

© І.В. Бельмас<sup>1</sup>, Д.Л. Колосов<sup>2</sup>, О.І. Білоус<sup>1</sup>, Г.І. Танцура<sup>1</sup>,  
С.В. Онищенко<sup>2</sup>, А.О. Шустова<sup>2</sup>, О.М. Краснокутський<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Дніпровський державний технічний університет, Кам'янське, Україна

<sup>2</sup> Національний технічний університет «Дніпровська політехніка», Дніпро, Україна

## АЛГОРИТМ ВИЗНАЧЕННЯ НАПРУЖЕНЬ У ВАНТІ З ДЕФЕКТОМ ВИГОТОВЛЕННЯ

© I. Belmas<sup>1</sup>, D. Kolosov<sup>2</sup>, O. Bilous<sup>1</sup>, H. Tantsura<sup>1</sup>,  
S. Onyshchenko<sup>2</sup>, A. Shustova<sup>2</sup>, O. Krasnokutskyi<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Dniprovsk State Technical University, Kamianske, Ukraine

<sup>2</sup> Dnipro University of Technology, Dnipro, Ukraine

## ALGORITHM FOR DETERMINING TENSIONS IN A STAY CABLE WITH A MANUFACTURING DEFECT

**Мета.** Встановлення впливу наявності поздовжньої ділянки, на якій на обмеженій довжині відсутнє склеювання шарів композитної ортотропної ванти, на її напружено-деформований стан.

**Методика дослідження.** Розробка методу розрахунку впливу наявності поздовжньої ділянки відсутності склеювання шарів композитної ортотропної ванти, яка має обмежену довжину, на її напружено-деформований стан шляхом побудови і аналітичного розв'язання моделі напружено-деформованого стану композитного тягового органа з урахуванням умов взаємодії ванти з капітальною спорудою методами механіки шаруватих композитних матеріалів з м'якими та жорсткими шарами.

**Результати дослідження.** Отримано в замкненому вигляді аналітичні залежності, що дозволяють визначати напружено-деформований стан композитної багатошарової ванти з частковим локальним від'єднанням окремого шару з урахуванням розриву одного елемента армування.

Встановлено алгоритм визначення напружено-деформованого стану композитної багатошарової ванти з частковим від'єднанням окремого шару з урахуванням розриву одного елемента армування.

Встановлено характер залежності коефіцієнтів нерівномірності розподілу навантаження елементів армування ванти, переміщення та тангенсів кутів зсуву від номера ушкодженого троса за наявності часткового локального від'єднання окремого шару ванти.

**Наукова новизна.** Встановлено характер впливу наявності поздовжньої ділянки, на якій на обмеженій довжині відсутнє склеювання шарів композитної ортотропної ванти, на її напружено-деформований стан. Розроблено метод розрахунку впливу наявності ділянки відклеювання шарів ванти на її напружено-деформований стан.

**Практичне значення.** В процесі виготовлення ванти можливі локальні непроклеювання шарів. Розроблений алгоритм дозволяє визначати напружено-деформований стан композитної ванти з локальним відшаруванням. Відомі значення відшарування дозволяють приймати обґрунтовані технічні рішення стосовно умов безпечного, тимчасового використання композитного вантового каната на вантовій споруді.

**Ключові слова:** композитна ванта, напружено-деформований стан, математична модель, дефект виготовлення, ділянка непроклеювання, розрив троса, коефіцієнт нерівномірності навантажень, переміщення тросів, кут зсуву гуми.

**Вступ.** Капітальні споруди типу вантових мостів зведені і в Сполучених Штатах Америки, і в Японії, і у Європі. В Україні (в Запоріжжі) зводиться міст з довжиною прогону понад 9 км. Загальним елементом таких споруд є ванта [1]. Разом з тим, практика вказує на проблеми в експлуатації таких споруд. Руйнування перевантажених елементів конструкції може призвести до руйнування мосту. У 2007 році через перевантаження та обрив ванти обвалився підвісний міст в м. Чінчу (Китай). У 2010 в місті Хошімін (В'єтнам) внаслідок перевантаження розірвався трос та впав міст. У 2011 році впав підвісний міст Кутай-Картанегара в Індонезії, а у 2013 році такий міст у Дак Лаку [2]. У статті [3] представлено метод оптимізації вантової системи вантових мостів. У ньому передбачено на стадії проектування врахування випадкового обриву однієї ванти. На вплив бічних навантажень на ванти звертається увага в роботах [4, 5].

Чинником бічних навантажень ванти є форма її перерізу. Заміна вант круглого перерізу еліптичним або близьким до нього перерізом дозволить зменшити вітрові навантаження. Близький до еліптичного переріз ванті можна надати виготовивши її композитною з паралельних елементів армування ванти, з'єднаних поліуретаном або гумою, або склеївши декілька плоских гумотросових стрічок в єдину ванту. В процесі виготовлення ванти, включно і шляхом склеювання плоских стрічок, можливі дефекти типу непроклеювання окремих шарів на окремих обмежених ділянках. В окремих випадках, такий дефект може впливати на здатність ванти сприймати основне для неї поздовжнє навантаження.

