

## **ОЦЕНКА АДЕКВАТНОСТИ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ УДАРНОЙ ТРУБЫ В ЧИСЛЕННОМ ЭКСПЕРИМЕНТЕ ВЗРЫВА ГАЗОВОЗДУШНОЙ СМЕСИ В ЗАКРЫТОМ ОБЪЕМЕ**

Обоснованы критерии оценки адекватности математической модели ударной трубы в соответствии с известным подходом для моделей процессов горения, рассмотрены существующие экспериментальные и теоретические исследования по определению давления взрыва в замкнутом объеме, произведена оценка адекватности модели по результатам численного эксперимента, установлена адекватность математической модели в первом этапе оценки.

Обґрунтовані критерії оцінки адекватності математичної моделі ударної труби відповідно до відомого підходу для моделей процесів горіння, розглянуті існуючі експериментальні й теоретичні дослідження з визначення тиску вибуху у замкненому обсязі, зроблена оцінка адекватності моделі за результатами чисельного експерименту, установлена адекватність математичної моделі в першому етапі оцінки.

The criteria of evaluation of the adequacy of the mathematical model of the shock tube in accordance with the known approach for models of combustion processes, considered corresponding experimental and theoretical studies to determine the pressure of an explosion in a confined space, assessed the adequacy of the model based on the results of the numerical experiment, set the adequacy of mathematical models in the first phase evaluation.

**Вступление.** Взрывы рудничных газов в угольных шахтах являются одними из самых опасных аварийных ситуаций типичных для горных предприятий. Практика показывает, что такие взрывы могут происходить не только в процессе эксплуатационных работ, но и во время работ по ликвидации уже произошедших аварий – пожаров и взрывов метана на добычных и проходческих участках.

Для надежного расчета сооружений, защищающих горноспасателей и ликвидаторов аварий от повторных взрывов, необходимо знать достоверные параметры опасных факторов взрывных воздушных волн, а именно избыточное давление, импульс взрыва действующий на взрывозащитное сооружение и другие параметры.

Проблема прогнозирования параметров взрывов газозвушних смесей актуальна не только для условий угольных шахт, а и для производств которые используют и перерабатывают горючие жидкости и вещества, образующие взрывчатую пыль, а также для условий эксплуатации зданий и сооружений где используется горючие газы (например, для отопления).

В настоящее время в нормативных документах расчет параметров ударных воздушных волн выполняется на основе экспериментальных данных и эмпирических зависимостей, полученных для некоторых условий. Такие зависимости не вполне удовлетворяют разнообразным условиям производства. В связи с этим продолжаются работы по разработке аналитических и численных решений для расчета параметров ударных воздушных волн с учетом всех физических процессов, возникающих при взрыве газозвушних смесей. Например,

известны расчеты на основе термодинамики сгорания углеводородовоздушных смесей [1]. Однако такие решения не учитывают газодинамику взрыва, поэтому современные подходы к расчету параметров, как правило, основаны на численных решениях уравнений газовой динамики. Наиболее известные численные решения приведены в работах [2, 3]. Для условий взрыва газовой смеси в выработках угольных шахт автором получены решения газодинамической задачи [4]. Задача решена численным методом крупных частиц в которой для моделирования процессов зажигания и взрыва газовой смеси использованы уравнения химической кинетики горения углеводородных газов в форме Аррениуса.

**Цель статьи.** Одним из этапов разработки математической модели процесса зажигания и горения газовой смеси является установление ее сходимости и адекватности. Цель работы – обоснование критериев адекватности и установление сходимости результатов численного счета для математической модели зажигания и взрыва газовой смеси по результатам численного эксперимента.

**Изложение основного материала исследований.** Для решения рассматриваемой задачи – расчета избыточного давления взрыва рудничной атмосферы в угольных шахтах, использовался газодинамический подход, основанный на численном решении системы уравнений газовой динамики. Задача решалась путём использования методов численного счёта уравнений гидродинамики в системе "газовая взрывчатая среда – окружающая среда". Движение среды в цилиндрической системе координат описывается уравнениями Эйлера (в дивергентном виде):

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial \rho}{\partial t} + \operatorname{div}(\rho W) &= 0, && \text{неразрывности} \\ \left. \begin{aligned} \frac{\partial \rho u}{\partial t} + \operatorname{div}(\rho u W) + \frac{\partial P}{\partial z} &= \tau_{\text{тр}} \Pi dz, \\ \frac{\partial \rho v}{\partial t} + \operatorname{div}(\rho v W) + \frac{\partial P}{\partial r} &= 0 \end{aligned} \right\} && \text{движения} \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

$$\frac{\partial \rho E}{\partial t} + \operatorname{div}(\rho E W) + \operatorname{div}(\rho P W) = q \Pi dz, \quad \text{энергии,}$$

