

В.А. СПИНЕЕВ

(Украина, Луганск, ГП "Укрнииуглеобогащение"),

Н.А. СПИНЕЕВА

(Украина, Луганск, Восточноукраинский национальный университет имени В. Даля)

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПАРАМЕТРОВ МОДЕЛИ МЕХАНИЧЕСКОЙ ФЛОТАЦИОННОЙ МАШИНЫ

Одним из необходимых этапов при разработке новых и модернизации существующих флотационных машин, как и любого обогащательного оборудования, является исследование уменьшенной модели флотомашин или отдельных ее узлов. Исследования на модели позволяют провести первичную доработку конструкции, уточнить параметры и найти недостатки, которые могут быть учтены при создании опытного промышленного образца – натуре.

На первом этапе создания уменьшенной модели флотомашин выбирают линейный масштаб или константу геометрического подобия, определяемую задачей исследований: будет ли эта модель работать в лабораторных или в промышленных условиях, какое время и место отведено на испытания, возможность перевозки к месту испытаний в собранном виде и многое другое. Кроме того, объем камеры флотомашин принимают из стандартного ряда линейных нормальных размеров, [1].

Следующим этапом создания модели является определение ее конструктивных и технических параметров. Они должны быть выбраны таким образом, чтобы технологический процесс при работе модели был как можно ближе к технологическому процессу образца – натуре. Для этого необходимо знать, по каким правилам должна быть изготовлена уменьшенная модель и по каким зависимостям следует пересчитать данные опытов модели, чтобы получить достоверное определение параметров и описание процессов натурального образца. На эти вопросы дает ответ метод обобщенных переменных, включающий в себя теории подобия и размерностей, и является одной из основ эксперимента, наряду с планированием опытов и обработкой их результатов.

Необходимыми и достаточными условиями существования механического подобия являются: геометрическое, временное, кинематическое и динамическое подобия, подобия полей физических величин, а также подобия начальных и граничных условий.

Физические параметры в любом из потоков связаны системой дифференциальных уравнений, описывающих движения жидкости. Для механически подобных потоков безразмерные значения этих параметров и уравнения, представленные в безразмерном виде – одинаковы. Решения дифференциальных уравнений могут быть представлены через обобщенные переменные в соответствии со второй теоремой подобия в следующем виде:

$$\varphi(\pi_1, \pi_2, \pi_3, \dots, \pi_i, \dots, \pi_n) = 0, \quad (1)$$

где π_i – безразмерные обобщенные переменные, куда могут входить геометрические симплексы, относительные параметры и безразмерные комплексы.

Для исследования процессов методом теории подобия выбирают величины, входящие в условия однозначности и зависящие от этих условий, определяющие и определяемые критерии подобия, опытным путем на модели устанавливают конкретный вид зависимостей между критериями подобия, из которых и находят искомые параметры модели или натуре. Для случая вынужденного нестационарного движения сжимаемой вязкой жидкости, находящейся в изотермических условиях, обобщенное уравнение гидродинамики (1) принимает вид:

$$\varphi(Eu, Sh, Fr, Re, Ca, \Gamma_i) = 0, \quad (2)$$

где $Eu = \Delta p / \rho \cdot V^2$ – число Эйлера, характеризующее отношение изменения силы гидростатического давления к силе инерции в подобных потоках; Δp – характерное изменение гидростатического давления, Н/м²; ρ – характерная плотность гидросмеси, кг/м³; V – скорость, характерная для данного потока, м/с; $Sh = L/T \cdot V$ – число Струхалия, характеризующее отношение локальной инерционной силы к конвективной, рассматриваемое для нестационарных задач; L – характерный размер потока, м; T – характерное время потока, с; $Fr = V^2 / L \cdot g$ – число Фруда, характеризующее отношение силы инерции к силе тяжести; g – ускорение силы тяжести, м/с²; $Re = V \cdot L \cdot \rho / \mu$ – число Рейнольдса, характеризующее отношение сил инерции к силам трения; μ – динамическая вязкость гидросмеси, Н·с/м²; $Ca = \rho \cdot V^2 / \varepsilon$ – число Коши, характеризующее отношение сил инерции к силам упругости, которое учитывает сжимаемость газовой фазы в потоке гидросмеси; ε – коэффициент сжимаемости газовой фазы гидросмеси, Н/м²; Γ_i – i -й симплекс геометрического или параметрического подобия.