**Стан питання та постановка задачі дослідження.** Наслідком поздовжнього дефекту склеювання частини ванти є утворення двох умовних складових на її частині. Навантаження цих умовних плоских вант різне. Руйнування троса однієї умовної плоскої ванти може спричинити руйнування іншої. Дослідження динамічного навантаження внаслідок розриву елементів армування ванти вантових мостів виконано в [6], а в [7] – руйнування їх опор. Вплив розривів елементів армування на міцність гумотросового тягового органа проаналізовано в роботах [8, 9].

Досліджені різні чинники, такі як природне старіння [10] стрічок, крок укладання елементів армування ванти [11], загальна їх кількість [12] та їх вплив на властивості і показники міцності гумотросових стрічок та їх з'єднань. Роботи [13–14] присвячені дослідженню особливостей напруженого стану канатів, стрічок з урахуванням їх взаємодії з елементами машини. Зокрема, на бобіні в [15], при зносі елементів шахтних канатних доріг [16]. Вплив нелінійної зміни модуля зсуву оболонки композитного тягового елемента з пошкодженою структурою на його напружений стан досліджено в [17].

**Основний зміст роботи.** Розглянемо композитну ванту ортотропної побудови довжиною  $L$  як композит з жорсткими та м'якими прошарками поміж ними. Кількість елементів армування ванти в шарі ванти приймемо рівною  $Q$ , шарів елементів армування ванти –  $M$ . Ванта паралельна осі  $x$ . Початок осі збігається з перерізом одного кінця ванти. Поміж  $N$ -тим та  $N + 1$ -м шарами вона не приклеєна на довжині  $\delta$ . Початок ділянки відсутності проклеювання має координату  $x = l$ . Таким чином, на частині без проклеювання ванта розділена на дві ванти. Кінцями

вони з'єднані із суцільними частинами. Прийнемо, що ділянка з непроклеєними шарами розташована симетрично її кінців. Симетричний характер мають і умови приєднання ванти до капітальної споруди. Скористаємося цим. Розглянемо лише симетричну частину ванти.

За дефекту виготовлення лише у формі відсутності проклеювання шарів, елементи усіх шарів армування ванти деформуються однаково. Вказане дозволяє розглянути лише елементи армування з однаковими номерами, розташованими у різних (усіх) шарах, або ванту, в шарах якої укладено по одному елементу армування. Така «плоска» ванта на довжині  $\delta$  розділена на дві умовні плоскі ванти. Внутрішні сили навантаження та деформування елементів армування частини умовно плоскої ванти без ушкоджень, на ділянці  $0 \leq x \leq l$ , прийнемо рівним знайденому у [17] за лінійного деформування

$$u_i = \sum_{m=1}^{M-1} \left( A_m e^{\beta_m x} + B_m e^{-\beta_m x} \right) \cos(\mu_m (i + 0,5)) + \frac{P_0 x}{M E F} + u_0, \quad (1)$$

$$p_i = E F \sum_{m=1}^{M-1} \left( A_m e^{\beta_m x} - B_m e^{-\beta_m x} \right) \beta_m \cos(\mu_m (i + 0,5)) + \frac{P_0}{M}, \quad (2)$$

де  $\beta_m = \sqrt{2 \frac{\chi}{E F} (1 - \cos \mu_m)}$ ;  $\mu_m = \pi \frac{m}{M}$ ;  $\chi$  – жорсткість прошарків еластичної

оболонки ванти на зсув;  $u_0$  – переміщення ванти як жорсткого тіла;  $P_0$  – сила натягу ванти.

Вирази (1) та (2) мають складові не залежні та складові залежні від номерів елементів армування ванти. Перші враховують характери навантаження та деформації ванти як єдиної системи паралельних елементів її армування під впливом поздовжнього навантаження. Другі – перерозподіл сил поміж елементами армування ванти та деформування її перерізу. Як наслідок

$$\sum_{i=1}^M \sum_{m=1}^{M-1} \left( A_m e^{\beta_m x} - B_m e^{-\beta_m x} \right) \beta_m \cos(\mu_m (i + 0,5)) = 0, \quad (3)$$

$$\sum_{i=1}^M \sum_{m=1}^{M-1} \left( A_m e^{\beta_m x} + B_m e^{-\beta_m x} \right) \cos(\mu_m (i + 0,5)) = 0. \quad (4)$$

У вузлі приєднання ванти можливе відхилення від проектного положення. Розв'яжемо задачу в загальному вигляді. Прийнемо, що ванта в перерізі  $x = 0$  до споруди, приєднана за умов, що у виразах (1) та (2) має місце наступне, відоме на час виконання розрахунків співвідношення коефіцієнтів

$$A_m = a_m - b_m B_m, \quad (5)$$

де  $a_m, b_m$  – коефіцієнти, значення яких обрано з урахуванням характеру приєднання ванти до споруди.

