

© Ю.В. Максим'юк¹, В.П. Андрієвський¹, І.Ю. Мартинюк¹, О.В. Максим'юк¹
¹ Київський національний університет будівництва і архітектури, Київ, Україна

ДОСЛІДЖЕННЯ НАПРУЖЕНО-ДЕФОРМОВАНОГО СТАНУ ДЕМПФУЮЧОГО ЕЛЕМЕНТА

© Y. Maksymiuk¹, V. Andriievskiy¹, I. Martyniuk¹, O. Maksymiuk¹
¹ Kyiv National University of Construction and Architecture, Kyiv, Ukraine

RESEARCH OF THE STRESSED AND DEFORMED STATE OF A DAMPING ELEMENT

Мета. Полягає в створенні на основі напіваналітичного методу скінченних елементів (НМСЕ) ефективного апарату чисельного аналізу напружено-деформованого стану призматичних тіл складної конфігурації довільно навантажених властивостей матеріалу і розв'язанні на цій основі нової практично важливої задачі.

Методика. Базується на чисельних експериментах, проведення яких дозволяє дослідити питання адекватності теорії і методів розв'язання задачі реальним властивостям конструкцій і процесам, що в них перебігають. Реалізація завдань роботи ґрунтується на використанні методу скінчених елементів (МСЕ) та розробленого чисельного апарату НМСЕ.

Результати. На основі розробленого НМСЕ чисельного апарату показано приклад розв'язання конкретної задачі. В пружній і пружно-пластичній постановках виконано розрахунок демпфуючого елемента, який являє собою коробчасту конструкцію, посилену двома поздовжніми ребрами. Отримано залежність рівня пластичних деформацій в області галтельних переходів від радіуса заокруглення.

Наукова новизна. Полягає в розробці на основі моментної схеми скінченних елементів і напіваналітичного варіанту МСЕ ефективного чисельного підходу до дослідження довільно навантажених призматичних тіл складної форми, деформування яких може проходити за межею пружності матеріалу. За рахунок подання переміщень поліномами і використання ітераційних методів розв'язання систем розрахункових рівнянь, даний підхід розвинений стосовно розрахунку об'єктів з довільними граничними умовами на торцях, що дозволило розширити область ефективного застосування НМСЕ на новий клас задач.

Практична значимість. Полягає в тому, що розроблена ефективна методика розв'язання нових складних задач пружної і пружно-пластичної рівноваги призматичних тіл реалізована у вигляді комплексних програм і може бути використана в проєктно-конструктивній практиці в будівництві, машинобудуванні та інших галузях техніки.

Ключові слова: метод скінченний елемент, напіваналітичний метод скінчених елементів, скінчений елемент, напружено-деформований стан, демпфуючий елемент, граничні умови, пружні та пластичні деформації, чисельні дослідження.

Вступ. Визначення просторового напружено-деформованого стану тіл складної форми являє собою суттєву проблему, що обумовлено необхідністю використання дискретних скінчено елементних моделей великої розмірності і покрокового розв'язання задачі [1–6].

Наявність двох поздовжніх ребер призводить до інтенсивного змінення напружено-деформованого стану об'єкта. При цьому можуть виникати деформації

пластичності, що створює умови для додаткового перерозподілення напружень. Визначення характеру розподілення і змінення в часі параметрів напружено-деформованого стану в об'ємі досліджуваних об'єктів і визначення на цій основі зон небезпечних напружень дозволить запобігати аварійних руйнувань, корегувати вихідні параметри навантажень, що є актуальним для визначення можливості подальшої експлуатації конструкцій [3–8].

