

© К.С. Заболотний¹, О.В. Панченко¹, М.В. Полушина¹, М.В. Ковирев¹

¹Національний технічний університет «Дніпровська політехніка», Дніпро, Україна

АНАЛІЗ КРУТИЛЬНИХ ВЛАСТИВОСТЕЙ ГУМОТРОСОВОГО КАНАТА ЯК КОМПОЗИТНОГО МАТЕРІАЛУ ПРИ БАГАТОШАРОВОМУ НАМОТУВАННІ

© K. Zabolotnyi¹, O. Panchenko¹, M. Polushyna¹, M. Kovyrev¹

¹ Dnipro University of Technology, Dnipro, Ukraine

ANALYSIS OF TORSIONAL PROPERTIES OF A RUBBER ROPE AS A COMPOSITE MATERIAL IN MULTILAYER WINDING

Мета. Основна мета цього дослідження полягає в аналізі результатів теоретичного дослідження про вплив поздовжньої жорсткості каната на механізм деформації тіла намотування як композитного матеріалу на основі експериментальних даних.

Методика базується на аналізі наукових робіт провідних фахівців у галузі машинобудування, що спеціалізуються на розробці підймальних машин з гумотросовим канатом. Під час розробленні моделі крутильної жорсткості тіла намотування бобінних підймальних машин використано методи математичного та фізичного моделювання, включно з методами планування багатofакторного експерименту та статистичного опрацювання експериментальних даних.

Результати. Розв'язуючи задачі на визначення жорсткості тіла намотки гумотросового каната, фізичну модель її бобінного органа уявили у вигляді гумометалевого шарніра. Після обробки результатів експерименту з визначення параметрів тіла намотки отримали аналітичний вираз для розрахунку крутильної жорсткості тіла намотування гумотросового каната.

Наукова новизна. Встановлено закономірності впливу параметрів гумотросового каната на крутильну жорсткість тіла його намотки. Жорсткість тіла намотки залежить від її зовнішнього діаметра квадратично, а локальна жорсткість – слабо. При малому числі витків жорсткість однорідного тіла перевищує локальну жорсткість, але сумарна податливість мала. Небезпека динамічних ефектів у бобінному підйомнику під час гальмування зростає при великому числі витків, коли жорсткість однорідного тіла набагато менша за локальну жорсткість. Загальну крутильну жорсткість тіла намотування можна визначати за запропонованою формулою з достатньою точністю для динамічного аналізу.

Практична значимість. Розроблена математична модель визначення жорсткості намотки гумотросового каната дозволяє знаходити такі значення параметрів бобінного підйомника, що дозволять уникнути небезпеки появи динамічних ефектів під час аварійного та робочого гальмування пристрою, викликаних крутильною жорсткістю тіла намотки.

Ключові слова: бобінна підймальна машина, гумотросовий канат, багатошарова намотка, тіло намотки, композитний матеріал, крутильна жорсткість намотки.

Аналіз стану розгляду питання. Нині виникла необхідність створення потужних підйомників на глибини понад 1500 м. Фахівці НТУ "ДП", "Кривбаспроект", ПАТ "НКМЗ" запропонували як тяговий орган гумотросові стрічки та канати (ГТС, ГТК) зі щільним пакуванням, які за кінцевого вантажу до 160 т дають змогу забезпечити вертикальний підйом вантажу до 1700 м за

ширини стрічки 1,65 м. Проф. Колосов Л.В. і його послідовники теоретично і практично обґрунтували створення бобінних підймальних установок з ГТК і таких самих установок зі шківками тертя [1] для вертикальних шахт, кар'єрів і морського видобутку [2, 3].

У роботах [4–7] досліджувалася крутильна жорсткість бобінної намотки гумотросового каната в припущенні плоского напруженого стану методом скінчених елементів з урахуванням спіральності намотки та припущеннями: шари каната працюють спільно без проковзування; реальна конструкція тіла намотки представлена у вигляді послідовності спіральних шарів постійної товщини відповідних по жорсткісним характеристиках тросам і гумовій матриці; гумова матриця працює в області лінійної деформації; поведінка гумової матриці аналогічно поведінці гуми в стикових з'єднаннях ГТК.

