

© О.О. Азюковський¹, В.З. Грищак¹, К.А. Зіборов¹, С.О. Федоряченко¹,
Т.А. Кравчук²

¹ Національний технічний університет «Дніпровська політехніка», Дніпро, Україна

² ДП НВО «Павлоградський хімічний завод», Павлоград, Україна

ДО ПРОБЛЕМИ НЕЛІНІЙНОЇ ДИНАМІКИ ОБОЛОНКОВОЇ СИСТЕМИ ПРИ ДІЇ ЛОКАЛЬНОГО ІМПУЛЬСУ ВНУТРІШНЬОГО ТИСКУ

© O. Aziukovskyi¹, V. Gristchak¹, K. Ziborov¹, S. Fedoriachenko¹, T. Kravchuk²

¹ Dnipro University of Technology, Dnipro, Ukraine

² SE RIC “Pavlograd chemical plant”, Pavlohrad, Ukraine

ON THE PROBLEM OF NONLINEAR DYNAMICS OF SHELL SYSTEMS INFLUENCED BY THE INTERNAL PRESSURE LOCAL IMPULSE

Мета. Об'єкти критичної інфраструктури, зокрема трубопроводи та резервуари, є невід'ємною частиною забезпечення функціонування промислових та цивільних об'єктів життєзабезпечення. Позаштатні фактори, які можуть вплинути на їх функціонування можуть бути як причиною форс-мажорних обставин, так і цілеспрямованих дій з боку третіх сторін. Тому, метою даної роботи встановлено математичне описання динамічної поведінки циліндричних оболонок під дією локального імпульсу, викликаного внутрішнім тиском.

Методика. Для досягнення мети роботи застосовано положення нелінійної динаміки системи сил із урахуванням наближених аналітичних та асимптотичних методів.

Результати. Отримані результати дозволяють описати нелінійні процеси, викликані локальними імпульсами внутрішнього тиску в оболонкових системах, що можуть бути інтерпольовані для застосування у чисельних методах для визначення параметрів міцності та несучої здатності відповідних конструкції із урахуванням фізико-механічних параметрів застосованих матеріалів та характеру силового впливу. Інтерполяція результатів на схожі технічні системи дозволить масштабувати математичний підхід у вирішенні інженерних задач.

Наукова новизна. Існуючі динамічні моделі у своїй більшості представлені спрощеними розрахунковими моделями без урахування сукупності реальних навантажень та характерних конструктивних і технологічних факторів. У даній роботі запропоновано врахування нелінійності динамічних процесів зважаючи на форму імпульсного впливу, степінного показника нелінійності переміщень та дельта-функції Дірака. Даний підхід є новим із наукової та практичної значимості.

Практична значимість. Отримана сингулярна неоднорідна модель взаємодії у формі диференціального рівняння із змінними коефіцієнтами дає можливість забезпечити чисельне моделювання процесів взаємодії із асимптотичними результатами та встановити параметри динамічної поведінки до імпульсного впливу. В результаті можливо отримати нові технічні рішення стійких до динамічного впливу оболонкових конструкцій, які матимуть покращенні техніко-експлуатаційні характеристики.

Ключові слова: оболонкові системи, локальний імпульс, нелінійна динаміка.

Вступ. Невід'ємною частиною об'єктів інфраструктури є оболонкові будівельні конструкції та системи транспортування вуглеводнів. З одного боку, це елементи транспортування продукту та живлення машин, з іншого, – елементи гідравто-

матики та керування. Їх надійність і безвідмовність вирішальною мірою визначають працездатність конструкції в цілому. Більшість руйнувань носить яскраво виражений характер багатоциклової втоми. Втомна міцність істотно залежить від низки технологічних факторів. Це, перш за все, монтажні напруження та початкові геометричні нерівномірності (овальність, криволінійні ділянки труб, різна товщина стінок тощо) труби, а також нестационарність технологічного процесу.

Існуючі динамічні моделі циліндричних оболонок носять спрощений характер і при розрахунку вібронапружень у широкому діапазоні гармонік не враховують сукупність реальних навантажень, характерні конструктивні та технологічні фактори і будуються на базі розрахункових статичних моделей і, по суті, не регламентують вібронапруженість конструкції. Розробка ефективних моделей, методів та програм розрахунку трубопроводів при заданому режимі навантаження, дозволять покращити якість проектно-конструкторських робіт, прискорити розробку та освоєння нової техніки.