где  $\rho$  – плотность, кг/м<sup>3</sup>;  $P$  – давление, Па;  $W$  – вектор скорости, м/с;  $u, v$  – компоненты скорости  $W$  по оси  $z$  и  $r$  соответственно, м/с;  $z, r$  – цилиндрические координаты;  $E = J + \frac{1}{2}(u^2 + v^2)$  – полная энергия, Дж;  $J$  – внутренняя энергия газа, Дж;  $\tau_{\text{тр}}$  – сила трения газового потока о стенки выработки;  $q$  – интенсивность теплового потока, Дж/(м<sup>2</sup>·с);  $\Pi$  – периметр выработки, м.

Для замыкания этой системы используется уравнение состояния идеального газа:

$$P = (\gamma - 1) \rho \cdot J, \quad (2)$$

где  $J$  – внутренняя энергия;  $\gamma$  – показатель адиабаты;  $\rho$  – плотность газа.

Таким образом, система уравнений (1) является замкнутой и полностью описывает среду при решении газодинамических задач. Решения системы уравне-

ний (1) производилось с использованием однородной схемы сквозного счёта. В качестве такой схемы был применен модифицированный метод крупных частиц.

Поскольку формирование избыточного давления при взрыве определяется скоростью тепловыделения, то для ее расчета предлагается использовать уравнения химической кинетики газофазных реакций горения в форме Аррениуса:

$$Q = q \cdot c_1^n \cdot c_2^m \cdot k(T), \quad (3)$$

где:  $q$  – тепловой эффект реакции, кДж/моль;  $c_1, c_2$  – концентрации компонентов смеси (метан, кислород);  $n, m$  – порядок реакции;  $k(T)$  – константа скорости химической реакции:

$$k(T) = A \exp\left(-\frac{E}{RT}\right), \quad (4)$$

где  $A$  – предэкспонент;  $E$  – энергия активации  $T$  – температура компонентов реакции,  $R$  – универсальная газовая постоянная.

Выделившееся в результате реакции тепло увеличивает внутреннюю энергию частиц газа  $J$ , зная которую можно определить избыточное давление взрыва по уравнению состояния газа (2).

Представленная задача решена в цилиндрической системе координат, в которой расчетная область представлена в виде цилиндрического канала. По сути, такая схема представляет собой ударную трубу с некоторым участком заполненным газоздушной смесью. Быстрое горение смеси вызывает формирование и распространение ударных воздушных волн в цилиндрической трубе.

Адекватность математической модели ударной трубы предполагается установить на основании критериев теоретических моделей процессов горения, установленных в работе [5]. В работе отмечается, что на физическом уровне строгости адекватность экспериментальных и теоретических моделей означает равенство условий, параметров и основных характеристик изучаемого процесса и сопоставляемой ему модели. Процессы горения очень разнообразны. Это создает трудности для обобщения результатов численных экспериментов. Поэтому, согласно работы [5], степень адекватности теоретических моделей включает четыре уровня соответствия экспериментальным представлениям. Требования первого уровня минимальны и предполагают совпадение главных характеристик процесса с учетом упрощений, принятых в математической постановке. Второй уровень предполагает не только сходство процессов, но и качественное совпадение их закономерностей (возрастающие, убывающие, с насыщением и др.). На этом уровне сравнивается только характер поведения зависимостей, а их количественное выражение может быть различным. Третий уровень адекватности требует, чтобы зависимость каких-либо характеристик процесса совпадали не только качественно, но и количественно. Если одни характеристики процесса совпали количественно, а другие только качественно, такой случай относят ко второму уровню. Четвертый уровень предполагает абсолютное совпадение результатов: математическая модель полностью количественно описывает процесс, т.е. физический эксперимент может быть полностью предсказан.

Поскольку в рассматриваемом процессе важны не только количественные параметры ударных воздушных волн и фронта горения (максимальное и мгновенное значение избыточного давления, температуры, импульса и др.), а и динамические характеристики процесса (скорость увеличения давления  $dp/dt$ , скорость химической реакции, скорость разгрузки и др.), а также характеристики химической кинетики, то оценку адекватности математической модели предлагается разделить на три этапа (рис. 1).



Рис. 1. Этапы оценки адекватности математической модели ударной трубы

В представленной статье оценка адекватности математической модели ударной трубы производится по первому этапу. Для этого предлагается произвести оценку статических характеристик в численном эксперименте взрыва газозвудушной смеси в закрытом объеме.