У результаті чисельних експериментів для невеликого числа шарів тіла намотки (до 20) було виявлено два типи його поведінки [4, 5]. Для жорсткості троса порівнянного із жорсткістю гумової матриці деформації локалізовані в області сходу каната з бобіни при цьому окружні та радіальні переміщення одного рядку. В області реальних значень жорсткості троса тіло намотки працює як суцільне пружне тіло зі збільшеним модулем зсуву в порівнянні з модулем зсуву гуми на коефіцієнт, що залежить від t/d і h/d (тут d – діаметр троса, t – крок троса, h – товщина каната), при навантаженні його скручуючим моментом.

На підставі аналізу цих експериментів [6] була запропонована аналітична модель зсуву тіла намотки при припущеннях: жорсткі шари нескінченно тонкі, працюють тільки на розтягання-стиснення і не мають згинаючої жорсткості; із всіх компонентів переміщення точок у м'яких шарах урахується тільки кутове переміщення; для м'якого шару приймається лінійний закон зміни кута жорстких шарів. На підставі чисельного дослідження моделі показано, що для реальних параметрів ГТК і початкового радіуса бобіни при критерії, що характеризує змінюваність напружено-деформованого стану тіла намотки по окружній координаті, $Z \geq 20$ тіло намотки поводить себе як однорідне циліндричне тіло при крутінні із жорсткістю

$$C = 4\pi Gb/\rho_j^2 - 1,$$

де G – приведений модуль зрушення тіла намотки; $\rho_j = r_j(2\pi)/r_0$; r_0 – радіус обичайки; j – число витків; b – ширина тіла намотки.

Перевірка адекватності теоретичних досліджень підймальної машини проводилися на розробленій за допомогою теорії подоби експериментальній моделі бобінного підйомника. Тяговий орган моделі являє собою гумометалеву стрічку, виготовлену з п'яти сталевих смуг товщиною 0,05 мм і шириною 6 мм, обклеєних по обидва боки гумовими обкладками шириною 50 мм. Прокольна жорсткість стрічки – $2,25 \cdot 10^5$. Зведений модуль зсуву стрічки – 0,32 МПа. Максимально припустима вантажопідйомність стрічки – 100 Н. Кількість витків у намотці – 4. Експерименти показали, що: тіло намотування можна вважати цілісним лінійно пружним тілом; підтверджені два механізми деформації тіла – окружний і

локальний; підтверджена вірогідність результатів теоретичних досліджень про модель гумометалевого шарніра при розрахунку жорсткості тіла намотування.

Проектні параметри бобінних піднімальних установок із ГТК для глибин понад 2000 м і вантажопідйомністю до 400 т істотно відрізняються від параметрів бобінних підйомників досліджених у наведених вище роботах, що викликає необхідність більш глибокого аналізу напружено-деформованого стану тіла намотки при зміні натягу піднімального каната.

Метою даних експериментів є перевірка результатів теоретичного дослідження про вплив поздовжньої жорсткості каната на механізм деформації тіла намотування, визначення статичної жорсткості.

У результаті аналітичного дослідження напружено-деформованого стану тіла намотки ГТК установлені два механізми деформації – рівномірний і локальний, котрий залежить від значення параметра $\kappa^2 = (B_c R_j h) / (t r_0^3 G_j)$. Як характерне значення поділяючого обидва типи поведінки намотки можна вибрати $\kappa = 48$.

Дослідження жорсткісних характеристик гумотросового каната. Перевірка адекватності теоретичних досліджень тіла намотки бобінної підйомної машини проводилися на розробленій моделі бобінного підйомника. Тяговий орган моделі являє собою експериментальний зразок гумотросового каната ГТК-1300 із тросом $d = 4,2$ мм.

Визначимо поздовжні жорсткісні характеристики експериментального зразка гумотросового каната ГТК-1300 із тросом $d = 4,2$ мм (загальна товщина $h = 10$ мм, крок тросів $t = 27$ мм, припустимий питомий тиск тросів $[q_0] = 4,057$ МПа) на розривній машині (рис. 1, а). У ГТК-1300 використаний трос конструкції $6 \times 19(1+6+12) + 1 \times 19(1+6+12)$, виготовлений за ДСТ ТУ В 28.00191046-011-2003.

