

### 3. КОМПРЕССИОННАЯ ЗАДАЧА И ФУНДАМЕНТАЛЬНЫЕ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ ТЕОРИИ ВЗАИМОСВЯЗАННОЙ ФИЛЬТРАЦИОННОЙ КОНСОЛИДАЦИИ.

В настоящей главе представлены материалы теоретических исследований, направленных на выявление закономерностей процесса колебаний находящихся в условиях компрессии оснований при учете инерционных сил.

Кроме того, в ней представлены полученные нами фундаментальные решения задач определения напряженно – деформированного состояния водо - и неводонасыщенных весомых оснований.

В качестве расчетной схемы основания приняты слой конечной толщины и полупространство.

Выбор расчетной схемы основания в виде слоя конечной толщины обусловлен проблемами, которые неизбежно возникают при использовании схемы полупространства для решения задач уплотнения основания при стационарном процессе колебаний [39]. Суть этих проблем заключается в том, что в грунтовом основании волны распространяются с конечной скоростью, в силу чего время их достижения расположенной на бесконечности точки с координатой  $(r, z)$  также равно бесконечности.

С другой стороны, толщину слоя можно принять сколь угодно большой. Ниже (раздел 3.2) будет показано, что начиная с некоторой толщины слоя  $H$  и при дальнейшем ее увеличении амплитуды колебаний дневной поверхности близки между собой.

В качестве внешних нагрузок были рассмотрены распределенная нагрузка (компрессия) и вертикальная сосредоточенная сила, изменяющиеся по гармоническому закону (пространственная задача).

Рассмотрены переходные процессы (компрессия) и процесс

стационарных вынужденных колебаний (компрессия и пространственная задача). При построении частных решений фундаментальных задач была использована цилиндрическая система координат с осевой симметрией.

При выполнении изложенных ниже исследований преследовались такие цели:

- на примере компрессионной задачи выявить, основные качественные закономерности уплотнения водо – и неводонасыщенных оснований и установить область применения предложенной Лятхером и Дидухом [29] упрощенной модели квазиоднофазного основания;

- наработать материал, который позволил бы использовать для совместного расчета напряженно – деформированного состояния систем «основание – фундамент (или фундаменты) – сооружение» метод граничных элементов при динамической нагрузке.

### **3.1. Вертикальная распределенная нагрузка, приложенная к верхней границе несомого слоя конечной толщины (компрессионная задача).**

Настоящий раздел посвящен исследованию напряженно - деформированного состояния грунта в условиях компрессионной задачи (динамика). Задача исследований была сформулирована так.

К верхней границе слоя конечной толщины (рис. 3.1.1) приложена вертикальная распределенная нагрузка  $q(t)$ , которая является функцией времени  $t$ . Деформационные свойства основания характеризуются модулем упругости  $E$  и коэффициентом Пуассона  $\nu$  (этим характеристикам соответствуют упругие константы Ламе  $\lambda = \frac{\nu \cdot E}{(1 + \nu) \cdot (1 - 2 \cdot \nu)}$  и  $G = \frac{E}{2 \cdot (1 + \nu)}$ ).

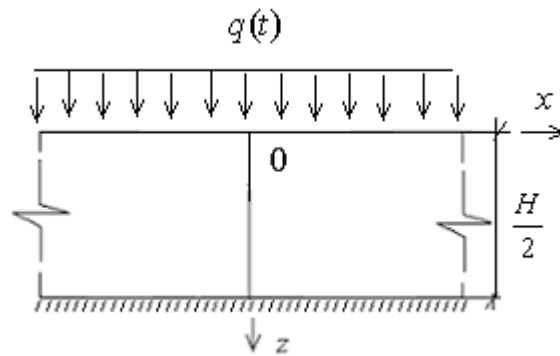


Рис. 3.1.1. К определению напряженно – деформированного состояния весоного слоя.

Плотность основания равна  $\rho$ , коэффициент консолидации при компрессии -  $c_k$ , а коэффициент пространственной консолидации -  $c_v$ .

Перемещения нижней границы слоя в направлении координатной оси  $Oz$ , поровое давление на верхней и нижней границах слоя (то есть при  $z = 0$  и  $z = \frac{H}{2}$ ) равны нулю.

Требуется определить напряженно – деформированное состояние в любой точке с координатой  $z$  в любой момент времени  $t$ .

Для построения общего решения используем общее решение (2.1.9).

В условиях компрессионного сжатия горизонтальные перемещения  $U$  и  $V$  равны нулю. В этой связи из третьего, седьмого, десятого, и двадцатого равенств (2.1.9) имеем:

$$\frac{\partial^2}{\partial z^2} \left( \frac{\partial^2 \Phi}{\partial z^2} - \frac{\rho}{\lambda + 2 \cdot G} \cdot \frac{\partial^2 \Phi}{\partial t^2} - \frac{1}{c_k} \cdot \frac{\partial \Phi}{\partial t} \right) = 0; \quad \sigma_{zz} = \rho \cdot \frac{\partial^2 \Phi}{\partial t^2};$$

$$\Delta \left( \frac{3 \cdot c_v \cdot P}{3 \cdot \lambda + 2 \cdot G} - \beta \cdot \frac{\partial \Phi}{\partial t} \right) = 0; \quad W = \frac{\partial \Phi}{\partial z}. \quad (3.1.1)$$

При выводе системы (3.1.1) были использованы соотношения:

$$c_v = \frac{1}{3} \frac{3\lambda + 2G}{\lambda + 2G} c_k = \frac{1}{3} \frac{(3\lambda + 2G) \cdot k_\Phi}{\gamma_W}; \quad c_k = 3 \cdot c_v \frac{\lambda + 2 \cdot G}{3 \cdot \lambda + 2 \cdot G};$$

$$\frac{3 \cdot \rho \cdot c_v}{3 \cdot \lambda + 2 \cdot G} = \frac{\rho \cdot c_k}{\lambda + 2 \cdot G}. \quad (3.1.2)$$

Начальные и граничные условия (см. также (1.3.5)) в данном случае имеют вид:

$$\left. \begin{aligned} \sigma_{zz}(0,t) &= -q(t); \\ P(0,t) &= 0; \\ \frac{\partial P\left(0, \frac{H}{2}\right)}{\partial z} &= 0; \\ W\left(\frac{H}{2}, t\right) &= 0; \\ W(z,0) &= 0; \\ \frac{\partial W(z,0)}{\partial t} &= 0; \\ P(z,0) &= 0. \end{aligned} \right\}. \quad (3.1.3)$$

Решение системы уравнений (3.1.1) с учетом начальных и граничных условий (3.1.3) ищем в виде:

$$\Phi = \Phi_0(z,t) + \sum_{i=1,3,5}^{\infty} A_i(t) \cdot \sin\left(\frac{i \cdot \pi \cdot z}{H}\right), \quad (3.1.4)$$

где  $\Phi_0(z, t)$  - начальное решение, удовлетворяющее граничным условиям (3.1.3),  $A_i(t)$  - подлежащие определению функции времени. В качестве пробных и поверочных [52] примем функции вида  $\sin\left(\frac{i \cdot \pi \cdot z}{H}\right)$ , поскольку они удовлетворяют нулевым граничным условиям (3.1.3), а система этих функций на интервале  $z \in (0, H)$  является полной.

Граничным условиям (3.1.3) удовлетворяет функция

$$\Phi_0(z, t) = \frac{1}{2} \cdot \frac{q(t) \cdot z \cdot (H - z)}{a_k}, \quad (3.1.5)$$

где  $a_k = \lambda + 2 \cdot G$  - компрессионный модуль.

Далее представим функции  $A_i(t)$  в виде

$$A_i(t) = a_i(t) + \frac{4 \cdot H^2 \cdot q(t)}{i^3 \cdot \pi^3 \cdot a_k} \quad (3.1.6)$$

Подставим (3.1.4) в (3.1.1) и найдем внутреннее произведение полученной таким образом системы функций [52]. При этом учтем соотношения (3.1.5) и (3.1.6) В этом случае для определения неизвестных функций  $a_i(t)$  следует решить бесконечную систему уравнений вида:

$$\frac{d^2}{dt^2} \cdot a_i(t) + \frac{a_k}{\rho \cdot c_k} \cdot \frac{d}{dt} \cdot a_i(t) + \frac{a_k \cdot i^2 \pi^2}{\rho \cdot H^2} \cdot a_i(t) + \frac{4}{\rho \cdot i \pi} \cdot q_i(t) = 0. \quad (3.1.7)$$

При этом с целью определения начальных условий для функций  $a_i(t)$  следует разложить начальное решение (3.1.5) на интервале глубин  $z \in (0, H)$  в ряд Фурье и положить в функции времени  $q(t)$  и ее первой производной  $t \rightarrow 0$ .