Основна частина. Демпфуючий елемент представляє собою коробчасту конструкцію, підсилену двома поздовжніми ребрами, і відрізняється досить складною структурою. Він складається із тонкостінних та стержневих елементів, об'єднаних галтельними переходами, в області яких реалізується просторовий напружено-деформований стан [7]. Граничні умови на торцях відповідають спиранию на абсолютно жорстку в своїй площині та гнучку із неї діафрагму. Розрахункова схема об'єкта приведена на рис. 1, де довжина $l = 30\delta_1$, висота $H = 24\delta_1$, ширина $B = 30\delta_1$, радіуси галтельних переходів $R_1 = \delta_1$, $R_2 = 0,25\delta_1$, розміри поперечного перерізу ребер $b = 4\delta_1$, $h = 2\delta_1$, товщина бокових стінок $\delta_2 = 3\delta_1$, верхнього та нижнього днища $\delta_1 = 0,05$ м. Зовнішня дія складається із розподіленого в центральній частині ребер та протилежно напрямленого навантаження, експлуатаційна інтенсивність якого складає q^1 50 МПа, а в екстремальних режимах може досягати 65 МПа. Модуль пружності матеріалу конструкції $E = 2,1 \cdot 10^5$ МПа, коефіцієнт Пуасона $\nu = 0,3$, границя текучості при чистому зсуві $\tau_s = 210$ МПа.

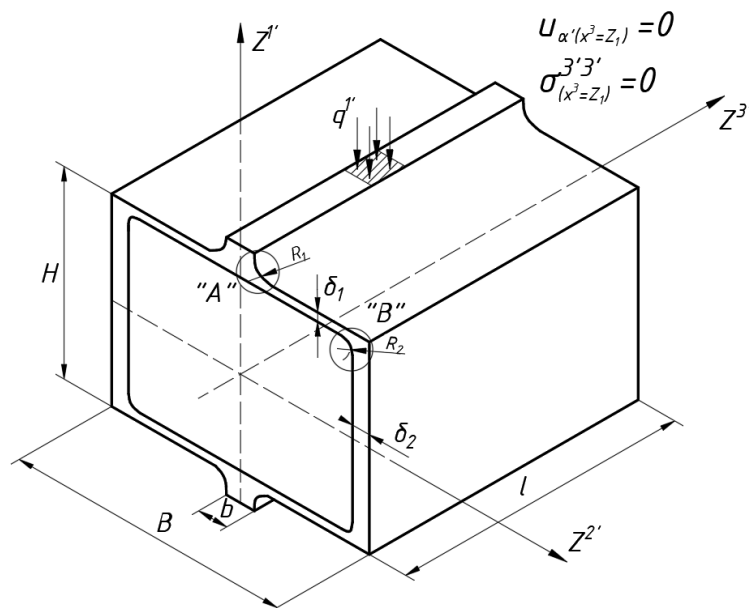


Рис. 1. Демпфуючий елемент

На прикладі розглядуваного об'єкта наочно проявляється зручність використання розроблених універсальних елементів для розрахунку призматичних тіл складної структури. Їхнє застосування дозволило при формуванні сіткової області максимально деталізувати розбивку на елементи в зонах концентраторів (рис. 2), суттєво розряджаючи її в центральній частині стінок та днища.