Основна частина. Сучасна практика експлуатації конструкцій із циліндричними оболонками не дає можливості розглядати їх як стаціонарні. Тому, було поставлено завдання побудови моделей розрахунку перехідних хвильових процесів деформації, обумовлених дією імпульсного навантаження. На даний момент, у цій галузі механіки систем, що деформуються, накопичено значний досвід: побудовано велику кількість різних математичних моделей деформування стрижнів, пластин і оболонок; розвинені ефективні аналітичні та чисельні методи вирішення наукових та прикладних завдань; отримано практично значимі результати.

Разом з тим, постійно виникають нові завдання, що вимагають розробки адекватних механіко-математичних моделей. Прикладом такого завдання може бути проблема деформування систем циліндричних оболонок, що містять рідину (або газ), при дії на них внутрішніх короткочасних навантажень, що виникають при позаштатних ситуаціях.

Початок дослідження поширення хвилі тиску в рідині у циліндричних конструкціях закладено в класичних роботах [1, 2], в яких вперше на базі найпростіших математичних моделей представлено явище гідравлічного удару. Загальна теорія деформування оболонок, виконаних із різних матеріалів; скінчено-елементне формулювання та алгоритм для суттєво нелінійного імпульсного навантаження оболонок представлена в роботі [3]. Окремі випадки лінійних задач про поширення хвильових процесів у тонкостінних оболонках із заповнювачем (і без нього) в умовах динамічного тиску вирішені у роботах [4, 5]. Враховано анізотропні та в'язкопружні властивості матеріалів циліндричних оболонок.

Питанням виявлення особливостей впливу нестационарних теплових процесів в конструкціях вертикальних сталевих резервуарів на їх цілісність, які відбуваються внаслідок дії пожеж, присвячена робота [6]. Визначення показників міцності, стійкості і герметичності цих споруд за умов впливу корозійного середовища розглянуто в роботі [7]. Все вищезазначене дозволяє розглядати дані оболонкові конструкції, як елементи складної динамічної системи.

Гідравлічний інженерний розрахунок циліндрично-оболонкового трубопроводу зводиться, як правило, до вирішення трьох основних завдань: визначення

витрати трубопроводу, потрібного напору та діаметру перерізу. При цьому розглядається рівномірний напірний рух будь-якої рідини, що відповідає турбулентному режиму; рідина перебуває під надлишковим тиском; поперечні перерізи повністю заповнені.

Однак, у реальних умовах присутній рух потоку рідини, що не встановився. В цьому випадку швидкість і тиск є функцією не тільки положення її окремої точки щодо вибраних координат, а й часу (рис. 1).

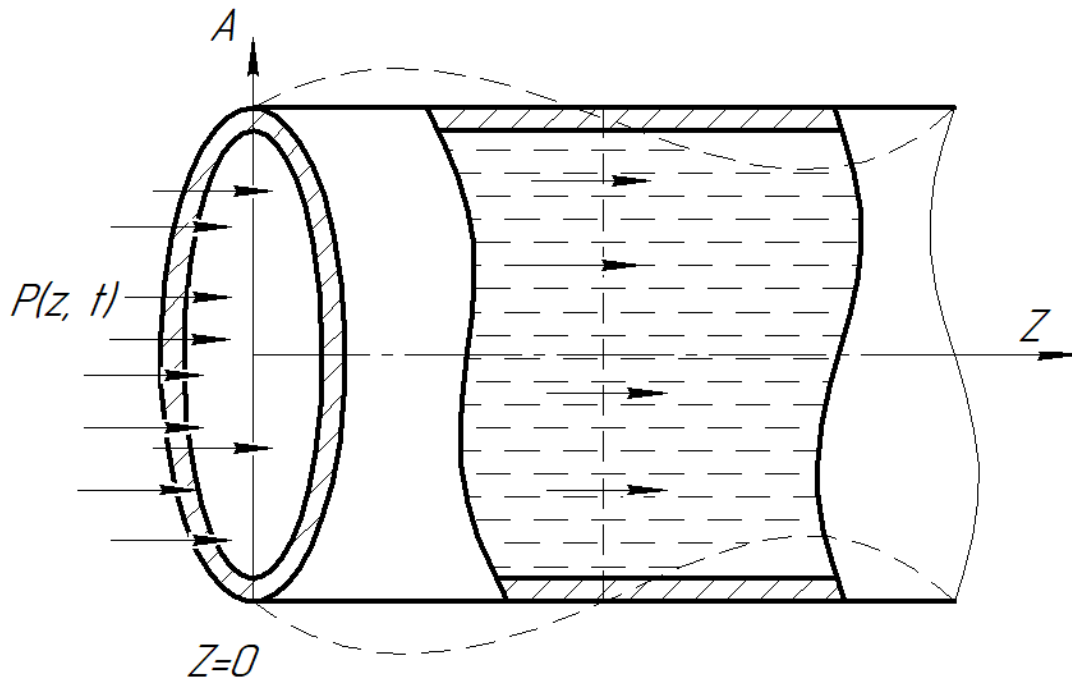


Рис. 1. Оболонкова система, заповнена рідиною, під дією імпульсного тиску

Потік рідини обмежений жорсткими стінками оболонкової конструкції системи. Рівняння неусталеного руху для елементарного потоку в'язкої рідини, що не стискається, записується у вигляді рівняння Бернуллі для двох живих перерізів:

$$z_1 + \frac{p_1}{\gamma} + \frac{u_1^2}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\gamma} + \frac{u_2^2}{2g} + h_l + \frac{1}{g} \int_{l_2}^{l_1} \frac{\partial u}{\partial t} dl \quad (1)$$

Інтеграл $\int_{l_1}^{l_2} \frac{1}{g} \frac{\partial u}{\partial t} dl$ за аналогією з іншими складовими рівняння Бернуллі називають інерційним натиском. Залежно від виду прискорення руху інерційний тиск може бути як позитивним, так і негативним. Для прискореного руху потоку інтеграл позитивний, а сповільненого руху – негативний.

Ця зміна швидкості призводить до того, що кінетична енергія потоку води перетворюється на потенційну енергію у вигляді збільшення тиску в системі. Внаслідок цього енергія витрачається не тільки на стиск рідини в трубі, а й на деформацію її стінок (рис. 2).

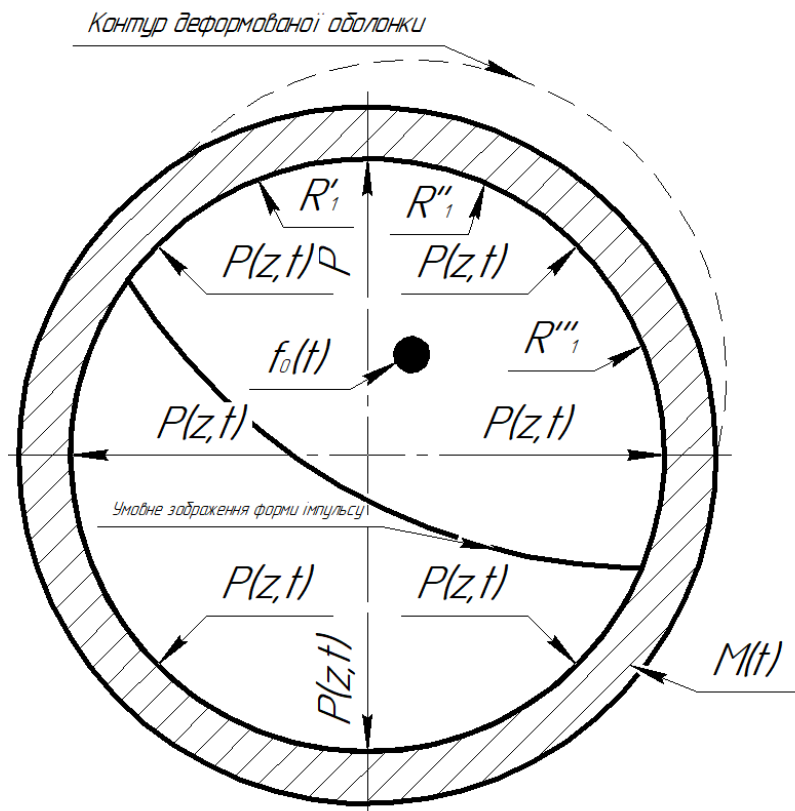


Рис. 2. Дія тиску рідини на оболонкову систему трубопроводу:
 $P(z,t)$ – гідростатичний тиск, R – реакція впливу імпульсу, $f_0(t)$ – точка імпульсного впливу, $M(t)$ – приведена маса оболонки

Основні положення щодо дослідження такого процесу в трубах були опубліковані ще в 1899 р. у праці М. Жуковського «Про гідравлічний удар». При теоретичних дослідженнях він приймав рідину нев'язкою, проте такою, що стискається, а стінки трубопроводу – абсолютно жорсткими. Діаграма зміни підвищення тиску в часі при цьому виглядає (рис. 3), як затухаючий імпульс.