Для получения окончательного результата решения задачи следует учесть равенство (3.1.6) и разложить функцию  $\Phi_0(z, t)$  в ряд Фурье на интервале глубин  $z \in (0, H)$ . Имеем:

$$\Phi = \sum_{i=1,3,5}^{\infty} A_i(t) \cdot \sin\left(\frac{i \cdot \pi \cdot z}{H}\right), \quad (3.1.8)$$

$$\text{где } A_i = \frac{4}{i \cdot \pi \cdot \rho \cdot b_i} \cdot \int_0^t \exp[-a \cdot (t - \tau)] \cdot \sin[b_i \cdot (t - \tau)] \cdot q(\tau) \cdot d\tau \quad \text{при } c_i^2 > a^2;$$

$$A_i = \frac{4}{i \cdot \pi \cdot \rho} \cdot \int_0^t \exp[-a \cdot (t - \tau)] \cdot (t - \tau) \cdot q(\tau) \cdot d\tau \quad \text{при } c_i^2 = a^2;$$

$$A_i = \frac{4}{i \cdot \pi \cdot \rho \cdot b_i} \cdot \int_0^t \left\{ \exp[-(a - b_i) \cdot (t - \tau)] - \exp[-(a + b_i) \cdot (t - \tau)] \right\} \cdot q(\tau) \cdot d\tau \quad \text{при}$$

$$c_i^2 < a^2. \text{ Здесь: } a = \frac{\lambda + 2 \cdot G}{2 \cdot \rho \cdot c_k}; \quad b_i^2 = |a^2 - c_i^2|; \quad c_i^2 = \frac{\lambda + 2 \cdot G}{\rho} \cdot \frac{i^2 \cdot \pi^2}{H^2}.$$

Далее с использованием формул (3.1.1) найдем вертикальные перемещения  $W$ , амплитуду колебаний  $S$  (или, что одно и то же, осадку в момент времени  $t$ ) верхней границы основания, действующие в нем вертикальные напряжения  $\sigma_{zz}$  и поровое давление  $P$ . Имеем:

$$W = \frac{\partial \Phi}{\partial z} = \sum_{i=1,3,5}^{\infty} \frac{i \cdot \pi}{H} \cdot A_i(t) \cdot \cos\left(\frac{i \cdot \pi \cdot z}{H}\right); \quad (3.1.9)$$

$$\begin{aligned}
S &= \lim_{z \rightarrow 0} (W) = \sum_{i=1,3,5}^{\infty} \frac{i \cdot \pi}{H} \cdot A_i(t) \cdot \cos(i \cdot \pi); \\
\sigma_{zz} &= \rho \cdot \frac{\partial^2 \Phi}{\partial t^2} = \Phi = q(t) + \sum_{i=1,3,5}^{\infty} \frac{d^2 A_i(t)}{dt^2} \cdot \sin\left(\frac{i \cdot \pi \cdot z}{H}\right); \\
P &= (\lambda + 2 \cdot G) \cdot \frac{\partial^2 \Phi}{\partial z^2} - \rho \cdot \frac{\partial^2 \Phi}{\partial z^2} = \\
&= \sum_{i=1,3,5}^{\infty} \left[ \frac{4 \cdot q(\tau)}{i \cdot \pi} + (\lambda + 2 \cdot G) \cdot \left(\frac{i \cdot \pi}{H}\right)^2 \cdot A_i(t) \right] \cdot \sin\left(\frac{i \cdot \pi \cdot z}{H}\right). \quad (3.1.9)
\end{aligned}$$

При проведении численного эксперимента нами преследовалась цель выявить закономерности уплотнения водо – и неводонасыщенных оснований. Варьировались толщина грунтового слоя, его модуль упругости и значения коэффициента фильтрации основания. Толщины грунтовых слоев принимались равными 0,5 м (толщина гравийной или песчаной подготовки), 3,0 м (толщина грунтовой подушки) и 10 м (глубина сжимаемой зоны). Рассчитанные по формулам (3.1.9) зависимости «осадка (или, что одно и то же, амплитуда)– время» с использованием равенств

$$S^* = \frac{S}{H} \text{ и } t^* = \frac{t \cdot H}{C} \quad (3.1.10)$$

приводились к безразмерному виду. Здесь  $S$  и  $t$  - фактические осадка (амплитуда) и время,  $S^*$  и  $t^*$  их приведенные значения,  $H$  – толщина грунтового слоя,  $C$  – скорость распространения в основании упругой объемной волны.

На первом этапе рассматривалась импульсная нагрузка. В этом случае зависимость внешней нагрузки от времени имеет вид:

$$q(t) = Q \cdot \delta(t - \varepsilon), \quad (3.1.11)$$

где  $\varepsilon \rightarrow 0$  - некоторое малое положительное число, а  $Q$  - амплитудное значение внешней нагрузки. Из (3.1.9) имеем:

$$A_i = \frac{4 \cdot Q}{i \cdot \pi \cdot \rho \cdot b_i} \cdot \exp(-a \cdot t) \cdot \sin(b_i \cdot t) \quad \text{при } c_i^2 \gg a^2; \quad (3.1.12)$$

$$A_i = \frac{4 \cdot Q}{i \cdot \pi \cdot \rho} \cdot \exp(-a \cdot t) \cdot t \quad \text{при } c_i^2 = a^2;$$

$$A_i = \frac{4 \cdot Q}{i \cdot \pi \cdot \rho \cdot b_i} \cdot \left\{ \exp[-(a - b_i) \cdot t] - \exp[-(a + b_i) \cdot t] \right\} \quad \text{при } c_i^2 \ll a^2.$$

Положив в (3.1.12)  $c_K \rightarrow \infty$ , мы получим решение для неводонасыщенного основания.

На рисунках 3.1.1...3.1.6 представлены графические зависимости «относительная осадка – относительное время».

Анализ представленных на рисунках 3.1.1...3.1.6 кривых позволил нам сделать такие выводы:

- при импульсной нагрузке амплитуды колебаний неводонасыщенного основания, как правило, выше, амплитуды колебаний неводонасыщенного основания,

- при импульсной нагрузке процесс развития во времени колебаний водонасыщенного основания носит затухающий характер, при этом чем меньше коэффициент фильтрации  $K^{\phi}$ , тем быстрее происходит стабилизация процесса;

- при прочих равных условиях характер изменения осадок во времени при импульсной нагрузке зависит от толщины грунтового слоя;



- при прочих равных условиях характер изменения осадок во времени при импульсной нагрузке зависит от деформационных свойств основания.

Далее нами было выполнено сопоставление рассчитанных с использованием предложенной Лятхером и Дидуком [39] упрощенной модели квазиоднофазного основания зависимостей «относительная осадка – относительное время» с кривыми, рассчитанными с использованием полученных нами зависимостей (3.1.9).

Для расчета по методике [39] в (3.1.12) следует положить  $c_K \rightarrow \infty$ , а упругие константы Ламе основания заменить их т.н. эквивалентными значениями [15]. Имеем:

$$\left. \begin{aligned} G_{\text{э}} &= G; \\ \lambda_{\text{э}} &= \lambda + \frac{M_W}{1 - m_s} \end{aligned} \right\}, \quad (3.1.13)$$

где  $G$  и  $\lambda$  - фактические константы Ламе,  $\lambda_{\text{э}}$  и  $G_{\text{э}}$  - их приведенные значения,  $M_W = 21$  МПа - модуль сжимаемости поровой жидкости, а  $m_s$  - объемная концентрация твердых частиц ( $m_s = \frac{1}{1+e}$ ), где  $e$  – коэффициент пористости). Во всех случаях коэффициент пористости принимался равным  $e = 0,6$ .

Рассчитанные по формулам (3.1.9) и (3.1.12) зависимости «осадка – время» (рис. 3.1.7...3.1.12) с использованием равенств

$$S^* = \frac{S}{H} \text{ и } t^* = \frac{t \cdot H}{C^*} \quad (3.1.14)$$

изменения внешней нагрузки и ее частоте  $\omega \leq 50$  Гц в водонасыщенном основании они завершаются практически мгновенно.

В целом сделан вывод о том, что при расчете напряженно – деформированного состояния конструкций на грунтовом основании учет фильтрационных свойств последнего позволит существенно повысить точность прогноза НДС.

### **3.2. Вертикальная сосредоточенная сила, приложенная к верхней границе упругого весомого полупространства и слоя конечной толщины**

Настоящий раздел посвящен исследованию напряженно - деформированного состояния грунтового основания в условиях пространственной задачи. Рассмотрены расчетные схемы грунтового основания в виде полупространства и слоя конечной толщины. Это обусловлено разнообразием встречающихся в практике расчетов оснований инженерно – геологических условий.

#### **Расчетная схема грунтового основания в виде полупространства.**

Задача исследований была сформулирована так. К верхней границе полупространства (рис. 3.2.1) приложена вертикальная сосредоточенная сила  $Q(t)$ , которая изменяется во времени по гармоническому закону.

Деформационные свойства основания характеризуются модулем упругости  $E$  и коэффициентом Пуассона  $\nu$  (этим характеристикам соответствуют упругие константы Ламе  $\lambda = \frac{\nu \cdot E}{(1 + \nu) \cdot (1 - 2 \cdot \nu)}$  и  $G = \frac{E}{2 \cdot (1 + \nu)}$ ).

Плотность основания равна  $\rho$ , а внешняя нагрузка -  $Q(t) = Q \cdot \cos(t)$  или  $Q(t) = Q \cdot \sin(t)$ . Процесс колебаний основания продолжается достаточно

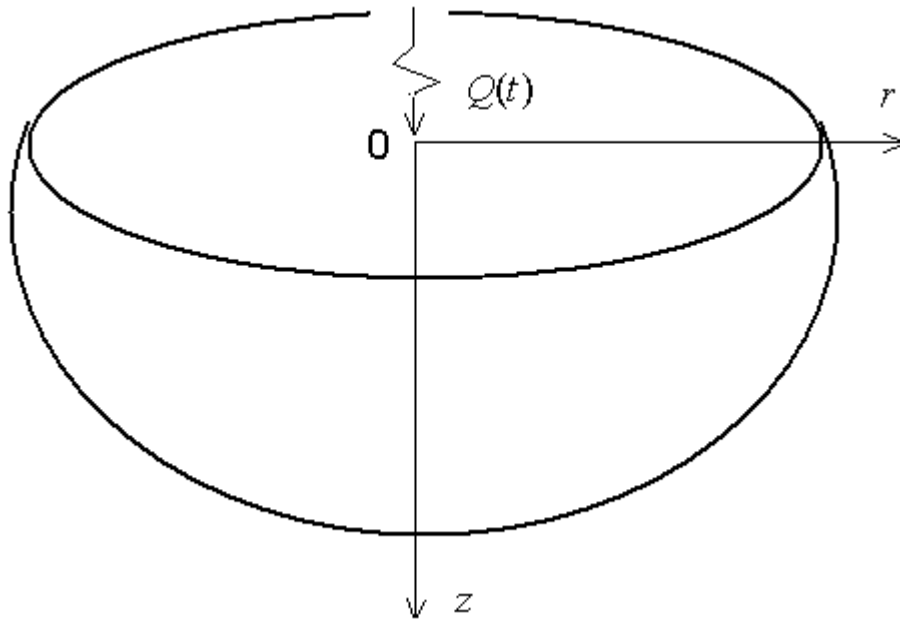


Рис. 3.2.1. К определению напряженно – деформированного состояния весоного упругого полупространства.