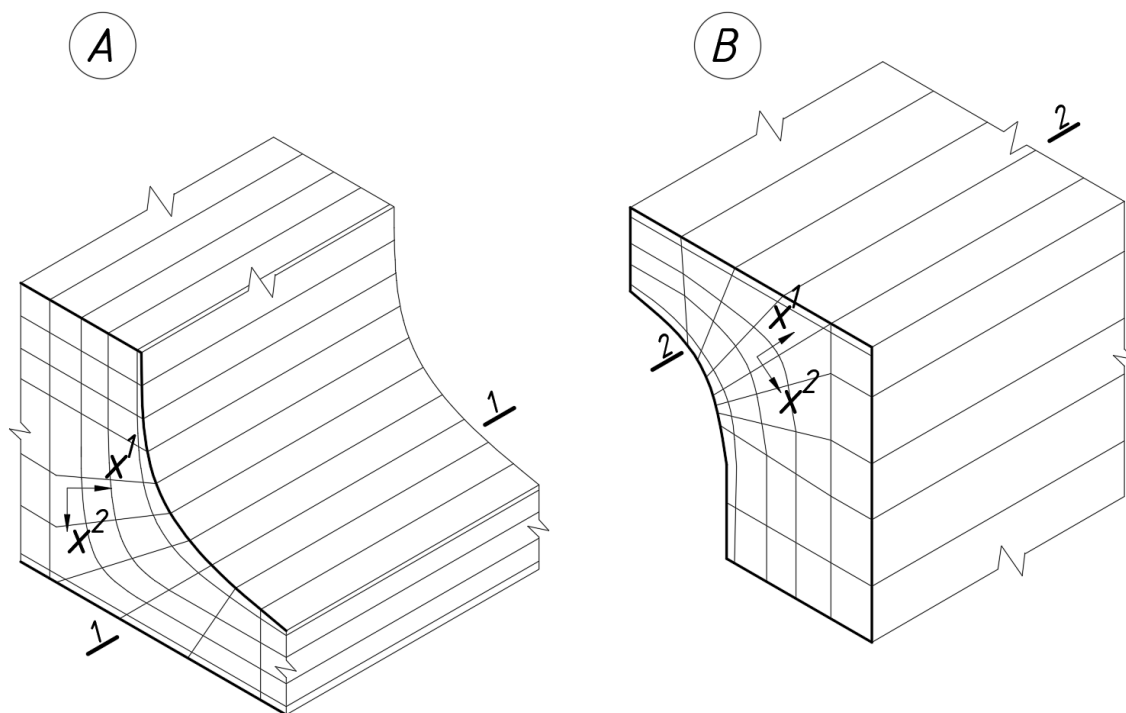


Рис. 2. Дискретна модель в вузлах *A* та *B*

Результати дослідження впливу кількості утримуваних членів ряду Фур'є M та числа вузлів m на ділянках розрахункової сітки, що безпосередньо примикають до місць закруглень, на величину максимальних значень напружень у вузлах *A* та *B* приведені в таблицях 1 та 2 відповідно.

Вони показують, що для отримання достовірних результатів досить утримати 5 членів розкладу та обмежитись 42 вузлами на ділянках сіткової області, що апроксимують галтельні переходи.

Таблиця 1

Величини максимальних значень напружень у вузлі *A* в залежності від числа вузлів та кількості утримуваних членів ряду Фур'є

m	M	σ^{22} (МПа)	%	σ^{33} (МПа)	%	T (МПа)	%
25	5	425,0	2,78	147,1	6,05	210,0	4,5
42		416,5	0,79	139,0	0,58	202,3	0,89
63		413,2	-	138,2	-	200,5	-
42	3	409,3	1,88	138,1	1,23	198,7	2,01
	5	416,5	0,12	139,0	0,57	202,3	0,20
	7	417,7	-	139,8	-	202,7	-

Таблиця 2

Величини максимальних значень напружень у вузлі B в залежності від числа вузлів та кількості утримуваних членів ряду Фур'є

m	M	σ^{22} (МПа)	%	σ^{33} (МПа)	%	T (МПа)	%
25	5	465,0	7,27	149,0	7,32	216,0	8,24
42		439,9	1,98	139,7	1,15	202,3	2,03
63		431,2	-	138,1	-	198,2	-
42	3	439,8	0,02	139,7	0,00	202,1	0,02
	5	439,9	0,00	139,7	0,00	202,3	0,00
	7	439,9	-	139,7	-	202,3	-

Результати розрахунку, виконаного в пружній постановці при інтенсивності зовнішнього навантаження $q^I = 50 \text{ МПа}$, зображені на рис. 3 у вигляді епюр напружень $\tilde{\sigma}^{22}$, $\tilde{\sigma}^{33}$ і T . Пунктирною лінією позначені графіки, побудовані в перерізі 1-1, суцільною – в перерізі 2-2. Вони показують, що для отримання достовірних результатів досить утримати 5 членів розкладу та обмежитись 42 вузлами на ділянках сіткової області, що апроксимують галтельні переходи.

Результати розрахунку, виконаного в пружній постановці при інтенсивності зовнішнього навантаження $q^I = 50 \text{ МПа}$, зображені на рис. 3 у вигляді епюр напружень $\tilde{\sigma}^{22}$, $\tilde{\sigma}^{33}$ і T . Пунктирною лінією позначені графіки, побудовані в перерізі 1-1, суцільною – в перерізі 2-2.

