

© І.С. Ільїна<sup>1</sup>, О.О. Бобришов<sup>1</sup>, О.П. Трофимова<sup>1</sup>, Ю.О. Комісаров<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Національний технічний університет «Дніпровська політехніка», Дніпро, Україна

## МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ ДИНАМІЧНИХ ПРОЦЕСІВ В ПОХИЛИХ ПІДЙОМНИХ УСТАНОВКАХ

© I. Ilna<sup>1</sup>, O. Bobryshov<sup>1</sup>, O. Trofymova<sup>1</sup>, Y. Komissarov<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Dnipro University of Technology, Dnipro, Ukraine

## MATHEMATICAL MODEL OF DYNAMIC PROCESSES IN INCLINED LIFTING INSTALLATIONS

**Мета.** Дослідження динамічних процесів у системі «головний канат – підйомна посудина» у перехідних режимах роботи автомобільно-клітьового похилого підйомника. Встановлення та обґрунтування впливу зовнішніх збурень системи на динамічні параметри взаємодії між ланками транспортного ланцюга. Виявлення резонансних явищ під час руху посудини по трасі, які виникають при деяких співвідношеннях параметрів роботи великовантажних та високошвидкісних підйомників. Обґрунтування раціональних параметрів руху посудини по трасі, які забезпечать безпечну роботу підйомника.

**Методика** дослідження полягає в розробці математичного опису динаміки системи «головний канат – підйомна посудина» в умовах зовнішніх збурень системи. Проведення чисельних експериментів по дослідженню резонансних явищ, що виникають при русі підйомної посудини по трасі похилого підйомника. Розробці рекомендацій, щодо визначення раціональних параметрів, що забезпечать безпечний рух посудини в умовах резонансних навантажень.

**Результати.** Побудована математична модель, що описує поведінку системи під час руху при періодичному збуренні верхніх кінців канату. Обґрунтовано виникнення періодичних збуджуючих напружень та визначено раціональні параметри.

**Наукова новизна.** Встановлено нові залежності та закономірності кінематичних та силових характеристик коливального процесу системи «головний канат – підйомна посудина» при підйомі та спуску вантажу по трасі похилого автомобільно-клітьового підйомника.

**Практичне значення.** Результати досліджень дозволяють розробити рекомендації для забезпечення стійкої та безаварійної роботи підйомної установки при фактичних параметрах зовнішніх збурень. Запропонований метод дозволяє визначати кінематичні та силові параметри динамічних процесів у системі «головний канат – підйомна посудина» при підйомі та спуску вантажу, як для основного, так і для демультіплікативних резонансів, що можуть реалізуватися у гілках установки при певних співвідношеннях між параметрами підйомника.

**Ключові слова:** похилий підйомник, динамічні процеси, канат, моделювання, резонансні явища, збурення.

**Вступ.** На сьогодні в гірничодобувній галузі України стоїть актуальна задача підвищення видобутку корисних копалин при економії та енергозбереженні ресурсів. Тому для видобутку відкритим способом з глибин 300-500 м найбільш перспективним [1, 2] є використання похилих клітьових підйомників, що працюють на комбінованій схемі спільно з автомобільним транспортом. Такі транспортні установки мають свої переваги та використовуються при будь-яких склад-

них кліматичних умовах, що дозволяє підтримувати стабільну температуру вантажу при транспортуванні. Також одна з переваг – це висока вантажопідйомність установки, що вигідна при розв'язанні актуальної задачі підвищення видобутку.

Для цих установок пред'являються особливі вимоги до міцності конструкцій, тому для вирішення цієї проблеми використовуються багатоканатні схеми підйому, щоб забезпечити необхідну вантажопідйомність [3]. Будь-яке збільшення вантажопідйомності системи потребує вивчення динамічних навантажень, які супроводжують рух посудини. Найбільш динамічно навантаженими та небезпечними є перехідні режими роботи підйомників: особливо запобіжне гальмування [4]. Вивченням питань динамічних навантажень у системі при русі підйомників займалися свого часу такі вчені як Горошко О.О., Савін М.Г., Шатило А.Н., Евдокимов А.І. [5, 6]. Вони у своїх роботах писали про виникнення небезпечного рівня навантажень у транспортній системі саме у перехідних режимах руху посудини. Ці навантаження залежать від вантажопідйомності підйомних посудин і впливають на рівень безпеки роботи усієї транспортної системи.

