6. Sobolev V.V. Shock Wave use for Diamond Synthesis / V.V.Sobolev, Y.N.Taran, S.I.Gubenko // J. de Physigne (France). – 1997. – V.7. – P. 73–75.

7. Alder B.J., Christian R.H. Behavior of Strongly Shocked Carbon // Phys. Rev. Lett. – 1961. – Vol 7, N10. – P. 367–369.

8. Слободской В.Я. К вопросу о метастабильной кристаллизации алмаза / В.Я.Слободской, В.В.Соболев // Химическая физика. – 1989. – № 8. – С. 137–141.

9. Природные и синтетические алмазы / Г.Б. Бокий, Г.Н. Безруков, Ю.А. Клюев и др. – М.: Наука, 1988. – 221 с.

10. Соболев В.В. Кристаллизация сверхтвердых фаз из углерода твердого раствора / В.В.Соболев В.Я.Слободской // Кристаллография. – 1985. – Т.30, № 6. – С. 1213–1214.

11. Экспериментальное и теоретическое исследование окисления микропорошков алмаза методом микро-ДТА / О.Н. Бреусов, В.М. Волков, В.Н. Дробышев, В.Ф. Таций // Взаимодействие алмазов с жидкими и газовыми средами. – Киев: ИСМ АН УССР. – 1983. – С. 19–51.

12. Бреусов О.Н. Оценка стойкости алмазных микропорошков к окислению по температуре максимума на ДТА-кривых / О.Н.Бреусов, В.Ф.Таций, И.Г.Шунина // Синтетич. алмазы. – 1989. – №1. – С. 25–28.

13. Баскевич А.С. Вариации изотопного состава алмазов – квантовый эффект? / А.С.Баскевич, В.В.Соболев// Высокоэнергетическая обработка материалов: Сб. научн. тр. – Днепропетровск: Арт-Пресс, 1997. – С. 133–137.

14. Гаранин В.К. К проблеме дискретности природного алмазообразования // Минералогический журнал. – 1990. – 12, № 5. – С. 28–36.

15. Соболев В.В. Синтез алмаза в метастабильной области и некоторые вопросы его природного образования / В.В.Соболев, В.Я.Слободской, П.Я. Баранов и др. // Записки Всероссийского минералогического общества. – 1992. – № 3. – С. 118–123.

> Рекомендовано до публікації д.т.н. Ширіним Л.Н. Надійшла до редакції 26.03.10

УДК 622.281.74

© А.О.Новиков

## ВАРИАЦИОННЫЙ МЕТОД ОЦЕНКИ НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ МАССИВА ГОРНЫХ ПОРОД, АРМИРОВАННОГО АНКЕРАМИ, ВОКРУГ ВЫРАБОТКИ

Приведен метод расчета напряженно-деформированного состояния армированного анкерами породного массива вокруг горной выработки с учетом ползучести, позволяющий определить параметры анкерной и усиливающей крепи.

Наведений метод розрахунку напружно-деформованого стану породного масиву, армованого анкерами, навколо гірничої виробки з урахуванням повзучості, який дозволяє визначати параметри анкерного та посилюючого кріплення.

The method of calculation of the is intense-deformed condition of the rocky massif, reinforced by roof bolting round of mining taking into account creep is resulted, which allows calculation of parametres roof bolting and strengthening lining.

**Введение.** Изменение характера и интенсивности деформационных процессов в окружающих выработку породах, на больших глубинах, стало причиной того, что многие известные способы поддержания, технологические и технические решения исчерпали свои возможности в части обеспечения устойчивости выработок. Одним из перспективных направлений обеспечения устойчивости выработок на больших глубинах является применение анкерных

породо-армирующих систем (АПАС), что позволяет снизить затраты на поддержание за счет максимального использования несущей способности породного массива. Несмотря на это, объем крепления выработок анкерной крепью на шахтах Украины в настоящее время составляет менее 0,5%. Для широкого и эффективного использования анкерных крепей необходимо знать механизм взаимодействия с вмещающим массивом как отдельно взятого анкера, так и системы анкеров в целом. Сложность данной проблемы заключается в наличии их взаимного влияния: с одной стороны анкера влияют на протекание геомеханических процессов в окрестности выработки, а с другой – эти процессы определяют характер их работы. Следует отметить также, что в известных классификациях анкерной крепи отражены в основном вопросы ее конструктивного исполнения, способы и средства закрепления анкера, определения усилия его выдергивания и т.д. Роль же анкеров в процессе поддержания выработки вообще не рассматривается или ей уделяется недостаточное внимание. По мнению автора, основным фактором, сдерживающим широкое использования анкерных крепей на шахтах, является отсутствие в горной практике ведущих угледобывающих стран мира научно проектирования, обоснованных норм учитывающих механизм ИХ взаимодействия с вмещающим массивом.

