

## ИСТЕЧЕНИЕ СЫПУЧЕГО ГРУЗА ИЗ БУНКЕРА С РЕГУЛИРУЕМОЙ ГОРИЗОНТАЛЬНОЙ ЗАСЛОНКОЙ

Разработана математическая модель вытекания сыпучего груза из бункера с регулируемой заслонкой, расположенной в дне бункера. Найдена зависимость расхода сыпучего груза из бункера от угла наклона заслонки. Полученные результаты сравнивались с экспериментальными данными.

Розроблено математичну модель витікання сипкого вантажу із бункера з регульованою заслінкою, розташованою в дні бункеру. Знайдена залежність витрат сипкого вантажу із бункера від кута нахилу заслінки. Отримані результати порівнювалися з експериментальними даними.

The mathematical model of flow of bulk cargo from the hopper controlled valve located at the bottom of the hopper. Was the dependence of bulk flow of goods from the bunker on the angle of the damper. The results obtained were compared with experimental data.

Одним из путей повышения эффективности работы горнотранспортного оборудования является применение компьютерных технологий, позволяющих адаптировать работу системы транспорта к изменяющимся условиям работы конвейерных линий с минимальным участием человека.

Для эффективной работы бункеров в таких системах транспорта необходимо иметь управляемые средства их разгрузки, позволяющие поддерживать стабильные параметры грузопотока при изменении внешних условий.

В работах [1, 2] разработаны математические модели истечения сыпучего груза из бункера с различным расположением щелевого отверстия и определена производительность разгрузки сыпучего груза из бункера в зависимости от ширины его выпускного отверстия. Однако математических моделей истечения сыпучего груза из бункера с регулируемой заслонкой не существует.

**Целью** статьи является определение средней скорости и расхода сыпучего груза из бункера с регулируемой заслонкой, расположенной в дне бункера.

**Задачами** исследований являлись: установление теоретической зависимости расхода сыпучего груза из бункера от угла наклона заслонки, величины выходного отверстия, длины заслонки и физико-механических свойств сыпучего груза; экспериментальные исследования процесса истечения сыпучего груза с различным диаметром частиц из бункера с регулируемой заслонкой, расположенной в дне бункера.

Рассмотрим истечение сыпучего груза из прямоугольного бункера со щелевым отверстием шириной  $a$ , длиной  $b$  ( $b > a$ ), расположенным в дне бункера, и углом наклона заслонки ко дну бункера, равным  $\alpha$  (рис. 1).

На основе визуальных исследований процесса истечения сыпучего груза из бункера со щелевым отверстием в дне бункера и регулируемой заслонкой, так же, как и для бункера с боковым или горизонтальным щелевым выпускным отверстием [1, 2], можно выделить 5 зон: **A**, **B**, **C**, **D**, **E**, отличающихся друг от друга структурно-механическим состоянием сыпучего груза (см. рис. 1).

