УДК 622.7

А.Д. ПОЛУЛЯХ, д-р техн. наук,
А.К. СОКУР
(Україна, Дніпропетровськ, Государственное ВУЗ "Национальный горный университет")

АНАЛИТИЧЕСКИЕ ИССЛЕДОВАНИЯ ПРОЦЕССА РАЗДЕЛЕНИЯ УГОЛЬНОГО ШЛАМА НА ГРАВИТАЦИОННОМ СЕПАРАТОРЕ С ДВИЖУЩЕЙСЯ РАЗДЕЛИТЕЛЬНОЙ ПОВЕРХНОСТЬЮ

Аналитические исследования процесса разделения угольного шлама на гравитационном сепараторе с движущейся разделительной гидроповерхностью.

Основным условием разделения угольных шламов по плотности на движущейся разделительной гидроповерхности гравитационного сепаратора является прохождение твердых частиц через струю однородной жидкости. При этом время движения породной частицы через струю не должно превышать время ее движения вдоль струи. Рассмотрим описание возможных расчетных вариантов движения частиц.

При движении вдоль радиальной струи твердые частицы под действием силы тяжести будут стремиться пройти верхний и нижний слои струи и покинуть ее. В процессе этого движения на частицу действуют разнообразные силы, величина и характер которых определяется, прежде всего, соотношением геометрических размеров твердых частиц и струи.

При моделировании рассматриваемого процесса оговариваются следующие предположения и постулаты:

– жидкость в слое несжимаемая и реальная;

– скорость жидкости по высоте слоя не изменяется;

– силы поверхностного натяжения на внешних границах струи не учитываются;

– струю считаем прямолинейной и наклоненной к горизонту под постоянным углом.

С учетом принятых предположений и результатов исследований ряда авторов, которые занимались изучением гидродинамики двухфазных гетерогенных сред, можно выделить следующие расчетные варианты:

– диаметр частицы меньше толщины слоя жидкости, через который падает частица (рис. 1);

– диаметр частицы сопоставим с толщиной слоя жидкости;

– диаметр частицы больше толщины слоя (рис. 2).

В первом случае, когда диаметр частицы меньше толщины слоя жидкости, попадая в слой жидкости, твердая частица начинает вращаться из-за напряжений трения на его верхней поверхности. По мере дальнейшего проникания в слой вращение частицы тормозиться, так как возникает момент трения о жидкость на ее поверхности, и может вообще прекратиться еще до достижения частицей нижней поверхности слоя.

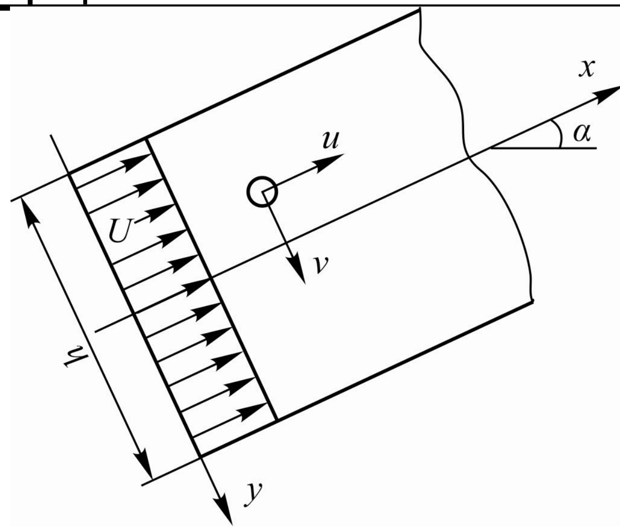

Рис. 1. К описанию процесса падения твердой частицы через струю однородно жидкости, когда диаметр частицы меньше толщины слоя жидкости

