot\lambda+2\cdot G)\cdot\varepsilon_0(r,z);$$

$$\tau_{rz}=G\cdot\gamma_{rz}; \qquad (2$$

$$\varepsilon_r = \frac{\partial U}{\partial r};$$
$$\varepsilon_z = \frac{\partial W}{\partial z};$$
$$\varepsilon_\theta = \frac{U}{r};$$
$$\omega = \frac{1}{2}\cdot\left(\frac{\partial U}{\partial z} - \frac{\partial W}{\partial r}\right);$$
$$\gamma_{rz} = \frac{\partial U}{\partial z} + \frac{\partial W}{\partial r};$$
$$e = \varepsilon_r + \varepsilon_z + \varepsilon_\theta;$$
$$\sigma_{kk} = \sigma_{zz} + \sigma_{rr} + \sigma_{\theta\theta} = \\ = (3\cdot\lambda + 2\cdot G)\cdot e - 3\cdot(3\cdot\lambda + 2\cdot G)\cdot\varepsilon_0(r,z). \tag{2}$$

Далее положим в (1)

$$P_1 = \alpha\cdot(3\cdot\lambda + 2\cdot G)\cdot T(r,z) \qquad (3),$$

а в (2) –

$$P_2 = (3\cdot\lambda + 2\cdot G)\cdot\varepsilon_0(r,z). \tag{4}$$

Системы уравнений (1) и (2) будут описывать одно и то же напряженно – деформированное состояние при выполнении условия:

$$P_1 = P_2;\quad \alpha(r,z)\cdot(3\cdot\lambda + 2\cdot G)\cdot T(r,z) = (3\cdot\lambda + 2\cdot G)\cdot\varepsilon_0(r,z), \tag{5}$$

откуда:

$$\alpha(r,z) = \frac{\varepsilon_0(r,z)}{T(r,z)}. \tag{6}$$

Далее подставим (6) с систему уравнений (1). Имеем:

$$(\lambda + 2\cdot G)\cdot\frac{\partial\ e}{\partial\ r} + 2\cdot G\cdot\frac{\partial\ \omega}{\partial\ z} = (3\cdot\lambda + 2\cdot G)\cdot\frac{\partial\left[\frac{\varepsilon_0(r,z)}{T(r,z)}\cdot T(r,z)\right]}{\partial\ r};$$
$$(\lambda + 2\cdot G)\cdot\frac{\partial\ e}{\partial\ z} - \frac{2\cdot G}{r}\cdot\frac{\partial(\omega\cdot r)}{\partial\ r} = \alpha(r,z)\cdot(3\cdot\lambda + 2\cdot G)\cdot\frac{\partial\left[\frac{\varepsilon_0(r,z)}{T(r,z)}\cdot T(r,z)\right]}{\partial\ z};$$
$$\sigma_{zz} = 2\cdot G\cdot\varepsilon_z + \lambda\cdot e - \frac{\varepsilon_0(r,z)}{T(r,z)}\cdot(3\cdot\lambda + 2\cdot G)\cdot T(r,z);$$
$$\sigma_{rr} = 2\cdot G\cdot\varepsilon_r + \lambda\cdot e - \frac{\varepsilon_0(r,z)}{T(r,z)}\cdot(3\cdot\lambda + 2\cdot G)\cdot T(r,z);$$
$$\sigma_{\theta\theta} = 2\cdot G\cdot\varepsilon_\theta + \lambda\cdot e - \frac{\varepsilon_0(r,z)}{T(r,z)}\cdot(3\cdot\lambda + 2\cdot G)\cdot T(r,z);$$

$$\tau_{rz} = G \cdot \gamma_{rz};$$
$$\varepsilon_r = \frac{\partial U}{\partial r}; \tag{7}$$
$$\varepsilon_z = \frac{\partial W}{\partial z};$$
$$\varepsilon_\theta = \frac{U}{r};$$
$$\omega = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{\partial U}{\partial z} - \frac{\partial W}{\partial r} \right);$$
$$\gamma_{rz} = \frac{\partial U}{\partial z} + \frac{\partial W}{\partial r};$$
$$e = \varepsilon_r + \varepsilon_z + \varepsilon_\theta;$$
$$\begin{aligned} \sigma_{kk} &= \sigma_{zz} + \sigma_{rr} + \sigma_{\theta\theta} = \\ &= (3 \cdot \lambda + 2 \cdot G) \cdot e - \\ &- 3 \cdot \frac{\varepsilon_0(r,z)}{T(r,z)} \cdot (3 \cdot \lambda + 2 \cdot G) \cdot T(r,z) \end{aligned}. \tag{7}$$

Выводы. Изложенные в настоящей статье материалы исследований позволили установить, что если заранее известно распределение температурного поля $T(r,z)$ и обусловленных пучением грунта деформаций $\varepsilon_0(r,z)$, то для определения НДС оснований, в которых имеют место деформации пучения, следует использовать систему уравнений (7) и соотношение между материальными константами (6).

В целом, был сделан вывод о том, что для определения НДС оснований, в которых имеет место пучение породы [1, 10, 11] вполне можно использовать стандартные пакеты программ, такие как Лира, SCAD, Etabs и другие.

Список литературы:

1. Шашенко А.Н. Механика горных пород / А.Н. Шашенко.– Д.: Нац. гор. ун-т. – Д., 2002.– 303 с.
2. Цытович Н.А. Механика мерзлых грунтов / Н.А. Цытович.– М.: Высш. шк., 1973.– 446 с.
3. ДБН В.2.1-10-2009. Основи та фундаменти споруд. Київ. Мінрегіонбуд України, 2009.-104 с.
4. Моркляник Б.В. Особенности расчета и проектирования оснований тепловых насосов / Б.В. Моркляник, В.Г. Шаповал, А.С. Фартушний // Будівельні конструкції: Міжвідомчий науково-технічний збірник наукових праць. - Київ, 2013. – Вип. 77.– С.265-269.
5. Шаповал В.Г. Механика грунтов: Учебник / В.Г. Шаповал, В.Л. Седин, А.В. Шаповал, Б.В. Моркляник, В.С. Андреев.– Д.: Пороги, 2010.- 168 с.
6. Новацкий В. Теория упругости / В. Новицкий. - М.: Мир, - 1975. - 872 с.
7. Подстригач Я.С. Термоупругость тел неоднородной структуры / Я.С. Подстригач, В.Я. Ломакин, Ю.М. Коляно.- М.: Наука, 1984.- 368 с.
8. Шашенко А.Н. Напряженно-деформированное состояние основания, внутри которого находится точечный источник объемной деформации / А.Н. Шашенко, В.Г. Шаповал, Б.В. Моркляник, А.В. Шаповал // Сучасні ресурсоенергозберегаючі технології гірничого виробництва. –№2.– 2014.– С. 14-24.
9. Корн Г. Справочник по математике / Г. Корн и Т Корн. - М.: Наука, 1974. - 840 с.
10. Шаповал В.Г. Основания и фундаменты тепловых насосов / В.Г. Шаповал, Б.В. Моркляник.– Львов: Сполом - 2009 – 64 с.
11. Шаповал В.Г. Температурные поля в основаниях тепловых насосов: Монография / В.Г. Шаповал, Б.В. Моркляник.– Д.: Пороги, 2011.- 123 с.