Задача взрыва газозвудушных смесей в закрытом объеме сама по себе очень интересна с практической точки зрения, т.к. через неё исследователи пытаются установить максимальные давления взрыва при оценке их последствий внутри некоторых объемов (помещений, корпусов технологического оборудования и др.). Такие задачи рассматриваются в квазистатических подходах.

На сегодняшний день проведено достаточно много теоретических расчетов и экспериментальных исследований по данной проблеме, однако однозначных значений давлений не получено. Так во многих экспериментальных исследованиях взрывы метанозвудушных смесей стехиометрической концентрации давали максимальные давления от 0,7 до 1,3 МПа [1, 6]. Официальные справочные данные в нормативных расчетах рекомендуют принимать данную величину в пределах от 0,717 до 0,9 МПа или принимать из экспериментальных исследований для конкретных условий [7]. Существующие теоретические расчеты дают значительно отличающиеся максимальные значения давления. В принципе теоретические значения как правило дают завышенные значения т.к. предлагаемые модели расчета имеют упрощения и не учитывают некоторых факторов, в то время как в экспериментальных исследованиях могут не учитываться раз-

личного вида потери. В работах Б. Е. Гельфанда приведены расчеты давления взрыва внутри газового облака – 1,7 МПа. В работе [1] расчеты выполненные на основе термодинамики сгорания метановоздушной смеси и дают значения максимального адиабатического давления в закрытом сосуде 8,7 МПа.

Для того, чтобы в тестовых расчетах исследовать только статические характеристики процесса горения необходима постановка задачи о самовозгорании метановоздушной смеси. В режиме самовозгорания процесс горения будет происходить одновременно в каждой расчетной ячейке и таким образом, исключаются газодинамические процессы, возникающие при перепаде давлений на их границах, т.е. волновые процессы отсутствуют. В связи с тем, что на динамику процесса горения и энерговыделения влияют параметры уравнения Аррениуса, а именно величина предэкспоненты, энергии активации и порядок уравнения по компонентам смеси, то влияние этих компонент исключается, а на величину давления будет влиять только величина теплового эффекта реакции – теплота сгорания метана вне зависимости как долго будет происходить процесс горения.

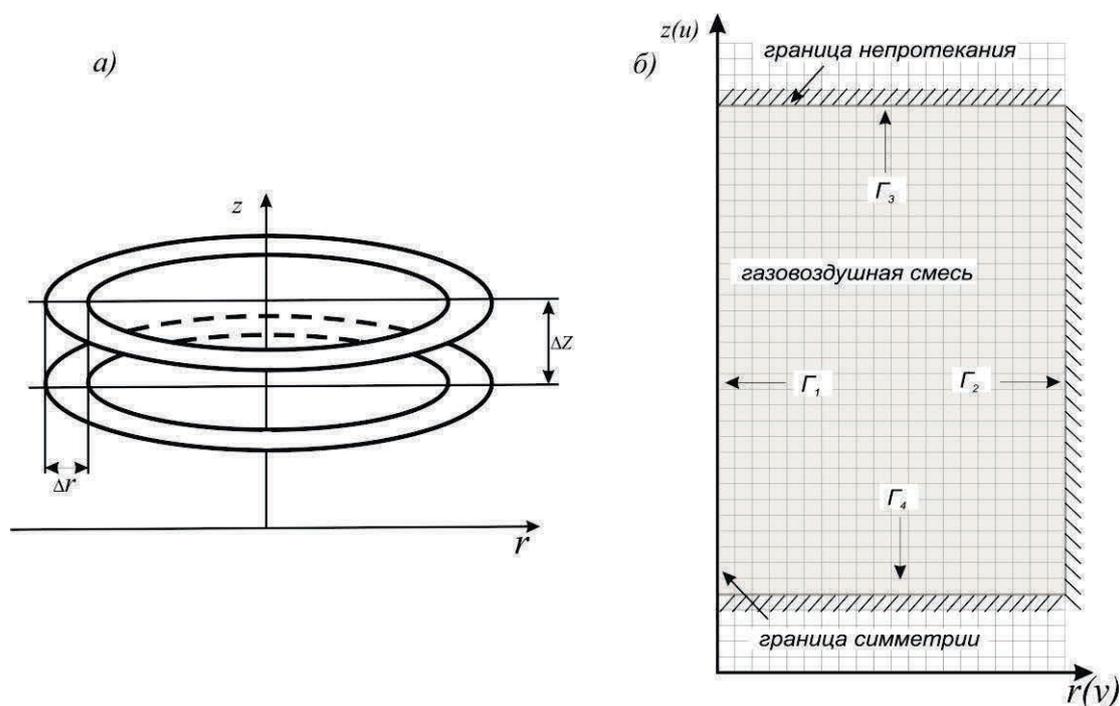


Рис. 2. Математическая постановки задачи: а) цилиндрический элемент расчетной сетки, б) расчетная сетка