Для кожного експерименту обчислимо значення величини поздовжнього модуля пружності E_{mpz} . Отриманий набір значень, перевіримо їх на грубі погрішності. Середньоквадратичне відхилення для величини E_{mpz} склало $2,492 \cdot 10^9$, а математичне очікування – $1,454 \cdot 10^{11}$. Доведено однорідність дисперсій і вплив фактора на відгук. Виявлено, що розкид значень поздовжнього модуля пружності троса розподілений за нормальним законом і при довірчій імовірності 95 % відхилення границь довірчого інтервалу від математичного очікування становить 3,5 % $E_{mpz} = (145,4 \pm 5,0)$ ГПа, а коефіцієнт поздовжньої жорсткості шару пакета ГТК-1300 становить $B_{mp} = 6,658 \cdot 10^3$ з відхиленням границь довірчого інтервалу від математичного очікування до 10 %.

Визначимо поперечні жорсткісні характеристики експериментального зразка гумотросового каната ГТК-1300. Відповідно до програми випробувань, із ГТК-1300 виготовляли пакети із двох, чотирьох, шести й восьми шарів, які встановлювали між плитами 5-тонної іспитової машини УМ-5А (рис. 1, б), потім стискали в діапазоні від 0,4 до 3,52 МПа із кроком 0,26 МПа, виходячи з робочих навантажень гумотросових стрічок [3]. У процесі навантаження вимірювали деформації пакетів за допомогою індикатора годинникового типу (точність

показання 0,01 мм). Поверхні плит преса були сухими або змазували солідолом, що відповідало стиснутому й необмеженому стану пакетів. У ході випробувань визначали деформації пакета u_j .

Характерна риса деформування пакета зі змащенням (рис. 1, в) – зміна бочкотвірної форми через горизонтальне прослизання шарів, що обумовлено меншим тертям між шарами в пакеті.

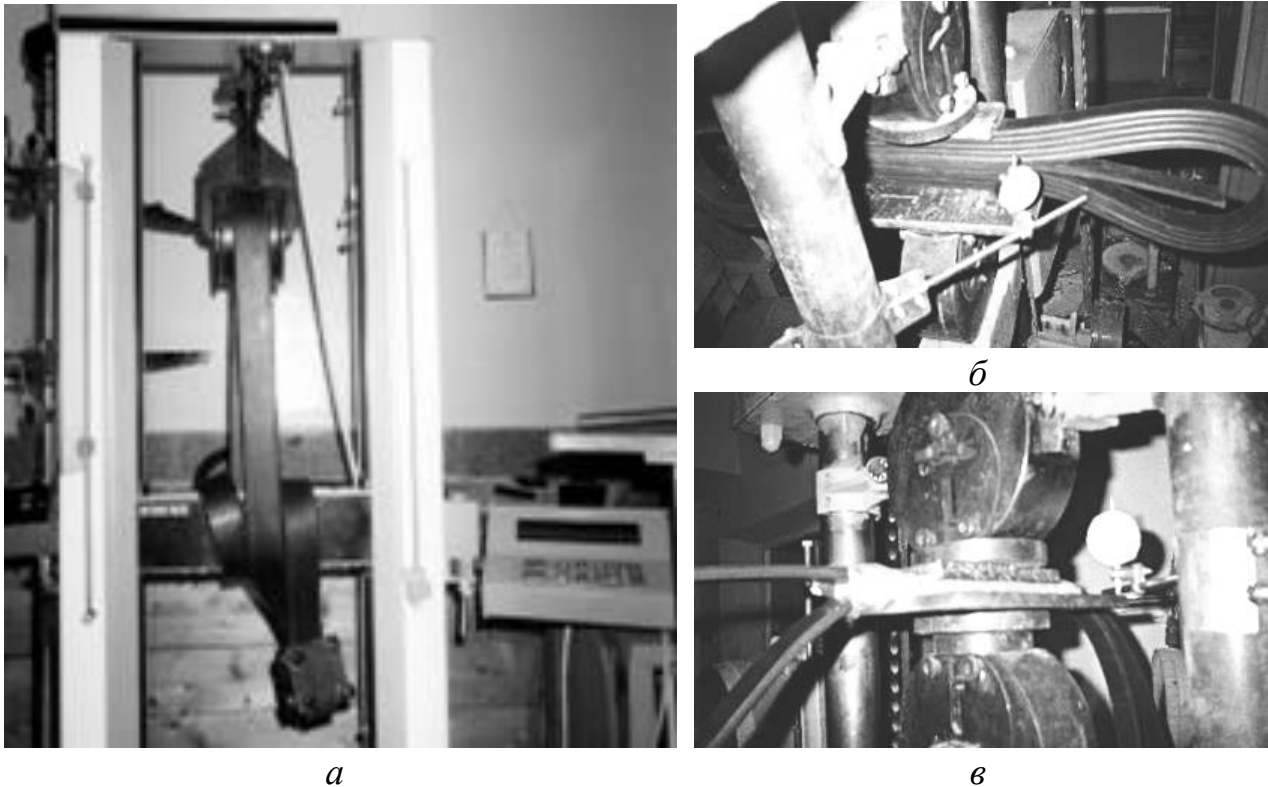


Рис. 1. Випробування троса: а – на розривній машині; б, в – у 5-тонній машині УМ-5А

