

**Міністерство освіти і науки України
Національний технічний університет
«Дніпровська політехніка»**

**Інститут електроенергетики
Факультет інформаційних технологій
Кафедра безпеки інформації та телекомунікацій**

**ПОЯСНЮВАЛЬНА ЗАПИСКА
кваліфікаційної роботи ступеню бакалавра**

студента Ралька Іллі Петровича

академічної групи 172–18–1

спеціальності 172 «Телекомунікації і радіотехніка»

за освітньо-професійною програмою Телекомунікації і радіотехніка

**на тему Вагова функція фільтру Колмогорова–Вінера на основі функцій
Бесселя для телекомунікаційного трафіку в GFSD моделі**

Керівники	Прізвище, ініціали	Оцінка за шкалою		Підпис
		рейтинговою	інституційною	
кваліфікаційної роботи	Горев В.М.	75	добре	
розділів:				
спеціальний	Горев В.М.	75	добре	
економічний	Романюк Н.М.			
Рецензент	Шедловський І.А.			
Нормоконтролер	Гусев О.Ю.			

**Дніпро
2022**

ЗАТВЕРДЖЕНО:
завідувач кафедри
безпеки інформації та телекомунікацій
д.т.н., професор _____ Корнієнко В.І.
«__» _____ 2022 року

ЗАВДАННЯ
на кваліфікаційну роботу ступеня бакалавра

студенту Ральку І. П. академічної групи 172–18–1

спеціальності 172 Телекомунікації та радіотехніка

за освітньо-професійною програмою 172 «Телекомунікації і радіотехніка»

на тему: Вагова функція фільтру Колмогорова–Вінера на основі функцій Бесселя для телекомунікаційного трафіку в GFSD моделі

затверджену наказом ректора НТУ «Дніпровська політехніка» від _____ № _____

Розділ	Зміст	Термін виконання
Стан питання. Постановка задачі	Огляд літератури за темою, обґрунтування поставленої задачі	05.02.2022 – 05.03.2022
Спеціальна частина	Наближене обчислення вагової функції на основі функцій Бесселя	05.03.2022 – 01.05.2022
Економічний розділ	Розрахунок витрат на розробку фільтру Колмогорова-Вінера для телекомунікаційного трафіку в GFSD моделі	01.05.2022 – 01.06.2022

Завдання видано

В.М. Горєв

Дата видачі 05.02.2022

Дата подання до екзаменаційної комісії

Прийнято до виконання

І.П. Ралько

РЕФЕРАТ

Пояснювальна записка: 57с., 19 рис., 5 табл., 7 джерел

Об'єкт дослідження: фільтр Колмогорова-Вінера для прогнозування телекомунікаційного трафіку у GFSD моделі.

Предмет дослідження: вагова функція даного фільтру.

Мета роботи: знайти вагову функцію фільтра Колмогорова-Вінера для прогнозування неперервного телекомунікаційного трафіку у GFSD моделі.

У першому розділі наведено загальні відомості про GFSD модель, фільтр Колмогорова-Вінера та метод Галеркіна. Оглянуто роботи попередників. Зроблено висновок, що задача, яка поставлена у роботі, є актуальною для телекомунікацій.

В спеціальній частині до визначено кореляційну функцію трафіку в GFSD моделі у неперервному випадку. Досліджено розв'язки відповідного рівняння Вінера-Хопфа на основі методу Галеркіна, в рамках якого застосовано обірване розвинення за функціями Бесселя першого роду. Дослідження проведено до наближення 15 функцій включно. На основі отриманих графіків порівняння лівої та правої частин інтегрального рівняння Вінера-Хопфа проілюстровано збіжність методу.

В економічному розділі виконані розрахунки трудомісткості та витрат на розробку фільтру Колмогорова-Вінера для телекомунікаційного трафіку в GFSD моделі.

Результати роботи можуть бути застосовані для прогнозування трафіку у телекомунікаційних системах з пакетною передачею даних.

ІНТЕГРАЛЬНЕ РІВНЯННЯ ВІНЕРА-ХОПФА, ВАГОВА ФУНКЦІЯ ФІЛЬТРУ КОЛМОГОРОВА-ВІНЕРА, ФУНКЦІЇ БЕССЕЛЯ ПЕРШОГО РОДУ, МЕТОД ГАЛЕРКІНА, GFSD МОДЕЛЬ, ПРОГНОЗУВАННЯ ТЕЛЕКОМУНІКАЦІЙНОГО ТРАФІКУ, НЕПЕРЕРВНИЙ ВИПАДКОВИЙ ПРОЦЕС

РЕФЕРАТ

Пояснительная записка: 57с., 19 мал., 5 табл., 7 источников

Объект исследования: фильтр Колмогорова-Винера для прогнозирования телекоммуникационного траффика в GFSD модели.

Предмет исследования: весовая функция данного фильтра.

Цель работы: получить весовую функцию фильтр Колмогорова-Винера для прогнозирования непрерывного телекоммуникационного траффика в GFSD модели.

В первом разделе приведены общие сведения про GFSD модель, фильтр Колмогорова–Винера и метод Галеркина. Рассмотрены работы предшественников. Сделан вывод о том, что задача, поставленная в работе, является актуальной для телекоммуникаций.

В специальной части доопределена корреляционная функция траффика в GFSD модели в непрерывном случае. Исследованы решения соответствующего уравнения Винера–Хопфа на основе метода Галеркина, в рамках которого применено оборванное разложение по функциям Бесселя первого рода. Исследование проведено до приближения 15 функций включительно. На основе полученных графиков сравнения левой и правой частей интегрального уравнения проиллюстрирована сходимость метода.

В экономическом разделе рассчитаны трудоемкость и траты на разработку фильтра Колмогорова–Винера для телекоммуникационного траффика в GFSD модели.

Результаты работы могут быть применены к прогнозированию траффика в телекоммуникационных системах с пакетной передачей данных.

ИНТЕГРАЛЬНОЕ УРАВНЕНИЕ ВИНЕРА–ХОПФА, ВЕСОВАЯ ФУНКЦИЯ ФИЛЬТРА КОЛМОГОРОВА–ВИНЕРА, ФУНКЦИИ БЕССЕЛЯ ПЕРВОГО РОДА, МЕТОД ГАЛЕРКИНА, GFSD МОДЕЛЬ, ПРОГНОЗИРОВАНИЕ ТЕЛЕКОМУНИКАЦИОННОГО ТРАФФИКА, НЕПРЕРЫВНЫЙ СЛУЧАЙНЫЙ ПРОЦЕСС.

ABSTRACT

Explanatory note: 57 pages, 19 pic., 5 tab., 7 references.

Object of research: Kolmogorov-Wiener filter for prediction of telecommunication traffic in a GFSD model.

Subject of research: the weight function of the filter.

The aim of the work: to obtain the weight function of the corresponding filter for the prediction of a continuous telecommunication traffic in a GFSD model.

In the first section the general information about the GFSD model, the Kolmogorov–Wiener filter and the Galerkin method is given. A literature review is made. It is concluded that the problem under consideration is an urgent problem for telecommunications.

In the special part, the extension of the definition of the traffic correlation function is given for the continuous case in the GFSD model. The solutions of the corresponding Wiener–Hopf integral equation are investigated on the basis of the Galerkin method, the Galerkin method is realized on the basis of a truncated expansion in the Bessel function of the first kind. The investigation is made up to the 15-polynomial approximation. The method convergence is illustrated on the basis of the obtained graphs of comparison of the left-hand side and the right-hand side of the Wiener–Hopf integral equation.

In the economic section the laboriousness and the costs for the development of the Kolmogorov–Wiener filter for the telecommunication traffic in the GFSD model are calculated.

The results of the work may be applied to the practical traffic prediction in the telecommunication systems with data packet transfer.

WIENER–HOPF INTEGRAL EQUATION, KOLMOGOROV-WIENER FILTER WEIGHT FUNCTION, CHEBYSHEV POLYNOMIALS OF THE FIRST KIND, GALERKIN METHOD, GFSD MODEL, TELECOMMUNICATION TRAFFIC PREDICTION, CONTINUOUS RANDOM PROCESS

ЗМІСТ

ВСТУП.....	8
1 СТАН ПИТАННЯ І ПОСТАНОВКА ЗАДАЧІ.....	11
1.1.1 GSFD модель та Гамма–функція Ейлера	11
1.1.2 Фільтр Колмогорова–Вінера та мотивація задачі.....	13
1.1.3 Метод Галеркіна та функції Бесселя першого роду.....	15
1.2 Постановка задачі.....	17
1.3 Висновки.....	17
2 СПЕЦІАЛЬНА ЧАСТИНА.....	18
2.1 Довизначення кореляційної функції неперервного трафіку на проміжок $[0,1)$	18
2.2 Обчислення вагової функції фільтра. Дослідження поведінки розв’язків в залежності від кількості поліномів.....	23
2.3 Порівняння лівої та правої частин інтегрального рівняння. Дослідження поведінки розв’язків в залежності від кількості поліномів.....	25
2.4 Висновки.....	37
3 ЕКОНОМІЧНИЙ РОЗДІЛ.....	39
3.1 Визначення трудомісткості розробці фільтру Колмогорова–Вінера для телекомунікаційного трафіку в GSFD моделі.....	39
3.2 Визначення середньої заробітної плати спеціаліста в галузі телекомунікацій.....	40
3.3 Розрахунок витрат на заробітну плату.....	41
3.4 Розрахунок витрат на програмне та апаратне забезпечення.....	42
3.5 Розрахунок капітальних витрат.....	42
3.6 Висновки.....	43
ВИСНОВКИ.....	44
ПЕРЕЛІК ПОСИЛАНЬ.....	46

ДОДАТОК А. Відомість матеріалів кваліфікаційної роботи.....	47
ДОДАТОК Б. Перелік документів на оптичному носії.....	48
ДОДАТОК В. Програмний Код у Wolfram Mathematica.....	49
ДОДАТОК Г. Відгук керівника економічного розділу.....	56
ДОДАТОК Д. Відгук керівника кваліфікаційної роботи.....	57

ВСТУП

Завдання прогнозування телекомунікаційного трафіку є актуальним завданням. Зокрема [1] підкреслює, що ця роль важлива для оптимізації мережевих ресурсів, оскільки більш точне прогнозування трафіку може запобігти надмірному споживанню ресурсів. Він також [1] стверджує, що прогнозування трафіку дуже важливо для кібербезпеки, оскільки наявність атаки на систему можна визначити, порівнявши фактичний трафік з прогнозом.

Існує багато різних підходів і відносно складних підходів до прогнозування трафіку [1]. Ця стаття зосереджена на підході на основі фільтрів Колмогорова-Вінера. Цей фільтр є відносно простим (лінійним і фіксованим, див. [2]), але його можна використовувати для прогнозування статичних процесів, а як відомо [3], телекомунікаційний трафік можна вважати статичним випадковим процесом у найпростіших моделях. Такими моделями є модель структурної степеневі функції [4] та фрактальна модель гаусового шуму [3], конструкцію фільтра Колмогорова-Вінера, для якої він, зокрема, досліджувався [5, 6].

Однак, крім перерахованих вище, існують і інші моделі стоячого руху. Зокрема, [7] запропонував ряд моделей для опису телекомунікаційного трафіку, зокрема, так звану модель GFSD (Gaussian fractional sum-difference), та отримав кореляційну функцію телекомунікаційного трафіку, описану цією моделлю.

Як частина моделі GFSD фільтр Колмогорова-Вінера ще не тестувався. Таким чином, метою даної роботи є отримання вагової функції фільтра Колмогорова-Вінера для прогнозування телекомунікаційного трафіку в моделі GFSD.

Економічна частина моделі GFSD розраховує складність і вартість розробки фільтра Колмогорова-Вінера, необхідного для телекомунікаційного трафіку. Важливість задачі прогнозування телекомунікаційного трафіку полягає в тому що вона дозволяє класифікувати і оцінити характеристики породжуючої системи, і отримати адекватну динамічну модель трафіку. Обґрунтовано необхідність застосування прогнозування трафіка для покращення роботи

методів запобігання перевантажень. Ефективні алгоритми боротьби з перевантаженнями дозволяють підвищити не тільки надійність, але і корисну пропускну здатність мережі. Метод прогнозування являє собою сукупність операцій та прийомів, з допомогою яких можна передбачати майбутній розвиток процесу. Тобто метод прогнозування – це послідовність дій, необхідних для отримання прогнозу. Моделлю прогнозування називають функціональне уявлення, яке адекватно описує процес, що досліджується, та є основою для отримання його майбутніх значень. На сьогодні, за оцінками спеціалістів, існує близько 150 різних методів прогнозування, хоча на практиці найчастіше використовують 15-20. Найбільш загальною класифікацією методів прогнозування є поділ їх на кількісні (формалізовані) та якісні (інтуїтивні). Кількісні методи використовують інформацію, отриману на основі спостережень за зміною параметрів чи за наявності статистично достовірних залежностей, що характеризують процес (до таких методів відносять аналіз часових рядів, причиннонаслідкове моделювання і т.д.). Такі методи використовуються в разі, якщо інформація про об'єкт прогнозування носить в основному кількісний характер, а вплив різних чинників можна описати за допомогою математичних формул. Якісні методи ґрунтуються на експертних оцінках фахівців (прикладом таких методів є методи експертних оцінок, моделі очікувань споживача і т.п.). Дані методи застосовують коли інформація кількісного характеру про об'єкт прогнозування відсутня або носить в основному якісний характер і вплив факторів неможливо описати математично. Дані щодо мережевого трафіка можна вважати часовим рядом, оскільки часовий ряд – це послідовність значень, отриманих через рівні проміжки, що описують процес, який перебігає у часі. Проте методи прогнозування часових рядів по відношенню до мережевого трафіка дослідники стали застосовувати відносно недавно. Задача прогнозування значень часового ряду не є новою, але дослідження в даній області не втрачають актуальності і постійно виникають нові алгоритми і методики прогнозування. В роботах, присвячених цим питанням, найчастіше

досліджують авторегресійні моделі прогнозування, рідше – на основі нейромереж. Крім того, алгоритмів прогнозування часових рядів і їх варіацій досить багато, а дослідження кожного з них досить трудомістке завдання. Таким чином, задача керування трафіком на основі прогнозів стану мережі залишається вельми актуальною.