В технологическом процессе, в камере механической флотационной машины, существуют несколько потоков, движущихся одновременно и взаимодействующих между собой. Укрупненно их можно представить в виде пяти потоков:

- поток нагрузки или питания флотации, переходящий в камерный поток;
- поток, создаваемый импеллером;
- поток, создаваемый всплывающими минерализованными пузырьками воздуха и присоединенными к ним частицами жидкой и твердой фаз;
- поток, создаваемый пеноснимателями;
- поток, создаваемый силой тяжести на переливе порога флотоотходов.

В данной работе исследовано моделирование двух первых потоков, представляющих наибольший интерес.

При запуске флотомашин или при остановленных аэраторах, можно наблюдать поток нагрузки или поток питания флотации. Движение этого потока осуществляется под действием силы тяжести из питающего трубопровода в загрузочную камеру и далее по всему объему флотомашин. Известно, что течения несжимаемой жидкости со свободной поверхностью в поле силы тяжести

Флотация

формируются под преимущественным влиянием этой силы и моделируются по критерию Фруда. На характер потока может влиять и сила трения. При этом исследуемый процесс по остальным обобщенным переменным обычно считается автомодельным, и они в таком процессе исключаются из рассмотрения. Поток питания флотации в масштабе камер флотомашин можно считать стационарным, поэтому определение начальных условий здесь не требуется.

Примем для данного потока следующие граничные условия. Определяющие параметры на входе в первую камеру флотомашин: g, μ, L, ρ , где $L=d_{\text{экв}}$ – эквивалентный диаметр потока нагрузки в начале первой камеры флотомашин, м.

Отметим, что $d_{\text{экв}}$ – эквивалентный диаметр потока питания флотации, определяется по известной формуле:

$$d_{\text{экв}} = 4 \cdot S / \Pi, \quad (3)$$

где S – площадь поперечного сечения потока, м^2 ; Π – смоченный периметр потока, м.

Примем для флотомашин – натуры ширину потока камеры 2,15 м и высоту – 1,75 м. Эквивалентный диаметр потока составит 2,66 м. Принятые значения параметров взяты из технической характеристики разработанной ранее флотомашин, для которой потребовалась дополнительная доработка.

При этом объемную нагрузку Q , ($\text{м}^3/\text{с}$), флотомашин можно рассматривать как определяемую переменную или функцию определяющих параметров.

Для потока питания флотации, с учетом вышеназванных сил, выражение (2) может быть представлено в виде комбинированного критерия:

$$\varphi(Fr, Re) = A \cdot Fr \cdot Re^\alpha, \quad (4)$$

где φ – определяемый критерий моделирования, величина которого не зависит от размеров образца флотомашин; A, α , – постоянные безразмерные параметры, определяемые из эксперимента:

$$Fr = (\varphi/A) \cdot Re^{-\alpha}. \quad (5)$$

Проведем предварительную оценку коэффициентов A и α . До проведения эксперимента величины A и φ определить невозможно, поэтому, в первом приближении, принимаем $A = \varphi$, учитывая, что при правильном моделировании величины критерия моделирования φ и коэффициента A не должны быть слишком большими или слишком малыми. Тогда из (5) получим:

$$\alpha = \ln(1/Fr) / \ln(Re). \quad (6)$$

Этот коэффициент будет уточнен в результате эксперимента при исследовании на модели.

После замены скорости V на объемную нагрузку, $Q = V \cdot L^2$, модифицированные числа Фруда и Рейнольдса примут следующий вид:

$$Fr = Q^2 / L^5 \cdot g, \quad (7)$$

$$Re = Q \cdot \rho / L \cdot \mu. \quad (8)$$

Тогда из равенств для натуры и модели определяемого критерия φ , величин g , μ , и учитывая (5-8), получим определяемый параметр флотомашины – модели – объемную нагрузку:

$$Q_2 = Q_1 \cdot (L_2 / L_1)^{(5+\alpha)/(2+\alpha)} = Q_1 \cdot (L_2 / L_1)^\beta, \quad (9)$$

где Q_1 и Q_2 – объемные нагрузки флотомашины – натуры и модели, $\text{м}^3/\text{с}$; L_1 и L_2 – характерные размеры потоков натуры и модели, м ; $(L_2 / L_1)^\beta$ – масштаб уменьшения объемной нагрузки.