Механізм взаємодії елементів армування ванти в створених вантах залишився незмінним. Разом з тим, найближчі до непроклеєного шару елементи

армування не взаємодіють між собою. Вони стають крайніми в умовних плоских вантах. В умовній суцільній ванті елементи армування мають номери  $N$  та  $N + 1$ . Напружено-деформований стан (НДС) умовних вант може визначатися залежностями (1) та (2) за умови урахування кількості елементів армування ванти в кожній її частині, навантаження та переміщення умовних плоских вант як жорстких тіл.

Для зручності, умовні плоскі ванти позначимо номерами  $I$  та  $II$  з кількістю елементів армування ванти, відповідно,  $N$  та  $M - N$ . Номер умовних плоских вант внесемо до верхніх індексів величин, що стосуються конкретних умовних плоских вант. Переміщення та внутрішні сили навантаження елементів армування ванти умовних плоских вант, відповідно до (1) та (2), набудуть таких форм

$$u_i^I = \sum_{n=1}^{N-1} \left( A_n^I e^{\beta_n^I x} + B_{n,1} e^{-\beta_n^I x} \right) \cos(\mu_n^I (i + 0,5)) + \frac{P^I (x-l)}{N E F} + u_0^I,$$

$$p_i^I = E F \sum_{n=1}^{N-1} \left( A_n^I e^{\beta_n^I x} - B_{n,1} e^{-\beta_n^I x} \right) \beta_n^I \cos(\mu_n^I (i + 0,5)) + \frac{P^I}{N}, \quad (6)$$

$$(1 \leq i \leq N),$$

$$u_i^{II} = \sum_{n=1}^{M-N-1} \left( A_n^{II} e^{\beta_n^{II} x} + B_n^{II} e^{-\beta_n^{II} x} \right) \cos(\mu_n^{II} (i + 0,5)) + \frac{P^{II} (x-l)}{(M-N) E F} + u_0^{II},$$

$$p_i^{II} = E F \sum_{n=1}^{M-N-1} \left( A_n^{II} e^{\beta_n^{II} x} - B_n^{II} e^{-\beta_n^{II} x} \right) \beta_n^{II} \cos(\mu_n^{II} (i + 0,5)) + \frac{P^{II}}{M-N}, \quad (7)$$

$$(N < i \leq M),$$

де  $A_n^I, B_n^I, A_n^{II}, B_n^{II}$  – невідомі коефіцієнти;  $P^I, P^{II}$  – навантаження, що діють на умовні плоскі ванти;  $\mu_n^{II} = \frac{\pi n}{M-N}$ ;  $\mu_n^I = \frac{\pi n}{N}$ ;  $\beta_n^{II} = \sqrt{2 \frac{\chi}{E F} (1 - \cos \mu_n^{II})}$ ;

$\beta_n^I = \sqrt{2 \frac{\chi}{E F} (1 - \cos \mu_n^I)}$ ;  $u_0^I, u_0^{II}$  – переміщення умовних плоских вант ванти як жорстких тіл.

У виразах (1), (2), (6), (7) вектори характеристичних показників  $\beta_m, \beta_n^I, \beta_n^{II}$  відмінні. Вони є співмножниками значення координати  $x$ . Як показники експонент, входять до складу показників напружено-деформованого стану ванти. Зі зменшенням кількості елементів армування ванти в створених умовних вантах, зростає значення складових векторів характеристичних показників. Їхнє зменшення, за незмінної координати  $x$ , зменшує значення експонент. Відповідно, зменшує зону локалізації збурень в умовних плоских вантах проти зон збурень у ванті. За меншої кількості елементів армування зона локального збурення менша. Сумарні навантаження елементів армування ванти умовних плоских вант залишаються незмінними по їх довжині та визначаються величинами  $P^I, P^{II}$ .

Умовні плоскі ванти є частинами вант. В перерізі початку ділянки непроклеювання ( $x = l$ ) мають виконуватися умови сумісності деформування та неперервності вант

$$u_i^I = u_i \wedge p_i^I = p_i, \quad (1 \leq i \leq N), \quad (8)$$

$$u_i^{II} = u_{1,i} \wedge p_i^{II} = p_{1,i}, \quad (N + 1 \leq i \leq M). \quad (9)$$

На виконання перших частин умов (8) та (9), переміщення елементів армування умовних плоских вант в перерізі  $x = l$ , задамо рядами Фур'є на дискретних осях номерів елементів армування вант в заданих інтервалах:  $1 \leq i \leq N$  та  $N < i \leq M$ . За коефіцієнти рядів прийемо складові переміщень елементів армування вант першої частини вант в перерізі  $x = l$

$$u_i^I = \frac{2}{N} \sum_{j=1}^N \sum_{n=1}^{N-1} \sum_{m=1}^{M-1} \left[ \begin{aligned} & \left( a_m e^{\beta_m l} + B_m \left( e^{-\beta_m l} - b_m e^{\beta_m l} \right) \right) \times \\ & \times \cos(\mu_m(j+0,5)) \cos(\mu_n^I(j+0,5)) \cos(\mu_n^I(i+0,5)) \end{aligned} \right], \quad (10)$$