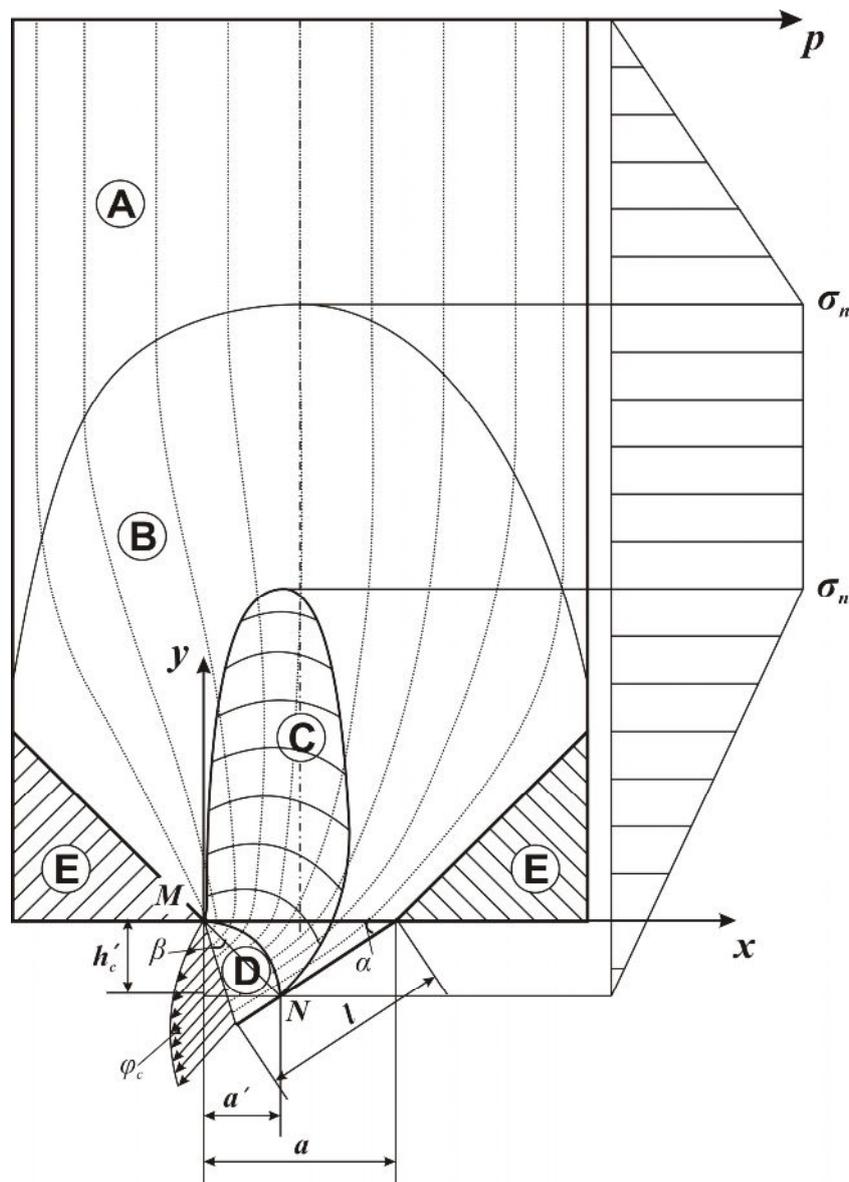


Рис. 1. Зоны структурно-механического состояния сыпучего груза при его истечении из бункера с регулируемой заслонкой, расположенной в дне бункера

Свободнодисперсное движение сыпучего груза в зоне обрушения **D** в бункере с выпускным отверстием, расположенным в дне бункера, будет отличаться от движения сыпучего груза в бункере с горизонтальным щелевым выпускным отверстием.

В нашем случае зона динамического свода **C** в отличие от бункера с боковым щелевым отверстием без заслонки продлится дальше вдоль заслонки, и ее нижняя граница в виде параболы с параметрами  $h'_c$  и  $a'$  соединит точки **M** и **N** (см. рис. 1). При этом  $h'_c$  и  $a'$  уменьшаются с уменьшением угла наклона заслонки  $\alpha$  и при  $\alpha \rightarrow 0$   $h'_c \rightarrow 0$  и  $a' \rightarrow 0$ . В данном случае зона обрушения **D** находится ниже нижней границы динамического свода и представляет собой область, ограниченную параболой **MN** и отрезком, соединяющим концевые точки параболы (см. рис. 1).

Так, как и в работах [1, 2], при описании движения сыпучего груза в области **D** применим теорему Бернулли [3].

При этом из рис. 1 следует

$$h'_c = (a - a') \operatorname{tg} \alpha, \quad (1)$$

где  $a'$  – полуширина нижней границы динамического свода, м;  $h'_c$  – высота нижней границы динамического свода;  $\alpha$  – угол наклона заслонки ко дну бункера, град.

Предположим, что нижняя граница динамического свода представляет собой полупараболу, параметры которой, согласно [4], связаны соотношением

$$h'_c = K_1 a', \quad (2)$$

где  $K_1 = \frac{1}{2} \left( f + \sqrt{1 + f^2} \right)$ ;  $f$  – коэффициент внутреннего трения сыпучего груза.