При $\alpha = 0$ в выражениях (4, 9) моделируется подобие процессов с одним критерием Фруда, без учета сил трения, и объемная нагрузка модели имеет вид:

$$Q_2 = Q_1 \cdot (L_2 / L_1)^{5/2}. \quad (10)$$

Легко убедиться, что число Рейнольдса для потока питания флотомашины – натуры, выраженное через объемную нагрузку (8), где $Q = 300 \text{ м}^3/\text{ч} = 0,0833 \text{ м}^3/\text{с}$, $L = d_{эке} = 2,66 \text{ м}$, $\rho = 1000 \text{ кг}/\text{м}^3$, $\mu = 0,001 \text{ Н} \cdot \text{с}/\text{м}^2$ принимает значение $Re = 31328$, и поток находится вблизи области развитой турбулентности, ориентировочной границей которой для таких потоков является $Re_{кр} = 10^5$. Для таких значений поток можно считать автомодельным по данному числу.

Число Фруда при этом составляет $Fr = (0,0833)^2 / (2,66)^5 \cdot 9,81 = 5,3 \cdot 10^{-6}$, что свидетельствует о существенном влиянии на исследуемый поток силы тяжести по сравнению с силами инерции, принимаемыми за масштаб сил. При таком соотношении сил тяжести и инерции использовать число Фруда в качестве критерия моделирования без учета других сил также было бы неправомерно, так как такое моделирование дало бы большую погрешность. В критерии потока нагрузки флотомашины $\varphi(Fr, Re)$ по (4) силы, определяющие характер потока будут сопоставимыми, а значит, моделирование будет более точным.

Подставив значения чисел Фруда и Рейнольдса в выражение (6), получим: $\alpha = \ln(1/5,3 \cdot 10^{-6}) / \ln(3,13 \cdot 10^4) = 1,173$, $\beta = 1,945$ и выражение (9) примет вид:

$$Q_2 = Q_1 \cdot (L_2 / L_1)^{1,945}, \quad (11)$$

то есть, показатель степени в выражении (11) несколько меньше, чем для критерия $\varphi(Fr)$, где $\alpha = 0$ и $\beta = 2,5$. Исследования на модели импеллера с размерами близкими к расчетным показали, что значение β равно 2,3, и α равно 0,31.

Флотация

Поэтому предварительно величина критерия моделирования потока питания флотации составит $\varphi(Fr, Re) = A \cdot Fr Re^\alpha$, где $\alpha = 0,3$ и $A = 1$. Более точно значения A и α могут быть определены экспериментально.

Нагрузка на флотомашину – модель по формуле (11) составит: $Q_2 = 300 \cdot (1/3,25)^{1,945} = 30,3 \text{ м}^3/\text{ч}$, тогда как по формуле (10), по критерию Фруда: $Q_2 = 300 \cdot (1/3,25)^{2,5} = 15,8 \text{ м}^3/\text{ч}$, что в два раза меньше чем при расчете с комбинированным критерием φ , где 3,25 – выбранный линейный масштаб уменьшения размеров. Экспериментальные исследования показали, что $Q_2 = 300 \cdot (1/3,25)^{2,3} = 19,9 \text{ м}^3/\text{ч}$.