долго, в силу чего вполне можно пренебречь влиянием на процесс колебаний основания переходных процессов.

Требуется определить напряженно – деформированное состояние основания в точке с координатами  $(r, z)$  в любой момент времени  $t$ .

Для построения общего решения используем цилиндрическую систему координат с осевой симметрией и систему уравнений (2.2.3). В данном случае не имеет значения, по какому закону (т.е. синуса или косинуса) происходит изменение внешней нагрузки, поскольку при стационарном процессе вынужденных колебаний в неводонасыщенном основании отсутствует сдвиг колебаний по фазе. Для определения функций  $\Phi^*$  и  $F^*$  используем третье и четвертое уравнения (2.2.3) и граничные условия (1.3.16), при этом учтем, что в данном случае основание неводонасыщенное (в этом случае поровое давление  $P$  равно нулю) и в нем отсутствуют стоячие волны. Это обусловлено тем, что в бесконечном изотропном однородном полупространстве

отсутствуют границы раздела, от которых могли бы отражаться распространяющиеся в нем волны (т.н. принцип излучения [33]). Имеем:

$$\left. \begin{aligned} G \cdot \Delta F^* &= -\rho \cdot \varpi^2 F^* \\ (\lambda + 2 \cdot G) \cdot \Delta \Phi^* &= -\rho \cdot \varpi^2 \Phi^* \end{aligned} \right\} \quad (3.2.1)$$

и

$$\left. \begin{aligned} \sigma_{zz}^*(0, r) &= \frac{Q}{2 \cdot \pi \cdot r} \cdot \delta(r); \\ \tau_{rz}^*(0, r) &= 0; \\ U^*(\infty, r) &= W^*(\infty, r) = 0. \end{aligned} \right\} \quad (3.2.2)$$

где  $\varpi^2$  - частота изменения внешней нагрузки, а  $\delta(r)$  - дельта – функция Дирака [4, 12]. Решения (3.2.1) ищем в виде

$$\left. \begin{aligned} F^* &= \int_0^{\infty} J_0(\alpha \cdot r) \cdot F(\alpha, z) \cdot d\alpha \\ \Phi^* &= \int_0^{\infty} J_0(\alpha \cdot r) \cdot \Phi(\alpha, z) \cdot d\alpha \end{aligned} \right\}, \quad (3.2.3)$$

где  $\alpha$  - имеющая размерность  $\left[ \frac{1}{m} \right]$  константа разделения [23, 33, 36, 47],

$J_0(\alpha \cdot r)$  - функция Бесселя первого рода с нулевым индексом [3], а  $F(\alpha, z)$  и  $\Phi(\alpha, z)$  подлежащие определению в ходе решения уравнений (3.2.1)

и удовлетворения граничным условиям (3.2.2) функции координаты  $z$  и параметра  $\alpha$ . Подставим (3.2.3) в (3.2.1). Имеем:

$$\left. \begin{aligned} \frac{d^2}{dz^2} F(\alpha, z) + \left( \frac{\rho \cdot \varpi^2}{G} - \alpha^2 \right) \cdot F(\alpha, z) = 0 \\ \frac{d^2}{dz^2} \Phi(\alpha, z) + \left( \frac{\rho \cdot \varpi^2}{\lambda + 2 \cdot G} - \alpha^2 \right) \cdot \Phi(\alpha, z) = 0 \end{aligned} \right\}. \quad (3.2.4)$$

Второе равенство (3.2.4) имеет такие решения:

$$\begin{aligned} \Phi(\alpha, z) = A_1(\alpha) \cdot sh(i \cdot \xi_1 \cdot z) + A_2(\alpha) \cdot ch(i \cdot \xi_1 \cdot z) \text{ при } \left( \frac{\rho \cdot \varpi^2}{\lambda + 2 \cdot G} - \alpha^2 \right) > 0; \\ \Phi(\alpha, z) = A_1(\alpha) + A_2(\alpha) \cdot z \text{ при } \left( \frac{\rho \cdot \varpi^2}{\lambda + 2 \cdot G} - \alpha^2 \right) = 0; \\ \Phi(\alpha, z) = A_1(\alpha) \cdot sh(\xi_1 \cdot z) + A_2(\alpha) \cdot ch(\xi_1 \cdot z) \text{ при } \left( \frac{\rho \cdot \varpi^2}{\lambda + 2 \cdot G} - \alpha^2 \right) < 0, \end{aligned} \quad (3.2.5)$$

где  $i = \sqrt{-1}$ ,  $\xi_1 = \sqrt{\alpha^2 - \frac{\rho \cdot \varpi^2}{\lambda + 2 \cdot G}}$ ,  $sh(x)$  и  $ch(x)$  - соответственно гиперболические синус и косинус [23, 35],  $A_1(\alpha)$ ,  $A_2(\alpha)$  - подлежащие определению путем удовлетворения граничным условиям (3.2.2) функции параметра  $\alpha$ .

Первое равенство (3.2.4) имеет такие решения:

$$F(\alpha, z) = A_3(\alpha) \cdot sh(i \cdot \xi_2 \cdot z) + A_4(\alpha) \cdot ch(i \cdot \xi_2 \cdot z) \text{ при } \left( \frac{\rho \cdot \varpi^2}{G} - \alpha^2 \right) > 0; \quad (3.2.6)$$

$$F(\alpha, z) = A_3(\alpha) + A_4(\alpha) \cdot z \text{ при } \left( \frac{\rho \cdot \varpi^2}{G} - \alpha^2 \right) = 0;$$

$$F(\alpha, z) = A_3(\alpha) \cdot sh(\xi_2 \cdot z) + A_4(\alpha) \cdot ch(\xi_2 \cdot z) \text{ при } \left( \frac{\rho \cdot \varpi^2}{G} - \alpha^2 \right) < 0, \quad (3.2.6)$$

где  $\xi_2 = \sqrt{\alpha^2 - \frac{\rho \cdot \varpi^2}{\lambda + 2 \cdot G}}$ , а  $A_3(\alpha)$ ,  $A_4(\alpha)$  - подлежащие определению

путем удовлетворения граничным условиям (3.2.2) функции параметра  $\alpha$ .

Анализ (3.2.5) и (3.2.6) позволяет сделать вывод о том, что принципу излучения удовлетворяют последние уравнения (3.2.5) и (3.2.6). При этом для того, чтобы удовлетворить граничным условиям на бесконечности, их следует представить в виде:

$$\left. \begin{aligned} \Phi(\alpha, z) &= A_1(\alpha) \cdot e^{(-\xi_1 \cdot z)}; \\ F(\alpha, z) &= A_2(\alpha) \cdot e^{(-\xi_2 \cdot z)}. \end{aligned} \right\} \quad (3.2.7)$$

Далее удовлетворим первым двум граничным условиям (3.2.3), найдем вертикальное перемещение  $W$  и положим в нем  $z = 0$ . Имеем:

$$\left. \begin{aligned}
 S(r) &= -\frac{2 \cdot Q}{\pi} \cdot \int_{a_2}^{\infty} J_0(\alpha \cdot r) \cdot \frac{z_i(\alpha)}{z_n(\alpha)} \cdot d\alpha; \\
 z_i &= \alpha \cdot \xi_1 \cdot (-\xi_2^2 + \alpha^2); \\
 z_n &= 2 \cdot G \cdot \left[ (\xi_2^2 + \alpha^2) \cdot \xi_1^2 - 2 \cdot \alpha^2 \cdot \xi_1 \cdot \xi_2 \right] + \\
 &\lambda \cdot \left[ (\xi_2^2 + \alpha^2) \cdot \xi_1^2 - \alpha^2 \cdot \xi_1 \cdot \xi_2 - \alpha^4 \right];
 \end{aligned} \right\}, \quad (3.2.8)$$

$$a_1 = \sqrt{\frac{\rho \cdot \varpi^2}{\lambda + 2 \cdot G}}; \quad a_2 = \sqrt{\frac{\rho \cdot \varpi^2}{G}}. \quad (3.2.8)$$

где  $S(r)$  - амплитудное значение осадки основания в точке с координатой  $r$ .

Решение, аналогичное (3.2.8), в другой форме и другим способом было получено ранее и представлено в [33].

Несобственный интеграл (3.2.8) имеет разрывы второго рода. В этой связи он вычислялся в смысле главного значения [11, 23]. Для вычисления был использован метод трапеций [11, 23]. При этом интервал изменения параметра  $\alpha$  был принят равным  $a_2 \leq \alpha \leq 100000$ .

В ходе вычисления интеграла (3.2.8) возникли трудности, обусловленные большими значениями числителя и знаменателя, которые приводили к переполнению памяти компьютера. В этой связи для расчета осадок была использована адаптирующаяся программа, которая «следила» за порядком чисел и корректировала значения числителя и знаменателя путем умножения каждого из их слагаемых на некоторое одинаковое число. Это число изменялось по мере надобности в зависимости от значения числителя и знаменателя.

При проведении численного эксперимента нами преследовалась цель выявить закономерности уплотнения водонасыщенных оснований. Варьировались модуль упругости основания и коэффициент Пуассона.