$(1 \leq i \leq N \wedge x = l),$

$$u_i^{II} = \frac{2}{M-N} \sum_{j=N+1}^M \sum_{n=1}^{M-N-1} \sum_{m=1}^{M-1} \left[ \begin{aligned} & \left( a_m e^{\beta_m l} + B_{1,m} \left( e^{-\beta_m l} - b_m e^{\beta_m l} \right) \right) \times \\ & \times \cos(\mu_m(j+0,5)) \times \\ & \times \cos(\mu_n^{II}(j+0,5)) \cos(\mu_n^{II}(i+0,5)) \end{aligned} \right], \quad (11)$$

$(N < i \leq M \wedge x = l).$

З прийнятої умови симетричності вант мають місце наступні співвідношення коефіцієнтів у виразах (6) та (7)

$$A_i^I = -B_i^I e^{-\beta_n^I L}; \quad A_i^{II} = -B_i^{II} e^{-\beta_n^{II} L}.$$

Врахуємо отримані співвідношення. Вирази значень переміщень та навантажень елементів армування вант (6) та (7) набудуть наступних форм, для  $(1 \leq i \leq N)$

$$u_i^I = \sum_{n=1}^{N-1} B_i^I \left( e^{-\beta_n^I x} - e^{\beta_n^I(x-L)} \right) \cos(\mu_n^I(i+0,5)) + \frac{P^I(x-l)}{N E F} + u_0^I, \quad (12)$$

$$p_i^I = -E F \sum_{n=1}^{N-1} B_i^I \left( e^{-\beta_n^I x} + e^{\beta_n^I(x-L)} \right) \beta_n^I \cos(\mu_n^I(i+0,5)) + \frac{P^I}{N}, \quad (13)$$

для  $(N < i \leq M)$

$$u_i^{\text{II}} = \sum_{n=1}^{M-N-1} B_i^{\text{II}} \begin{pmatrix} e^{-\beta_n^{\text{II}} x} \\ -e^{\beta_n^{\text{II}} (x-L)} \end{pmatrix} \cos(\mu_n^{\text{II}} (i+0,5)) + \frac{(P_0 - P^{\text{I}})(x-l)}{(M-N) E F} + u_0^{\text{II}}, \quad (14)$$

$$P_i^{\text{II}} = -E F \sum_{n=1}^{M-N-1} B_i^{\text{I}} \begin{pmatrix} e^{-\beta_n^{\text{II}} x} \\ +e^{\beta_n^{\text{II}} (x-L)} \end{pmatrix} \beta_n^{\text{II}} \cos(\mu_n^{\text{II}} (i+0,5)) + \frac{(P_0 - P^{\text{I}})}{M-N}. \quad (15)$$

Відзначимо, що у виразах (14) та (15) враховано те, що з умови рівноваги

$$P^{\text{II}} = P_0 - P^{\text{I}}.$$

Прирівняємо залежності (10) та (11), відповідно, виразам (12) та (14) в перерізі  $x = l$ . Отримаємо

$$\begin{aligned} & \sum_{n=1}^{N-1} B_i^{\text{I}} \begin{pmatrix} e^{-\beta_n^{\text{I}} l} \\ -e^{\beta_n^{\text{I}} (l-L)} \end{pmatrix} \cos(\mu_n^{\text{I}} (i+0,5)) + u_0^{\text{I}} = \\ & = \frac{2}{N} \sum_{j=1}^N \sum_{n=1}^{N-1} \sum_{m=1}^{M-1} \left[ \left( a_m e^{\beta_m l} + B_m (e^{-\beta_m l} - b_m e^{\beta_m l}) \right) \left( 1 + \frac{1}{N} \right) \times \right. \\ & \left. \times \cos(\mu_m (i+0,5)) \cos(\mu_n^{\text{I}} (j+0,5)) \cos(\mu_n^{\text{I}} (i+0,5)) \right] + u_0, \quad (16) \\ & (1 \leq i \leq N), \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \sum_{n=1}^{M-N-1} B_i^{\text{II}} \begin{pmatrix} e^{-\beta_n^{\text{II}} x} \\ -e^{\beta_n^{\text{II}} (x-L)} \end{pmatrix} \cos(\mu_n^{\text{II}} (i+0,5)) + u_0^{\text{II}} = \\ & = \frac{2}{M-N} \sum_{j=N+1}^M \sum_{n=1}^{M-N-1} \sum_{m=1}^{M-1} \left[ \left( a_m e^{\beta_m l} + B_m (e^{-\beta_m l} - b_m e^{\beta_m l}) \right) \times \right. \\ & \left. \times \left( 1 + \frac{1}{M-N} \right) \cos(\mu_m (j+0,5)) \times \right. \\ & \left. \times \cos(\mu_n^{\text{II}} (j+0,5)) \cos(\mu_n^{\text{II}} (i+0,5)) \right] + u_0, \quad (17) \\ & (N < i \leq M). \end{aligned}$$