1 СТАН ПИТАННЯ І ПОСТАНОВКА ЗАДАЧІ

1.1.1 GFSD модель та Гамма-функція Ейлера

Модель GFSD була запропонована в [7] для опису фіксованого телекомунікаційного трафіку. Ця модель є підсумком моделі фрактального гауссового шуму. [7] зазначив, що така модель добре описує пакетний трафік між університетами Лейпцига, Окленда та Bell Laboratories. Дискретну модель GFSD можна ввести наступним чином [7]. Спочатку випадковий процес h_t вводиться.

$$(1 - \hat{B})^d h_t = \xi_t, \quad (1.1)$$

де ξ_t – білий гаусів шум з середнім значенням, що дорівнює нулю, та дисперсією, що дорівнює

$$\sigma_{\xi}^2 = \frac{(1-d)\Gamma^2(1-d)}{2\Gamma(1-2d)}, \quad (1.2)$$

d – так званий порядок інтегрованості моделі. За визначенням, оператор \hat{B} є оператором зсуву на 1 крок назад:

$$\hat{B}h_t = h_{t-1}, \quad (1.3)$$

та оператор $(1 - \hat{B})^d$ слід розуміти як розвинення в ряд Тейлора за оператором \hat{B} [8]:

$$(1 - \hat{B})^d = 1 - d\hat{B} - \frac{1}{2}d(1-d)\hat{B}^2 - \frac{1}{6}d(1-d)(2^3-d)\hat{B}^3 + \dots \quad (1.4)$$

Надалі вводиться випадковий процес s_t наступним чином:

$$s_t = h_t + h_{t-1}. \quad (1.5)$$

Тоді випадковий процес x_t , що описує трафік у GFSD моделі, є наступним:

$$x_t = \sqrt{1-\theta}s_t + \sqrt{\theta}\eta_t, \quad (1.6)$$

де η_t – гаусів білий шум нульовим середнім та з дисперсією, що дорівнює 1, а $\theta \in (0,1)$ – так званий коефіцієнт змішування моделі, який залежить від швидкості прийому пакетів (позначимо цю швидкість як α).

Тоді для дискретних процесів у роботі [7] було отримано такий вираз для кореляційної функції випадкового процесу x_t :

$$R(t) = (1-\theta(\alpha)) \frac{2(1-d)t^2 - (1-d)^2}{t^2 - (1-d)^2} \frac{\Gamma(1-d)}{\Gamma(d)} \frac{\Gamma(t+d)}{\Gamma(t-d+1)}, \quad t \geq 1, \quad (1.7)$$

залежність $\theta(\alpha)$ встановлено у [7] на основі експериментальних даних. У роботі [7] використане значення

$$d = 0,31. \quad (1.8)$$

Як бачимо, зокрема, у виразі (0.7) має місце так звана Гамма-функція Ейлера. За визначенням [9],

$$\Gamma(x) = \int_0^{\infty} e^{-t} t^{x-1} dt. \quad (1.9)$$

Графіки гамма-функції $\Gamma(x)$ та функції $1/\Gamma(x)$ наведено на рис. 1.1.

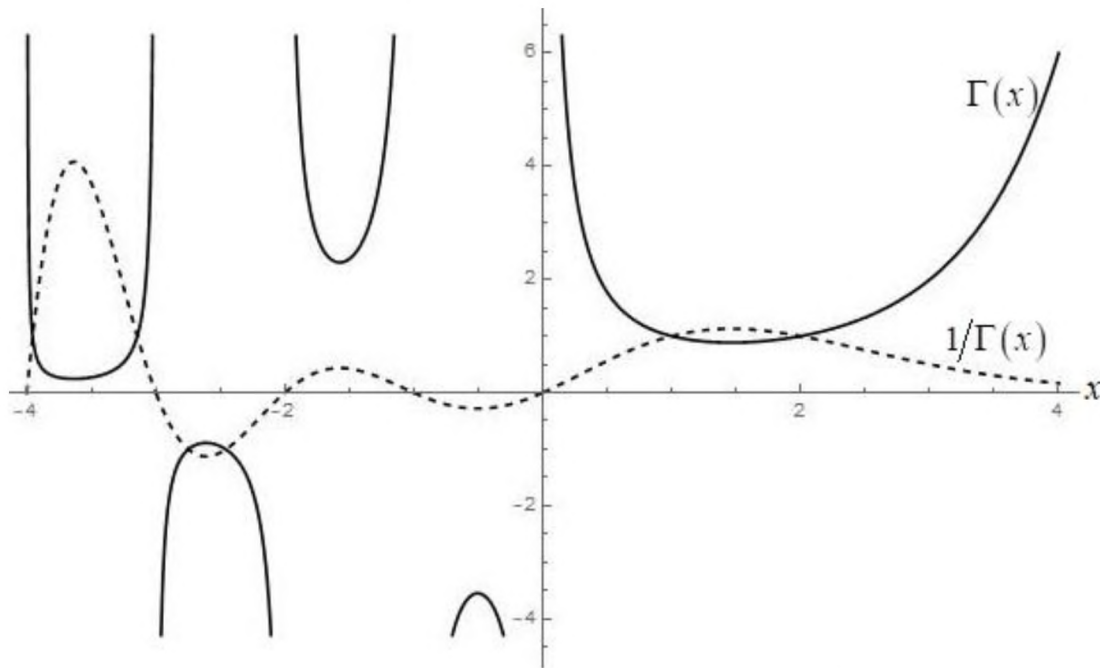


Рисунок 1.1 – графіки функцій $\Gamma(x)$ та $1/\Gamma(x)$ [9]

Як бачимо, функція $\Gamma(x)$ є розбіжною при $x = 0, -1, -2, \dots$, на інтервалі $x \in (0, \infty)$ вона є скінченною. Так як $\Gamma(x)$ входить у (0.7) лише при додатних аргументах (див. (0.8)), то при $t \geq 1$ кореляційна функція $R(t)$ не матиме розбіжностей. Гамма-функція є вбудованою в різноманітні математичні пакети, зокрема, у пакет Wolfram Mathematica, який використано для числових обчислень в даній роботі.

1.1.2 Фільтр Колмогорова–Вінера та мотивація задачі

Як відомо [10], фільтр Колмогорова-Вінера є лінійним стаціонарним фільтром, який застосовується до стаціонарних випадкових процесів і може виконувати дві функції: «видалення» шуму із суміші корисного сигналу та шуму та функції прогнозування. У цій статті ми розглядаємо фільтр Колмогорова-Вінера як прогнозуючий фільтр, припускаючи, що трафік не спотворюється адитивним шумом.

Як зазначено в [4], для багатьох даних рекомендується перехід від дискретного до безперервного. Тоді, як відомо [10], вагова функція фільтра підпадає під інтегральне рівняння Вінера-Хопфа:

$$R(t+z) = \int_0^T d\tau h(\tau) R(t-\tau), \quad (1.10)$$

де $R(x)$ – кореляційна функція досліджуваного процесу, z – часовий інтервал, на який зроблено прогноз, $h(\tau)$ – невідома вагова функція фільтру, яку треба знайти на основі даного рівняння, T – часовий інтервал, впродовж якого спостережуються вхідні дані фільтру. Зазвичай розглядається випадок $z \ll T$. Пошук вагової функції фільтру є важливим, бо вихід фільтру $y(t)$ виражається через вхід фільтру $x(t)$ наступним чином:

$$y(t) = \int_0^T h(\tau) x(t-\tau) d\tau. \quad (1.11)$$

Існують дуже складні підходи до прогнозування телекомунікаційного трафіку, зокрема, такі як використання нейронних мереж, вейвлет-перетворення [1]. Лінійний стаціонарний фільтр Колмогорова-Вінера простіший за наведені вище підходи, тому його вивчення представляє інтерес, оскільки його застосування для стаціонарного прогнозування трафіку може бути набагато простіше, ніж застосування вищевказаних алгоритмів. Наразі підхід на основі фільтрів Колмогорова-Вінера в літературі не розглядався. Зокрема, теоретичні конструкції цього фільтра прогнозування трафіку відомі в моделі, де трафік розглядається як стаціонарний випадковий процес зі ступінчастою структурною функцією [5], і в моделі, де трафік розглядається як фрактальний гауссовий

шум [6]. Однак конструкція цього фільтра для інших моделей невідома, зокрема для моделі GFSD. Тому дослідження фільтра Колмогорова-Вінера для моделі GFSD є актуальним завданням.

1.1.3 Метод Галеркіна

Математична постановка задачі, яка стоїть перед цією роботою, по суті, полягає у розв'язанні інтегрального рівняння Вінера-Хопфа. Рівняння Вінера-Хопфа насправді є інтегральним рівнянням Фредгольма першого роду, і йому дуже важко знайти чітке аналітичне рішення. Отже, гарна ідея шукати наближений розв'язок цього рівняння. Метод Галеркіна є популярним у літературі методом пошуку наближених розв'язків таких рівнянь. Його ідея полягає в наступному. Невідому функцію, яка є в інтегральному рівнянні, шукаємо у вигляді безперервного розвитку за функцією розвинення в ряд за функціями

Математична постановка задачі, яка стоїть перед цією роботою, по суті, полягає у розв'язанні інтегрального рівняння (1.10). Рівняння (1.10) насправді є інтегральним рівнянням Фредгольма першого роду, і йому дуже важко знайти чітке аналітичне рішення. Отже, гарна ідея шукати наближений розв'язок цього рівняння. Метод Галеркіна є популярним у літературі методом пошуку наближених розв'язків таких рівнянь. Його ідея полягає в наступному. Невідому функцію, яка є в інтегральному рівнянні, шукаємо у вигляді безперервного розвитку за функцією. $S_0(\tau), S_1(\tau), S_2(\tau), \dots$, що утворюють повну ортогональну систему функцій:

$$h(\tau) = \sum_{s=0}^{n-1} g_s S_s(\tau) \quad (1.12)$$

g_s – невідомі коефіцієнти розвинення. Після заміни (1.12) у (1.10) та

інтегрування за t може бути отримана слідуєча система лінійних алгебраїчних рівнянь на коефіцієнти g_s :

$$\sum_{s=0}^{n-1} G_{ks} g_s = B_k \quad (1.13)$$

де величини G_{ks} є наступними подвійними інтегралами:

$$G_{ks} = \int_0^T \int_0^T d\tau dt S_k(t) S_s(\tau) R(t - \tau) \quad (1.14)$$

вільні члени B_k є наступними інтегралами:

$$B_k = \int_0^T dt S_k(t) R(t + z) \quad (1.15)$$

Величини G_{ks} ще називають інтегральними дужками. Розв'язок системи рівнянь (1.13) можна отримати, наприклад, матричним методом:

$$\begin{pmatrix} g_0 \\ g_1 \\ \vdots \\ g_{n-1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} G_{00} & \mathcal{B}_{0,01} \\ G_{10} & \mathcal{B}_{1,11} \\ \vdots & \vdots \\ G_{n-1,0} & \mathcal{B}_{n-1,n-2,0} \end{pmatrix} \cdots \begin{pmatrix} G_{0,n-1} \\ G_{1,n-1} \\ \vdots \\ G_{n-1,n-1} \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} \vdots \end{pmatrix} \quad (1.16)$$

Як відомо (див., наприклад, [6]), метод Галеркіна має бути збіжним, якщо ядро інтегрального рівняння досліджуваного інтегрального рівняння додатне. Ядром інтегрального рівняння (1.10) є функція (1.7), яка в дискретному випадку визначена для $t \geq 1$.

1.2 Постановка задачі

Завдання полягає в тому, щоб знайти вагову функцію фільтра Колмогорова-Вінера для прогнозування телекомунікаційного трафіку як безперервного стаціонарного випадкового процесу, що описує модель GFSD, та дослідити поведінку рішення в апроксимації різної кількості функцій Бесселя.

1.3 Висновки

Висновок до першого розділу полягає в тому, що завдання, поставлене перед цією кваліфікаційною роботою, є актуальним.

