

Д.т.н. Пістунов І.М., Луговська О.Ю.

Національний гірничий університет

ЕКОНОМІКО-МАТЕМАТИЧНА ПРОГНОЗУЮЧА МОДЕЛЬ РОЗРАХУНКУ ОПТИМАЛЬНИХ ПОСІВІВ ЗЕРНОВИХ КУЛЬТУР

Запропонована модель прогнозування сезонних процесів, приклад використання цієї моделі на сільськогосподарській фірмі, показана практична значущість такої моделі для прогнозів оптимальних посівів зернових культур.

Ключові слова: сезонний фактор, врожайність, регресійно-кореляційний аналіз, економіко-математична модель, прогнозування.

I. Вступ.

Сільське господарство є одним з найбільш важливих галузей, як в агропромисловому комплексі, так і у всьому народному господарстві. Відмінною рисою сільського виробництва є сезонний характер виробничих процесів. Врожайність – результативний показник ефективності сільського господарства. Від правильного планування і прогнозування рівня врожайності і оптимальних посівів сільськогосподарських культур залежить доход агропідприємств. Потрібен постійний аналіз факторів, які впливають на врожайність сільськогосподарських культур. Розрахунок оптимальної площі посівів зернових культур традиційно [1] виконується за лінійною задачею з лінійним обмеженнями:

$$\begin{cases} \Delta = \sum_{i=1}^m C_i X_i & \max \\ \sum_{i=1}^n X_i \leq S_{\max}, \quad 0 \leq X_i & \end{cases} \quad (1)$$

де Δ – загальний доход, C_i – ціна i -го виду зернових культур, X_i – площа посівів i -го виду зернових культур, S_{\max} – загальна площа, заплановані під посіви, n – кількість типів зернових культур.

Та постановка задачі не враховує можливі зміни ціни, врожайності та інших факторів, тому її неможливо практично застосувати при оптимальному плануванні посівів.

Отже, потрібно спочатку скласти прогноз можливої врожайності культур та цін на них, а потім знаходити оптимальний план посівів.

Для створення нелінійних моделей було використано метод побудови нелінійних емпіричних залежностей [2]

Раніше оптимальне планування посівів проводилося без врахування прогнозу майбутньої врожайності і цін. А ці фактори залежать від прогнозу температури. В комплексі ці фактори не розглядалися.

II. Постановка завдання.

Для вирішення задачі оптимізації плану посівів пропонується модель у вигляді системи (2)-(5), яка полягає у знайденні оптимального рішення у момент t

$$\sum_{i=1}^N (\ddot{O}_{ii} - B_{ii}) z_{ii} \rightarrow \max, \quad (2)$$

де прогноз цін та витрат на виробництво знаходиться як

$$\ddot{O}_{ii} = \sum_{j=1}^M A_{ji}^{\ddot{o}} t_{M-j}^{B_{ji}^{\ddot{o}}} + C_{ji}^{\ddot{o}} (1 - e^{D_{ji}^{\ddot{o}} t_{M-j}}) \sin(E_{ji}^{\ddot{o}} t_{M-j}^{F_{ji}^{\ddot{o}}} + G_{ji}^{\ddot{o}}) + H_i^{\ddot{o}}, \quad (3)$$

$$\hat{A}_{ii} = \sum_{j=1}^{\hat{E}} A_{ji}^{\hat{a}} t_{K-j}^{B_{ji}^{\hat{a}}} + C_{ji}^{\hat{a}} (1 - e^{D_{ji}^{\hat{a}} t_{K-j}}) \sin(E_{ji}^{\hat{a}} t_{K-j}^{F_{ji}^{\hat{a}}} + G_{ji}^{\hat{a}}) + H_j^{\hat{a}}, \quad (4)$$

а розмір продаж обмежується зверху

$$z_{ii} + \sum_{j=1}^L A_{ji}^z t_{L-j}^{B_{ji}^z} + C_{ji}^z (1 - e^{D_{ji}^z t_{L-j}}) \sin(E_{ji}^z t_{L-j}^{F_{ji}^z} + G_{ji}^z) = H_j^z, \quad (5)$$

причому $z_{ii} \geq 0$.