У виразах (16) та (17) враховано те, що переміщення умовних плоских вант як твердих тіл дорівнює середньому переміщенню елементів армування ванти неушкодженої ділянки ванти на межі частин ванти з ушкодженнями та без ушкоджень, а саме

$$u_0^{\text{I}} = \sum_{j=1}^N \sum_{m=1}^{M-1} \left( A_{1,m} e^{\beta_m l} + B_{1,m} e^{-\beta_m l} \right) \frac{\cos(\mu_m (j+0,5))}{N} + u_0,$$

$$u_0^{\text{II}} = \sum_{j=N+1}^M \sum_{m=1}^{M-1} \left( A_{1,m} e^{\beta_m l} + B_{1,m} e^{-\beta_m l} \right) \frac{\cos(\mu_m(j+0,5))}{M-N} + u_0.$$

З (16) та (17) маємо значення коефіцієнтів невідомих виразів переміщень та розподілу сил навантаження елементів армування ванти умовних плоских вант

$$B_i^{\text{I}} = \frac{2 \sum_{j=1}^N \sum_{m=1}^{M-1} \left[ \left( a_m e^{\beta_m l} + B_m \left( e^{-\beta_m l} - b_m e^{\beta_m l} \right) \right) \times \right. \\ \left. \times \cos(\mu_m(j+0,5)) \cos(\mu_n^{\text{I}}(j+0,5)) \right]}{N \left( e^{-\beta_n^{\text{I}} l} - e^{\beta_n^{\text{I}}(l-L)} \right)}, \quad (18)$$

$$B_i^{\text{II}} = \frac{2 \sum_{j=N+1}^M \sum_{m=1}^{M-1} \left[ \left( a_m e^{\beta_m l} + B_m \left( e^{-\beta_m l} - b_m e^{\beta_m l} \right) \right) \times \right. \\ \left. \times \cos(\mu_m(j+0,5)) \cos(\mu_n^{\text{II}}(j+0,5)) \right]}{(M-N) \left( e^{-\beta_n^{\text{II}} l} - e^{\beta_n^{\text{II}}(l-L)} \right)}. \quad (19)$$

Зазначимо, за умов рівномірного навантаження елементів армування ванти або рівного їх переміщення в перерізі приєднання ванти до споруди, характер переміщень елементів армування ванти, їх навантажень не залежить від порізу ванти – він відповідає рівномірному деформуванню ванти. Перерозподіл сил та переміщень елементів армування ванти відбудеться за умови порушення рівномірного розподілу навантажень або деформацій ванти в будь-якому її перерізі. Прийемо у виразі (5) наступні значення коефіцієнтів

$$a_m = \frac{2}{M} U_0 c(\mu_m, J), \quad b_m = 1, \quad (20)$$

де  $U_0$  – деяке, невідоме переміщення кінця  $J$ -того троса в перерізі  $x = 0$  пов'язане з дефектом взаємодії споруди та ванти.

Розподіл сил поміж елементами армування ванти з (1) з урахуванням (20)

$$p_i = E F \sum_{m=1}^{M-1} \left( \frac{2}{M} U_0 c(\mu_m, J) e^{\beta_m x} - B_m \left( e^{-\beta_m x} + e^{\beta_m x} \right) \right) \beta_m \cos(\mu_m(i+0,5)) + \frac{P_0}{M}.$$

За прийнятих значень усі елементи армування ванти приєднані нерухомо за винятком троса за номером  $J$ . Прийемо, що переміщення відповідає розриву  $J$ -того троса. За таких умов його навантаження дорівнює нулю. Відповідно, невідоме переміщення кінця  $J$ -того троса в перерізі  $x = 0$

$$U_0 = - \frac{M \sum_{m=1}^{M-1} B_m \beta_m \cos(\mu_m (J + 0,5)) + \frac{P_0}{E F}}{\sum_{m=1}^{M-1} \cos^2(\mu_m (J + 0,5)) \beta_m}.$$

Середнє переміщення усіх  $M$  елементів армування ванти цілої частини ванти

$$u_0 = \frac{U_0}{M}.$$

Остаточно вирази розподілу сил та переміщень елементів армування ванти на частині без поздовжнього порізу

$$p_i = E F \sum_{m=1}^{M-1} \left[ \left( \frac{\sum_{m=1}^{M-1} B_m \beta_m \cos(\mu_m (J + 0,5)) + \frac{P_0}{E F}}{\sum_{m=1}^{M-1} \cos^2(\mu_m (J + 0,5)) \beta_m} \times \right. \right. \\ \left. \left. \times \cos(\mu_m (J + 0,5)) e^{\beta_m x} - B_m (e^{-\beta_m x} + e^{\beta_m x}) \right) \times \beta_m \cos(\mu_m (i + 0,5)) \right] + \frac{P_0}{M}, \quad (21)$$

$$u_i = \sum_{m=1}^{M-1} \left( \frac{\sum_{m=1}^{M-1} B_m \beta_m \cos(\mu_m (J + 0,5)) + \frac{P_0}{E F}}{\sum_{m=1}^{M-1} \cos^2(\mu_m (J + 0,5)) \beta_m} \times \right. \\ \left. \times \cos(\mu_m (J + 0,5)) e^{\beta_m x} + B_m (e^{-\beta_m x} - e^{\beta_m x}) \right) \cos(\mu_m (i + 0,5)) + \\ + \frac{P_0 x}{M E F} + \frac{1}{M} U_0. \quad (22)$$