2 СПЕЦІАЛЬНА ЧАСТИНА

2.1 Довизначення кореляційної функції неперервного трафіку на проміжок [0,1]

Як зазначалося вище, кореляційна функція трафіку в моделі GFSD для дискретного випадку для $t \geq 1$ певним виразом (1.7). Після перевірки

(1.7) у (1.10) вираз $(1 - \theta(\alpha))$ скоротиться, і рівняння набуде вигляду

$$r(t+z) = \int_0^t d\tau h(\tau) r(t-\tau), \quad (2.1)$$

де

$$r(t) = \frac{2(1-d)t^2 - (1-d)^2}{t^2 - (1-d)^2} \frac{\Gamma(1-d)}{\Gamma(d)} \frac{\Gamma(t+d)}{\Gamma(t-d+1)}, \quad (2.2)$$

множник $\frac{\Gamma(1-d)}{\Gamma(d)}$ скорочувати нема сенсу, бо його наявність

забезпечує виконання умови

$$r(0)=1. \quad (2.3)$$

У роботі використане значення $d = 0,31$ [7].

Побудуємо графік функції $r(t)$ на проміжку $t \in [0,1]$, див. рис. 2.1. Як

бачимо з графіку та з виразу (2.2), функція $r(t)$ має розбіжність у точці

$t = 1 - d$. Як відомо [13], кореляційна функція не може себе поводити аналогічно поведінці, зображеної на рис. 2.1, бо вона має задовольняти нерівності

$$|R(t)| \leq R(0). \quad (2.4)$$

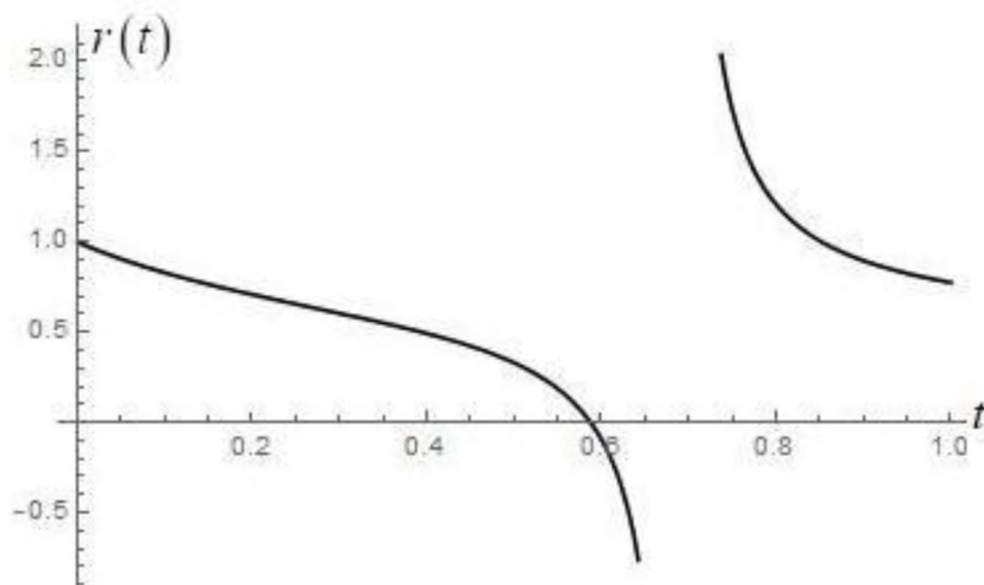


Рисунок 2.1 – Графік функції $r(t)$ на проміжку $[0,1]$

Тому використання формули (2.2) не буде коректним на проміжку $t \in [0,1]$, на проміжку треба до визначити функцію $r(t)$ іншим чином. У даній роботі це пропонується зробити так – шукаємо

$r(t)$ на проміжку $t \in [0,1)$ у вигляді

$$(2.5) \quad r(t) = a \cdot t^b + c,$$

виходячи з умови (2.3) та умов зшивки в точці $t = 1$:

$$\left. \frac{dr(t)}{dt} \right|_{t \rightarrow 1-0} = \left. \frac{dr(t)}{dt} \right|_{t \rightarrow 1+0}, \quad r(t) \Big|_{t \rightarrow 1-0} = r(t) \Big|_{t \rightarrow 1+0}. \quad (2.6)$$

На основі (2.5) та (2.3) можемо прийти до висновку, що

$$c = 1. \quad (2.7)$$

Умови (2.6) з урахуванням (2.7) можна переписати як

$$ab = \left. \frac{\Gamma(1-d)}{\Gamma(d)} \cdot \frac{d}{dt} \left(\frac{2(1-d)t^2 - (1-d)^2}{t^2 - (1-d)^2} \frac{\Gamma(t+d)}{\Gamma(t-d+1)} \right) \right|_{t=1}, \quad (2.8)$$

$$a+1 = \left. \frac{\Gamma(1-d)}{\Gamma(d)} \cdot \frac{2(1-d)t^2 - (1-d)^2}{t^2 - (1-d)^2} \frac{\Gamma(t+d)}{\Gamma(t-d+1)} \right|_{t=1},$$

що на основі числового значення $d = 0,31$ призводить до таких числових значень a та b :

$$a \approx -0,225, \quad b \approx 3,87, \quad (2.9)$$

у (2.9) ці значення округляються до трьох значущих цифр.

Нарешті, майте на увазі, що функція кореляції повинна бути парною. Отже, підсумовуючи вищесказане, ми можемо написати кінцевий вираз для функції $r(t)$ в неперервному випадку

$$r(t) = \begin{cases} \frac{2(1-d)t^2 - (1-d)^2}{t^2 - (1-d)^2} \frac{\Gamma(1-d)}{\Gamma(d)} \frac{\Gamma(|t|+d)}{\Gamma(|t|-d+1)}, & |t| \geq 1 \\ a \cdot |t|^b + c, & |t| < 1 \end{cases}, \quad (2.10)$$

значення констант a та b наведено у (2.9), а значення констант c – у (2.7). Для більшої наочності наведемо графік функції (2.10) на відрізок $r(t)$, див. рис. 2.2. Як видно з рис. 2.2. Цей графік задовольняє такі «вимоги» до кореляційної функції, як (2.4), і вимогу, щоб кореляційна функція була парною (нагадаємо, що функція (2.10) пропорційна кореляційній функції). Крім того, сама функція (2.10) і її похідна є неперервними з додатними і негативними значеннями аргументу.

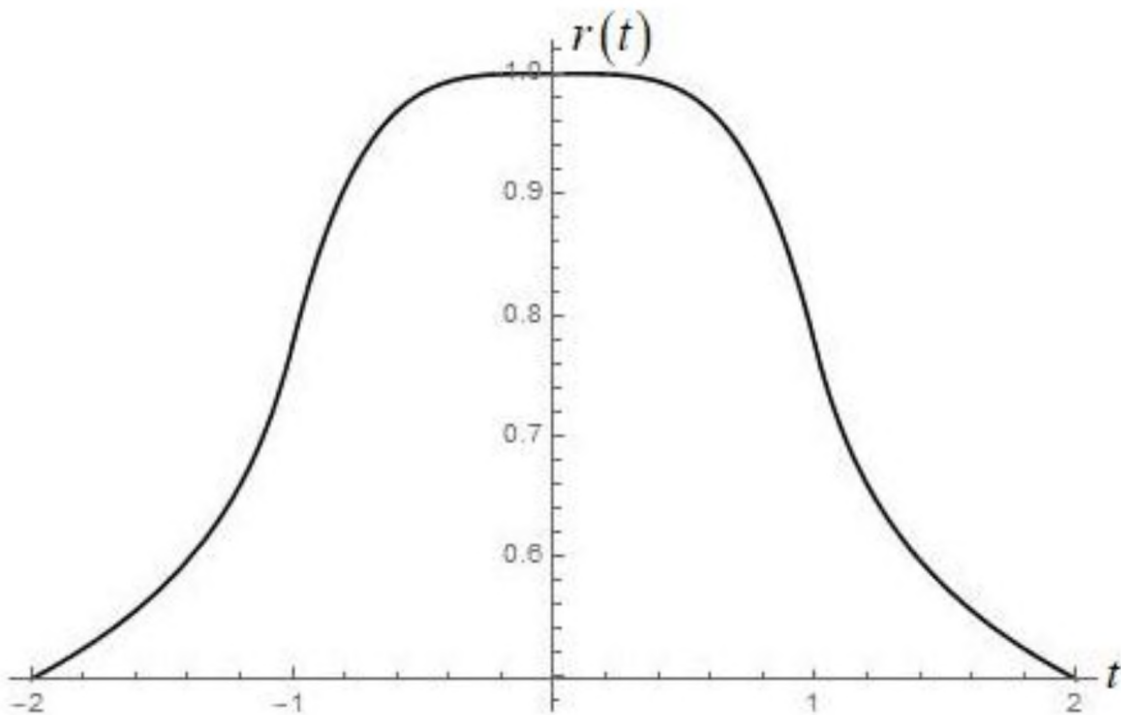


Рисунок 2.2 – Графік функції (2.10) на проміжку $[-2, 2]$

Взагалі кажучи, [7] стверджує, що дисперсія процесу x_t (див. (1.6)) має дорівнювати 1, тому, ймовірно, було б точніше визначити функцію $r(t)$ так, щоб рівність було виконано

$$r(0) = \frac{1}{1 - \theta(\alpha)}, \quad (2.11)$$

наприклад, так:

$$r(t) = \begin{cases} \frac{2(1-d)t^2 - (1-d)^2}{t^2 - (1-d)^2} \frac{\Gamma(1-d)}{\Gamma(d)} \frac{\Gamma(|t|+d)}{\Gamma(|t|-d+1)}, & |t| \geq 1 \\ a \cdot |t|^b + c, & 0 < |t| < 1 \\ \frac{1}{1 - \theta(\alpha)}, & t = 0 \end{cases}, \quad (2.12)$$

або інакше, наприклад, на основі ідеї (2.5), але за запитом

$$c = \frac{1}{1 - \theta(\alpha)}, \quad (2.13)$$

Однак, якщо вхід фільтра спостерігається протягом певного періоду часу $T \gg 1$, основний внесок в інтегрування у виразах (1.14) і (1.15) буде від періоду часу $t \in [1, T]$, а не від періоду часу $t \in [0, 1]$, тому цілком ймовірно, що вагові функції $r(t)$ для різних методів не будуть суттєво відрізнятися.

Слід також зазначити, що $t \geq 1$ кореляційна функція в неперервному та дискретному випадках має суттєво збігатися. Цей збіг можна проілюструвати на основі, наприклад, моделі фрактального гауссового шуму. Як відомо, наприклад, [14], кореляційна функція дискретного фрактального гауссового шуму $t \geq 1$ задається таким виразом:

$$R_1(t) = \frac{1}{2} \left((t+1)^{2H} - 2t^{2H} + (t-1)^{2H} \right), \quad (2.14)$$

і відповідна кореляційна функція безперервно задається, по суті, як асимптотика дискретної поведінки на великих часах:

$$R_2(t) = H(2H - 1)|t|^{2H-2}, \quad (2.15)$$

Наведемо графіки функцій $R_1(t)$ та $R_2(t)$, див. рис. 2.3. Як бачимо, вже для $t=1$ ці функції є дуже близькими, а при збільшенні t вони стають ще ближчими.

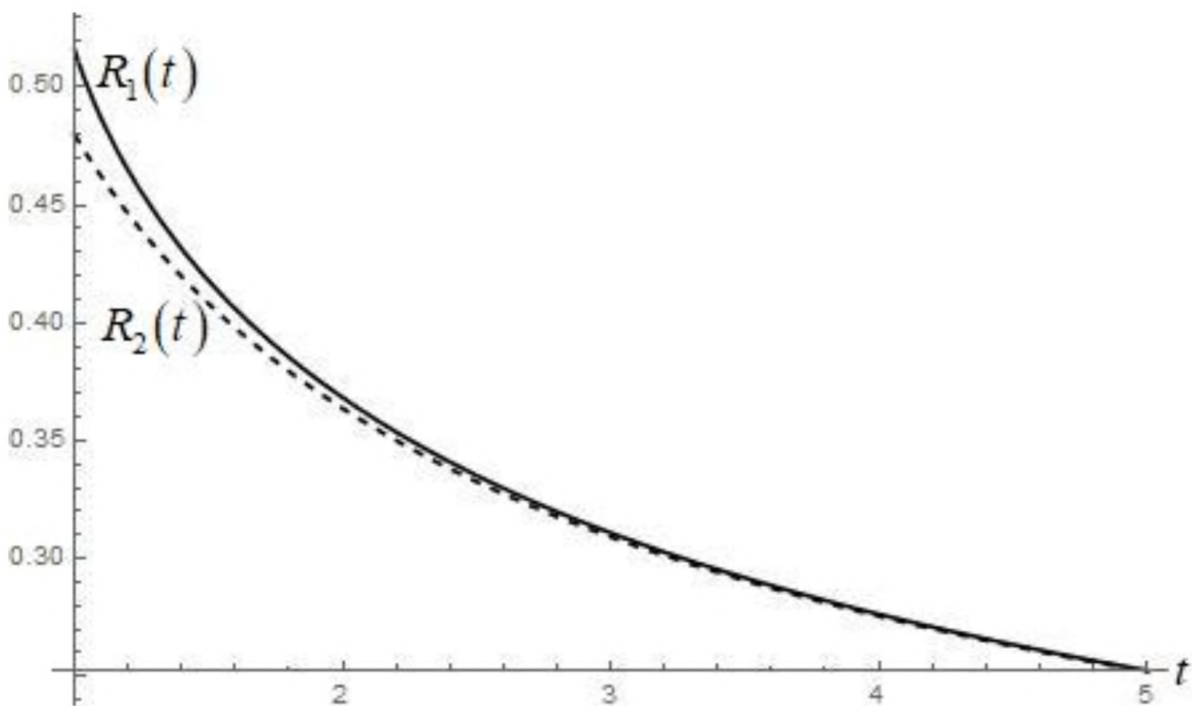


Рисунок 2.3 – Графік функцій $R_1(t)$ та $R_2(t)$ на проміжку $[1,5]$

Вираз (2.10) задовольняє вимозі збігу кореляційних функцій у дискретному та безперервному випадках при $t \geq 1$. Тому в цій роботі для простоти зупинимося на визначенні функції $r(t)$ з (2.10).