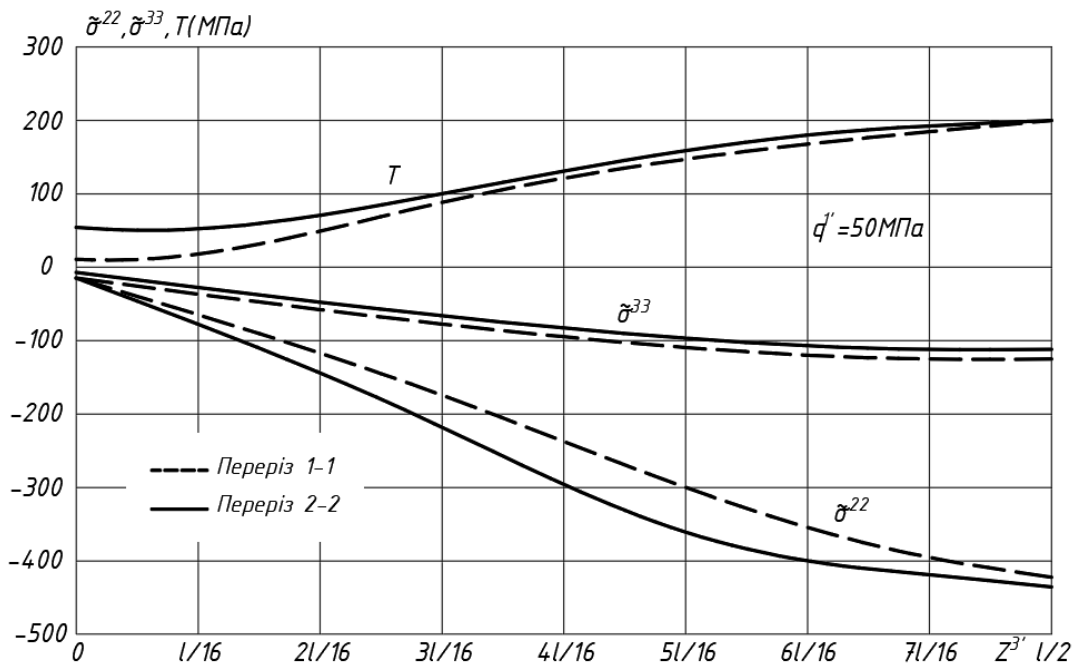


Рис. 3. Розподіл напружень в перерізах 1–1, 2–2 при інтенсивності зовнішнього навантаження $q^I = 50 \text{ МПа}$

Спостерігається практично повна ідентичність як в характері розподілення, так і в кількісних значеннях розглядуваних параметрів напруженого стану. Наприклад, різниця максимальних величин $\tilde{\sigma}^{22}$ і $\tilde{\sigma}^{33}$, вирахованих у різних перерізах, не перевищує 2-3%, а максимальні інтенсивності дотичних напружень повністю співпадають. Оскільки за рівня навантаження $q^I = 65 \text{ МПа}$ їхня величина, вирахована в рамках пружного розрахунку, перетнула межу текучості, для оцінки напружено-деформованого стану демпфуючого елемента в екстремальних режимах навантаження потрібно було отримати рішення даної задачі з урахуванням пластичних властивостей матеріалу. Результати цього рішення, приведені на рис. 4, ілюструють отриманий перерозподіл $\tilde{\sigma}^{22}$ по Z^3 , пов'язаний з розвитком зон пластичних деформацій в центральній частині об'єкту. Як і в пружній постановці, максимальні значення напружень, зафіксовані в різних перерізах, досить близькі.