Тут \ddot{O}_{ii} – ціна i -го товару у момент t ; B_{ii} – витрати на виробництво, зберігання та продаж i -го товару у момент t ; z_{ii} – обсяги споживання i -го товару у момент t ; N – кількість видів товару; M, K, L – кількість попередніх значень відповідно ціни, витрат та обсягу споживання товарів. Для досягнення точності апроксимації вище 80% достатньо взяти їх величину в

межах 2-5; $A...H$ – коефіцієнти моделей, верхні індекси яких означають, відповідно ζ – ціни; v – витрати; z – обсяги споживання.

Якщо часовий інтервал є нерівномірним, для кожного з параметрів (P_{ii}) – ціни, витрат чи споживання, – краще застосовувати авторегресійні моделі виду

$$\ddot{I}_{ii} = \sum_{j=1}^E A_{ji}^i \ddot{I}_{t-j}^{B_{ji}^i} + C_{ji}^i (1 - e^{D_{ji}^i \ddot{I}_{t-j}}) \text{Sin}(E_{ji}^i \ddot{I}_{t-j}^{F_{ji}^i} + G_{ji}^i) + H_j^i. \quad (6)$$

Оптимальний розрахунок обсягу продаж на момент t розраховується за моделями, побудованими за попередніми значеннями ціни, витрат та споживання. Після знайденого оптимального рішення, наступний етап оптимізації вимагає повторного знайдення коефіцієнтів прогнозних моделей (3) - (5) моделей за реальними значеннями ціни, обсягу реалізації та витрат.

З використанням такої моделі було отримано оптимальний план продажу молочної продукції, виробів гранітних кар'єрів, постачання інструментів на машинобудівельне підприємство та виконано розрахунок оптимальної площі посівів зернових культур.[3-5]

III. Результати.

Запропоновану постанову задачі було застосовано для розрахунку оптимального плану посівів агрофірми «Гарант-Агро4» на 2008р. Для цього були зібрані дані зміни річних і сезонних температур (табл.1), дані по врожайності зернових культур по рокам (табл.2), дані по цінам на ці види зернових культур по рокам (табл.3).

Таблиця 1. Річні і сезонні температури

Рік(t)								
сезон	2001	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008
зима	-3,44	-2,12	-3,59	-1,14	-1,35	-4,34	-0,49	-3,03
весна	10,28	10,97	9,11	9,51	9,44	8,91	11,25	10,82
літо	22,56	22,67	20,19	19,49	20,82	21,92	23,57	22,03
осінь	10,36	9,91	8,96	9,61	10,64	10,39	9,92	13,82
за рік	9,94	10,36	8,67	9,37	9,89	9,22	11,06	10,91

Таблиця 2. Врожайність зернових культур по рокам

Врожайність ц/га								
рік	Озима пшениця	Озима ячмінь	Ячмінь	Кукурудза	горох	соняшник	цукрові буряки	соя
2005	32	22	11,8	28	15	12,5	158,2	6,6
2006	35,4	25	22,9	18,1	17,8	14,2	192,5	3,9
2007	15,8	24	5,6	10,6	4,1	11,4	165	6,5
2008	28,8	29,4	30	15	19,7	13	200,1	6,5

Таблиця 3. Ціни на зернові культури по рокам

Рік	Ціна, грн/ц						
	Пшениця	Кукурудза	Ячмінь	Горох	Соняшник	Соя	Цукрові буряки
2005	60	33,9	48,8	60	104,3	100	16,8
2006	61,5	59,6	42,8	51,4	89,6	66,2	17
2007	62,5	43,9	65,1	120,9	132,6	105,9	17,5
2008	65	62	67	115	145	95	18