2.2 Обчислення вагової функції фільтра.

Шукаємо розв'язок у вигляді

$$h(t) = \sum_{s=1}^n g_s J_0\left(\frac{\mu_s t}{T}\right), \quad (2.16)$$

g_s – невідомі коефіцієнти, μ_s – додатні корені функції Бесселя $J_0(t)$.

Підставляємо $h(\tau)$ в інтегральне рівняння:

$$\sum_{s=1}^n g_s \int_0^T d\tau J_0\left(\frac{\mu_s \tau}{T}\right) R(t-\tau) = R(t+z), \quad (2.17)$$

та множимо почергово на $J_0\left(\frac{\mu_k t}{T}\right)$, $k = 1, 2, 3, \dots, n$, далі інтегруємо:

$$\sum_{s=1}^n g_s \int_0^T dt \int_0^T d\tau J_0\left(\frac{\mu_k \tau}{T}\right) J_0\left(\frac{\mu_s t}{T}\right) R(t-\tau) = \int_0^T dt J_0\left(\frac{\mu_k t}{T}\right) R(t+z). \quad (2.18)$$

Це – система рівнянь на невідомі коефіцієнти g_s . Її матричний вигляд: $Gg = B$, де

$$G = \begin{pmatrix} G_{11} & G_{12} & \cdots & G_{1n} \\ G_{21} & G_{22} & \cdots & G_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ G_{n1} & G_{n2} & \cdots & G_{nn} \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} B_1 \\ B_2 \\ \vdots \\ B_n \end{pmatrix}, \quad g = \begin{pmatrix} g_1 \\ g_2 \\ \vdots \\ g_n \end{pmatrix}. \quad (2.19)$$

Відповідний розв'язок: $g = G^{-1}B$.

Компоненти матриці G (її називають матрицею інтегральних дужок):

$$G_{ks} = \int_0^T dt \int_0^T d\tau J_0\left(\frac{\mu_k \tau}{T}\right) J_0\left(\frac{\mu_s t}{T}\right) R(t-\tau); \quad (2.20)$$

$k = 1, 2, 3, \dots, n$, $s = 1, 2, 3, \dots, n$; виконується властивість

$$G_{ks} = G_{sk}. \quad (2.21)$$

$$\text{Компоненти матриці } B: B_k = \int_0^T dt J_0\left(\frac{\mu_k t}{T}\right) R(t+z), \quad (2.22)$$

$$k = 1, 2, 3, \dots, n.$$

2.3 Порівняння лівої та правої частин інтегрального рівняння. Дослідження поведінки розв'язків в залежності від кількості функцій

За допомогою математичного пакету Wolfram Mathematica на основі рівнянь (2.19) (2.17), (2.20), рівняння (2.16) для величин B_k та властивостей

(2.21) було отримано такі числові значення коефіцієнтів при функціях, див. таблицю 2.1.

Таблиця 2.1 – Числові значення коефіцієнтів при функціях

Кількість функцій Бесселя	Значення коефіцієнтів g_k при функціях Бесселя
15	0.006
	0.003
	0.006
	0.003
	0.006
	0.003
	0.006
	0.003
	0.006
	0.003
	0.006
	0.003
	0.007
	0.004
	0.008
0.018	

Продовження таблиці 2.1

14	0.006 0.003 0.007 0.003 0.006 0.003 0.006 0.003 0.007 0.003 0.007 0.005 0.009 0.016
13	0.006 0.003 0.007 0.003 0.006 0.003 0.006 0.003 0.007 0.004 0.008 0.006 0.018
12	0.007 0.003 0.007 0.003 0.007 0.003 0.007 0.003 0.008 0.005 0.010 0.016
11	0.006 0.003 0.007 0.003 0.007 0.003 0.007 0.004 0.008 0.006 0.018

Продовження таблиці 2.1

10	0.007 0.003 0.007 0.003 0.007 0.003 0.008 0.005 0.010 0.016
9	0.007 0.003 0.007 0.003 0.007 0.004 0.008 0.006 0.018
8	0.007 0.004 0.007 0.003 0.008 0.005 0.010 0.016
7	0.007 0.003 0.007 0.004 0.008 0.006 0.018
6	0.007 0.003 0.008 0.004 0.010 0.015
5	0.007 0.004 0.008 0.006 0.018
4	0.008 0.004 0.010 0.014

Продовження таблиці 2.1

3	0.008 0.005 0.017
2	0.009 0.016

1	0.012
---	-------

Відповідно, на основі отриманих значень коефіцієнтів для функцій проводиться чисельне порівняння лівої та правої частин інтегрального рівняння (2.1). Спочатку було перетворено вираз для лівої частини, що зручно для прямих обчислень у Wolfram Mathematica:

$$\text{Left}(t) = \int_0^T d\tau h(\tau) r(t-\tau) \int_{t-T}^t \begin{cases} x = t - \tau, dx = -d\tau, \\ \tau = 0 \rightarrow x = t, \\ \tau = T \rightarrow x = t - T \end{cases} = \int_{t-T}^t dx h(t-x) r(x), \quad (2.23)$$

що з урахуванням (2.10) та (1.12) може бути переписане як

$$\text{Left}(t) = \begin{cases} L_1(t), t \in (1, T-1) \\ L_2(t), t \geq T-1 \\ L_3(t), t \leq 1 \end{cases}, \quad (2.24)$$

де функція $L_1(t)$ визначається як

$$\begin{aligned} L_1(t) = & \int_{t-T}^{-1} h(t-x) \frac{2(1-d)x^2 - (1-d)^2}{x^2 - (1-d)^2} \frac{\Gamma(1-d)}{\Gamma(d)} \frac{\Gamma(-x+d)}{\Gamma(-x-d+1)} dx + \\ & + \int_{-1}^0 h(t-x) \left(a(-x) \int_0^1 + c \right) dx + \int_0^1 h(t-x) (ax^b + c) dx + \\ & + \int_1^t h(t-x) \frac{2(1-d)x^2 - (1-d)^2}{x^2 - (1-d)^2} \frac{\Gamma(1-d)}{\Gamma(d)} \frac{\Gamma(x+d)}{\Gamma(x-d+1)} dx, \end{aligned} \quad (2.25)$$

функція $L_2(t)$ визначається як

$$L_2(t) = \int_{T-t}^0 h(t-x) \left(a(-x) \int_0^1 + c \right) dx + \int_0^{T-t} h(t-x) (ax^b + c) dx + \quad (2.26)$$

$$+\int_1^t h(t-x) \frac{2(1-d)x^2 - (1-d)^2}{x^2 - (1-d)^2} \frac{\Gamma(1-d)}{\Gamma(d)} \frac{\Gamma(x+d)}{\Gamma(x-d+1)} dx,$$

та функція $L_3(t)$ визначається як

$$L_2(t) = \int_{t-T}^{-1} h(t-x) \frac{2(1-d)x^2 - (1-d)^2}{x^2 - (1-d)^2} \frac{\Gamma(1-d)}{\Gamma(d)} \frac{\Gamma(-x+d)}{\Gamma(-x-d+1)} dx + \int_{-1}^0 h(t-x) \left(a(-x)^b + c \right) dx + \int_0^t h(t-x) (ax^b + c) dx, \quad (2.27)$$

у виразах (2.23) – (2.27) вагова функція

$$h(t) = \sum_{s=1}^n g_s J_0 \left(\frac{\mu_s t}{T} \right), \quad (2.28)$$

коефіцієнти g_s взято з таблиці 2.1., значення a , b , c , d вказані у (0.19), (0.17), та (0.8). Числові значення лівої частини $\text{Left}(t)$ інтегрального рівняння (0.13) порівнювались з числовими значеннями правої частини $\text{Right}(t)$ цього інтегрального рівняння, права частина задається виразом

$$\text{Right}(t) = r(t+z), \quad (2.29)$$

де функція $r(t)$ наведена у(0.20).

Відповідно, були отримані наступні графіки, див. рис. 2.6 – 2.23. На кожному з цих графіків пунктиром зображено ліву частину інтегрального рівняння, а суцільною лінією – праву. Графіки побудовані по сто одній точці: $t = 0, 1, 2, \dots, 100$.

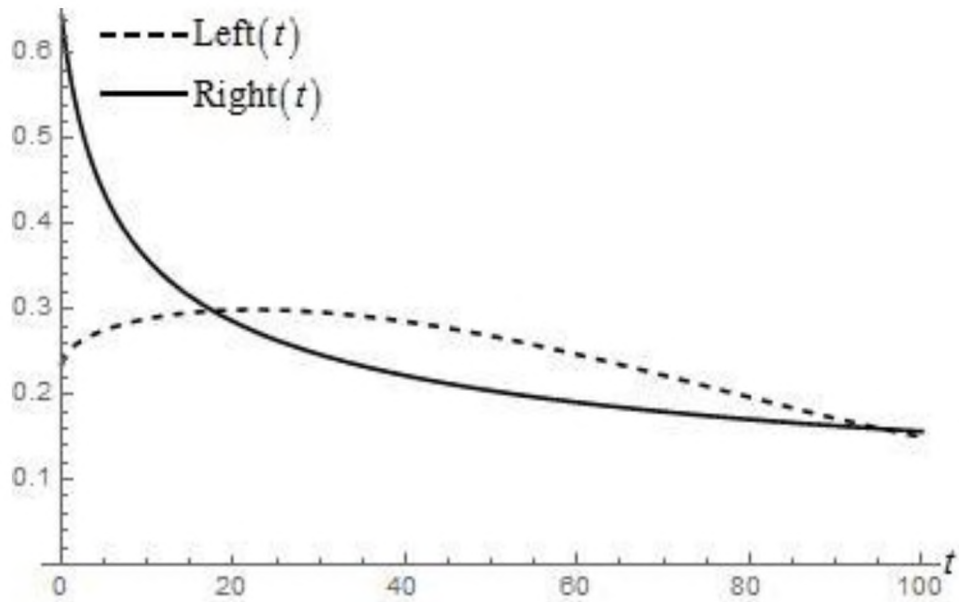


Рисунок 2.6 – числове порівняння функцій $Left(t)$ та $Right(t)$
у наближенні однієї функції Бесселя

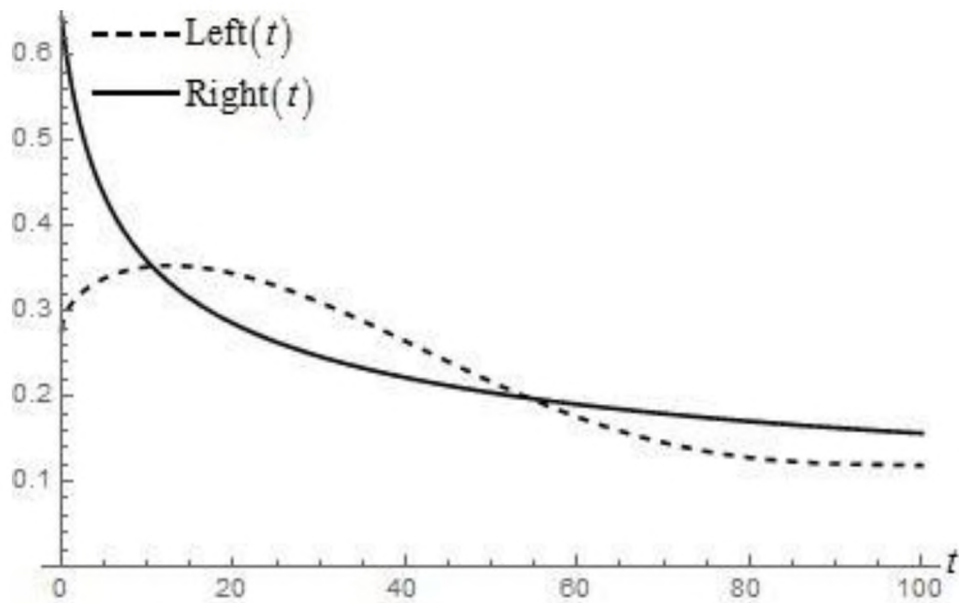


Рисунок 2.7 – числове порівняння функцій $Left(t)$ та $Right(t)$
у наближенні двох функцій Бесселя