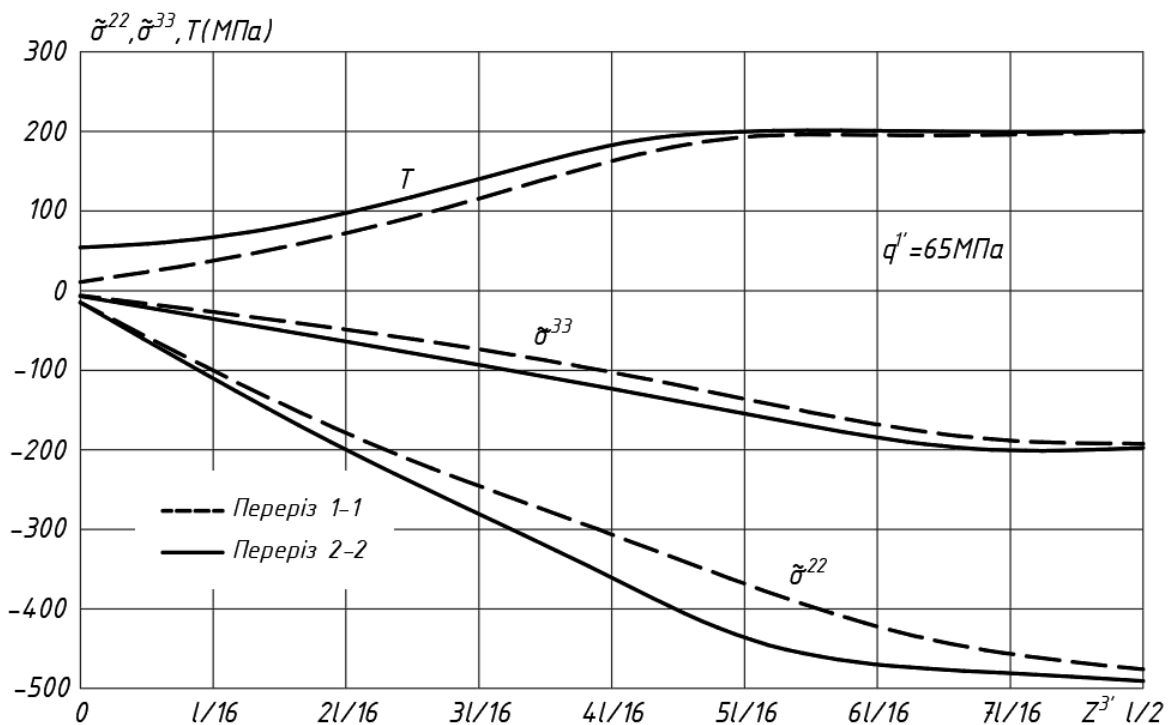


Рис. 4. Розподіл напружень в перерізах 1–1, 2–2 при інтенсивності зовнішнього навантаження $q^I = 65 \text{ МПа}$

На рис. 5 представлені графіки, що характеризують зростання величини пластичних деформацій центральних точок перерізів 1–1 і 2–2 в процесі навантаження. Виявилось, що в указаних точках темп їхнього зростання відрізняється та при $q^I = 65 \text{ МПа}$ ε_i^p в перерізі 2–2 на 32% вищий, ніж в перерізі 1–1. Відомо, що рівень пластичних деформацій в області галтельних переходів суттєво залежить від радіуса закруглення.