Во всех случаях значение сосредоточенной силы  $Q$  принималось равным 1 кН (единичная сила). При этом частота ее изменения принималась равной 5, 10, 15, 25 и 50 Гц.

Модуль упругости основания принимался равным 5 МПа, 10 МПа, 20 МПа 30 МПа и 50 МПа.

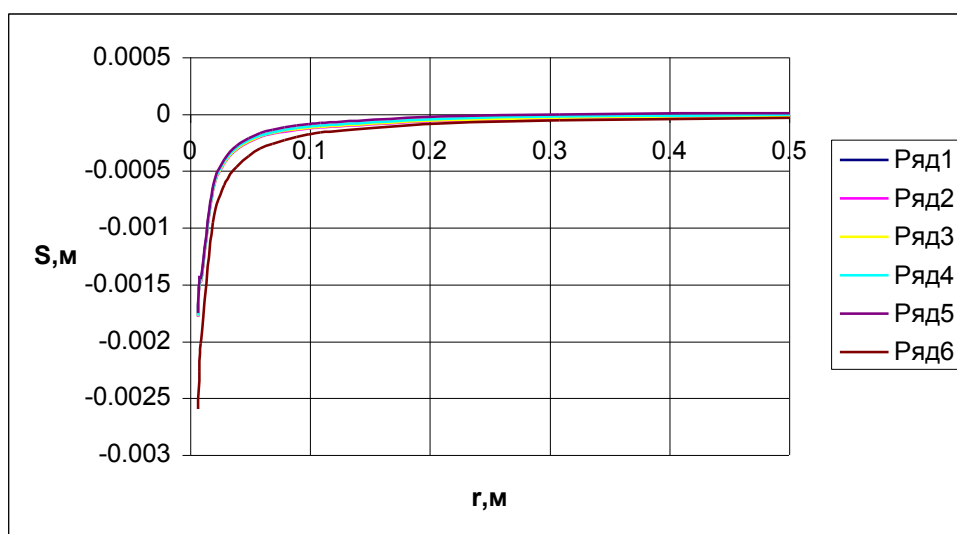


Рис. 3.2.2. Зависимости осадки основания от координаты (радиуса) при  $E = 50$  МПа;  $\gamma = 18$  кН/м<sup>3</sup>;  $\nu = 0,3$ .  
1 –  $f = 5$  Гц, 2 –  $f = 10$  Гц, 3 –  $f = 15$  Гц, 4 –  $f = 25$  Гц, 5 –  $f = 50$  Гц, 6 – невесомое основание.



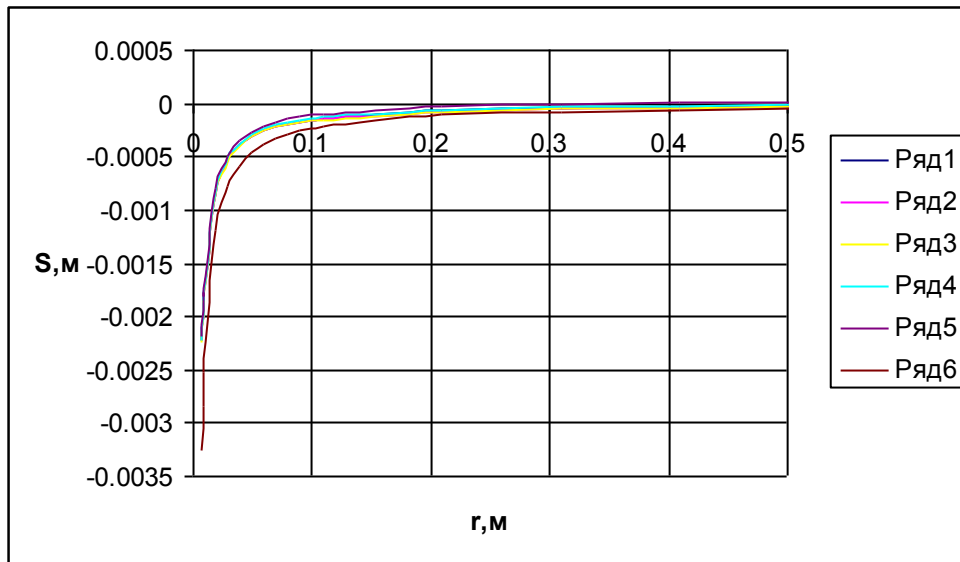


Рис. 3.2.3. Зависимости осадки основания от координаты (радиуса) при  $E = 40$  МПа;  $\gamma = 18$  кН/м<sup>3</sup>;  $\nu = 0,3$ .  
1 –  $f = 5$  Гц, 2 –  $f = 10$  Гц, 3 –  $f = 15$  Гц, 4 –  $f = 25$  Гц, 5 –  $f = 50$  Гц, 6 – невесомое основание.

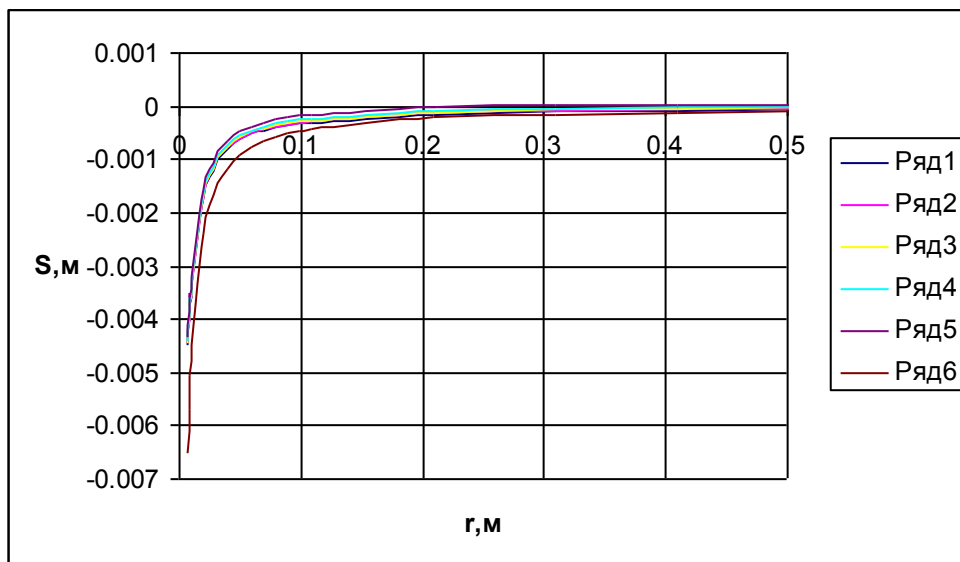


Рис. 3.2.4. Зависимости осадки основания от координаты (радиуса) при  $E = 30$  МПа;  $\gamma = 18$  кН/м<sup>3</sup>;  $\nu = 0,3$ .  
1 –  $f = 5$  Гц, 2 –  $f = 10$  Гц, 3 –  $f = 15$  Гц, 4 –  $f = 25$  Гц, 5 –  $f = 50$  Гц, 6 – невесомое основание.

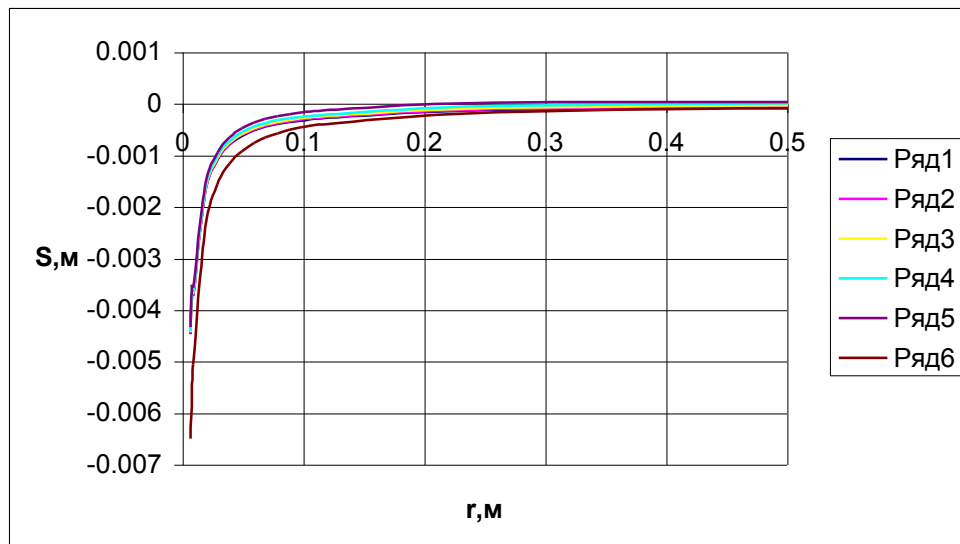


Рис. 3.2.5. Зависимости осадки основания от координаты (радиуса) при  $E = 20$  МПа;  $\gamma = 18$  кН/м<sup>3</sup>;  $\nu = 0,3$ .  
1 –  $f = 5$  Гц, 2 –  $f = 10$  Гц, 3 –  $f = 15$  Гц, 4 –  $f = 25$  Гц, 5 –  $f = 50$  Гц, 6 – невесомое основание.