Численный эксперимент самовозгорания в математической модели ударной трубы можно реализовать достаточно эффективно и в идеальных адиабатических условиях. Согласно условиям натурального эксперимента самовозгорание вызывается путем равномерного медленного нагрева сосуда с газом. В численном эксперименте равномерный нагрев моделируется начальными условиями по температуре. Начальная температура во всех расчетных ячейках задается равной температуре самовозгорания газа или выше. Такое температурное поле вносит погрешность в расчет максимального значения давления в сторону уве-

личения, т.к. начальная температура увеличивает внутреннюю энергию газа, которая в свою очередь определяет его давление (2):

$$J = C_v t + \Delta C_v t^2, \quad (5)$$

где  $J$  – внутренняя энергия газа, Дж/кг;  $C_v$  – удельная изохорная теплоемкость смеси при  $0^\circ\text{C}$ , Дж/(кг· $^\circ\text{C}$ );  $\Delta C_v$  – приращение удельной изохорной теплоемкости смеси, Дж/(кг· $^\circ\text{C}$ );  $t$  – температура газа,  $^\circ\text{C}$ .

Для того, чтобы нивелировать данную погрешность необходимо после окончания расчета внести поправку в результат путем определения давления газа, полученного от начального поля температур согласно (2), (5) и вычитания его из результата расчета.

Схема математической постановки задачи приведена на рис. 2.

Начальные условия задачи:  $p_0 = p_{амм}$ ;  $C_{\text{CH}_4} = 9,5\%$ ,  $C_{\text{O}_2} = 21\%$ ,  $C_{\text{N}_2} = 69,5\%$ ,  $T_0 = T_{\text{зажиг}}$ ;  $v_0 = 0$ ,  $u_0 = 0$ ;  $\rho_0 = \rho_{см}$ ;

Граничные условия:

$$\Gamma_1 - \frac{du_{0-1}}{dt} = \frac{du_0}{dt}, \quad \frac{dv_{0-1}}{dt} = -\frac{dv_0}{dt}, \quad \frac{dC_{0-1}}{dt} = \frac{dC_0}{dt}, \quad \frac{dp_{0-1}}{dt} = \frac{dp_0}{dt} \text{ симметрия.}$$

$$\Gamma_{2,3,4} - \frac{du_{0-1}}{dt} = \frac{du_0}{dt}, \quad \frac{dv_{0-1}}{dt} = -\frac{dv_0}{dt}, \quad \frac{dC_{0-1}}{dt} = \frac{dC_0}{dt}, \quad \frac{dp_{0-1}}{dt} = \frac{dp_0}{dt} \text{ непротекание.}$$

Расчетная область представляет собой цилиндр, длиной 1,0 м, диаметром 0,5 м. Размер расчетной ячейки 0,01 м, шаг по времени  $\Delta t = 1 \cdot 10^{-6}$  с. Величина начальной температуры выше температуры зажигания для ускорения и полноты процесса сгорания. Результат расчета представлен на рис. 3.