Необходимо отметить, что для модели число Рейнольдса будет меньше и его влияние на характер потока может увеличиться. Подставив числовые значения, получим по критерию Фруда (10 и 8) для модели:

$$Q_2 = 300 \cdot (3,25)^{-2,5} = 15,8 \text{ м}^3/\text{ч}; L_2 = d_{\text{кк62}} = 2,66/3,25 = 0,818 \text{ м и}$$

$$Re_2 = Q_2 \cdot \rho / L_2 \mu = 15,8 \cdot 1000 / (0,818 \cdot 0,001 \cdot 3600) = 5365,$$

то есть число Рейнольдса на модели уменьшилось по сравнению с тем же числом на натуре примерно в 5 раз, что подтверждает вывод о необходимости учета влияния числа Рейнольдса на процесс моделирования. Использование комбинированного критерия φ приводит к несколько лучшему результату и дает:

$$Re = Q_2 \cdot \rho / L_2 \mu = 30,5 \cdot 1000 / (0,818 \cdot 0,001 \cdot 3600) = 10357,$$

то есть, для случая комбинированного критерия, влияние числа Рейнольдса на параметры потока меньше чем при моделировании по числу Фруда.

Влияние числа Рейнольдса на моделирование потока нагрузки может быть в дальнейшем уточнено при экспериментальном исследовании процессов на модели с учетом поправок коэффициентов A и α . Для предварительных расчетов принимаем формулу (11).

Вторым основным потоком в камере флотационной машины является поток создаваемый импеллером. Данный поток является трехфазным, включающим в себя твердую, жидкую и газовую фазы. При этом, если твердая фаза в камерном потоке не оказывает существенного влияния на физические свойства гидросмеси (вязкость и плотность), так как в питании флотации содержание твердого невелико (100...200 г/л), то газовая фаза имеет большее содержание (степень аэрации) и достигает, по некоторым данным, [2], до 30% объема гидросмеси. Поэтому при моделировании необходимо учитывать эффекты изменения плотности, вязкости и сжимаемости. Поток импеллера обеспечивает несколько функций: прокачивание части камерного потока с целью обогащения его воздухом и реагентами (если реагенты дополнительно подаются в импеллер), всасывание, диспергирование и равномерное распределение воздушной фазы с реагентами в пульпе по всему объему камеры, поддержание частиц твердого в камере во взвешенном состоянии, циркуляция части пульпы в им-

пеллере для повторного насыщения ее воздухом.

Для удобства исследования потока гидросмеси импеллера, с учетом сил действующих на поток, применим модифицированные безразмерные комплексы: Эйлера, Струхаля, Рейнольдса, Фруда и Коши, которые получают из обычных комплексов путем эквивалентной замены линейной скорости потока V на окружную скорость ω (1/с) по формуле: $V = d \cdot \omega / 2$ – и на производительность импеллера по потоку – Q , м³/с.

В качестве определяющего линейного размера в этом случае используется диаметр импеллера d , м. Подставив вместо величин V и L величины ω и d , получим для модифицированного комплекса Рейнольдса:

$$Re = \omega \cdot d^2 \cdot \rho / 2 \cdot \mu \quad (12)$$

Для числовых значений флотомашины – натуры: $n = 190$ об/мин, $d = 0,9$ м, $\rho = 1000$ кг/м³, $\mu = 0,001$ Н·с/м², получим, что $Re = 0,8 \cdot 10^7 > 10^5$, при котором это число не может быть критерием моделирования, так как его изменение не влияет на ход движения гидросмеси, [3]. Тогда выражение (2) примет, после некоторого упрощения, вид:

$$\varphi(Eu, Sh, Fr, Ca, \Gamma_i) = 0 \quad (13)$$

Определим числовые значения для флотомашины – натуры остальных предполагаемых критериев моделирования:

$$Fr = V^2 / L \cdot g = \omega^2 \cdot d / 4 \cdot g, \quad (14)$$

где $\omega = 2 \cdot \pi n / 60 = 19,9$ 1/с, $d = 0,9$ м, $g = 9,81$ м/с², тогда $Fr = 9,1$;

$$Sh = L / T \cdot V = \pi \omega \cdot d^3 / 4 \cdot Q, \quad (15)$$

где $\omega = 19,9$ 1/с; $d = 0,9$ м; $Q = 300$ м³/ч = $0,0833$ м³/с, тогда $Sh = 137$ и

$$Eu = \Delta p / \rho \cdot V^2 = N / \rho \cdot \omega^3 \cdot d^5, \quad (16)$$

где $N = 50$ кВт, мощность, потребляемая аэратором флотомашины – натуры, $\rho = 1000$ кг/м³, $\omega = 19,9$ 1/с, $d = 0,9$ м, $Eu = 0,106$.

$$Ca = \rho \cdot V^2 / \varepsilon = \rho \cdot \omega^2 \cdot d^2 / 4 \cdot \varepsilon. \quad (17)$$

где ε – коэффициент сжимаемости, Н/м².