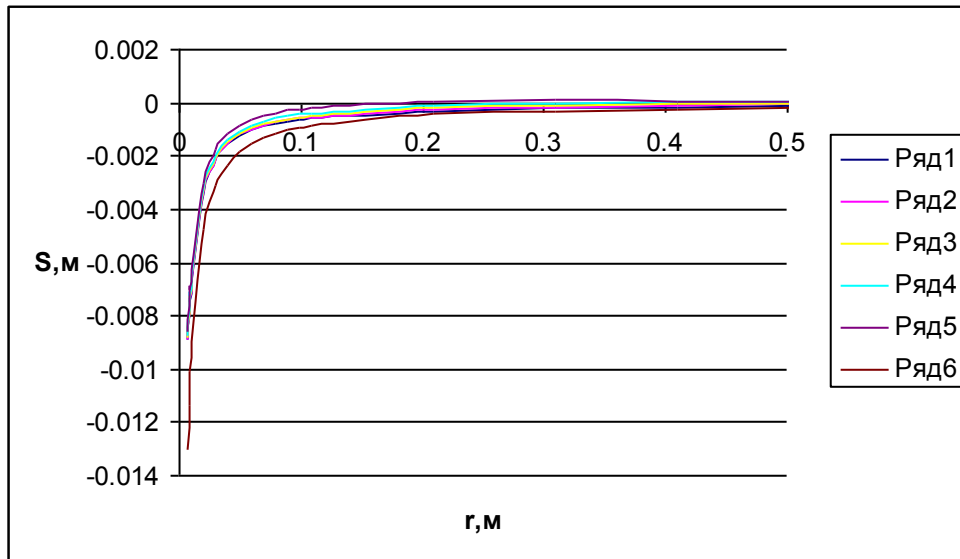


Рис. 3.2.6. Зависимости осадки основания от координаты (радиуса) при  $E = 10$  МПа;  $\gamma = 18$  кН/м<sup>3</sup>;  $\nu = 0,3$ .  
1 –  $f = 5$  Гц, 2 –  $f = 10$  Гц, 3 –  $f = 15$  Гц, 4 –  $f = 25$  Гц, 5 –  $f = 50$  Гц, 6 – невесомое основание.

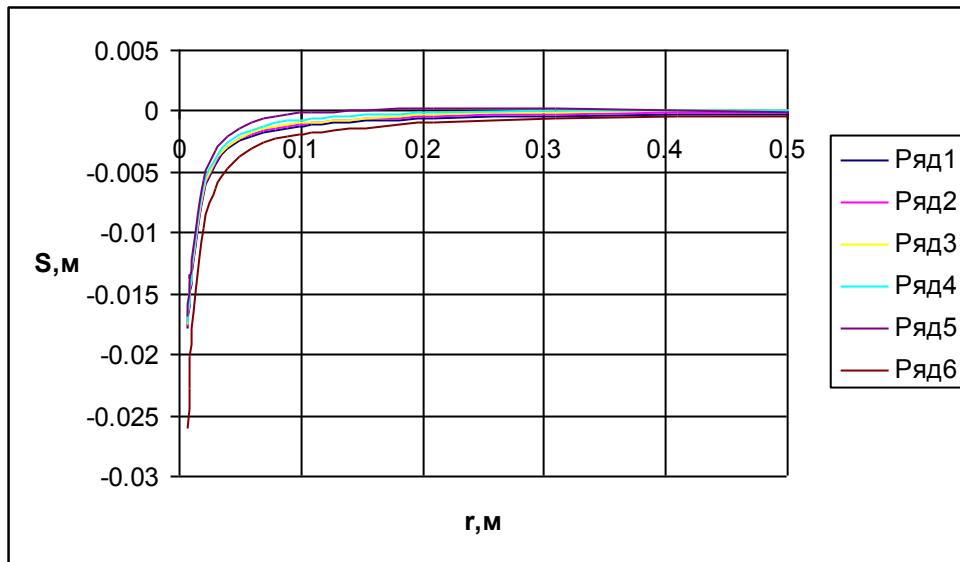


Рис. 3.2.7. Зависимости осадки основания от координаты (радиуса) при  $E = 5$  МПа;  $\gamma = 18$  кН/м<sup>3</sup>;  $\nu = 0,3$ .  
 1 –  $f = 5$  Гц, 2 –  $f = 10$  Гц, 3 –  $f = 15$  Гц, 4 –  $f = 25$  Гц, 5 –  $f = 50$  Гц, 6 – невесомое основание.

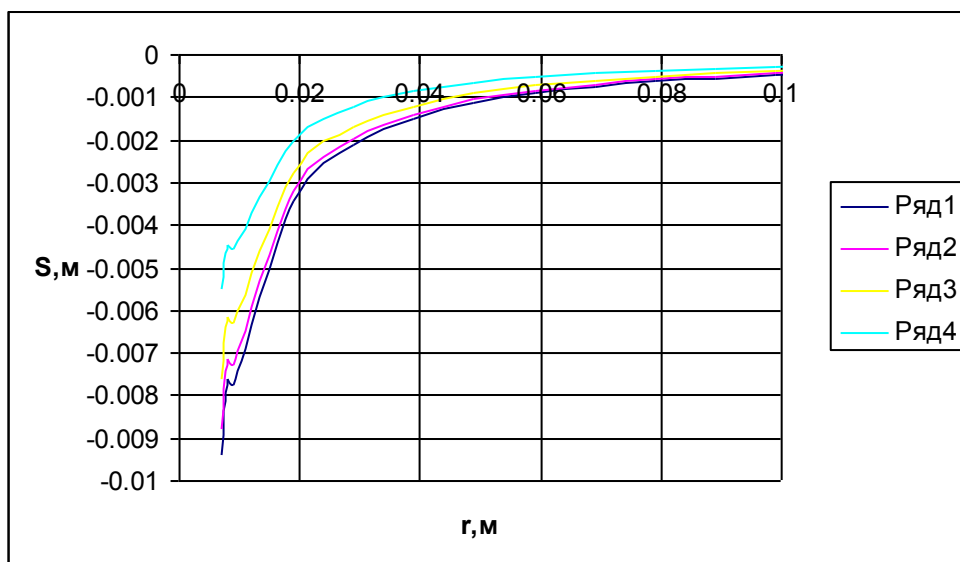


Рис. 3.2.8. Зависимости осадки основания от координаты (радиуса) при  $E = 10$  МПа;  $\gamma = 18$  кН/м<sup>3</sup>;  $f = 25$  Гц.  
 1 –  $\nu = 0,27$ , 2 –  $\nu = 0,3$ , 3 –  $\nu = 0,35$ , 4 –  $\nu = 0,42$ .

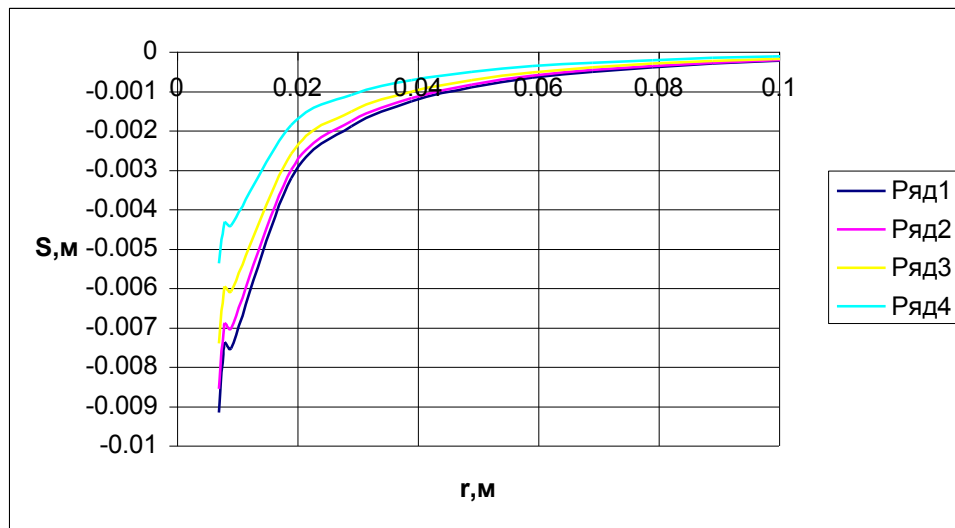


Рис. 3.2.9. Зависимости осадки основания от координаты (радиуса) при  $E = 10 \text{ МПа}$ ;  $\gamma = 18 \text{ кН/м}^3$ ;  $f = 50 \text{ Гц}$ .  
 $1 - \nu = 0,27$ ,  $2 - \nu = 0,3$ ,  $3 - \nu = 0,35$ ,  $4 - \nu = 0,42$ .

Коэффициент Пуассона принимался равным 0,27 (крупнообломочные грунты), 0,3 (пески и супеси), 0,35 (суглинки) и 0,42 (глины).

Для полноты анализа решения, полученные для весомого полупространства, сравнивались с точным решением задачи Буссинеска, полученным для невесомого полупространства [33, 47, 49, 50]:

$$S(r) = \frac{(1 - \nu^2) \cdot Q}{\pi \cdot r} . \quad (3.2.9)$$

На рисунках 3.2.2...3.2.9 представлены графические зависимости «амплитудное значение осадки  $S$  – координата  $r$ » при различных значениях деформационных свойств основания и частот изменения сосредоточенной силы  $\varpi$  (в дальнейшем для простоты изложения словосочетание «амплитудное значение осадки» заменено термином «осадка»).

Анализ представленных них кривых позволил нам сделать такие выводы:

- осадки невесомого основания при прочих равных условиях и размеры осадочной воронки в плане всегда больше, чем это имеет место для весомого основания;
- осадки в точке приложения сосредоточенной силы имеют особенность;
- при прочих равных условиях чем меньше модуль упругости основания, тем больше величина осадки;
- при прочих равных условиях чем меньше коэффициент Пуассона основания, тем меньше величина осадки;
- при прочих равных условиях, чем выше частота изменения сосредоточенной силы, тем меньше величина осадки.

В целом был сделан вывод о том, что полученные нами результаты имеют полное совпадение с современными представлениями о физике процесса уплотнения грунтовых оснований.

### Расчетная схема грунтового основания в виде слоя конечной толщины.

Дальнейшие исследования были направлены на исследование напряженно – деформированного состояния несомого грунтового слоя конечной толщины [14, 15, 49, 50, 51]. Отличие этой задачи от рассмотренной ранее – наличие стоячих волн, которые возникают в результате многократного отражения волн расширения и искажения от дневной поверхности и основания слоя.