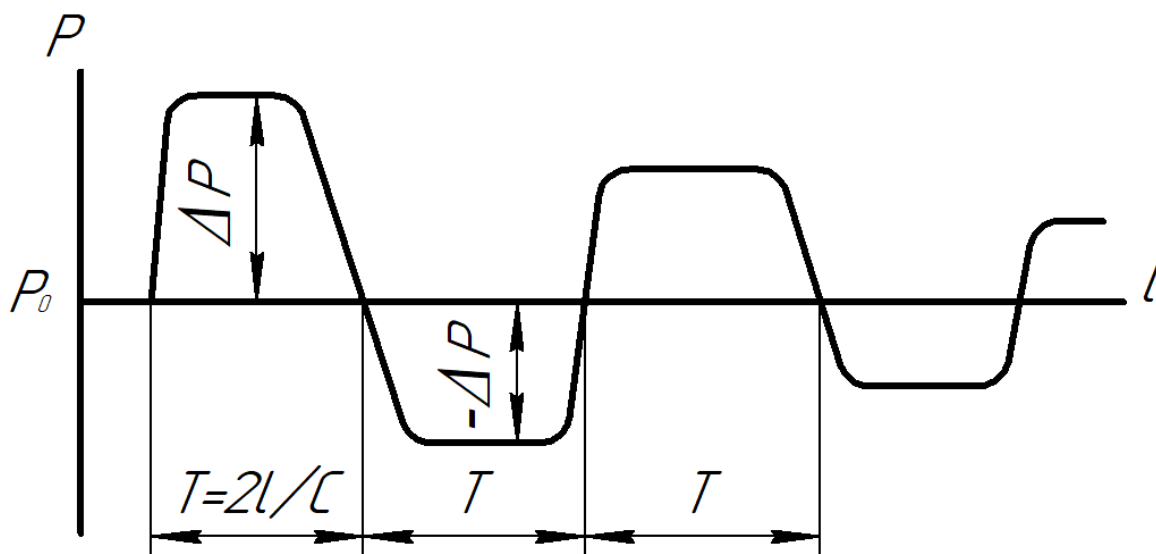


Рис. 3. Зміна локального імпульсу рідини в залежності від часу

Автори вважають, що випадки гідродинамічного впливу варто досліджувати у загальному випадку з метою отримання аналітично точного вирішення основного нелінійного рівняння динаміки із змінними коефіцієнтами.

У випадку, якщо основне диференціальне рівняння, що описує процес нелінійної динаміки досліджуваної системи під дією локалізованого імпульсу враховує форму локального діючого імпульсу, то рівняння збереження імпульсу прийме наступний вигляд:

$$M(t)\ddot{q}(t) + c\dot{q}(t) + dq(t)^n = f_0(t)\delta(t-t_0) \quad (2)$$

де $q(t)$ – узагальнена координата; $M(t)$ – приведена маса досліджуваної системи; c , d – коефіцієнти, які враховують динамічні властивості системи; n – ступінь нелінійності, пов’язаної із впливом значних переміщень серединної поверхні циліндричної оболонки; $f_0(t)$ – форма локального імпульсу; $\delta(t-t_0)$ – дельта-функція Дірака; t_0 – час імпульсу внутрішнього тиску.

Вирішення рівняння (2) можливо застосуванням прямих чисельних методів аналізу. Однак, у випадку реалізації інженерних задач і алгоритмів розрахунку динамічних характеристик на базі наближених аналітичних, зокрема, асимптотичних методів, основне рівняння, що описує досліджуваний процес, може бути представлене у формі сингулярного нелінійного неоднорідного диференціального рівняння із змінними коефіцієнтами:

$$\varepsilon^2\ddot{q}(t) + \tilde{c}(t)\dot{q}(t) + \lambda\tilde{d}(t)q(t)^n = \tilde{f}_0(t)\delta(t-t_0) \quad (3)$$

де $\varepsilon^2=1/\omega_0^2$ і λ – параметри при старшій похідній і нелінійній складовій основного рівняння; ω_0 – частота вільних коливань системи;

$$\tilde{c}(t) = \frac{c(t)}{M(t)\omega_0^2}; \quad \tilde{d}(t) = \frac{d(t)}{M(t)}; \quad \tilde{f}_0(t) = \frac{f(t)}{M(t)\omega_0^2}.$$

Зауважимо, що здобуті наближені аналітичні рішення нелінійних задач обмежуються кубічної нелінійністю, яка приводить у ряді випадків до можливості асимптотичного аналізу рівнянь типу Дуфінга.