Из (1) и (2) имеем

$$(a - a') \operatorname{tg} \alpha = K_1 a',$$

откуда

$$a' = \frac{a \operatorname{tg} \alpha}{K_1 + \operatorname{tg} \alpha}. \quad (3)$$

Подставим (3) в (2), получим

$$h'_c = \frac{K_1 a \operatorname{tg} \alpha}{K_1 + \operatorname{tg} \alpha}. \quad (4)$$

Для определения объемного расхода сыпучего груза через отверстие с регулируемой заслонкой, расположенное в дне бункера, как и в [1, 2], применим уравнение Бернулли для сыпучих грузов к сечениям 1-1 и 2-2 выделенной трубки в зоне перемешивания **D** (рис. 2).

В результате определим скорость  $v_e$  на выходе из зоны **D** по формуле

$$v_e = \frac{1}{\sqrt{1 + \zeta}} \sqrt{2g \left( h + \frac{\sigma_2}{\gamma} \right)}, \quad (5)$$

где

$$\sigma_2 = \gamma |x| \vartheta, \quad (6)$$

где  $\vartheta = \frac{1}{f} + f - \sqrt{1 + f^2}$ .

Здесь  $\zeta$  – коэффициент местных потерь Дарси-Вейсбаха при истечении сыпучего груза из бункера с отверстием, расположенным в дне бункера, и регулируемой заслонкой;  $h$  – перепад высоты между сечениями 1-1 и 2-2 элементарной трубки (см. рис. 2);  $\gamma$  – удельный вес сыпучего груза, кг/м<sup>3</sup>;  $\sigma_2$  – главное нормальное напряжение в сыпучем грузе, кг/м<sup>2</sup>.

Расход через выпускное отверстие бункера определим по формуле

$$Q = \int v_e ds, \quad (7)$$

где  $ds$  – площадь нормального сечения выделенной трубки (см. рис. 2).

Из рис. 2 имеем

$$ds = b \cos(\varphi - \beta) dy_1, \quad (8)$$

где  $\varphi$  – угол наклона элементарной трубки, град;  $\beta$  – угол наклона отрезка MB (оси  $OY_1$ ) к вертикали, град;  $y_1$  – координата точки  $K_1$  в системе координат  $OX_1Y_1$ .