Сформульовані вирази внутрішніх сил навантажень елементів армування ванти (21) її частини без поздовжнього порізу, других частин – умови (8) та (9), вирази навантажень елементів армування умовних плоских вант, утворених розрізанням (13), (15), значень коефіцієнтів (18), (19), дозволяють скласти  $M - 1$  рівнянь рівності внутрішніх сил усіх тросів за винятком одного, наприклад троса за номером  $M$ . Умова рівності внутрішніх сил навантаження перших  $N$  елементів армування ванти (21) частини ванти без поздовжнього порізу силі  $P^l$  доповнить вище вказані рівняння до системи рівнянь порядку  $M$ .

Розв'язання отриманої системи лінійних алгебраїчних рівнянь дозволить визначити усі  $(M - 1)$  значення вектора коефіцієнтів  $B_m$  та невідому силу  $P^l$ . Відомі переміщення елементів армування ванти дозволяють за законом Гука визначити напруження зсуву в еластичних прошарках ванти. Разом, наведене



становить собою шуканий алгоритм визначення НДС ванти, зумовлений розрізом ванти, з урахуванням умов взаємодії ванти зі спорудою.

З використанням отриманих залежностей визначили розподіли внутрішніх сил, що діють в елементах армування, їх переміщення та максимальні кути зсуву матеріалу еластичної матриці. Розрахунки виконували для ванти складеної композитної побудови аналогічної побудові гумотросової стрічки типу ГТС – 3150, складеної з п'яти елементів армування ванти.

Довжину зразка вважали рівною двом метрам. Довжина непроклеєної частини ванти – один метр. Довжини неушкоджених частин прийняли рівними між собою. Переміщення елементів кінців ванти вважали симетричними. Ванта навантажена силою, що забезпечує одиничне навантаження елементів армування. Це дозволяє розглядати сили навантаження елементів армування рівними коефіцієнтам нерівномірності розподілу сил. Непроклеєним вважали другий шар ванти до третього ( $N = 2$ ). Результати розрахунків наведені на рисунках 1–3.

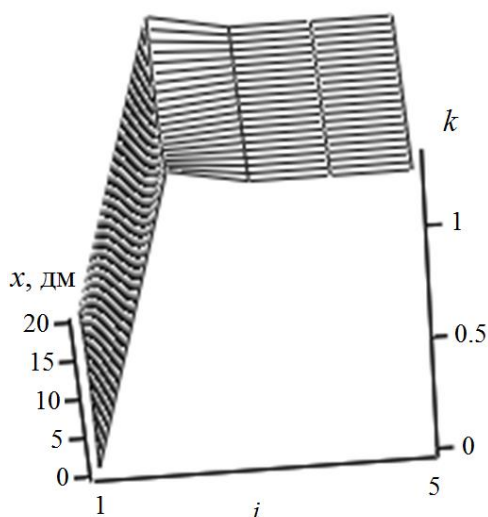


Рис. 1. Залежність коефіцієнтів нерівномірності розподілу навантаження між елементами армування ванти  $k$  з номерами  $i$  вздовж ванти  $x$

Отриманий графік показує характер залежності коефіцієнтів нерівномірності розподілу навантаження елементів армування ванти  $k$  від номера ушкодженого троса. Внаслідок симетричного розташування ушкодження, симетричний також і розподіл сил між елементами армування ванти. Оскільки пошкоджено крайній трос в перерізах кінців зразка, то зростання номера троса та зростання відстані від ближнього розриву елемента армування призводить до нелінійного зменшення їх навантажень та наближення коефіцієнтів нерівномірності розподілу навантаження елементів армування  $k$  до одиниці. Нелінійно наближаються до рівних між собою переміщення елементів армування композитного матеріалу (рис. 2).

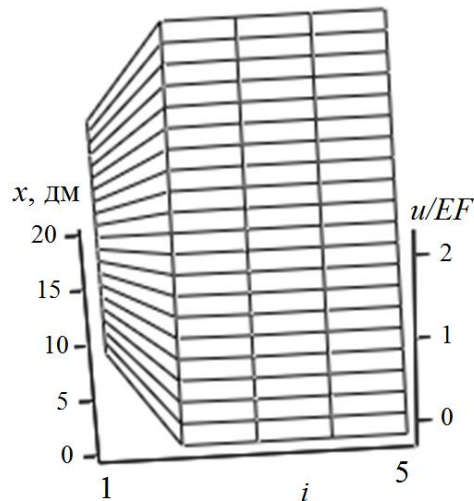


Рис. 2. Залежність відношення переміщень елементів армування до їх жорсткості  $u/EF$  від їх номерів по довжині зразка – вздовж координати  $x$

Переміщення елементів армування в перерізі  $x = 0$  відсутні за винятком переміщення ушкодженого першого троса. В перерізі  $x = L$  переміщення неушкоджених елементів рівні. Їх переміщення відрізняються від переміщення першого на ту саму величину, без урахування знаку, що і переміщення основної маси елементів від переміщення ушкодженого. Переріз в середньому нормальному перерізі зразка не викривлено. Перераховане є наслідком симетричного розташування розривів елементів армування матеріалу та розриву його еластичної матриці.