Существующее положение. В настоящее время расчет параметров анкерной крепи производится в соответствии с требованиями нормативных документов, в основу которых положены представления об анкерной крепи как о несущей конструкции, работающей по схемам «Подшивка» и «Сшивка». Прочность скрепленных анкерами пород при этом, ориентировочно оценивают вводя в расчет коэффициент упрочнения, зависящий от несущей способности анкеров и плотности их установки. Такое представление о взаимодействии анкерной крепи с массивом существенно ограничивает возможности ee использования, не позволяет реально и всесторонне оценить свойства создаваемой армо-породной конструкции на разных стадиях ee деформирования, научно обосновать область рационального использования анкерной крепи как самостоятельного вида крепи, а так же в составе комбинированного крепления, рассчитавая дифференцировано его параметры.

**Целью настоящей статьи** является изложение метода расчета параметров акерной и усиливающе крепи, основанного на учете ползучести при определении напряженно-деформированного состояния зааанкерованного породного массива.

**Изложение основного матриала.** С целью установления механизма деформирования породного массива, армированного АПАС, были проведены шахтные исследования. Было установлено, что деформирование пород в глубине массива носит следующий характер. Заанкерованная область пород практически не разрушается, при этом, наибольшие смещения породного обнажения в кровле выработки наблюдаются посередине пролета (происходит плавный прогиб пород кровли, скрепленных анкерами), а вблизи стенок – образуются пластические шарниры, что характерно для условий жесткого защемления пород кровли. Нагружение армо-породной конструкции

происходит за счет разрушения (дилатансии) пород за ее пределами, в глубине массива. Установленный механизм деформирования и разрушения пород кровли, скрепленных анкерами, позволил сформулировать теоретическую задачу о расчете параметров анкерной крепи, с учетом ее роли в механизме поддержания выработки и обосновать расчетную схему к ней [1].

Армо-породный масив рассматривается в виде прямоугольной в плане толстой слоистой плиты под действием равномерно распределенной нагрузки от деформирования вышележащей части пород, два противоположных края которой жестко закреплены, два лругих – свободные, а также две основных схемы установки анкеров: одиночное и двойное расположение под углом  $\alpha_0$ .

Кроме угла  $\alpha_0$  переменными величинами являются: нагрузка (q), количество слоев (i), модули упругости  $(E^i)$ , сдвига  $(G^i)$ , коэффициенты Пуассона  $(v^i)$  пород (п) и анкеров (а), диаметры  $(d_a)$  анкеров и расстояние между ними в двух направлениях  $(t_0 \ u \ t_1)$ , толщина слоев  $(h_i)$ , длина (L), ширина (B) и высота (H) массива. Получены выражения для определения приведенных модулей упругости  $(E_{xnp}, E_{ynp})$ , сдвига  $(G_{xznp}, G_{yznp})$  и коэффициентов Пуассона  $(v_{xnp}, v_{ynp})$ , напряжений и вертикальных перемещений.

В тоже время в работе [2] приведен метод расчета напряжений и перемещений армо-породного массива горной выработки с учетом явления ползучести.

Обобщим эти два метода и приведем алгоритм решения задачи о напряженно-деформированном состоянии массива горных пород, армированного анкерами, учитывающий два его основных этапа.