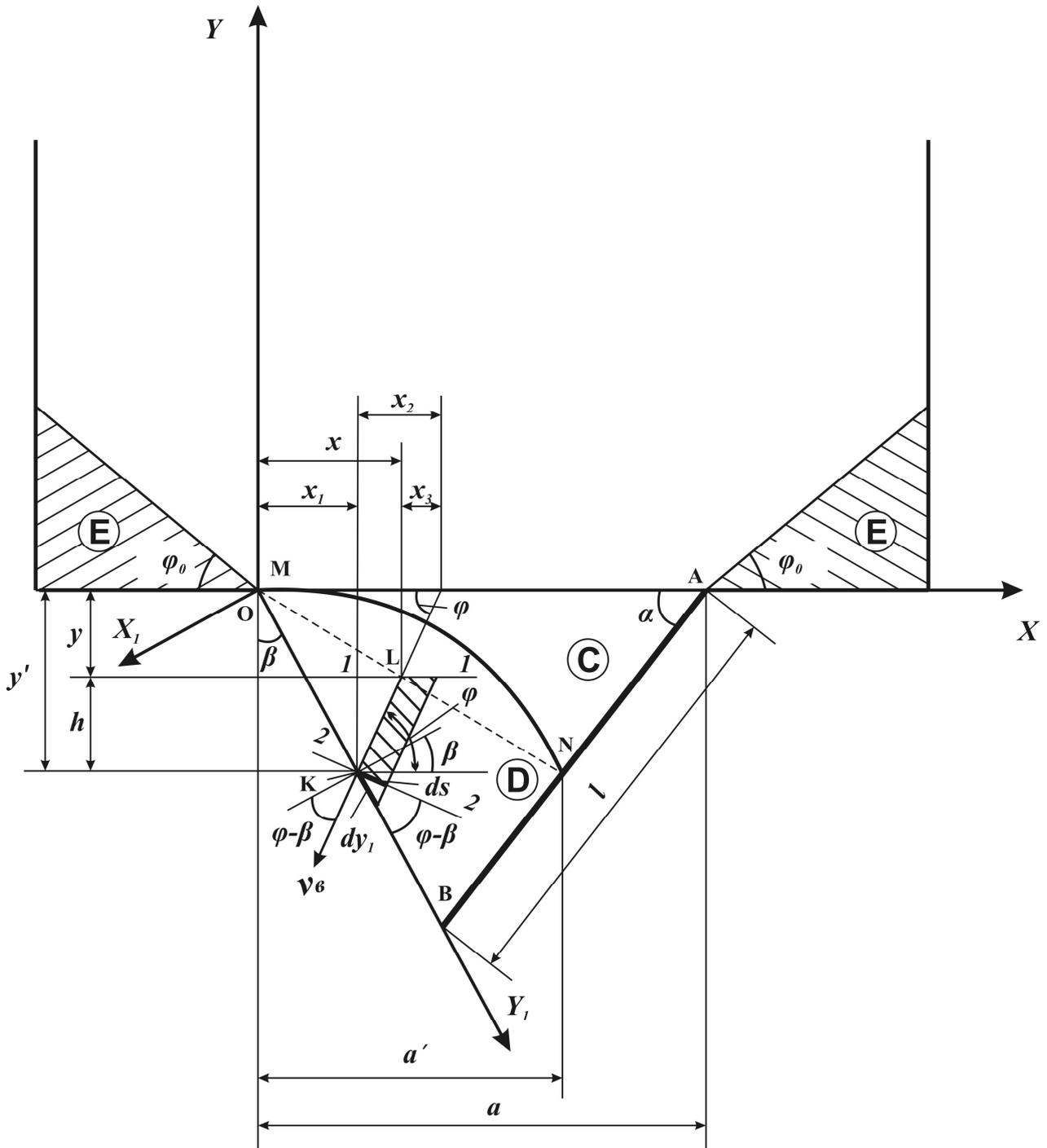


Рис. 2. Расчетная схема определения расхода сыпучего груза через отверстие с регулируемой заслонкой, расположенное в дне бункера

Подставим (8) в (7), получим

$$Q = b \int v_6 \cos(\varphi - \beta) dy_1. \quad (9)$$

Координату  $y_1$  определим по формуле

$$y_1 = \sqrt{(x')^2 + (y')^2}, \quad (10)$$

где  $(x'; y')$  – координата точки  $K_1$  в системе координат  $OXY$ .

Из рисунка 2 имеем

$$x' = x + x_3 - x_2. \quad (11)$$

При этом выполняются равенства

$$x_2 = -\frac{y'}{\operatorname{tg}\varphi}; \quad x_3 = -\frac{y}{\operatorname{tg}\varphi}. \quad (12)$$

Подставляя последние равенства в (11), получим

$$x' = x + \frac{y'}{\operatorname{tg}\varphi} - \frac{y}{\operatorname{tg}\varphi}. \quad (13)$$

Заменяя дугу  $MN$  прямой, из рис. 2 имеем

$$y = -K_1 x; \quad y' = -\frac{x'}{\operatorname{tg}\beta}. \quad (14)$$

Подставляя (14) в (13), после преобразования получим

$$x' = \frac{(K_1 + \operatorname{tg}\varphi)\operatorname{tg}\beta}{1 + \operatorname{tg}\varphi \cdot \operatorname{tg}\beta} x; \quad y' = \frac{K_1 + \operatorname{tg}\varphi}{1 + \operatorname{tg}\varphi \cdot \operatorname{tg}\beta} x. \quad (15)$$

Подставляя (15) в (10), получим

$$y_1 = \frac{(K_1 + \operatorname{tg}\varphi)\sqrt{1 + \operatorname{tg}^2\beta}}{1 + \operatorname{tg}\varphi \cdot \operatorname{tg}\beta} x. \quad (16)$$