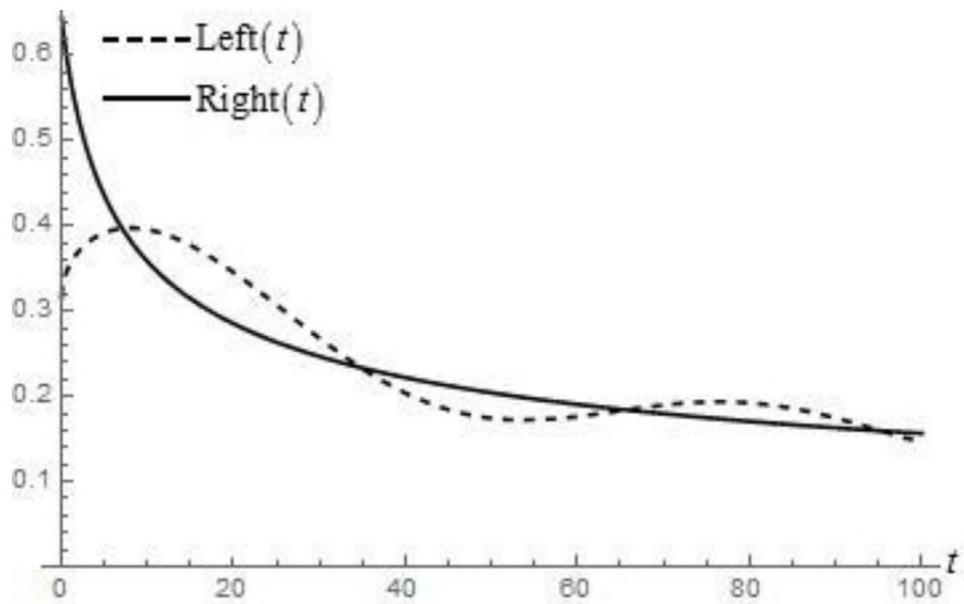


Рисунок 2.8 – числове порівняння функцій $Left(t)$ та $Right(t)$
у наближенні трьох функцій Бесселя

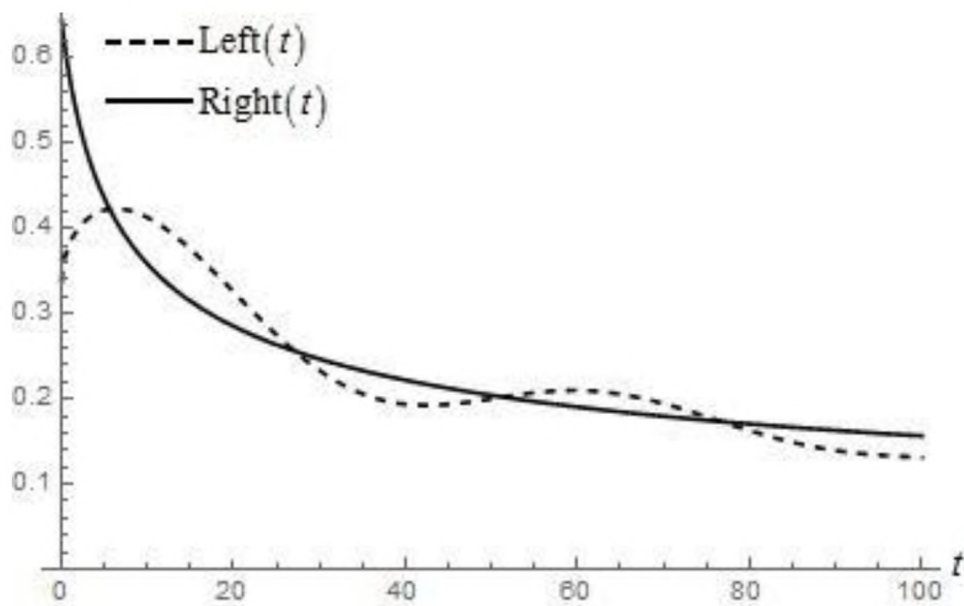


Рисунок 2.9 – числове порівняння функцій $Left(t)$ та $Right(t)$
у наближенні чотирьох функцій Бесселя

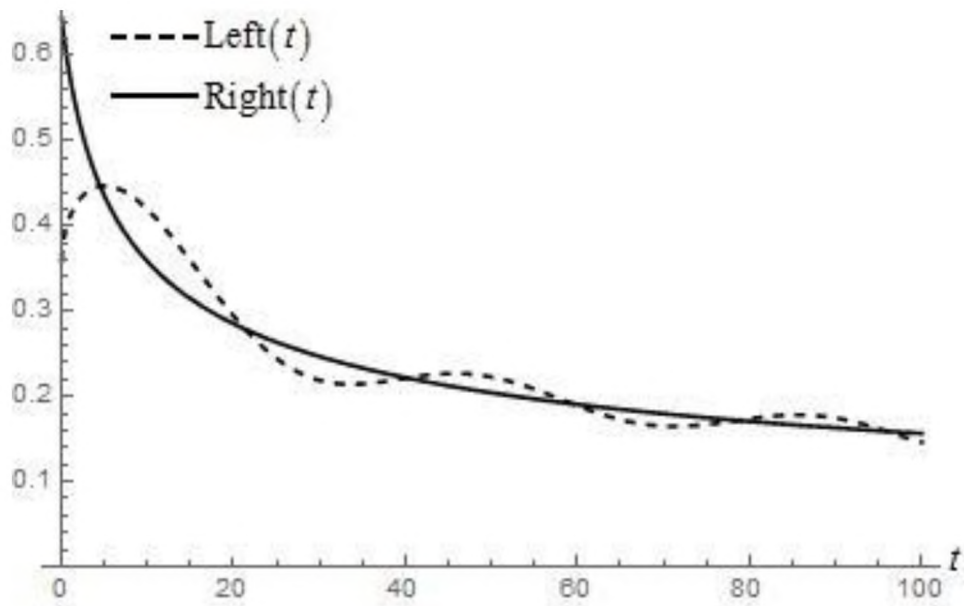


Рисунок 2.10 – числове порівняння функцій $Left(t)$ та $Right(t)$
у наближенні п'яти функцій Бесселя

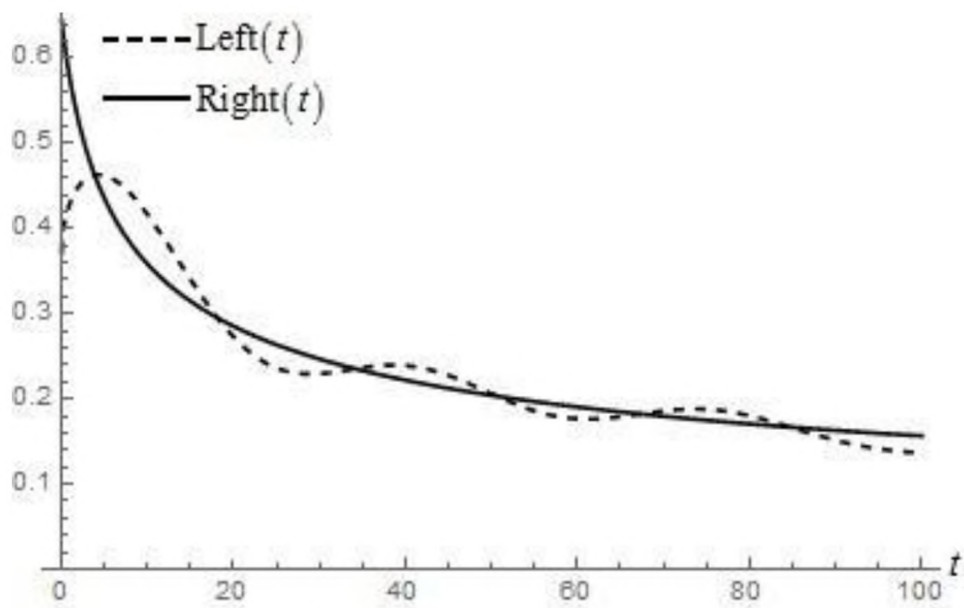


Рисунок 2.11 – числове порівняння функцій $Left(t)$ та $Right(t)$
у наближенні шести функцій Бесселя

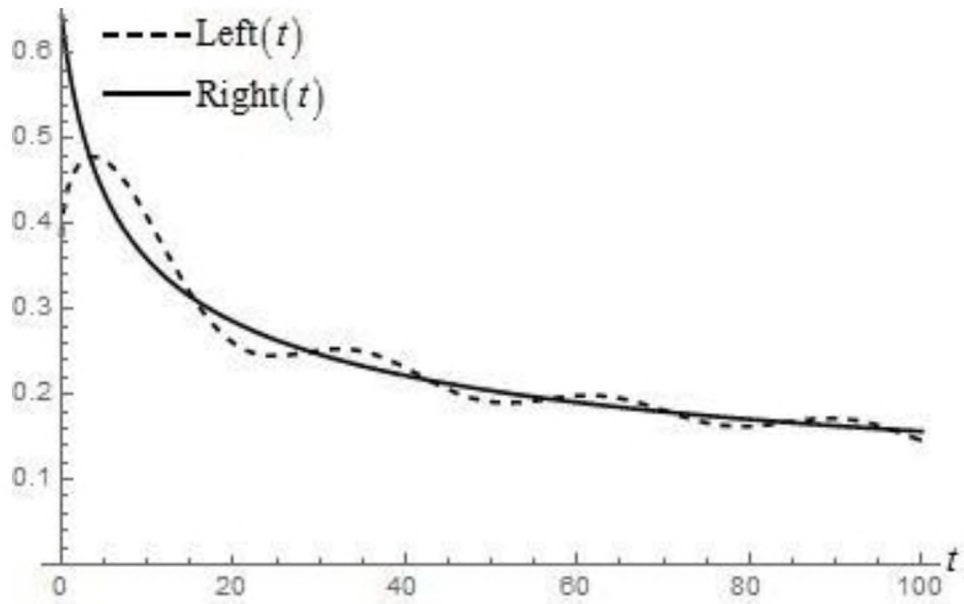


Рисунок 2.12 – числове порівняння функцій $Left(t)$ та $Right(t)$
у наближенні семи функцій Бесселя

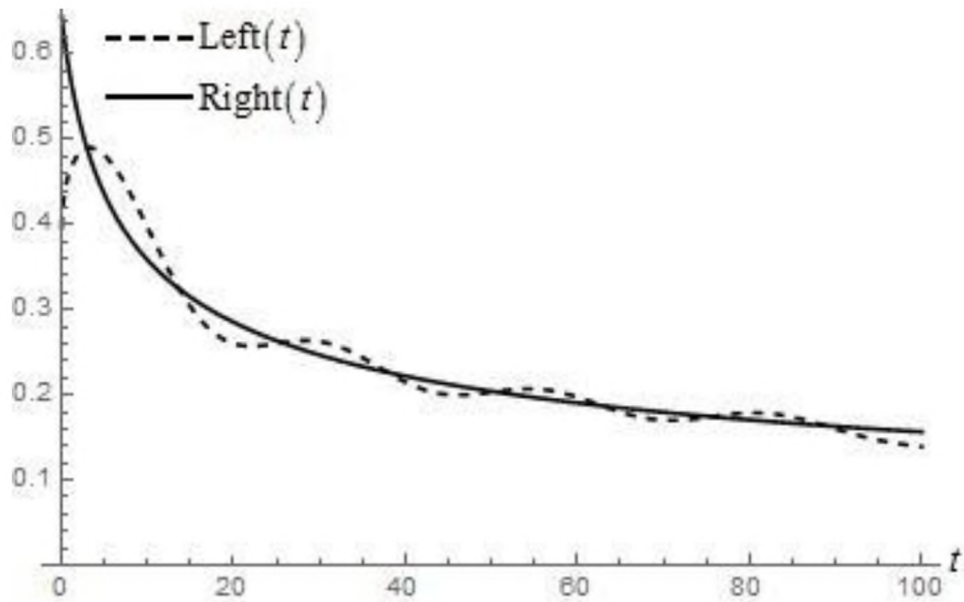


Рисунок 2.13 – числове порівняння функцій $Left(t)$ та $Right(t)$
у наближенні восьми функцій Бесселя