На підставі отриманих даних було висунуто гіпотезу впливу сезонних і середньорічних температур на врожайність, а також на ціни (собівартість - стабільна). Для прогнозування температури на 2008 рік від температури попереднього року було використано авторегресійну модель виду (6). Точність апроксимації дорівнює 100%. Для визначення залежності врожайності від температур попередніх і поточних періодів за чотири попередні роки були використані моделі з нелінійними ефектами виду: залежність врожайності від температури в квадраті, від логарифму температури, від одиниці діленій на температуру. Далі проводився кореляційний аналіз з відбракуванням ефектів з низькою значимістю. Для прогнозування цін було використано значення врожайності за два попередні роки і застосована нелінійна модель з ефектами: врожайність в квадраті, логарифм врожайності, одиниця ділена на врожайність. Знову проводився кореляційний аналіз з відбракуванням ефектів з низькою значимістю. Після відбракування не значимих ефектів і розрахунку методом регресійного аналізу коефіцієнтів моделі була отримана система рівнянь і нерівностей посівного плану на 2008р.

Загальна математична модель прогнозування доходу:

$$(7) \left\{ \begin{array}{l} \sum_{i=1}^n X_i C_i B_i \rightarrow \max \\ \sum_{i=1}^n X_i \leq S_{\max} \\ X_i \geq X_{m.o.} \\ \\ X_i \geq 0 \\ C_i = f(B, B_{t-1}) \\ B_i = f(T, T_{t-1}, T_{t-2}, T_{t-3}, T_{t-4}) \\ T = f(T, T_{t-1}, T_{t-2}, T_{t-3}, T_{t-4}, T_{t-5}, T_{t-6}, T_{t-7}, T_{t-8}) \end{array} \right.$$

де X_i – посівна площа i -го виду сільськогосподарської культури;

C_i – ціна i -го виду сільськогосподарської культури;

B_i – врожайність i -го виду сільськогосподарської культури;

X_i – посівна площа i -го виду зернових культур з технологічною обмеженістю;

S_{\max} – максимальна посівна площа, яка дорівнює 2417,47га.

Технологічні обмеження на 2008р:

площа для посіву озимої пшениці – $S_{o.n} = 686,23$ га;

площа для посіву озимого ячменю – $S_{o.y} = 124,03$ га;

площа для посіву ячменю – $S_y = 402,9$ га;

площа для посіву кукурудзи – $S_k = 259,65$ га;

площа для посіву гороху – $S_r = 62,62$ га;

площа для посіву соняшнику – $S_c = 822,04$ га.

Модель розрахунку оптимальних посівних площ на 2008 рік:

Цільова функція:

$$X_{o.n} C_{o.n} B_{o.n} + X_{o.y} C_{o.y} B_{o.y} + X_y C_y B_y + X_k C_k B_k + X_r C_r B_r + X_c C_c B_c + X_{ц.б} C_{ц.б} B_{ц.б} + X_{соy} C_{соy} B_{соy} \rightarrow \max \quad (8)$$

Обмеження:

$$\left\{ \begin{array}{l} X_{o.n} + X_{o.y} + X_y + X_r + X_k + X_c + X_{ц.б} + X_{соy} \leq S_{\max} \\ X_i \geq 0 \end{array} \right. \quad (9)$$

Виявлені залежності:

$$\begin{aligned}
 &Ц_n = 0,0007B_{o.n\ t-1}^2 + 0,009B_{o.я}^2 - 0,0028B_{к\ t-1}^2 + 57,39; \\
 &Ц_к = 0,014B_{o.я}^2 - 0,025B_я^2 + 0,003B_{ц,б}^2 - 38,49; \\
 &Ц_я = 0,02B_{o.n}^2 + 0,28B_{o.я\ t-1}^2 - 0,012B_{к\ t-1}^2 - 110,2; \\
 &Ц_з = -0,003B_{o.n}^2 + 0,31B_{o.я\ t-1}^2 - 0,05B_{к\ t-1}^2 - 52,79; \\
 &Ц_c = 0,0016B_{o.n}^2 - 0,05B_{к\ t-1}^2 + 0,75B_{coя}^2 + 118; \\
 &Ц_{coя} = 0,06B_{o.n}^2 + 0,32B_{o.я\ t-1}^2 - 0,71B_c^2 - 14,81; \\
 &Ц_{ц,б} = -0,0005B_{o.я}^2 - 0,0013B_{к\ t-1}^2 - 0,0012B_{з\ t-1}^2 + 18,6; \\
 &B_{o.n} = 0,25T_{з\ t-4}^2 + 0,0016T_з^2 - 0,597T_{з\ t-1}^2 + 5,69; \\
 &B_{o.я} = 0,18T_{cp\ t-1}^2 + 0,02T_{л\ t-1}^2 - 0,03T_o^2 + 2,11; \\
 &B_к = 0,06T_{л\ t-3}^2 - 0,32T_{o\ t-2}^2 - 0,04T_{o\ t-4}^2 + 26,88; \\
 &B_я = -0,86T_{cp\ t-1}^2 - 2,77T_{з\ t-4}^2 + 0,51T_{з\ t-1}^2 + 73,12; \\
 &B_з = -0,16T_з - 0,59T_{з\ t-1}^2 - 0,36T_{з\ t-4}^2 + 19,84; \\
 &B_c = 0,08T_{cp\ t-4}^2 + 0,098T_з^2 - 0,05T_{з\ t-4}^2 + 8,88; \\
 &B_б = 20,82T_з + 1,16T_{cp\ t-1}^2 + 5,0045T_з^2 + 75,63; \\
 &B_{coя} = 0,05T_{cp\ t-3}^2 - 0,03T_з^2 - 0,04T_{з\ t-4}^2 + 5,1; \\
 &T_л = 0,2T_{л\ t-1}^{0,95} - 1,7(1 - e^{0,05 T_{л\ t-1}})\text{Sin}(-2,02T_{л\ t-1}^{0,57} - 10,9) + 16,8; \\
 &T_з = -0,3 T_{з\ t-1}^{1,02} - 0,76(1 - e^{-0,9 T_{з\ t-1}})\text{Sin}(-4,94T_{з\ t-1}^{0,43} - 4,86) - \\
 &- 0,3 T_{з\ t-1}^{1,02} - 1,99(1 - e^{-0,5 T_{з\ t-1}})\text{Sin}(-0,26 T_{з\ t-1}^{1,34} - 0,8) + 16,8; \\
 &T_o = -0,56 T_{o\ t-1}^{0,8} - 0,024(1 - e^{0,22 T_{o\ t-1}})\text{Sin}(-1,1T_{o\ t-1}^{1,3} + 0,6) - \\
 &- 0,56T_{o\ t-1}^{0,8} - 1,3(1 - e^{0,12 T_{o\ t-1}})\text{Sin}(-0,13T_{o\ t-1}^{1,4} + 0,42) + 17,1; \\
 &T_p = -0,4T_{p\ t-1}^{0,94} - 0,3(1 - e^{-0,025 T_{p\ t-1}})\text{Sin}(-2,2T_{p\ t-1}^{1,0001} - 0,14) - \\
 &- 2,94(1 - e^{-0,6 T_{p\ t-1}})\text{Sin}(-0,47T_{p\ t-1}^{1,0096} - 1,4) + 13,5; \\
 &T_з = T_{з\ t-1} (1 - e^{0,008 T_{з\ t-1}})\text{Sin}T_{з\ t-1} - 16,8.
 \end{aligned}
 \tag{10}$$

де $B_{o.n\ t-1}$ – врожайність озимої пшениці попереднього року;

$B_{o.я}$ – врожайність озимого ячменю поточного року;

$B_{к\ t-1}$ – врожайність кукурудзи попереднього року;

$B_я$ – врожайність ячменю поточного року;

$B_{ц,б}$ – врожайність цукрового буряку поточного року;

$B_{o.n}$ – врожайність озимої пшениці поточного року;

$B_{o.y.t-1}$ – врожайність озимого ячменю попереднього року;

$B_{coя}$ – врожайність сої поточного року;

B_c – врожайність соняшника поточного року;

$B_{g.t-1}$ – врожайність гороху попереднього року;

$T_{e.t-4}$ – середня температура весни 4 роки назад;