Перепад высоты между сечениями 1-1 и 2-2 элементарной трубки (см. рис. 2) определим по формуле

$$h = y - y'. \quad (17)$$

Подставляя (14) в (17), с учетом (15), после преобразования получим

$$h = \frac{(1 - K_1 \operatorname{tg}\beta)\operatorname{tg}\varphi}{1 + \operatorname{tg}\varphi \cdot \operatorname{tg}\beta} x. \quad (18)$$

Подставляя в (9)  $v_e$  и  $h$  из (5) и (18), с учетом (6), после преобразования получим

$$Q = \frac{b\sqrt{2g}}{\sqrt{1+\zeta}} \cdot \int_0^{a'} \sqrt{A'x + \vartheta x} \cdot B' \cos(\varphi - \beta) dx, \quad (19)$$

где

$$A' = \frac{(1 - K_1 \operatorname{tg}\beta)\operatorname{tg}\varphi}{1 + \operatorname{tg}\beta \cdot \operatorname{tg}\varphi}; \quad B' = \frac{(K_1 + \operatorname{tg}\varphi)\sqrt{1 + \operatorname{tg}^2\beta}}{1 + \operatorname{tg}\beta \cdot \operatorname{tg}\varphi}.$$

Положим в выражении (19)  $\varphi \approx \varphi_c = \operatorname{const}$ , после интегрирования с учетом (3) получим

$$Q = \frac{2}{3} ba^{1.5} \frac{\sqrt{2g}}{\sqrt{1+\zeta}} B' \sqrt{A'+\vartheta} \cdot \cos(\varphi_c - \beta) \left( \frac{\operatorname{tg}\alpha}{K_1 + \operatorname{tg}\alpha} \right)^{3/2}, \quad (20)$$

где

$$A = \frac{(1 - K_1 \operatorname{tg} \beta) \operatorname{tg} \varphi_c}{1 + \operatorname{tg} \beta \cdot \operatorname{tg} \varphi_c}; \quad B = \frac{(K_1 + \operatorname{tg} \varphi_c) \sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \beta}}{1 + \operatorname{tg} \beta \cdot \operatorname{tg} \varphi_c}.$$

Коэффициент сопротивления  $\zeta$ , согласно [5], определяется по формуле

$$\zeta = \frac{k^2 d^2 l}{0,24 h^3}.$$

Полагая в предыдущей формуле  $h = a_1 = a \sin \alpha$  и учитывая коэффициент  $K_2$ , характеризующий сопротивление, вызванное поворотом потока струи сыпучего груза при выходе из бункера, получим

$$\zeta = K_c K_2 \frac{k^2 d^2}{a_1^2}, \quad (21)$$

где  $K_c = \frac{l}{0,24 a_1}$  – коэффициент, характеризующий сопротивление потока сыпучего груза при его движении по заслонке;  $a_1 = a \sin \alpha$  – нормальное сечение к выходному потоку сыпучего груза, проведенного через точку М перпендикулярно к заслонке (см. рис. 2).

Коэффициент  $K_2$ , согласно [6], можно определить по формуле

$$K_2 = e^{-\xi(\pi - \alpha)},$$

где  $\xi$  – коэффициент, характеризующий внутреннее трение между слоями сыпучего груза на выходе из щелевого отверстия.

Подставляя (21) в (20), в результате получим объемный расход  $Q$  сыпучего груза через выпускное отверстие с регулируемой заслонкой, расположенное в дне бункера, равный [1]

$$Q = \eta b a^{1,5} \sqrt{g}, \quad (22)$$

где

$$\eta = \frac{\delta \eta_0 \sin \alpha}{\sqrt{\delta^2 \sin^2 \alpha + k^2 K_c K_2}}; \quad (23)$$

$$\delta = \frac{a}{d}; \quad K_c = \frac{l}{0,24 a \sin \alpha};$$

$$\eta_0 = \frac{2\sqrt{2}}{3} \cos(\varphi_c - \beta) B \sqrt{A + 9} \cdot \left( \frac{\operatorname{tg} \alpha}{K_1 + \operatorname{tg} \alpha} \right)^{1,5};$$

$$A = \frac{\operatorname{tg} \varphi_c (1 - K_1 \operatorname{tg} \beta)}{1 + \operatorname{tg} \beta \operatorname{tg} \varphi_c}; \quad B = \frac{(K_1 + \operatorname{tg} \varphi_c) \sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \beta}}{1 + \operatorname{tg} \beta \operatorname{tg} \varphi_c}.$$