**Аналіз стану питання та постановка задачі дослідження.** Недостатньо висвітленим на сьогодні є питання виникнення резонансних явищ під час руху посудини по трасі, які виникають при деяких співвідношеннях параметрів роботи великовантажних та високошвидкісних підйомників.

Підвищення потужності видобутку при зносі обладнання 40-50%, яке зараз спостерігається на шахтах України, може мати аварійно-небезпечні наслідки при виникненні динамічних навантажень на ділянках з підвищеним зносом. Встановлення закономірностей впливу зовнішніх періодичних впливів на динаміку похилих підйомників, що дозволить підтримувати безперебійну та аварійно безпечну роботу підйомників гірничодобувної галузі – **актуальна науково-технічна задача.**

Особливої уваги потребує вивчення механіки і динаміки процесів у пружних ланках установки через небезпеку виникнення резонансних явищ на ділянках з підвищеним зносом. У системі «канат – посудина» підйомників в деяких випадках через нерівномірність зносу жолобів та канатоведучих та напрямний шківів, вібрації їх опор, нерівномірності обертання та інших технічних причин можуть виникати періодичні збуджуючі впливи, що передаються через шків на верхні кінці канатів підйомника. Дослідження цього впливу також є актуальному задачею.

**Результати.** Для встановлення залежностей побудуємо математичну модель динаміки системи. Аналітично, ця взаємодія, описується виразом

$$F = \varepsilon H \cos \omega(t), \quad (1)$$

де  $\varepsilon H$  – амплітуда;  $\omega(t)$  – фаза взаємодії,  $\varepsilon$  – малий параметр.

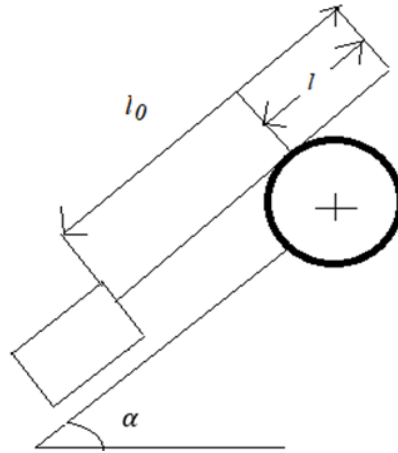


Рис. 1. Розрахункова схема гілки підйомної установки

Розрахункова схема гілки установки та вибір системи координат (див. рис. 1), де  $l_0$  – координата нижнього кінця канату (повна довжина канату при нижньому положенні вантажа). У загальному вигляді, цей вплив можна врахувати через гармонійний додатак до функції, що визначає довжину канатів  $l_j(t)$  записавши її у наступному вигляді

$$l_j(\omega_j, t) = \bar{l}_j(t) + \varepsilon h_j \cos \omega(t), \quad (2)$$

де  $\bar{l}_j(t)$  – змінення довжини канатів при відсутності збурень,  $\varepsilon h$  – амплітуда збурень.

$$\begin{aligned} W_j(x, t) + \mu \frac{\partial W_j(x, t)}{\partial t} = & - \int_{l_j}^{l_0} k(x, s, l_j) \rho_j(s) \frac{\partial^8 W_i^j(s, t)}{\partial t^8} ds - \\ & - \frac{d}{dt} \left[ \frac{\partial W_j(l_j, t)}{\partial x} (\dot{l}_j - \Delta \dot{\bar{l}}_j) + \Delta \bar{l}_j \frac{\partial^8 W_i(l_j, t)}{\partial x \partial t} \right] \times \\ & \times l_j \int_{l_j}^{l_0} k(x, s, l_j) \rho_j(s) ds + (g + (-1)^j R \ddot{\varphi}) \int_{l_j}^{l_0} k(x, s, l_j) \rho_j(s) ds + \\ & + \sin \alpha + O(\varepsilon), \end{aligned} \quad (3)$$