При отсутствии другой информации, для числа Струхаля принимаем поток импеллера равным потоку питания флотации, как это обычно принимают при расчетах.

При малых сжатиях среды подчиняются закону Гука, и коэффициент сжи-

Флотация

маемости определяется по формуле, [3]:

$$\varepsilon = \rho \cdot a^2, \quad (18)$$

где a – скорость звука газожидкостной смеси, м/с.

Для газожидкостной смеси, при объемной концентрации газа около 30% и давлении близком к атмосферному, скорость звука составит около 20 м/с, [4], в соответствии с (18) коэффициент сжимаемости $\varepsilon = 4 \cdot 10^5$ Н/м². Тогда число Коши составит около 0,2.

По результатам вычислений комплексов Фруда, Струхаля, Эйлера и Коши можно сделать предварительный вывод о большем влиянии на параметры моделируемых процессов чисел Фруда, Эйлера и Коши по сравнению с числом Струхаля. Тогда (13) примет вид:

$$Eu = f_{Eu}(Fr, Ca). \quad (19)$$

Из выражений (14, 16, 17) можно получить три комбинированных критерия моделирования, в которых нет окружной скорости:

$$\psi_0 = (Eu)^2 \cdot (Fr)^3 = (N/\rho \cdot \omega^3 \cdot d^5)^2 \cdot (\omega^2 \cdot d/4 \cdot g)^3 = N^2/64 \cdot \rho^2 \cdot g^3 \cdot d^7; \quad (20)$$

$$\psi_1 = (Eu)^2 \cdot (Fr)^2 \cdot Ca = N^2/(64 \cdot \rho \cdot g^2 \cdot \varepsilon \cdot d^6); \quad (21)$$

$$\psi_2 = (Eu)^2 \cdot (Fr) \cdot Ca^2 = N^2/(64 \cdot g \cdot \varepsilon^2 \cdot d^5). \quad (22)$$

Для природы и модели величина комбинированного критерия ψ должна быть одинаковой, откуда легко найти величину мощности уменьшенной модели для случаев (20-22). Общий вид формулы мощности модели:

$$N_2 = N_1 \cdot (d_2/d_1)^\chi, \quad (23)$$

где показатель степени χ для формул (20-22) имеет значения: 3,5, 3,0 и 2,5 соответственно. Результаты вычислений показывают, что не учет влияния числа Коши на процесс моделирования, уменьшает величину расчетной потребляемой мощности, поэтому отказываться от него было бы неправильно. Величины мощности по формуле (23) с вышеназванными значениями χ получены следующие: 0,81 кВт, 1,46 кВт и 2,60 кВт, соответственно. В выражении (23) нет плотности гидросмеси, но она косвенно входит в коэффициент сжимаемости. Из формул (21) и (22) видно, что в них различный вклад чисел Фруда и Коши. Поэтому для выбора критерия до проведения экспериментов перемножим формулы (21) и (22). Тогда предлагаемый критерий моделирования примет вид:

$$\psi = (Eu)^4 \cdot (Fr)^3 \cdot Ca^3 = N^4/(64^2 \cdot \rho \cdot g^3 \cdot \varepsilon^3 \cdot d^{11}). \quad (24)$$

Для удобства вычислений формулу (24) приведем к виду:

$$\psi = (Eu)^{4/3} \cdot Fr \cdot Ca = N^{4/3} / (16 \cdot \rho^{1/3} \cdot g \cdot \varepsilon \cdot d^{11/3}). \quad (25)$$

Величина комбинированного критерия моделирования ψ будет уточнена экспериментально, но общая структура формулы при этом не изменится.

Мощность модели при этом определяется по той же формуле (23) с уточненным из эксперимента значением $\chi = 2,75$ и составляет 1,96 кВт. Величина ψ по (25) составит 0,0592.