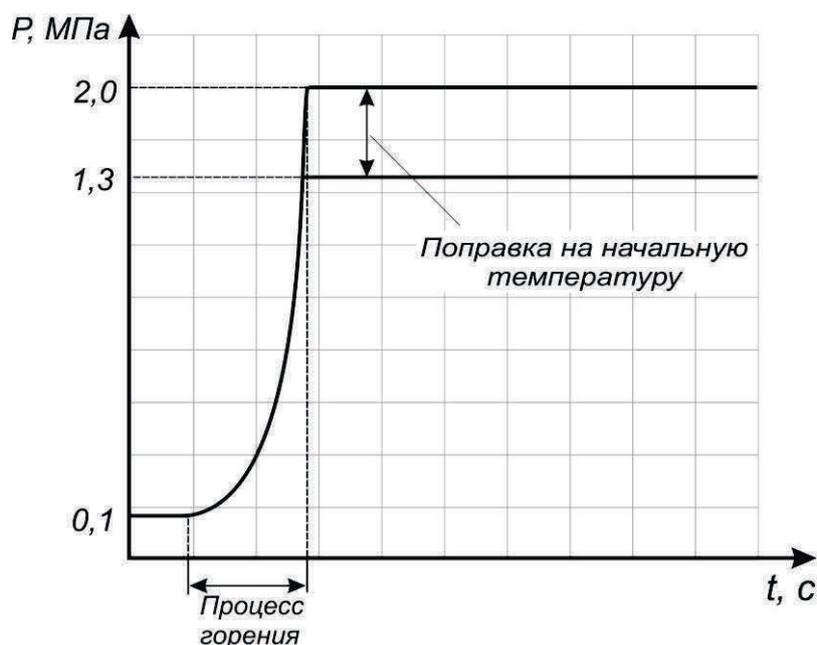


Рис. 3. Результаты численного расчета давления взрыва метановоздушной смеси стехиометрической концентрации с учетом теплоты сгорания метана

Результаты расчета показали, что величина давления взрыва метана стехиометрической концентрации в закрытом объеме с учетом поправки на начальную температуру, составит 1,3 МПа, значительно ближе к значениям,

полученным в экспериментальных исследованиях, чем расчетные величины в других теоретических исследованиях.

Величину давления взрыва в закрытом объеме также можно оценить из следующих соображений. Поскольку в процессе отсутствуют газодинамические эффекты то вся тепловая энергия сгорания топлива расходуется на увеличения внутренней энергии газа. В адиабатических условиях закрытой камеры:

$$J = Q \cdot C,$$

где  $Q$  – теплота сгорания метана, Дж/кг;  $C$  – массовая стехиометрическая концентрация метана в воздухе;

$$J = 50 \cdot 10^6 \cdot 0,055 = 2,75 \text{ МДж/кг.}$$

Согласно (2) давление в закрытой камере составит:

$$P = (\gamma - 1) \rho \cdot J = (1,3779 - 1) \cdot 2,75 \cdot 10^6 \cdot 1,236 = 1,28 \text{ МПа,} \quad (6)$$

где  $\gamma$  – показатель адиабаты для смеси газов азот плюс продукты горения ( $\text{CO}_2$ ,  $\text{H}_2\text{O}$ );  $\rho$  – плотность смеси газов,  $\text{кг/м}^3$ .

Низкие значения давления, полученные в лабораторных экспериментах, в сравнении расчетом для идеальных условий (6) можно объяснить потерями на газодинамические процессы (ударные волны, перемещение масс) которые возникают в закрытом объеме, несмотря на медленный прогрев камеры. Возгорание, предположительно, возникает не по всему объему одновременно, а в пристеночном слое, что вызывает возникновению фронта распространения горения и других процессов приводящих к потерям энергии. Этот процесс, более выраженный если зажигание производят от точечного источника.

**Выводы.** Результаты численного эксперимента позволяют установить четвертый уровень адекватности для математической модели ударной трубы в первом этапе по оценке статических параметров в численных экспериментах.

#### Список литературы

1. Корольченко А.Я. Процессы горения и взрыва. – М.: Пожнаука, 2007. – 266 с.;
2. Поландов Ю.Х., Барг М.А., Власенко С.А. Моделирование процессов горения газовоздушной смеси методом крупных частиц // Пожаровзрывобезопасность.– 2007.– Т. 16.– №3.– С. 6–9;
3. Агеев В.Г. Математическая модель формирования ударных волн в горных выработках при взрывах метана// Горноспасательное дело.– 2010.– Вып. 47.– С. 5–10;
4. Налисько Н.Н. Численный расчет параметров взрывного горения газовоздушных смесей в выработках угольных шахт // Наукові праці Донецького національного технічного університету. Серія: «Гірничо-геологічна».– 2013.– №2(19)– С. 24–30;
5. Мержанов А.Г., Быков В.И. Об адекватности экспериментальных и теоретических моделей процессов горения // Физика горения и взрыва.– 2010.– Т. 46.– №5.– С. 65–70.
6. Бабури́н А.В., Нестеров М.Ю. Параметры взрывного горения метана в окислительной среде // Материалы XX научно-техн. конференции "Системы безопасности –2011".– М.: Академия ГПС МЧС России, 2011.– С. 163-165 (<http://ipb.mos.ru/sb/2011/section-2>);
7. НАПБ Б.03.002-2007. Нормы определения категорий помещений, зданий и наружных установок по взрывопожарной и пожарной опасности.– Киев, 2007.– 27 с.

*Рекомендовано до публікації д.т.н. Соболевим В.В.  
Надійшла до редакції 02.10.2014*