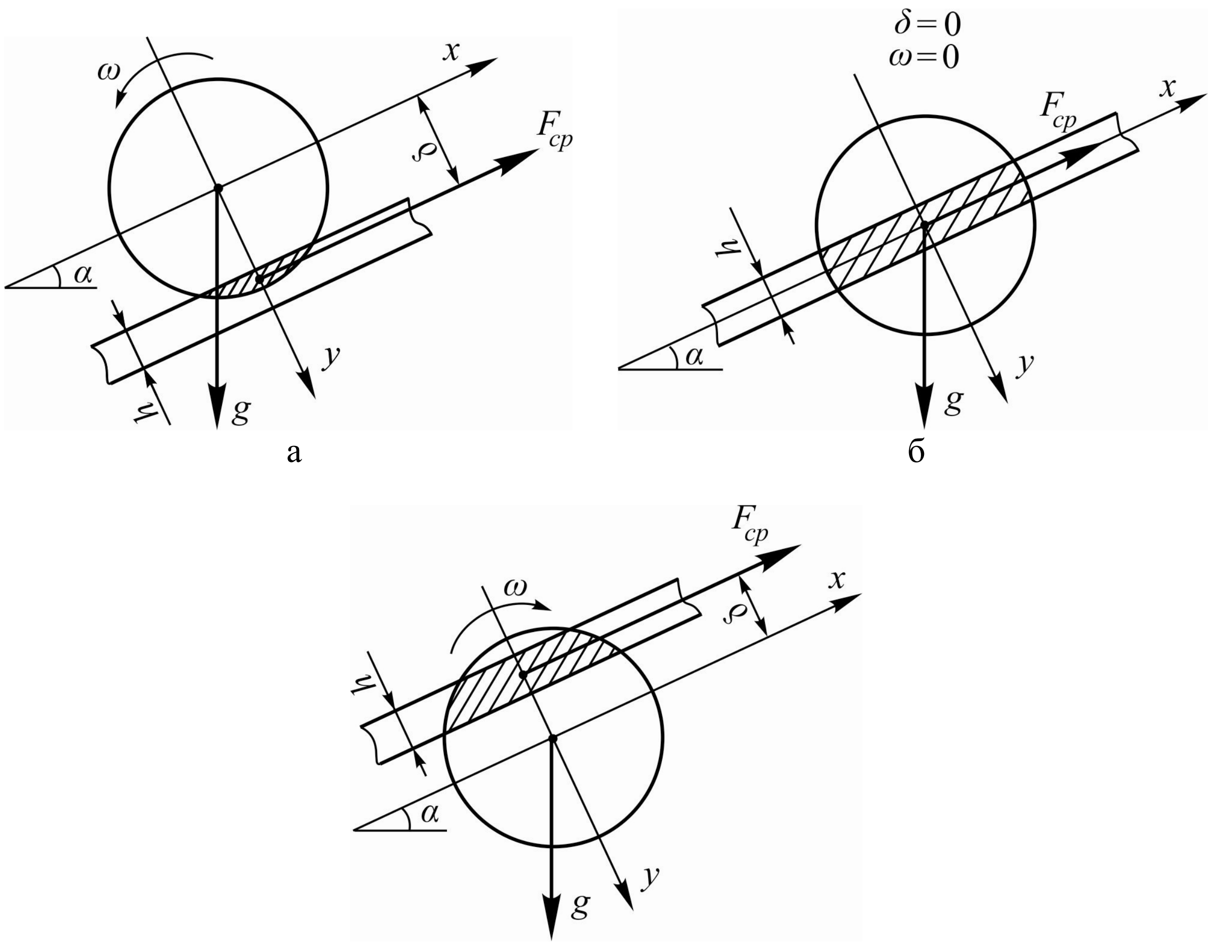

Рис. 2. К описанию процесса падения твердой частицы через струю однородно жидкости, когда диаметр частицы больше толщины слоя жидкости: а – начало; б – середина; в – завершение процесса

В случае, когда диаметр частицы сопоставим с толщиной слоя жидкости, через который падает частица, величины сил аэродинамической природы, действующих на частицу, будут существенно зависеть от концевых эффектов. В этих условиях в рассматриваемых уравнениях движения следует сохранить силу аэродинамического сопротивления, коэффициент которой будет скорректирован соответствующим множителем, силу тяжести и Архимеда. Силой Магнуса в данном случае можно пренебречь, поскольку краевые эффекты, вызванные влиянием границ потока на картину обтекания твердой частицы, не позволяют использовать известные формулы для ее определения.