Здесь  $\eta$  – безразмерный коэффициент расхода сыпучего груза из бункера с горизонтальным выпускным отверстием и регулируемой заслонкой;  $\beta$  – угол наклона выходного сечения сыпучего груза из бункера с регулируемой заслонкой, т.е. угол наклона отрезка МВ к вертикали (см. рис. 2), град;  $\varphi_c$  – среднее

значение угла наклона вектора скорости частиц груза при выходе из бункера к горизонтали, град.

При этом угол  $\beta$  определяется по формуле

$$\operatorname{tg}\beta = \frac{a/l - \cos\alpha}{\sin\alpha}, \quad (0 \leq \alpha \leq 0,5\pi; \alpha - \beta \leq 0,5\pi).$$

Среднее значение угла  $\varphi_c$  приблизительно можно определить по формуле

$$\varphi_c \approx \begin{cases} \frac{0,5\pi + \alpha}{2}, & \text{если } \beta \geq 0, (\alpha \leq \varphi_c \leq 0,5\pi); \\ \frac{(0,5\pi + \beta) + \alpha}{2}, & \text{если } \beta < 0, (\alpha \leq \varphi_c \leq 0,5\pi + \beta). \end{cases}$$

Средняя скорость истечения  $v_{cp}$  из бункера в этом случае с учетом (22) определяется по формуле

$$v_{cp} = \frac{Q}{ba} = \eta\sqrt{ga}. \quad (24)$$

Из формулы (23) следует, что при  $\delta \rightarrow \infty$   $\eta \rightarrow \eta_0$ , т.е. при больших  $\delta$  (мелких сыпучих грузах) коэффициент расхода  $\eta$  для заданного угла наклона заслонки  $\alpha$  принимает постоянное значение  $\eta_0$ , не зависящее от  $\delta$  (от ширины отверстия  $a$  и среднего размера частицы  $d$  сыпучего груза).

На рис. 3 представлен график зависимости коэффициента расхода  $\eta$  сыпучего груза из бункера с горизонтальным щелевым выпускным отверстием от угла наклона заслонки  $\alpha$  ( $\delta = 50$ ), построенный согласно формулам (23). При этом параметры бункера и груза принимали значения:  $a = 0,5$  м;  $b = 0,09$  м;  $l = 2,5$  м;  $f = 0,64$ ;  $d = 0,01$  м;  $\xi = 0,7$ .