Невизначеність впливу на наближене аналітичне вирішення складових вищого порядку, зокрема в задачі динаміки при імпульсному навантаженні, може бути вирішена методом скінчено-елементного аналізу у просторовому формулюванні. Наближений аналітичний розв’язок рівняння (3) для параметрів ε може бути отриманий гібридним асимптотичним підходом на базі методів збурення, фізичних інтегралів (метод ВКБ) і принципу ортогональності Гальоркіна [8] із застосуванням комп’ютерної алгебри. Використання рівнянь Гурні при даному підході дозволить застосувати чисельні методи для врахування перехідних тепло-фізичних і пружньо-дисипативних процесів, що надає науковій новизни сформульованому підходу.

Висновки. Розробка ефективних моделей, методів та програм розрахунку оболонкових систем при заданому режимі навантаження, дозволять покращити як-

ість проектно-конструкторських робіт, прискорити розробку та освоєння нової техніки. Випадки гідродинамічного впливу варто досліджувати у загальному випадку, розглядаючи зміни характеристик процесу під дією локалізованого імпульсу, з метою отримання аналітично точного вирішення основного нелінійного рівняння динаміки із змінними коефіцієнтами.

Перелік посилань

1. Mott, N. (1953) *Physics in the 1930s*. Bristol University.
2. Gurney, R. W., & Condon, E. U. (1929). Quantum Mechanics and Radioactive Disintegration. *Physical Review*, 33(2), 127–140.
<https://doi.org/10.1103/PhysRev.33.127>
3. Belytschko, T., Lin, J. I., & Chen-Shyh, T. (1984). Explicit algorithms for the nonlinear dynamics of shells. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 42(2), 225–251.
[https://doi.org/10.1016/0045-7825\(84\)90026-4](https://doi.org/10.1016/0045-7825(84)90026-4)
4. Sieber, J., Hutchinson, J. W., & Thompson, J. M. T. (2019). Nonlinear dynamics of spherical shells buckling under step pressure. *Proceedings of the Royal Society A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences*, 475(2223), 20180884.
<https://doi.org/10.1098/rspa.2018.0884>
5. Ruggirello, K. P., Thomas, J. D., Love, E., Rider, W. J., & Heinstein, M. (2022). High fidelity coupling methods for blast response of thin shell structures. *Finite Elements in Analysis and Design*, 212, 103834.
<https://doi.org/10.1016/j.finel.2022.103834>
6. Чернецький, В.В. (2015). *Вплив теплових факторів пожежі на цілісність вертикальних сталевих резервуарів з нафтопродуктами*. (Дисертація на здобуття наукового ступеня кандидата технічних наук).
7. Егоров, Е.А. (2004). Комплексный анализ, оценка и управление надежностью стальных резервуаров для хранения нефтепродуктов. *Сборник научных трудов ПГАСиА*.
8. Gristchak, V. Z., & Ganilova, O. A. (2008). A hybrid WKB–Galerkin method applied to a piezoelectric sandwich plate vibration problem considering shear force effects. *Journal of Sound and Vibration*, 317(1–2), 366–377.
<https://doi.org/10.1016/j.jsv.2008.03.043>

ABSTRACT

Purpose. Critical infrastructure facilities, including pipelines and tanks, are an integral part of ensuring the functioning of industrial and civil life support facilities. External factors that may affect their functioning can be both the cause of force majeure and targeted actions by third parties. Therefore, the purpose of this work is to establish a mathematical description of the dynamic behavior of cylindrical shells under the action of a local impulse caused by internal pressure.

Methodology. To achieve the goal of the work, the provisions of the nonlinear dynamics of the system of forces are applied, taking into account approximate analytical and asymptotic methods.

Results. The results obtained make it possible to describe nonlinear processes caused by local pulses of internal pressure in shell systems, which can be interpolated for use in numerous methods for determining the parameters of the strength and bearing capacity of the corresponding structure, taking into account the physical and mechanical parameters of the materials used and the nature of the force action. Interpolation of the results to similar technical systems will allow scaling the mathematical approach in solving engineering problems.

Scientific novelty. The existing dynamic models are mostly represented by simplified calculation models without taking into account the totality of real loads and characteristic design and technological factors. In this paper, it is proposed to take into account the nonlinearity of dynamic processes due to the shape of the impulse action, the power exponent of the nonlinearity of displacements, and the Dirac delta function. This approach is new of scientific and practical significance.

Practical significance. The resulting singular inhomogeneous model of interaction in the form of a differential equation with variable coefficients makes it possible to provide numerical simulation of interaction processes with asymptotically approximate results and to establish the parameters of dynamic behavior to impulse action. As a result, it is possible to obtain new technical solutions for shell structures resistant to dynamic impact, which will have improved technical and operational characteristics.

Keywords: *shell systems, local momentum, nonlinear.*