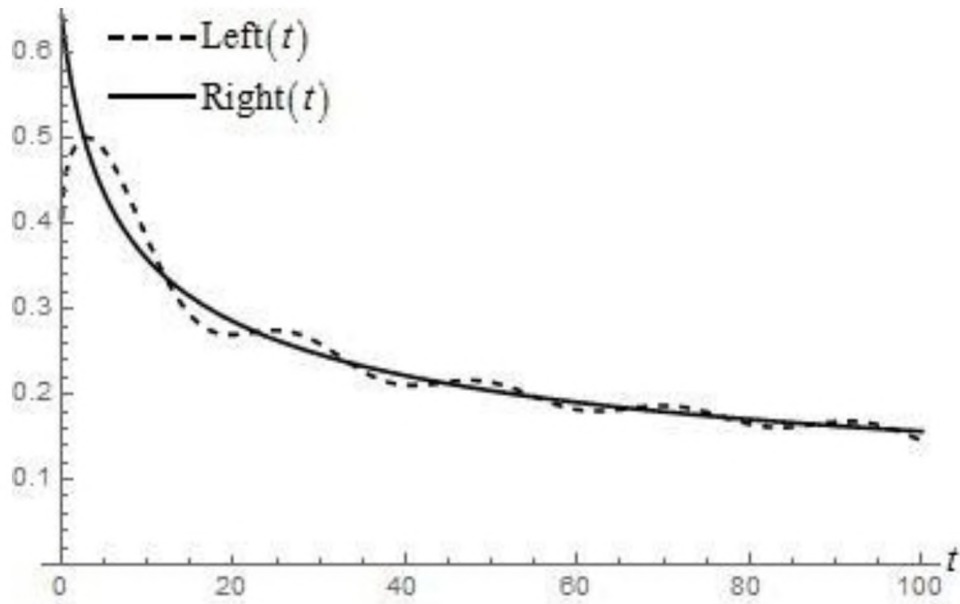


Рисунок 2.14 – числове порівняння функцій $Left(t)$ та $Right(t)$
у наближенні дев'яти функцій Бесселя

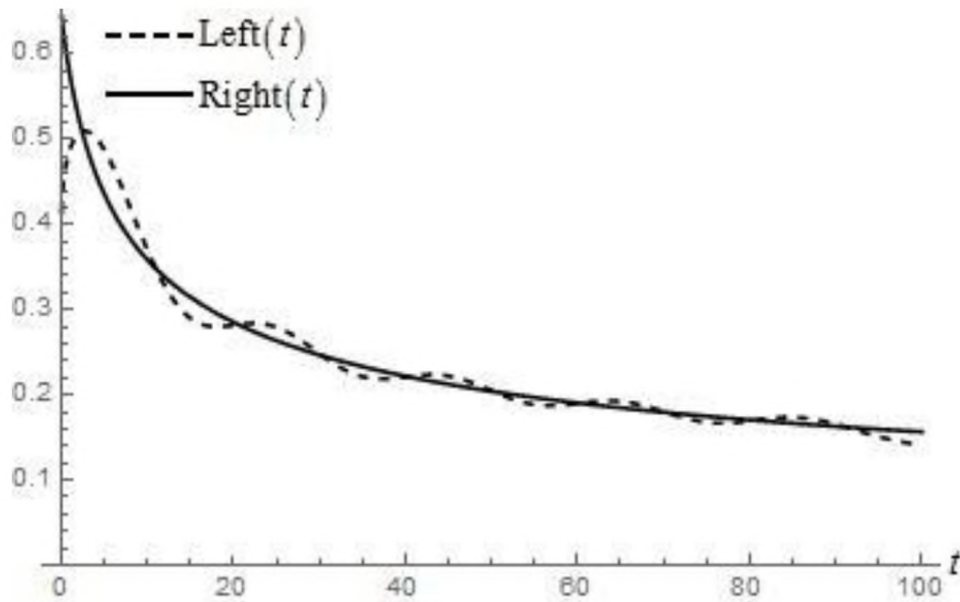


Рисунок 2.15 – числове порівняння функцій $Left(t)$ та $Right(t)$
у наближенні десяти функцій Бесселя

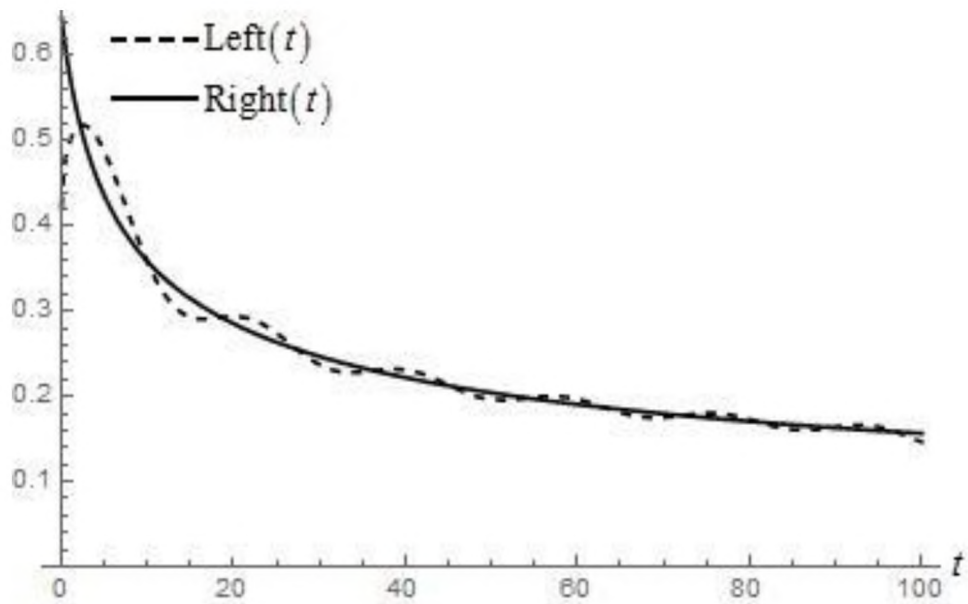


Рисунок 2.16 – числове порівняння функцій $Left(t)$ та $Right(t)$
у наближенні одинадцяти функцій Бесселя

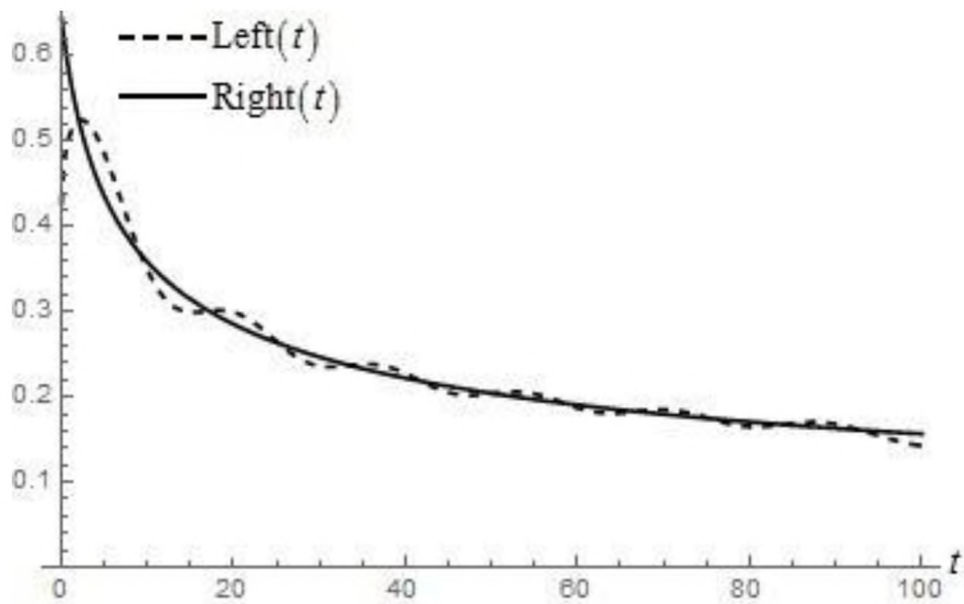


Рисунок 2.17 – числове порівняння функцій $Left(t)$ та $Right(t)$
у наближенні дванадцяти функцій Бесселя

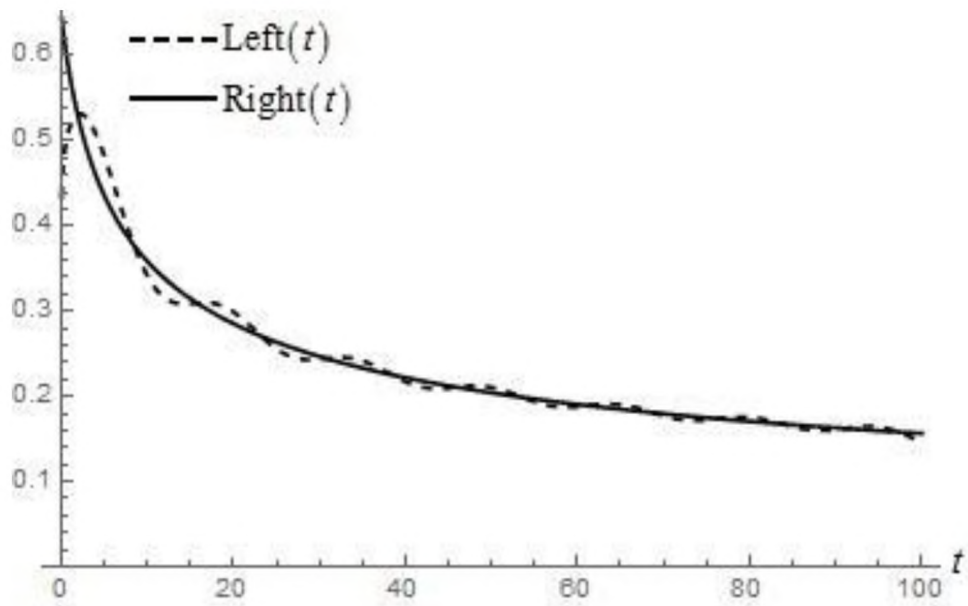


Рисунок 2.18 – числове порівняння функцій $Left(t)$ та $Right(t)$
у наближенні тринадцяти функцій Бесселя

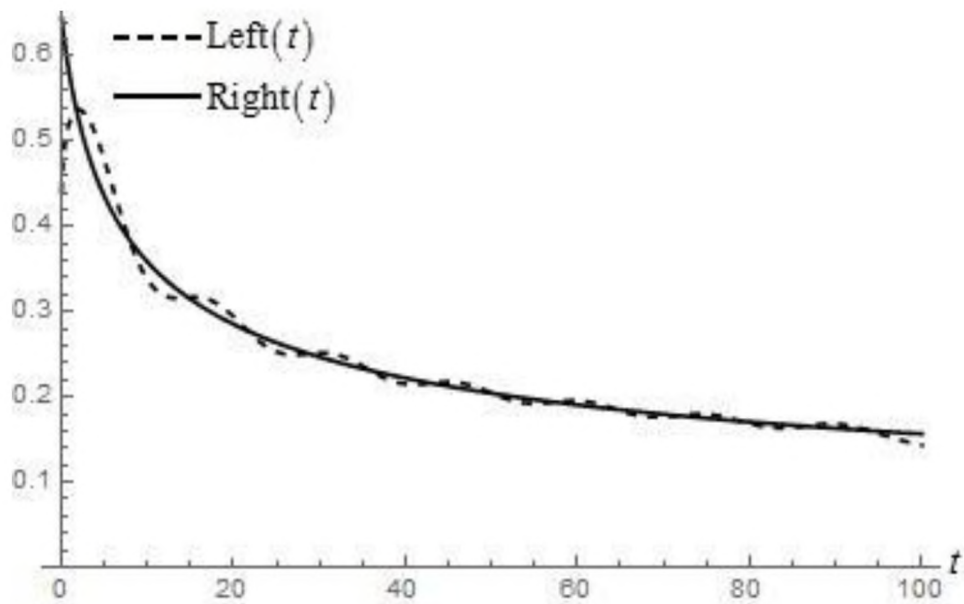


Рисунок 2.19 – числове порівняння функцій $Left(t)$ та $Right(t)$
у наближенні чотирнадцяти функцій Бесселя

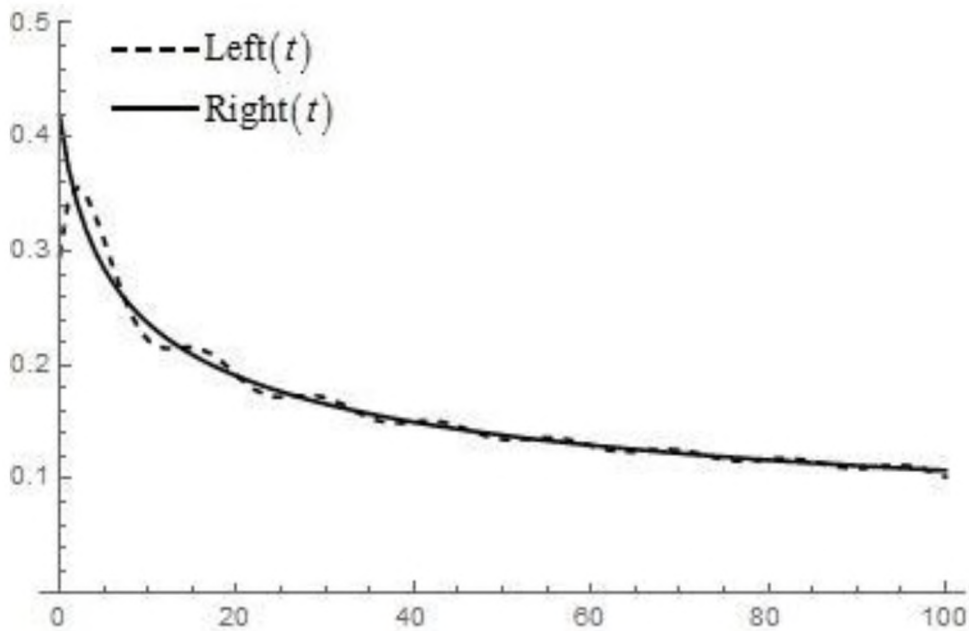


Рисунок 2.20 – числове порівняння функцій $Left(t)$ та $Right(t)$
у наближенні п'ятнадцяти функцій Бесселя

З цих графіків можна зробити висновок, що наближення невеликої кількості функцій не є точним, але зі збільшенням кількості функцій ліва частина експериментального інтегрального рівняння наближається до правої, тому це свідчить про збіжність запропонованого способу розв'язування цього інтегрального рівняння. Збіжність методу фактично гарантується тим, що ядром експериментального інтегрального рівняння є позитивно визначена функція, див., наприклад, відповідний опис цього питання в [5, 6]. Слід зазначити, що для достатньо великої кількості функцій графіки лівої та правої частин інтегрального рівняння майже ідентичні.