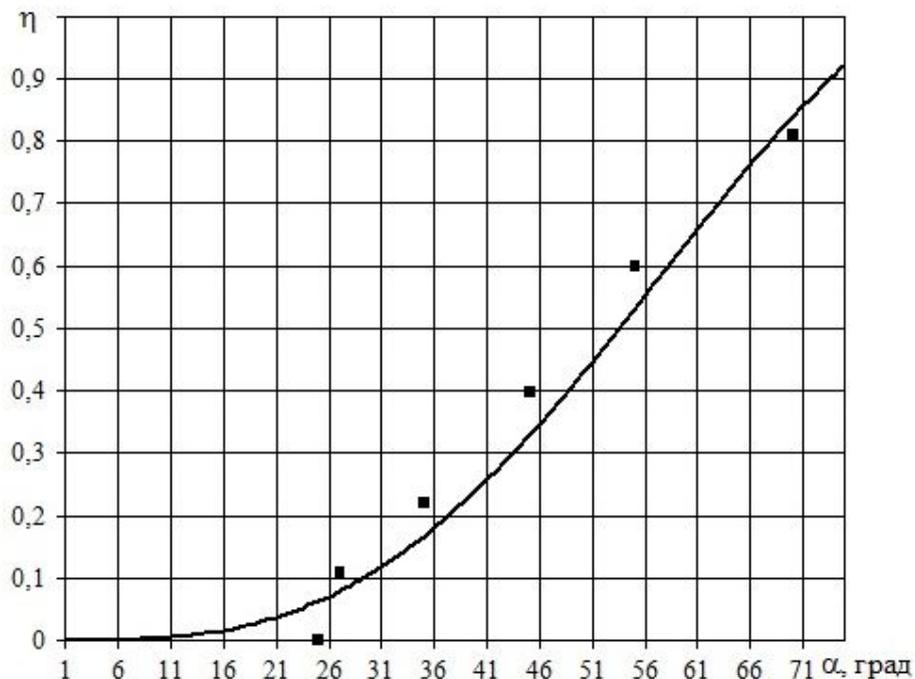


Рис. 3. График зависимости расхода  $\eta$  от угла наклона заслонки  $\alpha$  для бункера с щелевым выпускным отверстием, расположенном в дне бункера

Там же (см. рис. 3) квадратиками показаны экспериментальные значения коэффициента расхода  $\eta$  для углов наклона заслонки  $\alpha = 25^\circ; 27^\circ; 35^\circ; 45^\circ; 55^\circ; 70^\circ$ . При этом средний диаметр частиц сыпучего груза  $d \approx 8\text{--}12$  мм.

Из рис. 3 видно, что теоретическая кривая при углах наклона заслонки  $\alpha$ , изменяющихся в интервале  $30^\circ \leq \alpha \leq 75^\circ$ , с точностью 10–15 % совпадает с результатами эксперимента.

При углах  $\alpha < 30^\circ$  теоретическая кривая существенно отличается от экспериментальных данных. Это связано с тем, что угол наклона заслонки меньше угла трения сыпучего груза по заслонке, что приводит к заштыбовке выпускного отверстия, т.е. отсутствует расход сыпучего груза из бункера.

**Выводы.** В результате решения поставленных задач можно сделать следующие выводы:

- разработана математическая модель истечения сыпучего груза из бункера с регулируемой заслонкой, расположенной в дне бункера;
- получена линейная зависимость коэффициента расхода сыпучего груза из бункера от угла наклона заслонки  $\alpha$ .

Сравнение теоретических расчетов с результатами экспериментов показало, что расхождение теории с экспериментом не превышает 15 %.

Кроме того, из теоретических и экспериментальных исследований следует, что угол наклона заслонки  $\alpha$ , при котором заслонка оказывает влияние на расход груза при его истечении из бункера, находится в пределах  $30^\circ < \alpha < 70^\circ$ .

#### Список литературы

1. К вопросу об истечении сыпучего груза из бункера со щелевым отверстием / Р.В. Кирия, В.Ю. Максютенко, Д.Д. Брагинец, Б.И. Мостовой // Геотехническая механика: Межвед. сб. науч. тр. / ИГТМ НАН Украины. – Днепропетровск, 2008. – Вып. 80. – С. 351–362.
2. Кирия Р.В. Истечение сыпучего груза из бункера с боковым щелевым отверстием / Р.В. Кирия, Д.Д. Брагинец, Б.И. Мостовой // Сборник научных трудов / НГУ. – Днепропетровск. – 2009. – № 32. – С. 114–122.
3. Штернлихт Д.В. Гидравлика / Д.В. Штернлихт. – М.: Энергоатомиздат, 1984. – 639 с.
4. Зенков Р.Л. Механика насыпных грузов / Р.Л. Зенков. – М.: Машиностроение, 1964. – 251 с.
5. Кирия Р.В. О коэффициенте внутренних потерь при движении сыпучей среды по элементам перегрузочных узлов ленточных конвейеров / Р.В. Кирия // Геотехническая механика: Межвед. сб. научн. тр. / ИГТМ НАНУ. – Днепропетровск, 2003. – Вып. 41. – С. 159–167.
6. Кирия Р.В. взаимодействии сыпучего груза с отбойным щитом / Р.В. Кирия, В.Ю. Максютенко, Т.Ф. Мищенко, Б.И. Мостовой // Геотехническая механика: Межвед. сб. научн. тр. / ИГТМ НАНУ. – Днепропетровск, 2009 – Вып. 83. – С. 246–252.

*Рекомендовано к публикации д.т.н. Собко Б.Є.  
Поступила в редакцию 20.04.2012*