Тогда окружная скорость определится из (16):

$$\omega = (N / Eu \cdot \rho \cdot d^5)^{1/3} \quad (26)$$

Так как мощность модели и число Эйлера в данном случае являются определяемыми, а зависимость $Eu = f(\psi)$ до проведения опытов не известна, предварительно принимаем в формуле (26) $Eu = 0,106$, вычисленное по формуле (16).

Подставив числовые значения, получим при $N = 1,96$ кВт = $1,96 \cdot 9,81 \cdot 10^3 = 19,23 \cdot 10^3$ кг·м²/с³, $Eu = 0,106$, $\rho = 1000$ кг/м³, $d = 0,9/3,25 = 0,277$ м, $d^5 = 0,00163$ м⁵, что окружная скорость флотомашины – модели составит: $\omega = 48,2$ 1/с и $n = 460$ об/мин. При этом линейная скорость на наибольшем диаметре импеллера – модели составит:

$$V = \omega \cdot d/2 = 48,2 \cdot 0,277/2 = 6,7 \text{ м/с.}$$

Для флотомашины – натуре линейная скорость на наибольшем диаметре импеллера – натуре составляет 8,9 м/с.

Проверим автомодельность потока импеллера по отношению к числу Рейнольдса для флотомашины – модели:

$$Re = \omega \cdot d^2 \cdot \rho / 2 \cdot \mu.$$

Для числовых значений флотомашины – модели: $\omega = 48,2$ 1/с, $d = 0,277$ м, $\rho = 1000$ кг/м³, $\mu = 0,001$ Н·с/м², получим, что $Re = 48,2 \cdot (0,277)^2 \cdot 1000 / 2 \cdot 0,001 = 1,85 \cdot 10^6$. Так как $Re > 10^5$, то поток импеллера автомодельный по числу Re и для флотомашины – модели. Следует отметить, что результаты моделирования трехфазного потока, входящего в состав нескольких потоков флотационного процесса могут быть только приближенными, в виду сложности процессов, из-за большого количества сил, определяющих движение потока и из-за отбрасывания некоторых из чисел моделирования, которые могут иметь некоторое влияние на характер потока.

В таблице 1 приведено сопоставление технических характеристик типоразмерного ряда механических флотомашин "Механобр" по данным [2] (над чертой) и по результатам расчетов (под чертой) с использованием критериев потока нагрузки φ и потока импеллера ψ .

Показатели	Тип машин				
	М-1	М-3	М-5	М-6	М-7
	Флотомашина-модель				Флотомашина-натура
Линейный масштаб	3,40	2,51	1,85	1,36	1
Объем камеры, м ³	0,16	0,4	1,0	2,5	6,3
Производительность объемная, м ³ /мин	0,15-0,25	0,4-0,6	1,5-2,5	3,5-6,0	7-12
	0,88	1,59	2,87	5,22	9,5
Диаметр импеллера, м	0,2	0,3	0,5	0,6	0,75
	0,22	0,30	0,41	0,55	0,75
Число оборотов импеллера, об/мин	600	470	330	280	240
	595	473	376	299	240
Окружная скорость импеллера, м/с	6,3	7,4	8,5	8,8	9,4
	6,9	7,4	8,0	8,6	9,4
Мощность электродвигателя, кВт	1,1	2,2	5,5	10,0	22,0
	0,76	1,75	4,05	9,44	22,0

Выводы

1. Предложены два комбинированных определяемых критерия: потока питания флотации и потока импеллера, позволяющие вычислять в первом приближении параметры флотомашин – модели по известным параметрам флотомашин – натур.

2. Результаты вычислений с использованием предложенных критериев моделирования, показанные в таблице, свидетельствуют о хорошем приближении с данными экспериментов.

Список литературы

1. Нормальные линейные размеры. ГОСТ 6636-69.
2. Мещеряков Н.Ф. Флотационные машины. – М.: Недра, 1972. – 250 с.
3. Емцев Т.Б. Техническая гидромеханика. – М.: Машиностроение, 1978. – 463 с.
4. Лойцянский Л.Г. Механика жидкости и газа. – М.: Наука, 1973. – 848 с.

© Спинева В.А., Спинева Н.А., 2010

Надійшла до редколегії 25.02.10 р.
Рекомендовано до публікації д.т.н. О.Д. Полуляхом