Задача исследований была сформулирована так. К верхней границе слоя конечной толщины, равной  $H$ , (рис. 3.2.10) приложена вертикальная сосредоточенная сила  $Q(t)$ , которая изменяется во времени по гармоническому закону.

Деформационные свойства основания характеризуются модулем упругости  $E$  и коэффициентом Пуассона  $\nu$  (этим характеристикам соответствуют упругие константы Ламе  $\lambda = \frac{\nu \cdot E}{(1 + \nu) \cdot (1 - 2 \cdot \nu)}$  и  $G = \frac{E}{2 \cdot (1 + \nu)}$ ).

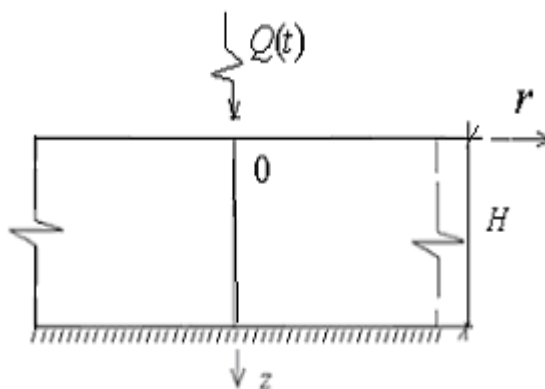


Рис. 3.2.10. К определению напряженно – деформированного состояния несомого упругого слоя конечной толщины.

Плотность основания равна  $\rho$ , а внешняя нагрузка -  $Q(t) = Q \cdot \cos(t)$  или  $Q(t) = Q \cdot \sin(t)$ . Процесс колебаний основания продолжается достаточно долго, в силу чего вполне можно пренебречь влиянием на процесс колебаний основания переходных процессов.

Требуется определить напряженно – деформированное состояние основания в точке с координатами  $(r, z)$  в любой момент времени  $t$ .

Для построения общего решения используем цилиндрическую систему координат с осевой симметрией и систему уравнений (2.2.3). В данном случае не имеет значения, по какому закону (т.е. синуса или косинуса) происходит изменение внешней нагрузки, поскольку при стационарном процессе колебаний в неводонасыщенном основании отсутствует сдвиг колебаний по фазе. Для определения функций  $\Phi^*$  и  $F^*$  используем третье и четвертое уравнения (2.2.3) и граничные условия (1.3.18) при этом учтем, что в данном случае основание неводонасыщенное (в этом случае поровое давление  $P$  равно нулю). Имеем:

$$\left. \begin{aligned} G \cdot \Delta F^* &= -\rho \cdot \omega^2 F^* \\ (\lambda + 2 \cdot G) \cdot \Delta \Phi^* &= -\rho \cdot \omega^2 \Phi^* \end{aligned} \right\} \text{ и} \quad (3.2.10)$$

$$\left. \begin{aligned} \sigma_{zz}^*(0, r) &= \frac{Q}{2 \cdot \pi \cdot r} \cdot \delta(r); \\ \tau_{rz}^*(0, r) &= 0; \\ U^*(H, r) &= 0; \\ W^*(H, r) &= 0; \\ U^*(z, \infty) &= 0; \\ W^*(z, \infty) &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (3.2.11)$$

где  $\varpi$  - частота изменения внешней нагрузки, а  $\delta(r)$  - дельта – функция Дирака [4, 12]. Решения (3.2.10) ищем в виде

$$\left. \begin{aligned} F^* &= \int_0^{\infty} J_0(\alpha \cdot r) \cdot F(\alpha, z) \cdot d\alpha \\ \Phi^* &= \int_0^{\infty} J_0(\alpha \cdot r) \cdot \Phi(\alpha, z) \cdot d\alpha \end{aligned} \right\}, \quad (3.2.12)$$

где  $\alpha$  - имеющая размерность  $\left[ \frac{1}{m} \right]$  константа разделения [23],  $J_0(\alpha \cdot r)$  - функция Бесселя первого рода с нулевым индексом [4], а  $F(\alpha, z)$  и  $\Phi(\alpha, z)$  подлежащие определению в ходе решения уравнений (3.2.10) и удовлетворения граничным условиям (3.2.11) функции координаты  $z$  и параметра  $\alpha$ . Подставим (3.2.12) в (3.2.10). Имеем:

$$\left. \begin{aligned} \frac{d^2}{dz^2} F(\alpha, z) + \left( \frac{\rho \cdot \varpi^2}{G} - \alpha^2 \right) \cdot F(\alpha, z) &= 0 \\ \frac{d^2}{dz^2} \Phi(\alpha, z) + \left( \frac{\rho \cdot \varpi^2}{\lambda + 2 \cdot G} - \alpha^2 \right) \cdot \Phi(\alpha, z) &= 0 \end{aligned} \right\}. \quad (3.2.13)$$

Второе равенство (3.2.13) имеет такие решения:

$$\begin{aligned} \Phi(\alpha, z) &= A_1(\alpha) \cdot sh(i \cdot \xi_1 \cdot z) + A_2(\alpha) \cdot ch(i \cdot \xi_1 \cdot z) \text{ при } \left( \frac{\rho \cdot \varpi^2}{\lambda + 2 \cdot G} - \alpha^2 \right) > 0; \\ \Phi(\alpha, z) &= A_1(\alpha) + A_2(\alpha) \cdot z \text{ при } \left( \frac{\rho \cdot \varpi^2}{\lambda + 2 \cdot G} - \alpha^2 \right) = 0; \end{aligned} \quad (3.2.14)$$



$$\Phi(\alpha, z) = A_1(\alpha) \cdot sh(\xi_1 \cdot z) + A_2(\alpha) \cdot ch(\xi_1 \cdot z) \text{ при } \left( \frac{\rho \cdot \varpi^2}{\lambda + 2 \cdot G} - \alpha^2 \right) < 0, \quad (3.2.14)$$

где  $i = \sqrt{-1}$ ,  $\xi_1 = \sqrt{\alpha^2 - \frac{\rho \cdot \varpi^2}{\lambda + 2 \cdot G}}$ ,  $sh(x)$  и  $ch(x)$  - соответственно

гиперболические синус и косинус [23], а  $A_1(\alpha)$ ,  $A_2(\alpha)$  - подлежащие определению путем удовлетворения граничным условиям (3.2.11) функции параметра  $\alpha$ .

Первое равенство (3.2.13) имеет такие решения:

$$F(\alpha, z) = A_3(\alpha) \cdot sh(i \cdot \xi_2 \cdot z) + A_4(\alpha) \cdot ch(i \cdot \xi_2 \cdot z) \text{ при } \left( \frac{\rho \cdot \varpi^2}{G} - \alpha^2 \right) > 0;$$

$$F(\alpha, z) = A_3(\alpha) + A_4(\alpha) \cdot z \text{ при } \left( \frac{\rho \cdot \varpi^2}{G} - \alpha^2 \right) = 0;$$

$$F(\alpha, z) = A_3(\alpha) \cdot sh(\xi_2 \cdot z) + A_4(\alpha) \cdot ch(\xi_2 \cdot z) \text{ при } \left( \frac{\rho \cdot \varpi^2}{G} - \alpha^2 \right) < 0, \quad (3.2.15)$$

где  $\xi_2 = \sqrt{\alpha^2 - \frac{\rho \cdot \varpi^2}{G}}$ , а  $A_3(\alpha)$ ,  $A_4(\alpha)$  - подлежащие определению путем удовлетворения граничным условиям (3.2.11) функции параметра  $\alpha$ .

Анализ (3.2.14) и (3.2.15) позволяет сделать вывод о том, что граничные условия (3.2.11) следует рассматривать для таких интервалов изменения параметра  $\alpha$ :

$$\begin{aligned} & - 0 \leq \alpha < a_1; \\ & - a_1 \leq \alpha \leq a_2 \\ & - \alpha > a_2, \end{aligned} \quad (3.2.16)$$

где  $a_1 = \sqrt{\frac{\rho \cdot \varpi^2}{\lambda + 2 \cdot G}}$  и  $a_2 = \sqrt{\frac{\rho \cdot \varpi^2}{G}}$ .

Осадку основания найдем по формулам (2.2.3). Имеем:

$$\left. \begin{aligned} S(r) &= -\frac{Q}{\pi} \cdot \int_0^{a_1} J_0(\alpha \cdot r) \cdot \frac{z_{i1}(\alpha)}{z_{n1}(\alpha)} \cdot d\alpha \quad \text{при } 0 \leq \alpha \leq a_1; \\ S(r) &= -\frac{Q}{\pi} \cdot \int_{a_1}^{a_2} J_0(\alpha \cdot r) \cdot \frac{z_{i2}(\alpha)}{z_{n2}(\alpha)} \cdot d\alpha \quad \text{при } a_1 \leq \alpha \leq a_2; \\ S(r) &= -\frac{Q}{\pi} \cdot \int_{a_2}^{\infty} J_0(\alpha \cdot r) \cdot \frac{z_{i3}(\alpha)}{z_{n3}(\alpha)} \cdot d\alpha \quad \text{при } \alpha \geq a_2. \end{aligned} \right\} \quad (3.2.17)$$