Крім того, пакети ГТК практично не деформуються в поздовжньому напрямку (уздовж тросів), тобто розширення пакетів стрічок відбувається без збільшення довжини. Інакше кажучи, задаючись відносним стиском і формою деформування пакета, можна визначити абсолютне розширення.

Стиснутий стан пакетів. Для визначення залежності жорсткості пакета на стиснення від тиску в діапазоні робочих навантажень використовуємо дані експерименту і формулу для коефіцієнта поперечної жорсткості пакета

$$B^j = \frac{P \cdot t}{u_j \cdot E_{рез}}$$

Результати обчислень статистично обробляються. Виявлено, що розподіл коефіцієнта поперечної жорсткості B^j пакета гумотросового каната у вибірці підпорядковане нормальному закону й при довірчій імовірності 95 % відхилення границь довірчого інтервалу від математичного очікування складе: при двох

шарах – 1,4 % ($B^{(2)} = 9,944 \pm 0,136$), при чотирьох – 1,13 % ($B^{(4)} = 6,994 \pm 0,079$), при шести – 2,3 % ($B^{(6)} = 6,331 \pm 0,145$), при вісьмох – 1,9 % ($B^{(8)} = 5,999 \pm 0,116$).

Необмежений стан пакета. Для визначення залежності твердості пакета на стиск від напруги стиснення в діапазоні робочих навантажень використовуємо дані експерименту і формули $B_n = P \cdot t / (u_y \cdot E_{pez})$. Результати обчислень перевірили на грубі погрішності. Показано, що розподіл коефіцієнтів поперечної твердості B_n пакета ГТК у вибірці підкоряється нормальному закону й при довірчій імовірності 95 % відхилення границь довірчого інтервалу від математичного очікування становить 0,9 % $B_n = 5,127 \pm 0,045$.

У необмеженому стані коефіцієнт поперечної жорсткості $B_n = 5,127 \pm 0,045$, а в стиснутому зведений у табл. Робимо висновок: для обраної стрічки граничні умови істотно впливають на пакет із двох – чотирьох шарів, при збільшенні ж товщини пакета вплив крайових ефектів несуттєво.

Таблиця

Значення коефіцієнта поперечної жорсткості пакета гумотросового каната в стиснутому стані

Кількість шарів	Коефіцієнт поперечної жорсткості	Коефіцієнт скрутності
2	$B^2 = 9,944 \pm 0,136$	1,94
4	$B^4 = 6,994 \pm 0,079$	1,36
6	$B^6 = 6,331 \pm 0,145$	1,24
8	$B^8 = 5,999 \pm 0,116$	1,17

Визначимо жорсткісні характеристики на зсув експериментального зразка гумотросового каната ГТК-1300 на розривній машині (див. рис. 1). Відповідно до програми випробувань, із ГТК-1300 виготовляли зразки довжиною 500 мм. Один трос каната затіснявали у верхньому плунжері, а другий – у нижньому, потім розтягували в діапазоні від 2035 до 14250 МПа. У процесі навантаження вимірювали деформації зразка.

Для кожного експерименту обчислимо значення величини модуля зсуву гумової матриці каната G . Отримавши набір значень, перевіримо їх на грубі погрішності. Середньоквадратичне відхилення σ^* для величини G склало $1 \cdot 10^6$ Па. Як і для попередніх експериментів, доведені однорідність дисперсій і вплив фактора на відгук. Показано, що розподіл модуля зсуву каната у вибірці підкоряється нормальному закону й при довірчій імовірності 95 % відхилення границь довірчого інтервалу від математичного очікування становить 0,9 % $G = (1 \pm 0,009)$ МПа.