В последнем из рассматриваемых случаев, когда диаметр частицы больше толщины слоя жидкости, характер взаимодействия частицы с потоком меняется принципиально. В данном случае сила, с которой жидкость действует на твердую частицу, приложена не к центру тяжести частицы, точка приложение этой силы перемещается по мере прохождения через струю вдоль вертикальной оси частицы. Это вызывает вращательный момент, который меняет знак после прохождения точки приложения силы через центр тяжести. При этом если частица попадает в струю жидкости из воздуха, то указанный вращательный момент ни чем не компенсируется, а если частица попадает из одного слоя жидкости в другой, которые движутся с разными скоростями, то на частицу действуют уже две силы, каждая со своим плечом.

При описании процесса падения твердой частицы через струю однородно жидкости выберем следующую систему координат (рис. 1). Ось ОХ направим вдоль струи по потоку, а ось OY перпендикулярно ей, поперек струи, с положительным направлением вниз.

Общим случаем для любого из рассматриваемых вариантов является рассмотрение системы из трех уравнений движения относительно скоростей твердой частицы: движение вдоль потока, движение в направлении поперек потока и вращение вокруг своего центра тяжести.

Исследование вращательного движения частицы

Процесс падения твердой частицы диаметром меньшим толщины струи жидкости, через которую она падает, описывается следующей системой уравнений, с соответствующими начальными условиями:

$$m_s \frac{du}{dt} = F - m_s g \sin\alpha; \qquad (1)$$

$$m_s \frac{dv}{dt} = m_s g \cos\alpha + F_M; \qquad (2)$$

$$J \frac{d\omega}{dt} = -M_{TP}; \qquad (3)$$

$$\frac{dx}{dt} = u\,; \tag{4}$$

$$\frac{dy}{dt} = v\,; \tag{5}$$

$$u(0) = mU\,; \tag{6}$$

$$v(0) = 0\,; \tag{7}$$

$$\omega(0) = \omega_0\,; \tag{8}$$

$$x(0) = R_s\,; \tag{9}$$

$$y(0) = 0\,, \tag{10}$$

где m_s – масса частицы, с учет силы Архимеда; u – скорость движения частицы вдоль течения струи; t – время; F – сила аэродинамического сопротивления; m – отношение скорости в верхнем слое струи к скорости в нижнем слое; U – скорость в нижнем слое струи; g – ускорение свободного падения; α – угол наклона струи к горизонту; v – скорость движения частицы поперек течения струи; F_M – сила Магнуса; J – момент инерции; ω – угловая частота вращения частицы; M_{TP} – момент сил трения на поверхности частицы; x – текущая координата частицы вдоль течения; y – текущая координата частицы поперек течения; ω_0 – начальная угловая частота вращения частицы.

Силы, действующие на твердую частицу, и характеристики твердых частиц, входящие в формулы (1)-(10), вычисляют по формулам:

$$m_S = \rho_A \frac{\pi d^3}{6}\,; \tag{11}$$

$$J = \rho_S \frac{\pi d^5}{60}\,; \tag{12}$$

$$\omega_0 = \frac{2U}{d}\,; \tag{13}$$

$$F = C_x \frac{\rho_w}{2}(U-u)^2 \frac{\pi d^2}{4}\,; \tag{14}$$

$$C_x = \frac{N}{\mathrm{Re}^n}; \tag{15}$$

$$\mathrm{Re} = \frac{(U-u)d}{\nu_w}; \tag{16}$$

$$F_M = C_M \rho_w (U-u)\omega d^3; \tag{17}$$

$$C_M = \frac{\pi}{3}; \tag{18}$$

$$M_{TP} = 0{,}124 d^4 \rho_w \sqrt{\nu_w \omega^3}; \tag{19}$$

$$\rho_A = \rho_w Ar; \tag{20}$$

$$Ar = \frac{\rho_s - \rho_w}{\rho_w}, \tag{21}$$

где ρ_A – плотность твердых частиц с учетом силы Архимеда; ρ_S – плотность твердых частиц; π – константа, равная 3,14; d – диаметр твердой частицы; C_x – коэффициент силы аэродинамического сопротивления; ρ_w – плотность жидкости; N – коэффициент пропорциональности в зависимости коэффициента силы аэродинамического сопротивления от числа Рейнольдса; Re – число Рейнольдса; n – показатель степени в зависимости коэффициента силы аэродинамического сопротивления от числа Рейнольдса; ν_w – кинематический коэффициент вязкости жидкости; Ar – параметр Архимеда; C_M – коэффициент силы Магнуса.

Подставив формулы (11)-(21) в уравнения (1)-(3) и проведя соответствующие преобразования получим следующую систему уравнений:

$$\frac{du}{dt} = \frac{3C_x}{4Ard}(U-u)^2 - g\,sin\,\alpha; \tag{22}$$

$$\frac{dv}{dt} = g\,sin\,\alpha + \frac{4\omega}{Ar}(U-u); \tag{23}$$

$$\frac{d\omega}{dt} = -\frac{2{,}39}{Ar+1}\frac{\sqrt{\nu_w}}{d}\omega^{\frac{3}{2}}. \tag{24}$$

Из анализа системы (22)-(24) видно, что входящие в нее уравнения можно решать порознь – сначала проинтегрировать уравнение (24) и определить зависимость $\omega(t)$, затем проинтегрировать уравнение (22) и определить зависимость $u(t)$, после чего подставить полученные зависимости в уравнение (23), проинтегрировать его и определить зависимость $v(t)$. Выполнив это, можно проинтегрировать уравнения (4) и (5) определив зависимости $x(t)$ и $y(t)$. Зная траекторию движения твердой частицы и зависимость толщины струи от ее длины, можно оценить расстояние которое пройдет частица по горизонтали, до того как выпасть из струи.

Уравнение (24) является дифференциальным уравнением с разделяющимися переменными, поэтому, с учетом начального условия (8) и выражения (13), его решение нетрудно получить аналитически в следующем безразмерном виде:

$$Sh = \frac{1}{\left(1 + \frac{1{,}185}{Ar+1}\theta\right)^2}; \qquad (25)$$

$$Sh = \frac{\omega d}{2U}; \qquad (26)$$

$$\theta = \sqrt{\frac{2U\nu_w}{d^3}t}, \qquad (27)$$

где Sh – число Струхаля; θ – безразмерное время.

Для оценки длительности процесса вращения частицы после попадания в струю формулу (25) рационально записать в следующем виде:

$$Sh = \frac{1}{(1+\tau)^2}; \qquad (28)$$

$$\tau = \frac{t}{T}; \qquad (29)$$

$$T = \frac{Ar+1}{1{,}675}\sqrt{\frac{d^3}{U\nu_w}}, \qquad (30)$$

где T – масштаб времени для процесса вращения частицы после попадания в струю, для рассматриваемых условий изменяется от 0,004 до 0,007 с.