T_e – середня температура весни поточного року;

$T_{z.t-1}$ – середня температура зими попереднього року;

$T_{cp.t-1}$ – середньорічна температура попереднього року;

$T_{l.t-1}$ – середня температура літа попереднього року;

T_o – середня температура осені поточного року;

$T_{l.t-3}$ – середня температура літа 3 роки назад;

$T_{o.t-4}$ – середня температура осені 4 роки назад;

$T_{z.t-4}$ – середня температура зими 4 роки назад;

$T_{cp.t-4}$ – середньорічна температура 4 роки назад;

$T_{o.t-1}$ – середня температура осені попереднього року.

Таблиця 4. Прогнозні і реальні значення ціни, врожайності і температур

2008	Прогноз	Реально	Помилка%	Сер.помилка%
Ціна озимої пшениці	65,03	65,00	0,05	19,95
Ціна кукурудзи	71,23	62,00	14,89	
Ціна ячменю	66,32	67,00	1,01	
Ціна гороху	117,66	115,00	2,32	
Ціна соняшнику	145,40	145,00	0,27	
Ціна сої	210,05	95,00	121,10	
Ціна цукрового буряку	18,00	18,00	0,01	
Врожайність озимої пшениці	28,35	28,80	1,58	0,35
Врожайність озимого ячменю	29,53	29,40	0,43	
Врожайність кукурудзи	14,67	15,00	2,18	
Врожайність ячменю	28,80	30,00	3,99	
Врожайність гороху	19,72	19,70	0,10	
Врожайність соняшнику	12,28	13,00	5,53	
Врожайність цукрового буряку	200,49	200,10	0,20	
Врожайність сої	6,09	6,50	6,25	
Середня температура весни	11,19	10,82	3,47	19,96
Середня температура літа	23,53	22,03	6,84	
Середня температура осені	9,87	13,82	28,58	
Середня температура зими	-0,51	-3,03	83,02	
Середньорічна температура	11,07	10,91	1,47	

Було отримано розрахунок оптимального доходу на 2008р. у кількості 4 269 111 грн. Після засіву розпланованих площ реальний дохід у порівнянні

з прогнозованим становив 4 012 746 грн. Помилка прогнозу доходу дорівнює 6,39%. Помилки прогнозу ціни, врожайності і температур подані в табл.4.

IV. Висновки.

Авторегресійна прогнозна модель (7) дозволяє з помилкою в 20% прогнозувати сезонні і середньорічні температури при умові застосування даних за попередні роки при її побудові. Нелінійні регресійні моделі дозволяють прогнозувати врожайність зернових культур при умові відомих значень температур за попередні чотири роки з погрешністю 2,35%. Нелінійні моделі прогнозу цін на зернові культури дозволяють з погрешністю 19,66% прогнозувати ціни на поточний період при умові відомих значень врожайності попереднього року. Модель оптимізації посівів зернових культур (8)-(9) дозволила прогнозувати доходи агрофірми з помилкою 6,39%.

Перспективою обраного напрямку дослідження є визначення можливості прогнозу не на один рік, а на декілька років наперед.

Література:

1. Полунин И.Ф. Курс математического программирования. – Минск; Высшая школа, 1975. – 384 с.
2. Численные методы/ Н.И. Данилина, Н.С. Дубровская, О.П. Кваша, Г.А. Смирнов и др. – М.; Высшая школа, 1975. – 368 с.
3. Пістунов І.М., Пістунов М.І. Моделювання періодичних процесів в економіці/ Економіка: проблеми теорії та практики. - Вип.. 135.- Д.: ДНУ: 2002.-С. 204-207.
4. Пістунов І.М., Жирютіна О.О. Оптимізація витрат на придбання палива підприємства, яке генерує електроенергію / Науковий вісник НГУ. - №8, 2007.-С. 90-93.
5. Пістунов І.М., Полінський О.М. Економічний аналіз наслідків демографічного спаду на фінансову складову функціонування ВНЗ/ Науковий вісник НГУ. - №4, 2008. - С. 94-98.