де  $W_j(x, t)$  – функція, що описує пружні подовження канатів (індекс  $j = 1$  відноситься до гілки, що опускається,  $j = 2$  – до гілки, що підіймається),  $\mu$  – коефіцієнт, що визначає дисипацію каната на шківі,  $k(x, s, l_j)$  – ядра рівняння виду

$$k(x, s, l_j) = \begin{cases} \frac{x - l_j}{EF}, & x < s; \\ \frac{s - l_j}{EF}, & s < x, \end{cases} \quad (4)$$

де  $\rho_j(s)$  – функції ваги.

$$\rho(s) = q + Q_i \delta(s - l_0) \quad (5)$$

$x, s$  – поточні координати перерізу канату,  $EF$  – жорсткість усіх канатів гілки на розтяг,  $q$  – маса одиниці довжини канату,  $Q$  – маса вантажу, що підіймається,  $\varphi(t)$  – кут повороту шківів.

Враховуючи це, для опису динаміки канатів гілки установки, що опускається та підіймається, з урахуванням прослизання на шківі, використовуємо наступну систему диференціальних рівнянь. Ця система рівнянь з урахуванням співвідношення (2) описує поведінку системи під час руху при періодичному збуренні верхніх кінців канату. Після деяких перетворень розв'язок задачі зводиться до наступної системи рівнянь.

$$\begin{aligned} & \left( 1 + \frac{\Delta \tilde{l}}{l_0 - \bar{l}} \right) \left[ \left( p - \frac{b}{c} \dot{\omega} \right) \frac{\partial A}{\partial \theta} - 2apB \right] + ap^2 h \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} \cos \omega(t) \cos^2 \theta d\theta + \\ & + ap \tilde{h} \omega \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} \sin \omega(t) \sin \theta \cos \theta d\theta + \left[ \tilde{h} (g + (-1)^j R \ddot{\varphi}) + (-1)^j h \omega^2 \right] \frac{1}{\pi} \times \\ & \times \int_0^{2\pi} \cos \omega(t) \cos^2 \theta d\theta = 0, \\ & - \left( 1 + \frac{\Delta \tilde{l}}{l_0 - \bar{l}} \right) \left[ \left( p - \frac{b}{c} \dot{\omega} \right) a \frac{\partial B}{\partial \theta} + 2pA + \frac{\partial p}{\partial \tau} \right] + \\ & + ap^2 h \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} \cos \omega(t) \cos \theta \sin \theta d\theta - \\ & - \left( \mu \lambda^2 (l) + \frac{\bar{l}'_j \tau}{l_0 - \bar{l}_j} \right) ap + \tilde{h} \dot{\omega} ap \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} \sin \omega(t) \sin^2 \theta d\theta + \\ & + \left[ \tilde{h} (g + (-1)^j R \ddot{\varphi}_1) + (-1)^j R \ddot{\varphi}_1 \right] \frac{1}{\pi} \times \\ & \times \int_0^{2\pi} \cos \omega(t) \sin \theta d\theta = 0, \end{aligned} \quad (6)$$

де  $p$  – частота коливань;  $a, b, c, h$  – коефіцієнти, цілі числа;  $A, B$  – постійні коефіцієнти, що визначаються з граничних умов;  $R \ddot{\varphi}$  – прискорення канату при відсутності збурень;  $\lambda$  – частота власних збурень.

Побудована система рівнянь дає можливість досліджувати поведінку амплітуд перших гармонік плавних коливань системи при наявності зовнішнього впливу верхніх кінців канатів.

Запропонований метод дозволяє визначати кінематичні та силові характеристики коливального процесу системи «канат – посудина» при підйомі та спуску вантажу, як для основного, так і для демультіплікативних резонансів, що

можуть реалізовуватися у гілках установки при певних співвідношеннях між їх параметрами.