2.4 Висновки

Визначено кореляційну функцію телекомунікаційного трафіку в моделі GSFD для безперервних часів і запропоновано вираз (2.10) для кореляційної функції до постійного множника. Розраховано вагову функцію фільтра Колмогорова-

Вінера для параметрів (2.17), (1.8) в наближеннях від 1 до 15 функцій. Показано збіжність запропонованого методу Галеркіна на основі функцій Бесселя.

3 ЕКОНОМІЧНИЙ РОЗДІЛ

3.1 Визначення трудомісткості розробці фільтру Колмогорова–Вінера для телекомунікаційного трафіку в GFSD моделі

Трудомісткість є одним із показників продуктивності праці, це сума витрат праці на одиницю продукції. Трудомісткість обернено пропорційна продуктивності праці (кількості продукції, виробленої за одиницю робочого часу). Складність дослідження і розробки фільтру Колмогорова-Вінера для телекомунікаційного трафіку в моделі GFSD визначається тривалістю кожної операції (табл. 3.1), починаючи зі збору та аналізу необхідної інформації і закінчуючи документацією:

$$t = t_1 + t_2 + t_3 + t_4 + t_5 + t_6 + t_7 + t_8 + t_9 + t_{10} + t_{11} + t_{12} \quad (3.1)$$

Оцінка витрат праці на збір та аналіз інформації залежить від конкретних умов і визначається на основі експертних оцінок. У зв'язку з тим, що дослідження, пов'язані з обробкою складних сигналів у телекомунікаційних системах, охоплюють великий шар інформації, результати складності кожної операції наведемо в таблиці 3.1.

Таблиця 3.1 – Тривалість робочих операцій

Робоча операція	Тривалість
1.Збір і аналіз інформації	$t_1 = 31$ години
2. Аналіз стану питання, постановка задачі та складання технічного завдання	$t_2 = 17$ години
3. Довизначення кореляційної функції неперервного трафіку на проміжок	$t_3 = 7$ годин
4. Обчислення вагової функції фільтра. Дослідження поведінки розв'язків в залежності від кількості функцій.	$t_4 = 10$ годин

Продовження таблиці 3.1

5. Порівняння лівої та правої частин інтегрального рівняння. Дослідження поведінки розв'язків в залежності від кількості функцій	$t_5=11$ годин
6. Підготовку документації по завданню	$t_{12}=15$ годин

Отже, трудомісткість фільтру Колмогорова-Вінера для телекомунікаційного трафіку в GFSD моделі, що розраховується за формулою 3.1, складатиме:

$$t = 31+17+7+10+11+15=91 \text{ людино-годин.}$$

3.2 Визначення середньої заробітної плати спеціаліста в галузі телекомунікацій

Телекомунікаційний спеціаліст надає користувачам доступ до Інтернету, «доглядає» оптичні мережі, надає послуги IP-телефонії, відповідає за побудову, експлуатацію, моніторинг мережі, її розвиток, забезпечує якісну та надійну роботу систем. Будуйте системи відеоспостереження, охоронну та пожежну сигналізацію, звукову сигналізацію тощо.

Підрахунок середньої заробітної плати:

- Представимо суму заробітної плати в Україні за кожен місяць протягом одного року (таблиця 3.2), з травня 2020 року по квітень 2021 року: $7900+8450+8800+9110+9760+9950+9040+9740+10500+10200+10990+11200=78790$ грн/рік

- Таблиця 3.2 – Заробітна плата за кожен місяць

Місяць	Заробітна плата, грн
Травень 2020	7900
Червень 2020	8450
Липень 2020	8800

Продовження таблиці 3.2

Серпень 2020	9110
Вересень 2020	9760
Жовтень 2020	9950
Листопад 2020	9040
Грудень 2020	9740
Січень 2021	10500
Лютий 2021	10200
Березень 2021	10990
Квітень 2021	11200

- Розрахуємо середню заробітну плату за один місяць за формулою:

$$ЗП_{\text{сер}} = ЗП_{\text{рік}} / 12 \quad (3.2)$$

$$ЗП_{\text{сер}} = 115640 / 12 = 9636,67 \text{ грн/місяць}$$

- Розрахуємо середню заробітну плату за одну годину роботи, з урахуванням 8-ми годинного робочого графіку на добу і 5-ти денній робочій тиждень:

- Кількість робочих годин у місці 168 год/місяць;
- Середня заробітну плату за одну годину роботи становить: 57,36 грн/годину.

3.3 Розрахунок витрат на заробітну плату

Заробітна плата (оплата праці працівників) - винагорода залежно від кваліфікації, складності, обсягу, якості та умов виконуваної роботи, а також винагорода та пільги. Заробітна плата — це грошова винагорода, яку отримує працівник в обмін на свою роботу.

Заробітна плата художника враховує основну і додаткову заробітну плату, а також соціальні внески (одноразовий соціальний внесок) і впливає з формули:

$$Z_{\text{зп}} = t \cdot Z_{\text{іт}}, \text{ грн}, \quad (3.3)$$

де t – загальна тривалість при дослідженні і розробці фільтру Колмогорова-Вінера для телекомунікаційного трафіку в GFSD моделі, годин;

$Z_{\text{іт}}$ – середньогодинна заробітна плата інженера в галузі телекомунікацій, грн/годину.

$$Z_{\text{зп}} = 91 \cdot 57,36 = 5219,76 \text{ грн}$$

3.4 Розрахунок витрат на програмне та апаратне забезпечення

Розрахунок вартості необхідного програмно-апаратного забезпечення при дослідженні та розробці фільтра Колмогорова-Вінера для телекомунікаційного трафіку в моделі GFSD представлено в таблиці 3.3.

Таблиця 3.3 – Вартість необхідного програмного та апаратного забезпечення

Найменування	Вартість, грн
Нетбук	11499,00
Миша	336,00
Операційна система Microsoft Windows 7 Максимальная, 32-bit	8650,00
Разом:	20485

Отже, витрати на необхідне програмне та апаратне забезпечення становлять 20485 гривень.

3.5 Розрахунок капітальних витрат

Капітальні витрати – це всі витрати, що забезпечують підготовку та виконання проекту, у тому числі формування або збільшення основних та оборотних коштів. Залежно від виду та форми інвестицій величина їх показників має різне економічне значення.

Капітальні витрати зазвичай включають витрати на придбання будівель і споруд (або додаткові витрати на їх встановлення); вартість нових видів машин і механізмів; придбання обладнання та приладів; вартість придбаних нематеріальних активів, що належать до поступової амортизації, тощо.

Отже, капітальні витрати на дослідження та розробку фільтра Колмогорова-Вінера для телекомунікаційного трафіку в моделі GFSD є сумою вартості робочої сили та вартості необхідного програмного та апаратного забезпечення.

$$KB = 5219,76 + 20485 = 25704,76 \text{ грн.}$$

3.6 Висновок

Необхідний для розробки фільтра Колмогорова-Вінера для телекомунікаційного трафіку в моделі GFSD, заробітну плату інженера, вартість необхідного програмно-технічного забезпечення, на підставі чого було розраховано 25704,76 грн

ВИСНОВКИ

Досліджено вагову функцію фільтра Колмогорова-Вінера, що використовується для прогнозування телекомунікаційного трафіку в моделі GFSD. Така модель описана в статті про дискретні випадки [7] і може добре описати трафік в системах пакетної передачі даних; Телекомунікаційний трафік вважається стаціонарним процесом.

Як зазначено в [4], це можна описати як безперервний випадковий процес у випадку великого трафіку даних. Таким чином, функція кореляції трафіку в моделі GFSD $t \in [0,1]$ безперервно визначається до постійного множника, див. (2.10). Це перевизначення ґрунтується на ідеї, що максимальне значення модуля кореляційної функції має бути досягнуто в певний момент $t=0$, а кореляційна функція має бути рівномірною. Крім того, визначення, визначене в цій роботі, передбачає безперервність кореляційної функції та її похідної. Запропонований у цій статті метод перевизначення є логічним, але, ймовірно, не єдиним можливим, більш точне перевизначення можна запропонувати на основі експериментальних даних. Але метод перевизначення $t \in [0,1]$, швидше за все, істотно не вплине на результати, оскільки інтервал навряд чи матиме значний вплив на інтеграли, обчислені в роботі. У цьому випадку вагова функція фільтра підпорядковується інтегральному рівнянню Вінера-Хопфа, точне аналітичне рішення якого вкрай важко знайти, тому доцільно знайти наближене рішення. У даній статті пропонується такий пошук на основі методу Галеркіна, який базується на функцій Бесселя першого роду. Такий вибір функцій пов'язаний з тим, що ці функції вже використовувалися в іншій моделі (див. [5]) для прогнозування трафіку, а також деякі корисні зв'язки між цими функціями та деякими властивостями квадратних дужок засновані на [5]. Цілі числа в цих функціях вони є похідними. Зокрема, ці властивості можуть значно зменшити кількість інтегральних дужок, які необхідно обчислювати безпосередньо.

Для параметрів (2.17), (1.8) вагові функції фільтра розраховуються в наближеннях від 1 до 15 функцій. Наведено відповідні порівняльні графіки

лівої та правої частин розглянутого інтегрального рівняння. Показано збіжність методу та той факт, що апроксимація великої кількості функцій призводить до досить тісної узгодженості лівої та правої частин. Актуальність роботи пов'язана з тим, що фільтр Колмогорова-Вінера ще не вивчений для прогнозування трафіку в моделі GFSD. Результати роботи можуть бути застосовані для практичного прогнозування трафіку в телекомунікаційних системах з передачею даних.

В економічній частині розраховано час, необхідний для розробки фільтра Колмогорова-Вінера для телекомунікаційного трафіку в моделі GFSD, заробітну плату інженера, вартість необхідного програмно-технічного забезпечення, на підставі чого було зроблено висновок про розмір капіталу. коштує 25704,76 грн.

ПЕРЕЛІК ПОСИЛАНЬ

- [1] Q. H. Do, T. T. H. Doan, T. V. A. Nguyen, N. T. Duong, V. Van Linh, Prediction of Data Traffic in Telecom Networks based on Deep Neural Networks, *Journal of Computer Science* 16 (2020) 1268-1277. doi: 10.3844/jcssp.2020.1268.1277
- [2] V. Gorev, A. Gusev, V. Korniienko, M. Aleksieiev, Kolmogorov–Wiener Filter Weight Function for Stationary Traffic Forecasting: Polynomial and Trigonometric Solutions, in: P. Vorobiyenko, M. Ilchenko, I. Strelkovska (Eds.), *Lecture Notes in Networks and Systems*, vol 212, Springer, 2021, pp. 111–129. doi:10.1007/978-3-030-76343-5_7
- [3] D. Anderson, W. S. Cleveland, B. Xi, "Multifractal and Gaussian fractional sum–difference models for Internet traffic", *Performance Evaluation*, Vol. 107, p. 1–33 (2017).
- [4] O. Yu. Gusev, V. M. Gorev, V. I. Korniienko, "Theory of adaptive filtration", Dnipro, NTU "DP", 156p, (2019).
- [5] A. D. Polyanin, A. V. Manzhirov, "Handbook of integral equations", Chapman & Hall/CRC Press, Taylor & Francis Group, 1144p, (2008).
- [6] https://encyclopediaofmath.org/index.php?title=Bessel_functions
- [7] <https://www.math.usm.edu/lambers/mat415/lecture15.pdf>

ДОДАТОК А. Відомість матеріалів кваліфікаційної роботи

№	Формат	Найменування	Кількість листків	Примітки
<i>Документація</i>				
1	A4	Реферат	3	
2	A4	Зміст	2	
3	A4	Вступ	3	
4	A4	Стан питання. Постановка задачі.	7	
5	A4	Спеціальна частина	22	
6	A4	Економічний розділ	5	
7	A4	Висновки	2	
8	A4	Перелік посилань	1	
9	A4	Додаток А	1	
10	A4	Додаток Б	1	
11	A4	Додаток В	7	
12	A4	Додаток Г	1	
13	A4	Додаток Д	1	

ДОДАТОК Б. Перелік документів на оптичному носії

- 1 Електронна версія пояснювальної записки
(ПояснювальнаЗапискаРалько.doc та ПояснювальнаЗапискаРалько.pdf)
- 2 Електронна версія демонстраційного матеріалу (ПрезентаціяРалько.pdf)