Взаємне симетричне переміщення елементів армування визначає і розподіл тангенсів кутів зсуву, як чинників виникнення дотичних напружень в еластичній матриці композитного матеріалу (рис. 3).

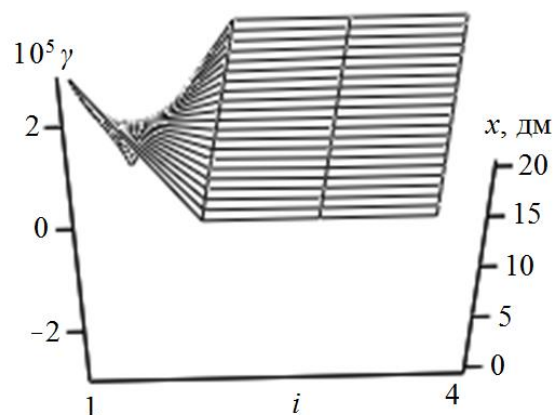


Рис. 3. Розподіл кутів зсуву перерізів  $\gamma$  елементів армування з номерами  $i$  вздовж ванги  $x$

При побудові графіка (рис. 3) враховано те, що кількість елементів армування композитного матеріалу на одиницю перевищує кількість шарів

еластичного матеріалу, розташованого поміж ними. Дотичні напруження виникають практично в еластичному матеріалі, розташованому поміж цілим та ушкодженим елементом армування. Вони змінюються симетрично відносно середини зразка.

**Висновки.** Вантові мости – сучасні капітальні споруди. Їх надійність суттєво впливає на безпеку експлуатації. Зменшення вітрових навантажень на ванту сприяє застосуванню вант з перерізом близьким до еліптичного. Таку форму перерізу ванти можна надати шляхом виготовлення її композитною ортотропною. В якості елементів армування використати троси. В процесі виготовлення ванти можливі локальні непростеювання шарів. З умови рівноваги елементів армування сформульована модель ванти. Шляхом розв’язання моделі отримано алгоритм визначення напружено-деформованого стану ванти з частковим від’єднанням окремого шару.

Порушення взаємодії двох елементів армування ванти, суміжних з ушкодженням, впливає на НДС ванти і на ділянці з ушкодженням, і за її межами. За меншої кількості шарів елементів армування умовної плоскої ванти зона збурення менша. Розроблений алгоритм дозволяє визначати НДС ванти з локальним відшаруванням. Відомі значення останнього дозволяють приймати обґрунтовані технічні рішення стосовно умов безпечного, тимчасового використання вантової споруди.

#### Перелік посилань

1. Georgakis, C.T., & Gimsing, N.J. (2013). *Cable supported bridges*. Chichester, West Sussex. Wiley, 93–118.
2. Nguyen, Trong Nghia and Vanja, Samec (2016). Cable-Stay Bridges – Investigation of Cable Rupture. *Journal of Civil Engineering and Architecture*, 10, 270–279  
<https://doi.org/10.17265/1934-7359/2016.05.006>
3. Soto, N., Cid, C., Baldomir, A., & Hernández, S. (2023). Fail-safe optimum cable system under cable breakage in cable-stayed bridges. Application to the Queensferry Crossing Bridge. *Engineering Structures*, 279, 115557. <https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2022.115557>
4. Zhou, Y., & Chen, S. (2014). Time-Progressive Dynamic Assessment of Abrupt Cable-Breakage Events on Cable-Stayed Bridges. *Journal of Bridge Engineering*, 19, 159–171. [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)BE.1943-5592.0000517](https://doi.org/10.1061/(ASCE)BE.1943-5592.0000517)
5. Hoang, V., Kiyomiya, O., & An, T. (2018). Experimental and Numerical Study of Lateral Cable Rupture in Cable-Stayed Bridges: Case Study. *Journal of Bridge Engineering*, 23. [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)BE.1943-5592.0001227](https://doi.org/10.1061/(ASCE)BE.1943-5592.0001227)
6. Hoang, V., Kiyomiya, O., & An, T. (2015). Experimental Study on Impact Force Factor during Sudden Cable Loss in Cable-Stayed Bridges. *IABSE Workshop, Helsinki 2015: Safety, Robustness and Condition Assessment of Structures*, (5), 252–259. <https://doi.org/10.2749/222137815815622889>
7. Mozos, C. M. & Aparicio, A. C. (2011) Numerical and experimental study on the interaction cable structure during the failure of a stay in a cable stayed bridge. *Engineering Structures*. 33 (8), 2330–2341. <https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2011.04.006>
8. Blazej, R., Jurdziak, L., Burduk, R., Kirjanow, A., & Kozłowski, T. (2017). Analysis of core failure distribution in steel cord belts on the cross-section. *International Multidisciplinary Scientific GeoConference Surveying Geology and Mining Ecology Management, SGEM.*, 987–994. <https://doi.org/10.5593/sgem2017/13/s03.125>
9. Marasová, D., Ambriško, L., Andrejiová, M., & Grinčová, A. (2017). Examination of the process of damaging the top covering layer of a conveyor belt applying the FEM. *Journal of the*