где

$$\begin{aligned} z_{i1} &= (-\sin(\xi_1 H + \xi_2 H) - \sin(\xi_1 H - \xi_2 H)) \alpha \xi_1^2 \xi_2^3 \\ &+ (-\sin(\xi_1 H + \xi_2 H) + \sin(\xi_1 H - \xi_2 H)) \alpha^3 \xi_1 \xi_2^2 \\ &+ (-\sin(\xi_1 H + \xi_2 H) - \sin(\xi_1 H - \xi_2 H)) \alpha^3 \xi_1^2 \xi_2 \\ &+ (-\sin(\xi_1 H + \xi_2 H) + \sin(\xi_1 H - \xi_2 H)) \alpha^5 \xi_1; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} z_{n1} &= \left( \left( -\frac{1}{2} \cos(\xi_1 H - \xi_2 H) - \frac{1}{2} \cos(\xi_1 H + \xi_2 H) \right) \xi_1^3 \right. \\ &+ \left( -\frac{1}{2} \cos(\xi_1 H - \xi_2 H) - \frac{1}{2} \cos(\xi_1 H + \xi_2 H) \right) \alpha^2 \xi_1 \xi_2^3 + \left( \right. \\ &\left. \frac{1}{2} \cos(\xi_1 H - \xi_2 H) - \frac{1}{2} \cos(\xi_1 H + \xi_2 H) \right) \alpha^2 \xi_1^2 \\ &+ \left( \frac{1}{2} \cos(\xi_1 H - \xi_2 H) - \frac{1}{2} \cos(\xi_1 H + \xi_2 H) \right) \alpha^4 \xi_2^2 + \left( \right. \\ &\left. \frac{1}{2} \cos(\xi_1 H + \xi_2 H) - 2 + \frac{1}{2} \cos(\xi_1 H - \xi_2 H) \right) \alpha^2 \xi_1^3 \\ &+ \left( \frac{1}{2} \cos(\xi_1 H + \xi_2 H) - 2 + \frac{1}{2} \cos(\xi_1 H - \xi_2 H) \right) \alpha^4 \xi_1 \xi_2 \\ &+ \left. \left( -\frac{1}{2} \cos(\xi_1 H - \xi_2 H) + \frac{1}{2} \cos(\xi_1 H + \xi_2 H) \right) \alpha^4 \xi_1^2 \right) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \left( -\frac{1}{2} \cos(\xi_1 H - \xi_2 H) + \frac{1}{2} \cos(\xi_1 H + \xi_2 H) \right) \alpha^6 \lambda + ( \\
& ((-\cos(\xi_1 H - \xi_2 H) - \cos(\xi_1 H + \xi_2 H)) \xi_1^3 - 2\alpha^2 \xi_1) \xi_2^3 \\
& + (-3 \cos(\xi_1 H + \xi_2 H) + 3 \cos(\xi_1 H - \xi_2 H)) \alpha^2 \xi_1^2 \xi_2^2 + ( \\
& (\cos(\xi_1 H - \xi_2 H) - 4 + \cos(\xi_1 H + \xi_2 H)) \alpha^2 \xi_1^3 \\
& + (-2 \cos(\xi_1 H - \xi_2 H) - 2 \cos(\xi_1 H + \xi_2 H) + 2) \alpha^4 \xi_1) \xi_2 \\
& + (-\cos(\xi_1 H - \xi_2 H) + \cos(\xi_1 H + \xi_2 H)) \alpha^4 \xi_1^2) G;
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
z_{i_2} &= (2\alpha \xi_2^3 \xi_1^2 \cos(\xi_2 H) + 2\alpha^3 \xi_1 \sin(\xi_2 H) \xi_2^2 + 2\alpha^3 \xi_2 \xi_1^2 \cos(\xi_2 H) \\
& + 2\alpha^5 \xi_1 \sin(\xi_2 H)) z_1^2 - 2\alpha \xi_2^3 \xi_1^2 \cos(\xi_2 H) + 2\alpha^3 \xi_2^2 \xi_1 \sin(\xi_2 H) \\
& - 2\alpha^3 \xi_2 \xi_1^2 \cos(\xi_2 H) + 2\alpha^5 \xi_1 \sin(\xi_2 H);
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
z_{n_2} &= ((\alpha^2 \xi_1^3 \cos(\xi_2 H) - \alpha^4 \xi_1 \cos(\xi_2 H)) \xi_2 \\
& + (-\alpha^2 \xi_1^2 \sin(\xi_2 H) + \alpha^4 \sin(\xi_2 H)) \xi_2^2 + \alpha^4 \xi_1^2 \sin(\xi_2 H) \\
& + (-\xi_1^3 \cos(\xi_2 H) + \alpha^2 \xi_1 \cos(\xi_2 H)) \xi_2^3 - \alpha^6 \sin(\xi_2 H)) \lambda + ( \\
& - 2\xi_2^3 \xi_1^3 \cos(\xi_2 H) + (2\alpha^2 \xi_1^3 \cos(\xi_2 H) + 4\alpha^4 \xi_1 \cos(\xi_2 H)) \xi_2 \\
& - 6\alpha^2 \xi_2^2 \xi_1^2 \sin(\xi_2 H) + 2\alpha^4 \xi_1^2 \sin(\xi_2 H) G) z_1^2 + ( \\
& (-4\alpha^2 \xi_1^3 + 4\alpha^4 \xi_1) \xi_2 \lambda + ((-8\alpha^2 \xi_1^3 - 4\alpha^4 \xi_1) \xi_2 + 4\alpha^2 \xi_1 \xi_2^3) G) \\
& z_1 + ((-\xi_1^3 \cos(\xi_2 H) + \alpha^2 \xi_1 \cos(\xi_2 H)) \xi_2^3 + \sin(\xi_2 H) \alpha^6 \\
& + (\alpha^2 \xi_1^2 \sin(\xi_2 H) - \alpha^4 \sin(\xi_2 H)) \xi_2^2 - \alpha^4 \xi_1^2 \sin(\xi_2 H) \\
& + (\alpha^2 \xi_1^3 \cos(\xi_2 H) - \alpha^4 \xi_1 \cos(\xi_2 H)) \xi_2) \lambda + (-2\xi_1^3 \xi_2^3 \cos(\xi_2 H) \\
& + (2\alpha^2 \xi_1^3 \cos(\xi_2 H) + 4\alpha^4 \xi_1 \cos(\xi_2 H)) \xi_2 + 6\alpha^2 \xi_2^2 \xi_1^2 \sin(\xi_2 H) \\
& - 2\alpha^4 \xi_1^2 \sin(\xi_2 H)) G;
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
z_{i_3} &= ((-2\alpha \xi_2^3 \xi_1^2 + 2\alpha^3 \xi_1 \xi_2^2 + 2\alpha^3 \xi_2 \xi_1^2 - 2\alpha^5 \xi_1) z_1^2 + 2\alpha \xi_2^3 \xi_1^2 \\
& + 2\alpha^3 \xi_2^2 \xi_1 - 2\alpha^3 \xi_2 \xi_1^2 - 2\alpha^5 \xi_1) z_2^2
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + (-2\alpha\xi_2^3\xi_1^2 - 2\alpha^3\xi_1\xi_2^2 + 2\alpha^3\xi_2\xi_1^2 + 2\alpha^5\xi_1)z_1^2 + 2\alpha\xi_2^3\xi_1^2 \\
& - 2\alpha^3\xi_2^2\xi_1 - 2\alpha^3\xi_2\xi_1^2 + 2\alpha^5\xi_1; \\
zn_3 = & (((\lambda + 2G)\xi_1^3 - \lambda\alpha^2\xi_1)\xi_2^3 \\
& + ((\lambda + 2G)\alpha^2\xi_1^3 + (4G - \lambda)\alpha^4\xi_1)\xi_2 - \alpha^6\lambda + ( \\
& ((\lambda + 2G)\alpha^2\xi_1^3 - (4G - \lambda)\alpha^4\xi_1)\xi_2 \\
& + ((-\lambda - 6G)\alpha^2\xi_1^3 + \lambda\alpha^4)\xi_2^2 + (-2G - \lambda)\alpha^4\xi_1^2 \\
& + ((\lambda + 2G)\xi_1^3 - \lambda\alpha^2\xi_1)\xi_2^3 + \alpha^6\lambda)z_1^2 \\
& + ((\lambda + 6G)\alpha^2\xi_1^2 - \lambda\alpha^4)\xi_2^2 + (2G + \lambda)\alpha^4\xi_1^2)z_2^2 + \\
& (-8G\alpha^2\xi_1\xi_2^3 + ((-8\lambda - 16G)\alpha^2\xi_1^3 + (8\lambda - 8G)\alpha^4\xi_1)\xi_2)z_2z_1 \\
& (((\lambda + 2G)\alpha^2\xi_1^3 + (4G - \lambda)\alpha^4\xi_1)\xi_2 \\
& + ((\lambda + 6G)\alpha^2\xi_1^2 - \lambda\alpha^4)\xi_2^2 + (2G + \lambda)\alpha^4\xi_1^2 \\
& + ((\lambda + 2G)\xi_1^3 - \lambda\alpha^2\xi_1)\xi_2^3 + \alpha^6\lambda)z_1^2 \\
& ((\lambda + 2G)\alpha^2\xi_1^3 + (4G - \lambda)\alpha^4\xi_1)\xi_2 \\
& + ((\lambda + 2G)\xi_1^3 - \lambda\alpha^2\xi_1)\xi_2^3 + ((-\lambda - 6G)\alpha^2\xi_1^2 + \lambda\alpha^4)\xi_2^2 + \alpha^6\lambda \\
& (-2G - \lambda)\alpha^4\xi_1^2; \\
z_1 = & e^{(-\xi_1 H)}; \\
z_2 = & e^{(-\xi_2 H)}.
\end{aligned}$$

Несобственные интегралы (3.2.17) имеют разрывы второго рода. В этой связи они вычислялись в смысле главного значения [23]. Для вычисления был использован метод трапеций [11, 23]. При этом интервал изменения параметра  $\alpha$  был принят равным  $0 \leq \alpha \leq 100000$ .