ДОДАТОК В. Програмний Код у Wolfram Mathematica

```

T = 100;
k = 3;
d = 0.31;
eR[x_] = (Gamma[1 - d]/Gamma[d])*(Gamma[x + d]/
  Gamma[x - d +
    1])*((2*(1 - d)*x^2 - (1 - d)^2)/(x^2 - (1 - d)^2));
erR[x_] = D[eR[x], x];
r1 = N[eR[1]];
r2 = N[erR[1]];
c = 1;
a = r1 - c;
b = r2/a;
R[x_] = Which[Abs[x] <= 1, a*Abs[x]^b + c, Abs[x] > 1, eR[Abs[x]]];
Print[Plot[R[x], {x, -2, 2}]];
eN = 15;
G = IdentityMatrix[eN];
\[\Mu] = Range[eN];
For[i = 1, i <= eN, i++, \[\Mu][[i]] = N[BesselJZero[0, i]]; ];
For[i = 1, i <= eN, i++,
  For[j = 1, j <= i, j++,
    G[[i, j]] =
      N[Integrate[
        BesselJ[0, \[\Mu][[i]]*(x/T)]*BesselJ[0, \[\Mu][[j]]*(y/T)]*
        R[x - y], {y, 0, T}, {x, 0, T}]];
    G[[j, i]] = G[[i, j]];
  Print["G[[", i, ", ", j, "]]=", G[[i, j]]; ];
Print[MatrixForm[G]];

```

```

T = 100;
k = 3;
d = 0.31;
eR[x_] = (Gamma[1 - d]/Gamma[d])*(Gamma[x + d]/
  Gamma[x - d +
    1])*((2*(1 - d)*x^2 - (1 - d)^2)/(x^2 - (1 - d)^2));
erR[x_] = D[eR[x], x];
r1 = N[eR[1]];
r2 = N[erR[1]];
c = 1;
a = r1 - c;
b = r2/a;
R[x_] = Which[Abs[x] <= 1, a*Abs[x]^b + c, Abs[x] > 1, eR[Abs[x]]];
Print[Plot[R[x], {x, -2, 2}]];
eN = 15;
G = MatrixForm[{{888.5581978382608, 235.0759361598811,
  192.14721968177608, 104.16878070443094, 104.41918733566848,
  67.64201738674284, 71.02650108207312,
  50.17536466160668, 53.59394239352281, 39.90138855340838,
  42.933676798253884, 33.127181381173, 35.7591964031685,
  28.32185964497549, 30.609254764275125},
  {235.0759361598811, 185.65693008093598, 98.16341792156283,
  61.93571629634816, 48.56796549599689, 37.74861400406807,
  32.368619485814705, 27.076148052067907,
  24.217307513524666, 21.063911097470594,
  19.310170064270988, 17.21102603630261, 16.035264583598952,
  14.534128474929735, 13.69658896138021},
  {192.14721968177608, 98.16341792156283, 114.64988126163666,
  60.010692546529974, 48.15622266982436, 33.783418488374934,
  31.34584914289994, 23.887912273902664,

```

23.19356442062006, 18.502208215615948, 18.365666801902922,
15.095202304550694, 15.175186726238715, 12.74198183054519,
12.912302048476757},

{104.16878070443094, 61.93571629634816, 60.010692546529974,
63.93125240449929, 40.724771700456934, 28.99169934875153,
24.098670104879645, 19.713378643321107,

17.40020892420335, 14.975191972631334, 13.624768906129319,
12.066683800992, 11.185517686041845, 10.094459425921775,
9.477343602546533},

{104.41918733566848, 48.56796549599689, 48.15622266982436,
40.724771700456934, 49.51102088912057, 30.353850085706323,
24.814176161586357, 19.038884893271018,

17.516517287872144, 14.209491864884148,
13.584623618416096, 11.37178779290386, 11.090437756716229,
9.482424110642075, 9.361234060629302},

{67.64201738674284, 37.74861400406807, 33.783418488374934,
28.99169934875153, 30.353850085706323, 34.47565801465813,
23.549775982250647, 17.7436465237953,

15.184791515057725, 12.806195816863609,
11.493505136055214, 10.086819737315478, 9.27580063466452,
8.328101810657202, 7.776621136137374},

{71.02650108207312, 32.368619485814705, 31.34584914289994,
24.098670104879645, 24.814176161586357, 23.549775982250647,
28.9273049161861, 19.066689683506826,

15.810427482077413, 12.713070371432709, 11.6997968875417,
9.829175511760843, 9.354714038123513, 8.052845913773236,
7.8019855742769915},

{50.17536466160668, 27.076148052067907, 23.887912273902664,
19.713378643321107, 19.038884893271018, 17.7436465237953,
19.066689683506826, 22.225610133829075,

15.767561548013452, 12.282768315442656,
 10.700852806784303, 9.207395731938128, 8.356251491245832,
 7.436018149604282, 6.89031200071789},
 {53.59394239352281, 24.217307513524666, 23.19356442062006,
 17.40020892420335, 17.516517287872144, 15.184791515057725,
 15.810427482077413, 15.767561548013452,
 19.430986826967928, 13.360470914907717,
 11.196134146502455, 9.268571432533111, 8.54761370456541,
 7.346049835880618, 6.983272393413761},
 {39.90138855340838, 21.063911097470594, 18.502208215615948,
 14.975191972631334, 14.209491864884148, 12.806195816863609,
 12.713070371432709,
 12.282768315442656, 13.360470914907717,
 15.779750134574437, 11.469565250323035, 9.13482354247893,
 8.056040850236013, 7.030915023734655, 6.4326162162418905},
 {42.933676798253884, 19.310170064270988, 18.365666801902922,
 13.624768906129319, 13.584623618416096, 11.493505136055214,
 11.6997968875417, 10.700852806784303,
 11.196134146502455, 11.469565250323035,
 14.144097421196355, 10.002127759559539, 8.45005055470191,
 7.13593765858113, 6.596671137223483},
 {33.127181381173, 17.21102603630261, 15.095202304550694,
 12.066683800992, 11.37178779290386, 10.086819737315478,
 9.829175511760843, 9.207395731938128,
 9.268571432533111, 9.13482354247893, 10.002127759559539,
 11.90044753831106, 8.799618005144769, 7.120930990174165,
 6.336357187830163},
 {35.7591964031685, 16.035264583598952, 15.175186726238715,
 11.185517686041845, 11.090437756716229, 9.27580063466452,
 9.354714038123513, 8.356251491245832,

8.54761370456541, 8.056040850236013, 8.45005055470191,
8.799618005144769, 10.846597985089932, 7.826920467358859,
6.6553779131701685},
{28.32185964497549, 14.534128474929735, 12.74198183054519,
10.094459425921775, 9.482424110642075, 8.328101810657202,
8.052845913773236, 7.436018149604282,
7.346049835880618, 7.030915023734655, 7.13593765858113,
7.120930990174165, 7.826920467358859, 9.3524992734428,
7.0058658974276025},
{30.609254764275125, 13.69658896138021, 12.912302048476757,
9.477343602546533, 9.361234060629302, 7.776621136137374,
7.8019855742769915, 6.89031200071789,
6.983272393413761, 6.4326162162418905, 6.596671137223483,
6.336357187830163, 6.6553779131701685, 7.0058658974276025,
8.62658046312396}}];

$\backslash[\text{Mu}] = \text{Range}[\text{eN}];$

For[i = 1, i <= eN, i++, $\backslash[\text{Mu}][[i]] = \text{N}[\text{BesselJZero}[0, i]];$];

B = Range[eN];

For[i = 1, i <= eN, i++,

B[[i]] = N[

Integrate[BesselJ[0, $\backslash[\text{Mu}][[i]]*(x/T)]*R[x + k], \{x, 0, T\}];$];

For[eNN = eN, eNN >= 1, eNN--, Print[eNN]; Ge = IdentityMatrix[eNN];

Be = Range[eNN]; For[i = 1, i <= eNN, i++,

For[j = 1, j <= eNN, j++, Ge[[i, j]] = G[[i, j]];];

For[i = 1, i <= eNN, i++, Be[[i]] = B[[i]];]; ge = Range[eNN];

ge = Inverse[Ge] . Be;

Print[MatrixForm[ge]];

ash[x_] = Sum[ge[[i]]*BesselJ[0, $\backslash[\text{Mu}][[i]]*(x/T)], \{i, 1, eNN\}];$

Print[Plot[ash[x], {x, 0, T}]]; DerLeftList = Range[101];

DerRightList = Range[101];

$$\text{DerLef}[t_] = \text{Which}[t > 1 \ \&\& \ t < T - 1,$$

$$\begin{aligned} & \text{N}[\text{Integrate}[\\ & \text{ash}[t - x]^*(\text{Gamma}[1 - d]/\text{Gamma}[d])^*(\text{Gamma}[-x + d]/ \\ & \text{Gamma}[-x - d + \\ & 1])*((2*(1 - d)*x^2 - (1 - d)^2)/(x^2 - (1 - d)^2)), \{x, \\ & t - T, -1\}] + \\ & \text{Integrate}[\text{ash}[t - x]^*(a*(-x)^b + c), \{x, -1, 0\}] + \\ & \text{Integrate}[\text{ash}[t - x]^*(a*x^b + c), \{x, 0, 1\}] + \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \text{Integrate}[\\ & \text{ash}[t - x]^*(\text{Gamma}[1 - d]/\text{Gamma}[d])^*(\text{Gamma}[x + d]/ \\ & \text{Gamma}[x - d + \\ & 1])*((2*(1 - d)*x^2 - (1 - d)^2)/(x^2 - (1 - d)^2)), \{x, \\ & 1, t\}], t \geq T - 1, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \text{N}[\text{Integrate}[\text{ash}[t - x]^*(a*(-x)^b + c), \{x, t - T, 0\}] + \\ & \text{Integrate}[\text{ash}[t - x]^*(a*x^b + c), \{x, 0, 1\}] + \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \text{Integrate}[\\ & \text{ash}[t - x]^*(\text{Gamma}[1 - d]/\text{Gamma}[d])^*(\text{Gamma}[x + d]/ \\ & \text{Gamma}[x - d + \\ & 1])*((2*(1 - d)*x^2 - (1 - d)^2)/(x^2 - (1 - d)^2)), \{x, \\ & 1, t\}], t \leq 1, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \text{N}[\text{Integrate}[\\ & \text{ash}[t - x]^*(\text{Gamma}[1 - d]/\text{Gamma}[d])^*(\text{Gamma}[-x + d]/ \\ & \text{Gamma}[-x - d + \\ & 1])*((2*(1 - d)*x^2 - (1 - d)^2)/(x^2 - (1 - d)^2)), \{x, \\ & t - T, -1\}] + \end{aligned}$$

```

Integrate[ash[t - x]*(a*(-x)^b + c), {x, -1, 0}] +
Integrate[ash[t - x]*(a*x^b + c), {x, 0, t}]]];
For[i = 0, i <= 100, i++, DerLeftList[[i + 1]] = DerLef[i];
DerRightList[[i + 1]] = N[R[i + k]];
Print["Left[" , i, "]" = ", DerLeftList[[i + 1]]];
Print["Right[" , i, "]" = ", DerRightList[[i + 1]]]; ];
Print[ListLinePlot[{DerLeftList, DerRightList},
DataRange -> {0, 100},
PlotStyle -> {Directive[Black, Dashed], Black},
AxesLabel -> Automatic, PlotLegends -> "Expressions",
PlotRange -> {0, 0.5}]]; ];

```

**ДОДАТОК Г. Відгук керівника економічного розділу
ВІДГУК**

Керівник розділу

(підпис)

Н. М. Романюк

ДОДАТОК Д. Відгук керівника кваліфікаційної роботи**Відгук на кваліфікаційну роботу****студента групи 172-18-1 Ралька І. П.****на тему: « Вагова функція фільтру Колмогорова–Вінера на основі функцій Бесселя для телекомунікаційного трафіку в GFSD моделі»**

Пояснювальна записка розташована на 57 сторінках і містить, у тому числі, вступ, три розділи та висновки. Метою роботи є пошук вагової функції фільтру Колмогорова–Вінера для трафіку у GFSD моделі на основі використання функцій Бесселя.

Рівень запозичень в роботі відповідає вимогам «Положення про систему виявлення та запобігання плагіату».

Серед позитивних сторін роботи слід відмітити, зокрема, те, що при виконанні роботи І. П. Ралько продемонстрував добрий рівень знань на навичок. У роботі досліджено поведінку розв'язків на основі функцій Бесселя для наближень від 1 до 15 функцій. Проілюстровано збіжність методу.

Серед недоліків роботи слід відмітити, зокрема

1. Стилістичні недоліки.

2. В роботі наведено лише графіки порівняння лівої та правої частини для досліджених наближень. Проте слід було обчислити нев'язку між правою та лівою частинами інтегрального рівняння для кращої ілюстрації збіжності методу.

Незважаючи на недоліки, в цілому робота задовольняє усім вимогам, що висувуються до кваліфікаційних робіт бакалаврів, заслуговує оцінки «добре», а її автор Ралько І. П. – присвоєння кваліфікації бакалавр з телекомунікації та радіотехніки.

Керівник роботи, к.ф.-м.н., доц. каф. БІТ**В. М. Горєв**