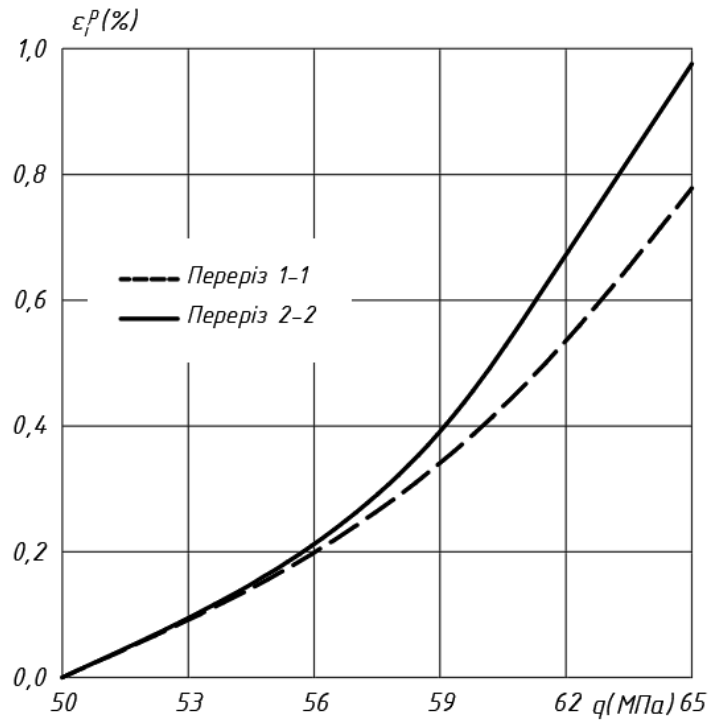


Рис. 5. Зміна величини пластичних деформацій в центральних точках перерізів 1–1 і 2–2 в процесі навантаження

В зв'язку з цим були проведені дослідження впливу R_2 на ϵ_i^p , результати яких зображені на рис. 6.

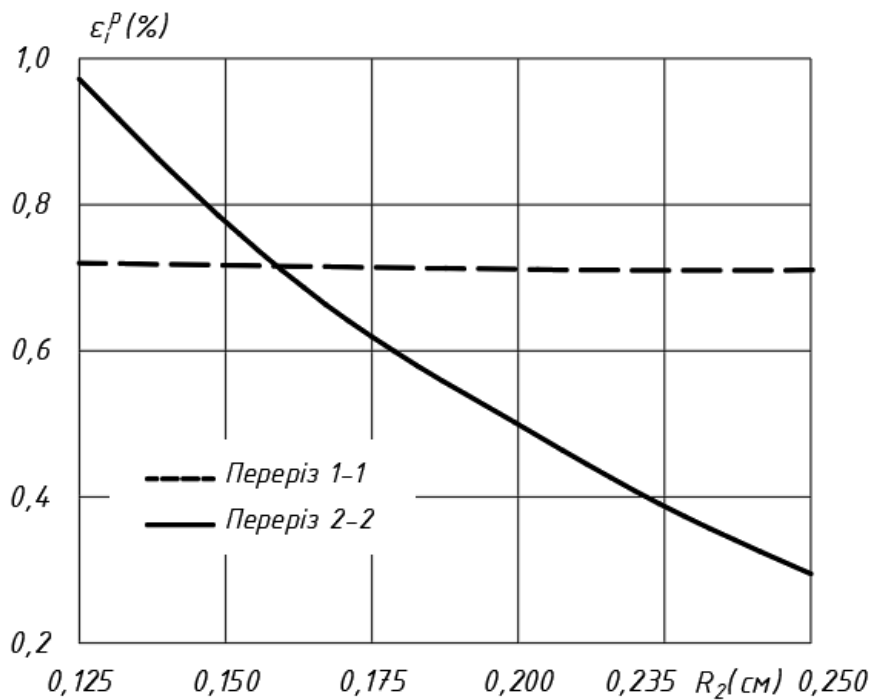


Рис. 6. Залежність пластичних деформацій від радіусу галтельних переходів

Вони дозволили встановити, що при максимальному навантаженні, яке діє на розглядуваний об'єкт, збільшення R_2 призводить до суттєвого зниження

пластичних деформацій в області вузла B і не впливає на їхні значення у вузлі A . Зокрема, при $R_2 = 0,32\delta_1$ рівень пластичних деформацій у вузлі B залишається однаковим у порівнянні з вузлом A , а при $R_2 = 0,5\delta_1$ зменшується більше, ніж у 2 рази.

Висновок. Розглянутий приклад впевнено ілюструє, що нерідко для всієї сторони оцінки роботи конструкції тільки даних про її напружений стан виявляється недостатньо. Так, аналізуючи приведені вище епюри напружень, врахованих в пружній та пружно-пластичній постановках, можна прийти до неправильного висновку, що вихідні значення радіусів закруглення R_1 і R_2 забезпечують рівномірність вузлів A і B . Правильна оцінка умов роботи галтельних переходів отримана тільки після порівняння графіків розвитку пластичних деформацій.