Решение вариационного уравнения (1) ищется в виде полного прогиба *w* как суммы прогибов от изгиба *w*<sub>0</sub> и сдвига *w*<sub>1</sub>

$$w(x, y) = w_0(x, y) + w_1(x, y)$$
  

$$w_0(x, y) = a_0 f(x)g(y), w_1(x, y) = c_0 l(x)u(y)$$
(1)

где f, g, l, u – заданные координатные функции;  $a_0, c_0$  – параметры, определяемые при решении системы алгебраических уравнений

$$a_{0} \iint \sum_{r=1}^{s} F_{r}G_{r}ds + c_{0} \iint \sum_{r=1}^{s} F_{r}S_{r}ds = r_{0} \iint f_{i}g_{i}ds,$$

$$a_{0} \iint \sum_{r=1}^{s} K_{r}G_{r}ds + c_{0} \iint \sum_{r=1}^{s} K_{r}S_{r}ds = 0,$$
(2)

Здесь введены следующие обозначения

$$F_{1} = f_{i}^{"} f_{j}^{"}, F_{2} = f_{i}^{"} f_{j}, F_{3} = f_{i} f_{j}^{"}, F_{4} = f_{i} f_{j}, F_{5} = f_{i}^{'} f_{j}^{'},$$

$$G_{1} = g_{i} g_{j}, G_{2} = d_{12} k g_{i} g_{j}^{'}, G_{3} = d_{22} k^{2} g_{i}^{"} g_{j}, G_{4} = d_{12} k^{4} g_{i}^{"} g_{j}^{"},$$

$$G_{5} = 4 k^{2} d_{12}^{*} g_{i}^{'} g_{j}^{'}, K_{6} = \ell_{i}^{'} \ell_{j}^{'}, K_{7} = \ell_{i} \ell_{j}, S_{6} = g_{11} u_{i} u_{j}, S_{7} = g_{22} k^{2} u_{i}^{'} u_{j}^{'},$$

$$(3)$$

где штрихами обозначены производные.

Выражения для функций  $K_r$  и  $S_r$  при r=5 получены из  $F_r$  и  $G_r$  заменой в них  $f_i$  на  $\ell_j$  и  $g_j$  на  $u_j$ .

Безразмерные величины и константы определяются по формулам

$$x = L\overline{x}, \ y = B\overline{y}, \ w_0 = L\overline{w}_0, \ w_1 = L\overline{w}_1, \ k = \frac{L}{B},$$

$$d_{12} = \frac{D_{12}}{D_{11}}, \ d_{22} = \frac{D_{22}}{D_{11}}, \ d_{12}^* = D_{12}^*, \ r_0 = \frac{2qL^3}{D_{11}},$$

$$g_{11} = \frac{G_{xzn}^i HL^2}{D_u}, \ g_{22} \frac{G_{yzn}^i HL^2}{D_u}.$$
(4)

где  $G_{xznp}$ ,  $G_{yznp}$  – приведенные модули сдвига пород массива в нормальном направлении, Па;  $D_{ij}$  – жесткости на изгиб и сдвиг в плоскости массива, Па·м<sup>3</sup>.

$$D_{ij} = \frac{1}{3} \sum_{i=1}^{n} B_{ij} \left( \delta_i^3 - \delta_{i-1} \right)^3,$$
  

$$B_{11} = \frac{E_{xnp}}{\Delta}, \quad B_{12} = \frac{v_{ynp} \cdot E_{xnp}}{\Delta},$$
  

$$B_{22} = \frac{E_{ynp}}{\Delta}, \quad \Delta = 1 - v_{xnp} v_{ynp}, \quad B_{12}^* = \left( \sum_{i=1}^{n} \frac{i}{\Pi} \right) / n.$$
(5)

где  $\delta_{i-1}$  – расстояние по нормали от внутренней до наружной поверхности i-го слоя пород массива; n – количество слоев.

Нормальные  $\sigma_x, \sigma_y$ , касательные в плоскости  $\sigma_{xy}$ , поперечные касательные  $\tau_{xz}, \tau_{yz}$ , (Па) напряжения для i-го слоя пород массива имеют вид

$$\sigma_{x} = -\frac{z}{L} \Big[ a_{0} \Big( B_{11} f_{j}^{"} g_{j} + k^{2} B_{12} f_{j} g_{j}^{"} \Big) + c_{0} \Big( B_{11} l_{j}^{"} u_{j} + k^{2} B_{12} l_{j} u_{j}^{"} \Big) \Big],$$