Дослідження жорсткісних характеристик багат шарової намотки ГТК. На рис. 2 наведена схема експериментальної установки для визначення жорсткості зсуву тіла намотування гумотросового каната з наступними параметрами тіла намотування: коефіцієнт поздовжньої жорсткості шару $B_{mp} = 6,658 \cdot 10^3$; модуль зсуву каната $G = 1 \cdot 10^6$ Па; товщина каната $h = 10$ мм; ширина каната

$b=43$ мм; кількість тросів у канаті – 2; початковий радіус бобіни $R_i=500$ мм; кількість витків у намотці – 20.

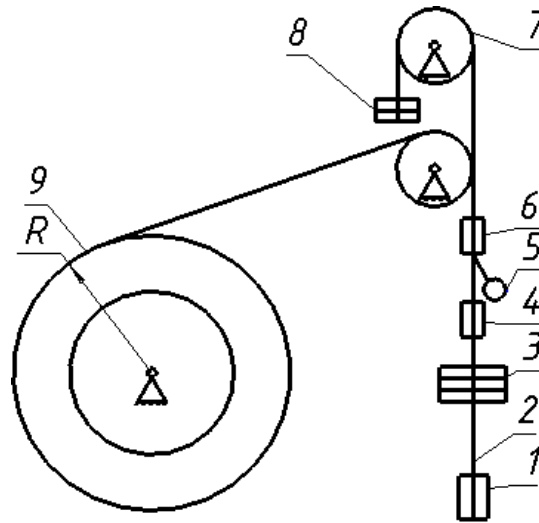


Рис. 2. Схема експериментальної установки

Жорсткість визначали шляхом вимірювання деформації тіла намотування після навантаження й розвантаження його. На бобіну 9 під дією вантажу 1 вагою Q намотували до необхідного радіуса R канат 2 і робили довантаження каната до 500 Н. Додаткові вантажі 3 підвішували до жимка 4 у наступному порядку: 100 Н, 100 Н, 200 Н, 100 Н. При цьому індикатором годинникового типу 5 вимірювали лінійне переміщення каната, що набігав на бобіну. Індикатор пов'язаний з канатом тонким дротом, що прикріплений до жимка 6. Жимки перемішалися уздовж канатних напрямних. Потім вантажі у зворотному порядку знімали й робили розвантаження намотування. Через шків 7 перекидали нитку, на яку навішували вантажі у вагою по 100 Н до 300 Н. Цикл навантаження-розвантаження повторювали 5–6 разів. Експеримент здійснювали при різному значенні натягу каната Q , під дією якого здійснювалося намотування. Тому що експериментальна установка включає послідовне сполучення двох ланок з різними жорсткостями – бобінний орган намотування ГТК і струна каната, то значення жорсткості тіла намотування ГТК розраховується по формулі

$$C = \frac{C_{ст} \cdot C_{екв}}{C_{ст} - C_{екв}},$$

де $C_{ст}$ – еквівалентне значення жорсткості розрахункової схеми, обумовлене по показниках індикатора, $C_{екв} = B_{тп} / L = 14,5$ МН/мм – жорсткість струни каната при $L = 10$ м.

Як і в попередніх випадках для результатів випробувань доведені однорідність дисперсій і вплив фактора на відгук. Установлено аналітичну залежність жорсткості тіла намотування ГТК та виявлено закон розподілу за критерієм Пірсона.

На рис. 3 приведені графічні залежності навантаження-переміщення верхнього перетину каната при циклічному навантаженні й розвантаженні тіла

намотування першого типу. Для кривих циклічної деформації характерно наступне: відносно невелика площа петлі гістерезису; близьке повторення форми петлі при послідовних циклах навантаження; приблизно однакова залежність переміщення-сила при навантаженні та розвантаженні. Ці факти свідчать про відсутність прослизання витків намотування й про те, що досліджуваний об'єкт є лінійно пружним суцільним тілом.