Перелік посилань

1. Баженов, В.А., Гуляр, О.І., Пискунов, С.О., & Сахаров, О.С. (2005). *Напіваналітичний метод скінчених елементів в задачах руйнування просторових тіл*. КНУБА.
2. Баженов, В.А., Гуляр, О.І., Пискунов, С.О., & Сахаров, О.С. (2014). *Напіваналітичний метод скінчених елементів в задачах континуального руйнування просторових тіл*. Каравела.
3. Баженов, В.А., Пискунов, С.О., Солодей, І.І., Андрієвський, В.П., & Сизевич, Б.І. (2005). Матриця жорсткості і вектор вузлових реакцій скінченного елемента для розв'язання просторових задач термов'язкопружнопластичності НМСЕ. *Опір матеріалів і теорія споруд*, (76), 3–26.
4. Іванченко, Г., Максим'юк, Ю., Козак, А., & Мартинюк, І. (2021). Побудова розв'язувальних рівнянь напіваналітичного методу скінчених елементів для призматичних тіл складної форми. *Управління розвитком складних систем*, (46), 55–62. <https://doi.org/10.32347/2412-9933.2021.46.55-62>
5. Максим'юк, Ю., Козак, А., Мартинюк, І., & Максим'юк, О. (2021). Особливості виведення формул для обчислення вузлових реакцій і коефіцієнтів матриці жорсткості скінченного елемента з усередненими механічними і геометричними параметрами. *Будівельні конструкції. Теорія і практика*, (8), 97–108. <https://doi.org/10.32347/2522-4182.8.2021.97-108>
6. Баженов В.А., Пискунов С.О., & Максим'юк Ю.В. (2018) *Метод скінчених елементів у задачах деформування та руйнування тіл обертання при термосиловому навантаженні*. Каравела.
7. Баженов В.А., Максим'юк Ю.В., Мартинюк І.Ю., & Максим'юк О.В. (2021). *Напіваналітичний метод скінчених елементів в просторових задачах деформування, руйнування та формозмінення тіл складної структури*. Каравела.
8. Баженов В.А., Максим'юк Ю.В., Солодей І.І., & Стригун Р.Л. (2019). *Чисельне моделювання процесів нелінійного деформування тіл з урахуванням великих пластичних деформацій*. Каравела.

ABSTRACT

Purpose. The aim is to develop an effective numerical analysis apparatus based on the semi-analytical finite element method (SAFEM) for studying the stressed and deformed state of prism-shaped bodies of complex configuration with arbitrarily applied material properties and solving a new practically significant problem on this basis.

The methods. It is based on numerical experiments, the conduct of which allows investigating the issues of adequacy of theory and solution methods to the real properties of structures and the processes

occurring in them. The implementation of the work tasks is based on the use of the finite element method (FEM) and the developed numerical apparatus of SAFEM.

Findings. Based on the developed numerical apparatus of SAFEM, an example of solving a specific problem is shown. In the elastic and elastoplastic formulations, the calculation of the damping element, which is a box-like structure reinforced with two longitudinal ribs, is performed. The dependence of the level of plastic deformations in the area of fillet transitions on the rounding radius is obtained.

The originality. It lies in the development, based on the moment scheme of finite elements and the semi-analytical version of FEM, of an effective numerical approach to the study of arbitrarily loaded prism-shaped bodies of complex shape, the deformation of which may exceed the elasticity limit of the material. Due to the representation of displacements by polynomials and the use of iterative methods for solving systems of calculation equations, this approach has been developed with respect to the calculation of objects with arbitrary boundary conditions on the ends, which has allowed expanding the scope of effective SAFEM application to a new class of problems.

Practical implementation. It lies in the fact that the developed effective methodology for solving new complex problems of elastic and elastoplastic equilibrium of prism-shaped bodies is implemented in the form of comprehensive programs and can be used in design and construction practice in construction, mechanical engineering, and other technical fields.

Keywords: *finite element, finite element method, semi-analytical finite element method, stress-strain state, stressed and deformed state, damping element, boundary conditions, elastic and plastic deformations, numerical investigations.*