$$\sigma_{y} = -\frac{z}{L} \Big[ a_{0} \Big( B_{12} f_{j}^{"} g_{j} + k^{2} B_{22} f_{j} g_{j}^{"} \Big) + c_{0} \Big( B_{12} l_{j}^{"} u_{j} + k^{2} B_{22} l_{j} u_{j} \Big) \Big],$$

$$\sigma_{xy} = -\frac{2kz}{L} B_{12}^{*} \Big( a_{0} f_{j}^{'} g_{j}^{'} + c_{0} l_{j}^{'} u_{j}^{'} \Big),$$

$$\tau_{xz} = G_{xzn} c_{0} l_{j}^{'} u_{j}^{'}, \quad \tau_{yz} = k G_{yzn} c_{0} l_{j} u_{j}^{'}.$$
(6)

где z – координата, нормальная к плоскости пластины, м.

В качестве координатных функций используем степенные полиномы, удовлетворяющие всем граничным условиям по методу Бубнова–Галеркина [3]:

$$f = (x^{4} - 2x^{3} + x^{2})/24; \quad l = (6x^{2} - 6x + 1)/12;$$
  

$$g(y) = 20y^{7} - 70y^{6} + 84y^{5} - 35y^{4} + y + 1;$$
  

$$q(y) = \frac{1}{2}(y^{4} - 2y^{3} + y^{2} + 2).$$
(7)

Выше приведен метод расчета статического напряженнодеформированного состояния породного массива, армированного анкерами, вокруг горной выработки, однако, с течением времени его деформации увеличиваются при постоянной нагрузке, вследствие изменения реологических характеристик горных пород.

Для описания изменения максимальных перемещений *w* армо-породного массива, полученного экспериментальным путем в реальных условиях шахты, используем закон, для которого скорость ползучести является экспоненциальной функцией дробного порядка [3]:

$$\mathcal{G}_{\alpha}(-\beta,z) = z^{-\alpha} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n \beta^n z^{n(1-\alpha)}}{\Gamma[(n+1) \cdot (1-\alpha)]}, \quad (-1\langle \alpha \langle 0, \beta \ge 0, t \ge 0), \tag{8}$$

где  $z = t - \tau$ ;  $\Gamma(x)$  – гамма-функция;  $\alpha, \beta$  – новые механические константы материала анкеров и горных пород.

Свойства трансверсально-изотропного тела, каким является армопородный массив, характеризуются тремя приведенными упругими параметрами (модулями упругости  $E_{np}$ , и сдвига  $G_{np}$ , МПа, коэффициентом Пуассона н<sub>пр</sub>) в двух направлениях, которые заменим линейными операторами

$$\bar{E}_{np} = E_{np} \left( 1 - \Gamma^* \right), \ \bar{G}_{np} = \frac{\tilde{E}_{np}}{2 \left( 1 + \bar{\nu}_{np} \right)}, \ \bar{\nu}_{np} = \nu_{np} \left( 1 + N^* \right), \tag{9}$$

где  $\Gamma^*$  и  $N^*$  принадлежат к одному классу разрешающих или резольвентных операторов Вольтерры и представляют собой дробно—экспоненциальные функции с одинаковым индексом:

$$\Gamma^* = \chi \mathcal{P}^*_{\alpha} \left(-\beta - \chi\right), \ N^* = \frac{1 - 2\nu_{np}}{2\nu_{np}} \Gamma^*, \tag{10}$$

где  $\chi$  – новая механическая константа.

Так как армо-породный массив должен обеспечивать устойчивость горной выработки при достаточно большом сроке ее эксплуатации, используем асимптотическое разложение  $\Im_{\alpha}^{*}$  – функции [4]:

$$\mathcal{A}_{\alpha}^{*}(-\beta) \cdot 1 \approx \frac{1}{\beta} - t^{1+\alpha} \sum_{n=2}^{\infty} \frac{(-1)^{n} (\beta t^{1+\alpha})^{-n}}{\Gamma[1 + (1+\alpha)(1-n)]}$$
(11)

Экспериментально определяемое максимальное перемещение w(t) вместо деформации  $\varepsilon(t)$  может быть представлено следующим образом:

$$w(t) = w \left[ 1 + \chi \mathcal{A}_{\alpha}^{*} (-\beta) \cdot 1 \right], \tag{12}$$

где w – перемещение, определенное по зависимости (1).