Аналіз отриманих з його допомогою рішень дає змогу розробляти рекомендації для забезпечення стійкої роботи установки при фактичних параметрах зовнішніх збурень.

Розроблена віще математична модель дозволяє проводити чисельні дослідження поведінки канатів гілки підйомника, що піднімається та опускається, при наявності у системі зовнішніх періодичних збурень, які діють у верхньому кінці в точках сходу і набігання на крайні з боку посудини шківів. Оскільки під час роботи підйомної машини відбувається безперервна зміна жорсткісних параметрів системи, то в залежності від частоти зовнішнього впливу її співпадіння з власною частотою коливань системи може відбутися на будь-яких ділянках траси при різних швидкостях руху посудини при спуску або підйомі.

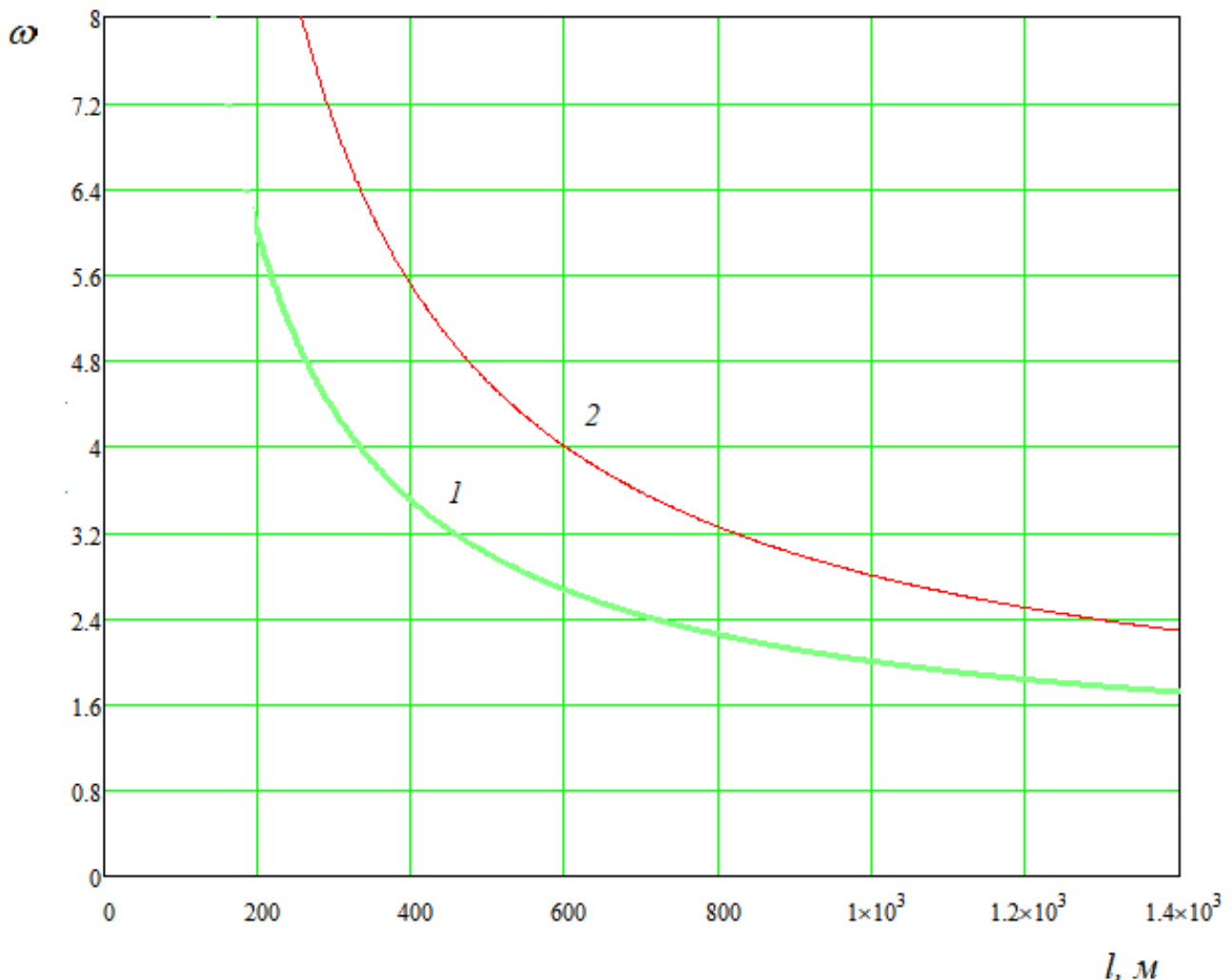


Рис. 2. Залежність перших частот коливань від положення посудини на трасі:  
1 – навантажена гілка; 2 – порожня гілка

Реакція системи на ці впливи буде різною, тому необхідно визначити залежність амплітуд вимушених коливань системи від швидкості в напрямку руху

посудини, положення резонансної зони на трасі підйому, величини збуджувального впливу для технічно можливих режимів та конструктивних параметрів підйомника. Основні показники, що визначають поведінку системи – це амплітудні коефіцієнти, що характеризують відносні динамічні деформації у верхніх найбільш навантажених перерізах каната.

Графік залежності перших частот власних коливань навантаженої та порожньої гілки підйомника (див. рис. 2), який свідчить про те, що при наближенні посудини до верхньої прийомної площадки частота власних коливань гілок збільшується через зростання легкості пружного ланцюга системи.

Графіки амплітуди коливань в залежності від координати навантаженої та порожньої посудини (рис. 3).