- International Measurement Confederation*, 112, 47–52. <https://doi.org/10.1016/j.measurement.2017.08.016>
10. Bajda, M., & Hardygóra, M. (2018). The influence of natural ageing processes on the strength parameters of steel cord conveyor belts. *International Journal of Mining, Reclamation and Environment*, 32(6), 430–439. <https://doi.org/10.1080/17480930.2018.1436030>
  11. Li, X., Long, X., Jiang, H., & Long, H. (2018). Influence of different cord pitch on the pullout force of steel cord conveyor belt splice. *Journal of Adhesion Science and Technology*, 32(20), 2268–2281. <https://doi.org/10.1080/01694243.2018.1472869>
  12. Long, X., Li, X., & Long, H. (2018). Analysis of influence of multiple steel cords on splice strength. *Journal of Adhesion Science and Technology*, 32(24), 2753–2763. <https://doi.org/10.1080/01694243.2018.1505806>
  13. Yao, Y., & Zhang, B. (2020). Influence of the elastic modulus of a conveyor belt on the power allocation of multi-drive conveyors. *PLOS ONE*, 15(7), e0235768. <https://doi.org/10.1371/journal.pone.0235768>
  14. Romek, D., Ulbrich, D., Selech, J., Kowalczyk, J., & Wlad, R. (2021). Assessment of Padding Elements Wear of Belt Conveyors Working in Combination of Rubber–Quartz–Metal Condition. *Materials*, 14(15), 4323. <https://doi.org/10.3390/ma14154323>
  15. Zabolotnyi, K. S., Panchenko, O. V., Zhupiiiev, O. L., & Polushyna, M. V. (2018). Influence of parameters of a rubber-rope cable on the torsional stiffness of the body of the winding. *Naukovyi Visnyk Natsionalnoho Hirnychoho Universytetu*, 5, 54–63. <https://doi.org/10.29202/nvngu/2018-5/11>
  16. Haddad, J. S., Denyshchenko, O., Kolosov, D., Bartashevskiy, S., Rastsvietaiev, V., Cherniaiev, O. (2021). Reducing Wear of the Mine Ropeways Components Basing Upon the Studies of Their Contact Interaction. *Archives of Mining Sciences*, 66(4), 579–594. <https://doi.org/10.24425/ams.2021.139598>
  17. Belmas, I., Kolosov, D., Onyshchenko, S., Bilous, O., & Tantsura, H. (2023). Influence of Non-linear Shear Modulus Change of Elastomeric Shell of a Composite Tractive Element with a Damaged Structure on its Stress State. *Inżynieria Mineralna – Journal of the Polish Mineral Engineering Society*, 1(51), 155–162, <http://doi.org/10.29227/IM-2023-01-18>.

#### ABSTRACT

**Purpose.** Establishing the influence of presence of a longitudinal area, on which there is detachment of layers over a limited length of a composite orthotropic rope, on its stress-strain state.

**Research methodology.** Development of a method for calculating the influence of presence of a longitudinal area, on which there is detachment of layers over a limited length of a composite orthotropic rope, on its stress-strain state by constructing and analytically solving a model of a stress-strain state of a composite tractive element, considering the conditions of interaction of a rope with a permanent structure using the methods of mechanics of layered composite materials with soft and hard layers.

**Findings.** Analytical dependencies are obtained in a closed form, which allow determining a stress-strain state of a composite multi-layer rope with partial local detachment of a separate layer, considering the breakage of one reinforcing element.

An algorithm for determining a stress-strain state of a composite multi-layer rope with partial detachment of a separate layer considering the breakage of one reinforcing element is established.

Characteristics of a dependency of unevenness coefficients of load distribution in reinforcing elements, displacements and shear angle tangents on the ordinal number of a damaged cable in a presence of partial local detachment of a separate layer of a composite stay rope is established.

**Scientific novelty.** Influence character of presence of a longitudinal area, on which there is detachment of layers over a limited length of a composite orthotropic rope, on its stress-strain state is

established. A method of calculating the influence of presence of an area of detached layers in a rope on its stress-strain state is developed.

**Practical significance.** Local detachment of layers is possible in a process of producing a composite multi-layer stay rope. The developed algorithm makes it possible to determine a stress-strain state of composite stay rope with local layer detachment. The known values of detachment allow implementing justified engineering solutions regarding the conditions of safe, temporary use of a composite rope in cable-stayed structure.

**Keywords:** *composite stay cable, stress-strain state, mathematical model, manufacturing defect, detachment area, cable breakage, load unevenness coefficient, cable displacement, rubber shear angle.*