Чтобы придать параметрам  $\chi$  и  $\beta$  определенный физический смысл, положим [5]

$$\beta = \frac{1}{\tau^{1-\alpha}}, \ \chi = \frac{\left(E_{0np} - E_{\infty np}\right)}{E_{0np}\tau^{1-\alpha}}, \tag{13}$$

где *E*<sub>0*np*</sub>, *E*<sub>∞*np*</sub> – мгновенный и установившийся приведенные модули нормальной упругости, МПа.

По экспериментальной кривой необходимо определить параметры  $\alpha, \beta$  и  $\chi$ . При этом учитываем тот фактор, что, в основном, ползучестью обладают горные породы, а не металлические анкеры, их модули упругости  $E_0$  и  $E_{\infty}$  известны.

Блок-схемы алгоритма решения задачи о напряженно-деформированном состоянии армированного анкерами породного массива вокруг горной выработки без учета и с учетом явления ползучести приведены соответственно на рис. 1 и рис. 2.



Рис. 1. Блок-схема алгоритма решения задачи о напряженнодеформированном состоянии армо-породного массива горной выработки без учета явления ползучести



Рис. 2. Блок-схема алгоритма решения задачи о напряженнодеформированном состоянии армированного анкерами породного массива вокруг горной выработки с учетом явления ползучести

В качестве примера приведем результаты расчета максимальных перемещений  $w_{max}(\tau)$  армированной анкерами кровли подготовительной выработки шахты «Добропольская» в зависимости от времени эксплуатации (до 600 суток), при фиксированных значениях безразмерных величин  $q/E_n = 3.4 \cdot 10^{-2}$ , L/H = 2.4;  $t_0/d_a = 0.25 \cdot 10^2$  и угле расположения анкеров  $\alpha_0 = 90^\circ$  (рис. 3). При этом параметры ползучести:  $\alpha = 0.72$ ,  $\beta = 0.45$ ,  $\chi = 2.54 \cdot 10^{-2}$ .

Графики максимальных перемещений армированной анкерами кровли выработки во времени в зависимости от схемы расположения анкеров приведены на рис. 4.



Рис. 3. Зависимость максимальных перемещений армированной анкерами кровли выработки от времени ее эксплуатации при  $q/E=3,4\cdot10^{-2}$ , L/H=2,4,  $t/d_a=0,25\cdot10^2$ ,  $\alpha_0=90^\circ$ : • – данные эксперимента; — – теоретическая кривая.



Рис. 4. Зависимость максимальных перемещений армированной анкерами кровли выработки во времени в зависимости от схемы расположения анкеров: 1, 2, 3 – одиночное расположение анкеров под углом:  $\alpha_0 = 30, 60, 90; 4$  – двойное расположение анкеров под углом  $\alpha_0 = 60$ 

## Список литературы:

1. Новиков А.О. Теоретические основы расчета параметров анкерной крепи с учетом ее роли в механизме поддержания выработки / Н.Н. Касьян, Ю.А. Петренко // Migdzynarodowa Konferencja "IX Szkola Geomechaniki 2009" Czesc II: zagraniczna; Materialy Naukowe, Gliwice-Ustron, 2009. - С. 93-116.

2. Новиков А.О. . Наследственное напряженно-деформированное состояние армированного анкерами породного массива вокруг горной выработки.// Сб. науч. тр. «Физико-технические проблемы горного производства», вып. 2. – ИФГП НАН Украины, 2010. – С.34-40.

3. Михлин. С.Г. Вариационные методы в математической физике /С.Г. Михлин / – М.: Гостехиздат, 1957. – 402 с.

4. Аннин Б.Д. Асимптотческое разложение экспоненциальной функции дробного порядка / Аннин Б.Д. – М.: ПММ. – Т. ХХХ, вып. 1961. – С. 796 – 798.

5. Глушко В.Т. Устойчивость горных выработок / В.Т. Глушко, Н.Н. Долинина, М.И. Розовский. – Киев: Наукова думка, 1973. – 206 с.

Рекомендовано до публікації д.т.н. Шашенком О.М. Надійшла до редакції 26.03.10