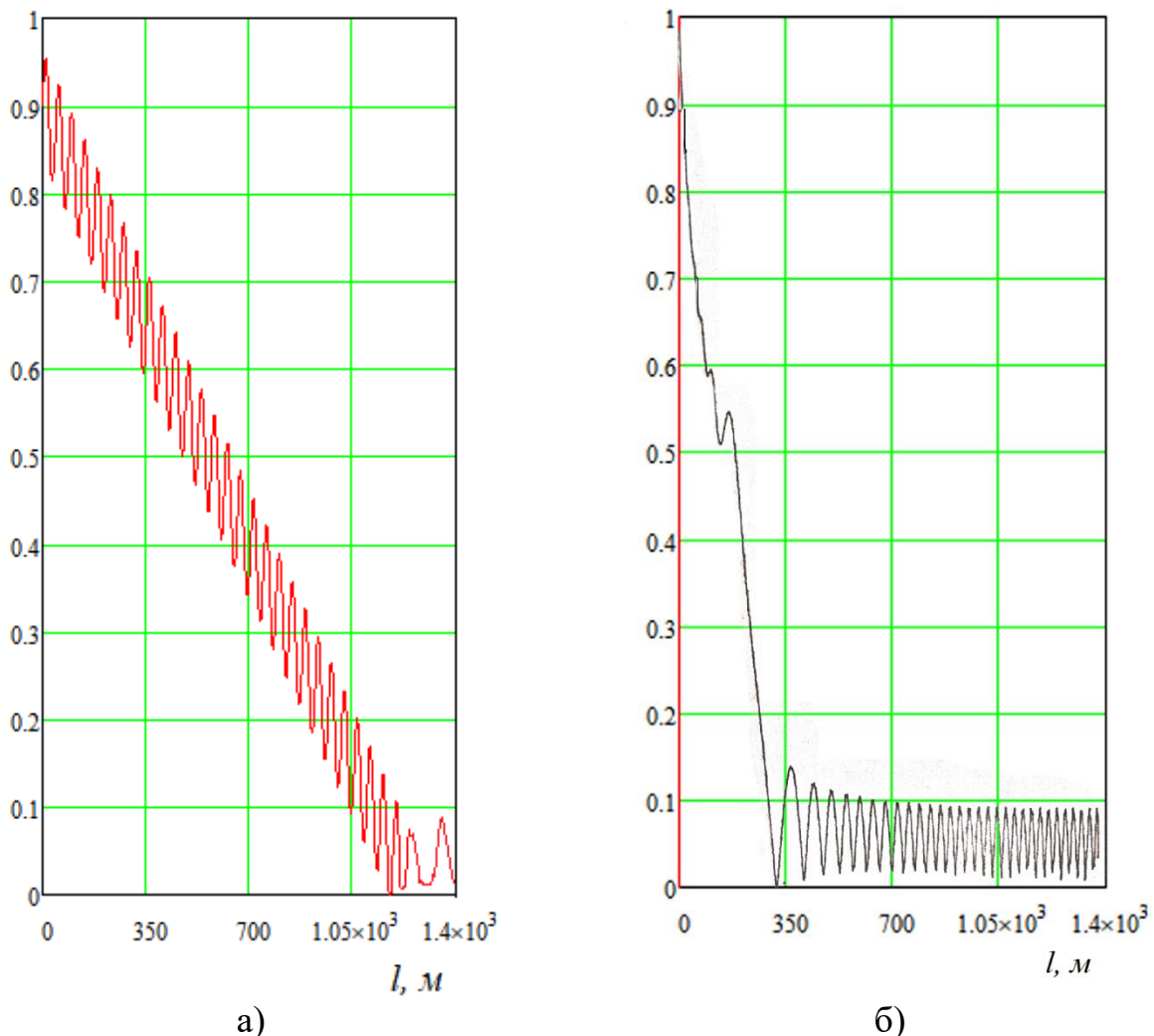


Рис. 3. Графік змін амплітуди коливань від положення посудини на трасі:  
а) навантаженої гілки; б) порожньої гілки

З наведених графіків очевидно, що при підйомі навантаженої посудини на початку руху відбувається сильне згасання коливань, яке супроводжується безперервною модуляцією вимушеного впливу. Коли посудина підходить до зони співпадіння частот коливань, починається інтенсивна перекачка енергії з кана-

товедучої системи у гілку, що підіймається. Цей процес супроводжується зростанням амплітуд динамічних деформацій канатів. Ширина зони складає величину біля 300 м, а максимальний пік деформації збільшує середнє значення до входу в зону у 4,5 рази. Потім по мірі виходу системи із зони інтенсивного енергообміну, знову відбувається різке згасання коливань, що призводить до стабілізації системи.

Обидва процеси коливань при спуску і підйомі мають однаковий характер. Однак у випадку спуску вантажу зростання амплітуд у резонансній зоні відбувається більш ніж у 10 разів. Далі згасання відбувається значно з меншою швидкістю ніж при підйомі вантажу, а ширина зони нестійкості складає також приблизно 300 м.

Аналіз чисельних експериментів під час руху посудини на різних швидкостях показав, що при постійній частоті вимушеного впливу зростання деформацій канатів тим більше, чим більше швидкість руху посудини. Це викликано тим, що при великих швидкостях посудини скоріше проходять зону перекачки енергії й розкачка системи не встигає відбутися. Таким чином прохід резонансної зони на збільшених швидкостях (або виникнення у системі вимушеного впливу, частота якого відповідає власній частоті системи під час її руху ділянкою траси з максимальній по діаграмі швидкості) знижує дестабілізуючий вплив зовнішнього впливу на динаміку системи. В той самий час під час руху з малою швидкістю (повільний перегон посудин, рух по ділянці розгону або робочого гальмування) тип зовнішнього впливу може привести до розкачки коливань до недопустимих значень. Ця особливість в залежності від реакції системи на зовнішній гармонійний вплив від швидкості руху є характерною для об'єктів змінної довжини та є відмінністю від класичних задач для системи з постійними параметрами.