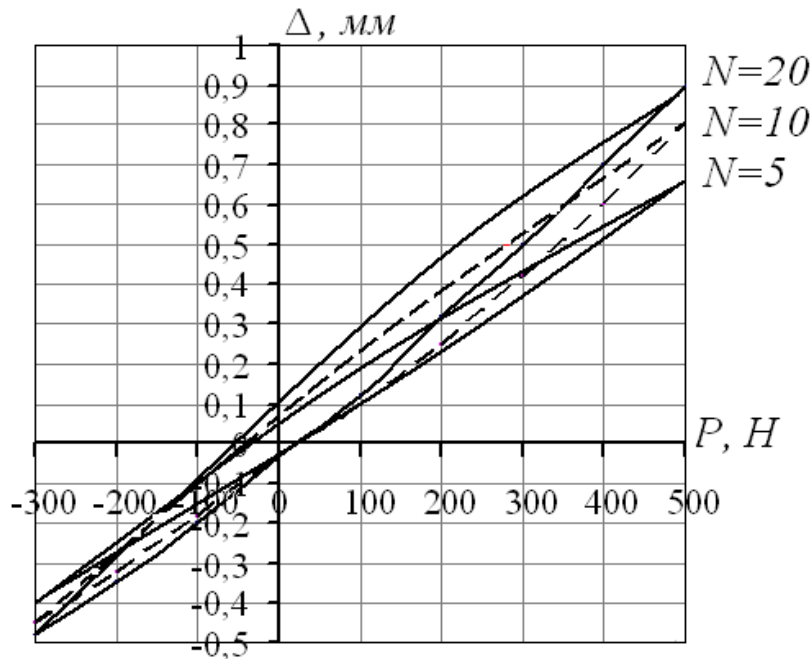


Рис. 3. Залежність переміщень канату від навантаження

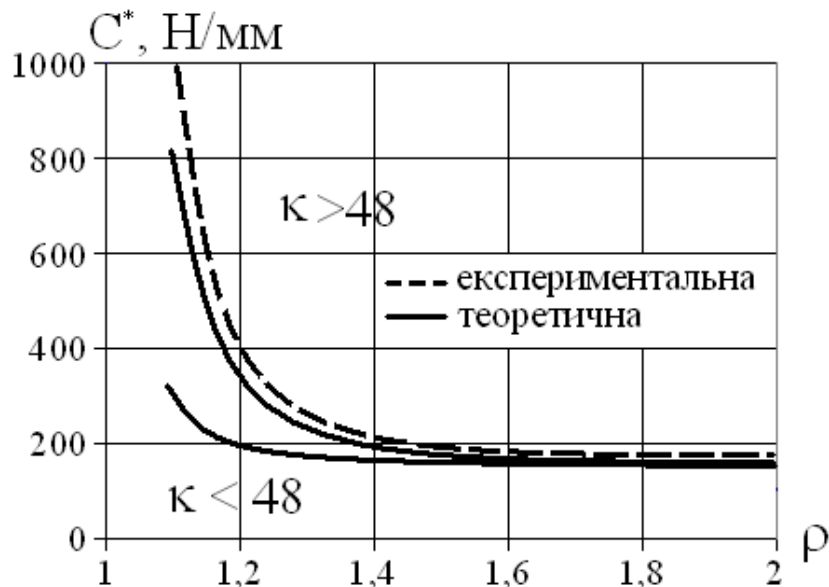


Рис. 4. Залежність жорсткості намотки каната від приведенного радіуса намотки

На рис. 4 побудовані графіки залежностей жорсткості тіла намотування від параметра $\rho = R_n/R_{\max}$ при різних значеннях критерію κ . На рисунку також наведена теоретична залежність $C_m = f(\rho)$, побудована по розрахунковій формулі

для параметрів каната РТЛ-1300. Графіки ілюструють два різних механізми деформації тіла намотки залежно від значення критерію k , що збігається з висновками, підученими теоретичним шляхом. При $k \geq 48$ експериментальна й теоретична залежності жорсткості від параметра r досить близько збігаються. Максимальне відхилення має місце при малому числі витків і складає 16 %.

Висновки.

1. Тіло намотки можна вважати суцільним лінійно пружним тілом.
2. Підтверджено два механізми деформації тіла намотування – окружний і локальний, які обумовлені значенням критерію k .
3. Жорсткість тіла намотки залежить від її зовнішнього діаметра квадратично, а локальна жорсткість слабо залежить від значення діаметра. Тому за малого числа витків жорсткість однорідного тіла перевищує локальну жорсткість. Однак у цьому разі значення сумарної податливості має той самий порядок, що й податливість однорідного тіла, тобто вона досить мала. Небезпека динамічних ефектів, що виникають у бобінному підйомнику під час аварійного та робочого гальмування, має місце за великого числа витків у намотуванні, коли жорсткість однорідного тіла набагато менша за локальну жорсткість, а значення загальної крутильної жорсткості тіла намотування можна визначати за запропонованою формулою з точністю, достатньою для динамічного аналізу.
4. Для розмежування локального й однорідного механізму реакції тіла намотування запропоновано критерій k , значення якого прямо пропорційне корінням квадратним з величини подовжньої жорсткості троса, зовнішнього радіуса намотування, а також товщини каната, і обернено пропорційне корінням квадратним з величини кроку укладання тросів у канаті, корінням кубічним радіусу обичайки та значенням наведеної жорсткості на кручення матриці тіла намотування. Найхарактернішим значенням, яке розділяє обидва типи реакції намотування, було прийнято вважати: $k = 48$.
5. Підтверджено вірогідність результатів теоретичних досліджень про модель гумометалевого шарніра при розрахунку жорсткості тіла намотки ГТК.