Учитывая асимптотическое поведение зависимости (28) при стремлении аргумента к бесконечности для оценки длительности процесса нужно использовать оценку длительности для различных близких к нулю величин числа Струхаля (рис. 3):

$$\tau_\varepsilon = \frac{1}{\sqrt{Sh}} - 1. \quad (31)$$

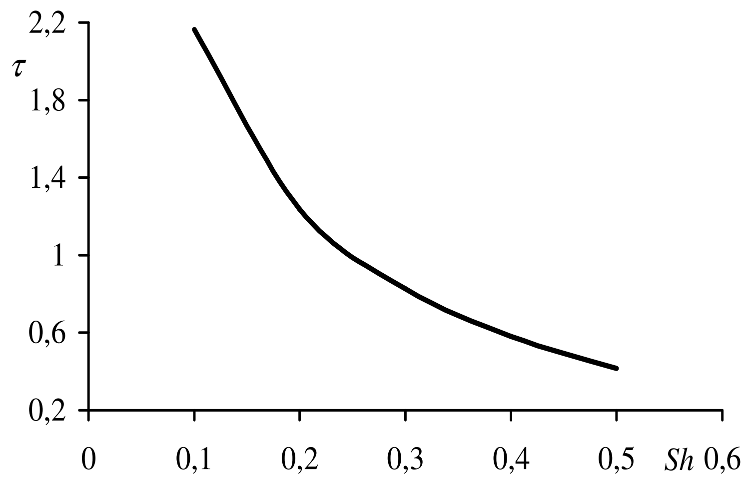

Рис. 3. Зависимость длительности процесса вращения частицы от числа Струхаля

С учетом максимальных величин масштаба T и τ длительность процесса вращения частицы в струе для рассматриваемых условий не будет превышать 0,015 с.

При известной зависимости $\omega(t)$ для интегрирования уравнения (23) необходимо определить зависимость $u(t)$, для чего требуется решить уравнение (22). В зависимости от величины числа Рейнольдса уравнение (22) может быть линейным или нелинейным (табл. 1). Всю зависимость коэффициента силы аэродинамического сопротивления от числа Рейнольдса рационально разделить на три области (табл. 2), внутри которых вид зависимости остается постоянным.

Таблица 1

Характеристика зависимости коэффициента силы аэродинамического сопротивления от числа Рейнольдса

Область	Re	N	n	$2-n$		k
I	$\mathrm{Re} \le 1$	25,6	1	1	1	–
II	$1 < \mathrm{Re} \le 13$	26,3	0,8	1,2	$\frac{6}{5}$	5
III	$13 < \mathrm{Re} \le 800$	12,3	0,5	1,5	$\frac{3}{2}$	2
IV	$800 < \mathrm{Re}$	0,44	0	2,0	2	1

Примечание: $2 - n = \frac{k+1}{k}$.

Таблица 2

Характеристики областей при определении
коэффициента силы аэродинамического сопротивления

Наименование области	Формула для расчета C_x
Область автомодельности	$C_x = 0{,}44$
Область стоксовского режима	$C_x = \frac{N}{\mathrm{Re}}$
Область степенной зависимости	$C_x = \frac{N}{\mathrm{Re}^n}$

Таким образом, вместо уравнения (22) необходимо рассматривать три следующих уравнения:

$$\frac{du}{dt} = \frac{3C_x}{4(Ar+1)d}(U-u)^2 - g\,sin\,\alpha\,; \tag{32}$$

$$\frac{du}{dt} = \frac{3N\nu_w}{4(Ar+1)d^2}(U-u) - g\,sin\,\alpha\,; \tag{33}$$

$$\frac{du}{dt} = \frac{3N\nu_w^n}{4(Ar+1)d^{1+n}}(U-u)^{2-n} - g\,sin\,\alpha\,, \tag{34}$$

и соответственно им вместо уравнения (23) необходимо рассматривать три уточненных уравнения, преобразованных с учетом решений (32)-(34).

Выводы

При решении задачи прохождения твердых частиц через движущеюся разделительную поверхность необходимо рассматривать три области течения жидкости: автомодельную, стоксовского режима и степенной зависимости.

Надійшла до редколегії 15.09.2014 р.
Рекомендовано до публікації д.т.н. П.І. Піловим