У такому разі, коли в силу особливостей експлуатації системи не вдається знизити амплітуду та змінити частоту зовнішнього впливу доцільно використувати спеціальним чином підібрані гасителі коливань. Особливо небезпечним зовнішній вплив верхніх кінців канату може бути для автомобільно-клітьових підйомників через його вплив на стійкість автосамоскиду на кліті та передачу збурення через причіпні пристрої кліті в систему пружної підвіски кліті та самоскиду. Це потребує уважного дотримання вимог по допустимих значеннях можливих відхилень параметрів канатоведучих органів, що виникають під час експлуатації, від їх розрахункових величин, а також прийняття конструктивних заходів, що забезпечують стійкість руху системи в межах, що практично реалізують зміни її параметрів.

**Висновки.** Побудована математична модель, що описує поведінку системи під час руху при періодичному збуренні верхніх кінців канату. Встановлено нові залежності та закономірності кінематичних та силових характеристик коливального процесу системи «канат – посудина» при підйомі та спуску вантажу, як для основного так й для демультіплікативних резонансів, що можуть реалізовуватися у гілках установки при певних співвідношеннях між їх параметрами. Результати досліджень дозволяють розробити рекомендації для забезпечення стійкої роботи установки при фактичних параметрах зовнішніх збурень.

### Перелік посилань

1. Дриженко, А.Ю. (2011). *Карьерные горнотранспортные системы*. НГУ.
2. Короленко, М. К., Перегудов, В. В., Федин, К. А., Романенко, А. В., & Протасов, В. П. (2012). *Совершенствование транспортных схем выдачи руды для условий ОАО «Южный ГОК»*. Дионис.
3. Белобров, В.И., Белоброва, Е.А. (2002). *Многоканатные наклонные подъемные установки для карьеров и шахт*. НГУ.
4. Ilin, S. R., Samusya, V. ., Kolosov, D. L., Ilina, I. S., & Ilina, S. S. (2018). Risk-forming dynamic processes in units of mine hoists of vertical shafts. *Naukovyi Visnyk Natsionalnoho Hirnychoho Universytetu*, 5, 64–71.  
<https://doi.org/10.29202/nvngu/2018-5/10>
5. Шатило, А.Н., & Евдокимов, А.И. (1976). *Предохранительное торможение наклонных подъемных установок*. Уголь Украины.
6. Савин, Н.Г., & Горошко, О.А. (1962). *Динамика нити переменной длины*. Киев.

### ABSTRACT

**Purpose.** Research of dynamic processes in the system "main rope – lifting vessel" in the transient modes of operation of the car-cage inclined lift. Establishing and substantiating the influence of external disturbances of the system on the dynamic parameters of the interaction between the links of the transport chain. Detection of resonance phenomena during the movement of the vessel along the track, which occur at certain ratios of the operating parameters of heavy-duty and high-speed elevators. Justification of the rational parameters of the movement of the vessel along the track, which will ensure the safe operation of the lift.

**The methods** of research consists in the development of a mathematical description of the dynamics of the "main rope – lifting vessel" system under conditions of external disturbances of the system. Conducting numerical experiments to investigate resonance phenomena that occur during the movement of a lifting vessel along the track of an inclined lift. Development of recommendations for determination of rational parameters that will ensure safe movement of the vessel in conditions of resonant loads.

**Findings.** The mathematical model was built to describe the behavior of the system during the movement when the top rope is drilled periodically. The occurrence of periodic exciting stresses is substantiated and rational parameters are determined.

**The originality.** New dependencies and regularities of kinematic and power characteristics of the oscillation process of the "main rope – lifting vessel" system during lifting and lowering of cargo along the track of an inclined car-cage lift have been established.

**Practical significance.** The research results make it possible to develop recommendations to ensure stable and trouble-free operation of the lifting installation under the actual parameters of external disturbances. The proposed method makes it possible to determine the kinematic and power parameters of dynamic processes in the "main rope – lifting vessel" system during the lifting and lowering of the load, both for the main and for demultiplicative resonances, which can be realized in the branches of the installation with certain ratios between their parameters of the hoist.

**Keywords:** *inclined lift, dynamic processes, rope, modeling, resonance phenomena, disturbances.*