Перелік посилань

1. Kolosov, D., Dolgov, O., & Kolosov, A. (2013). The stress-strain state of the belt on a drum under compression by flat plates. Annual Scientific-Technical Collection. *Mining of Mineral Deposits*, 1, 351–357.
2. Belmas, I., & Kolosov, D. (2011). The stress-strain state of the stepped rubber-rope cable in bobbin of winding. *Technical and Geoinformational Systems in Mining*, 211–214.
3. Belmas, I., Kogut, P., Kolosov, D., Samusia, V., & Onyshchenko, S. (2019). Rigidity of elastic shell of rubber-cable belt during displacement of cables relatively to drum. *E3S Web of Conferences*, 109, 00005. <https://doi.org/10.1051/e3sconf/201910900005>.
4. Zabolotny, K., & Panchenko, E. (2010). Definition of rating loading in spires of multilayer winding of rubberrope cable. *New Techniques and Technologies in Mining*, 223–229.
5. Zabolotnyi, K.S., Panchenko, O.V., Zhupiiiev, O.L., & Polushyna, M.V. (2018). Influence of parameters of a rubber-rope cable on the torsional stiffness of the body of the winding. *Scientific bulletin of the National Mining University*, 5, 54–63.

6. Zabolotnyi, K., Panchenko, O., & Zhupiiiev, O. (2019). Development of the theory of laying a hoisting rope on the drum of a mining hoisting machine. *E3S Web of Conferences*, 109, 00121. <https://doi.org/10.1051/e3sconf/201910900121>
7. Kovyrev, M., Zabolotnyi, K., Panchenko, O., & Kukhar, V. (2024). Development of a model of rubber rope in multilayer winding as a composite material. *Математичне моделювання. Науковий журнал*, 1(50), 64–76. [https://doi.org/10.31319/2519-8106.1\(50\)2024.305037](https://doi.org/10.31319/2519-8106.1(50)2024.305037)

ABSTRACT

Purpose. The main purpose of this study is to analyse the results of a theoretical study on the effect of the longitudinal stiffness of the rope on the mechanism of deformation of the winding body as a composite material on the basis of experimental data.

The methods. The methodology is based on the analysis of scientific papers by leading experts in the field of mechanical engineering specialising in the development of hoisting machines with rubber-rope cables. The development of the model of torsional stiffness of the winding body of reel hoists was based on mathematical and physical modelling methods, including methods of planning a multi-factorial experiment and statistical processing of experimental data.

Findings. When solving the problem of determining the stiffness of the body of a rubber-rope winding, the physical model of its spool body was presented in the form of a rubber-metal hinge. After processing the results of the experiment to determine the parameters of the winding body, an analytical expression was obtained to calculate the torsional stiffness of the winding body of a rubber-rope cable.

The originality. The regularities of the influence of the parameters of a rubber rope on the torsional stiffness of its winding body have been established. The stiffness of the winding body depends on its outer diameter quadratically, while the local stiffness is weak. With a small number of turns, the stiffness of the homogeneous body exceeds the local stiffness, but the total pliability is low. The risk of dynamic effects in a spool hoist during braking increases with a large number of turns, when the homogeneous body stiffness is much lower than the local stiffness. The total torsional stiffness of the winding body can be determined by the proposed formula with sufficient accuracy for dynamic analysis.

Practical implementation. The developed mathematical model for determining the torsional stiffness of a rubber rope winding makes it possible to find such values of the parameters of a spool hoist that will avoid the danger of dynamic effects during emergency and operational braking of the device caused by the torsional stiffness of the winding body.

Keywords: *bobbin hoisting machine, rubber-rope cable, multilayer winding, the body of the winding, composite material, torsional stiffness of the winding.*