В ходе вычисления интеграла (3.2.8) возникли трудности, обусловленные большими значениями числителя и знаменателя, которые

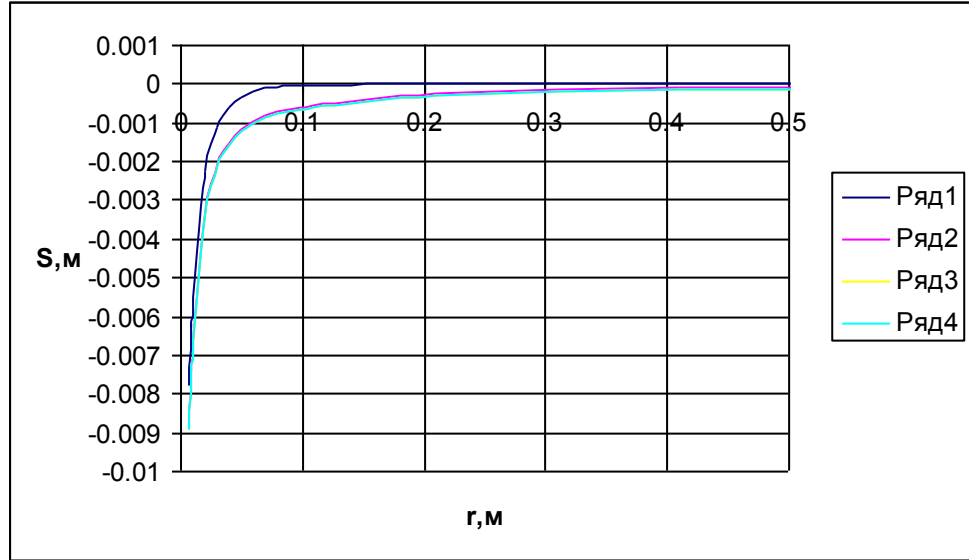


Рис. 3.2.11. Зависимости осадки дневной поверхности основания от радиуса при  $f=5$  Гц;  $\gamma = 18$  кН/м<sup>3</sup>;  $E = 10$  МПа;  $\nu = 0,3$ .  
1 – толщина слоя  $H=0,05$  м; 2 – то же,  $H=1,0$  м; 3 – то же,  $H=3,0$  м; 4 – то же,  $H=\infty$  (полупространство).

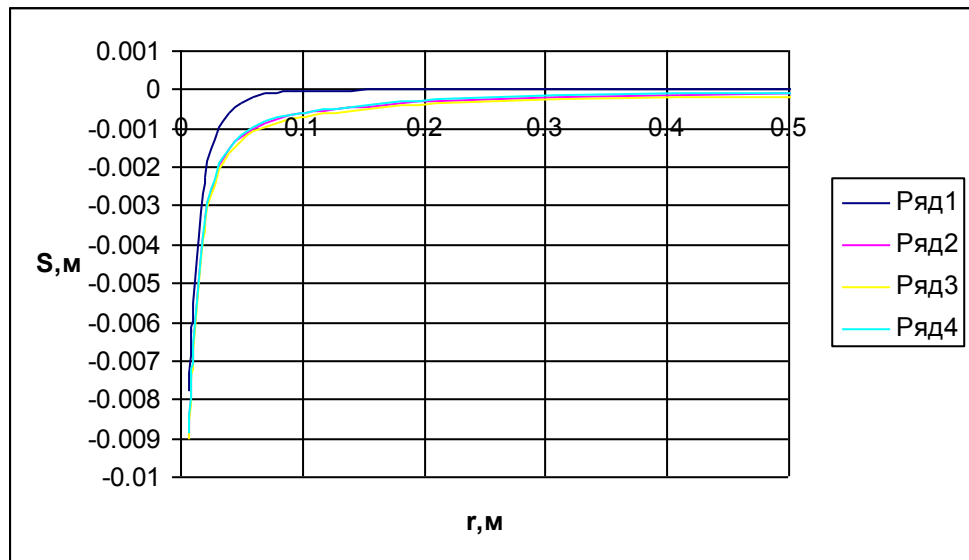


Рис. 3.2.12. Зависимости осадки дневной поверхности основания от радиуса при  $f=10$  Гц;  $\gamma = 18$  кН/м<sup>3</sup>;  $E = 10$  МПа;  $\nu = 0,3$ .  
1 – толщина слоя  $H=0,05$  м; 2 – то же,  $H=1,0$  м; 3 – то же,  $H=3,0$  м; 4 – то же,  $H=\infty$  (полупространство).

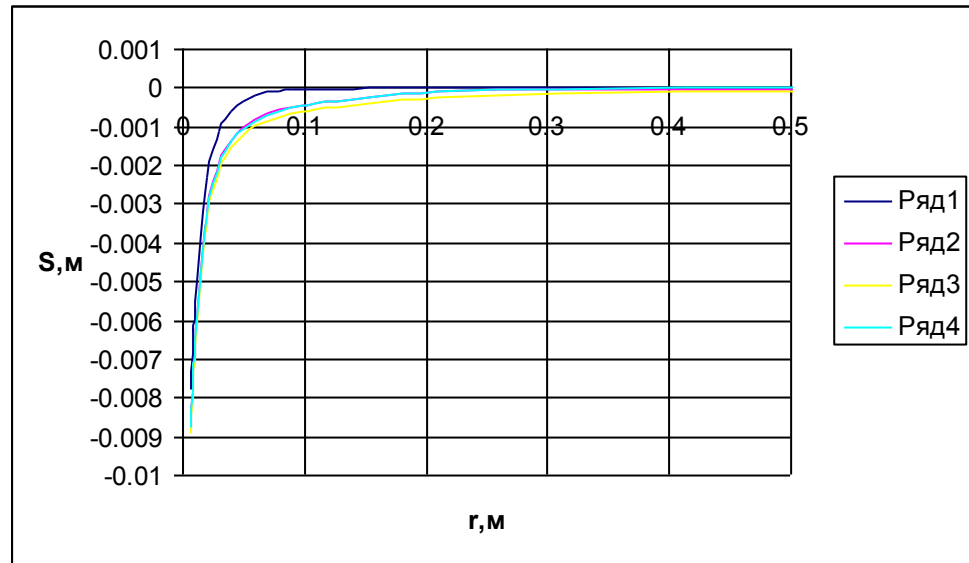


Рис. 3.2.13. Зависимости осадки дневной поверхности основания от радиуса при  $f=25$  Гц;  $\gamma = 18$  кН/м<sup>3</sup>;  $E = 10$  МПа;  $\nu = 0,3$ .

1 – толщина слоя  $H=0,05$  м; 2 – то же,  $H=1,0$  м; 3 – то же,  $H=3,0$  м; 4 – то же,  $H=\infty$  (полупространство).

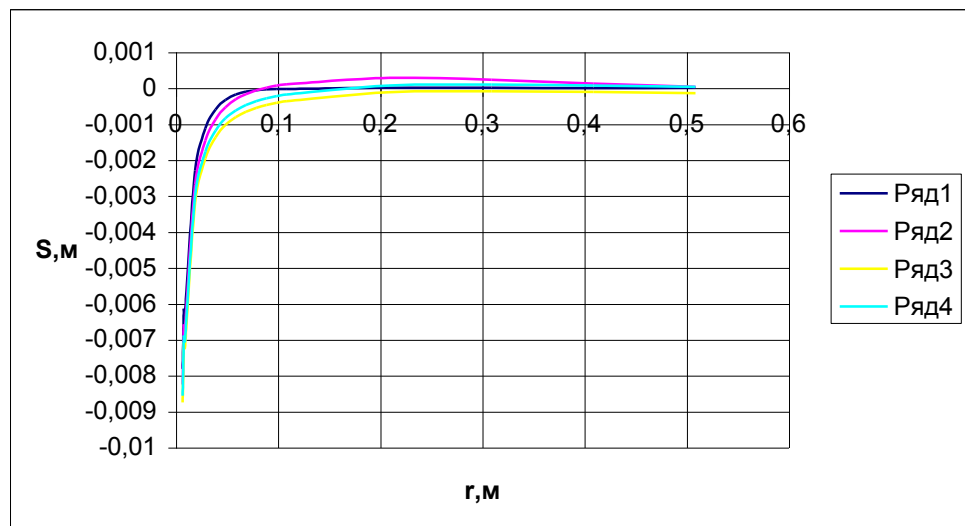


Рис. 3.2.14. Зависимости осадки дневной поверхности основания от радиуса при  $f=50$  Гц;  $\gamma = 18$  кН/м<sup>3</sup>;  $E = 10$  МПа;  $\nu = 0,3$ .

1 – толщина слоя  $H=0,05$  м; 2 – то же,  $H=1,0$  м; 3 – то же,  $H=3,0$  м; 4 – то же,  $H=\infty$  (полупространство).

приводили к переполнению памяти компьютера. В этой связи для расчета осадок была использована адаптирующаяся программа, которая «следила» за порядком чисел и корректировала значения числителя и знаменателя путем умножения каждого из их слагаемых на некоторое одинаковое число. Это число изменялось по мере надобности в зависимости от значения числителя и знаменателя.

При проведении численного эксперимента нами варьировались толщина грунтового слоя.

Толщины грунтовых слоев принимались равными 0,05 м (толщина бетонной подготовки), 1,0 м (толщина гравийной или песчаной подготовки), 3,0 м (толщина грунтовой подушки) и  $\infty$  (схема полупространства).

Во всех случаях значение силы  $Q$  принималось равным 1 кН (единичная сила). При этом частота ее изменения во времени  $f$  принималась равной 5, 10, 15, 25 и 50 Гц.

На рисунках 3.2.11...3.2.14 представлены графические зависимости «осадка  $S$  – координата  $r$ » при различных значениях толщин грунтового слоя  $H$  и частот изменения сосредоточенной силы  $f$ .

Анализ представленных на них кривых позволил нам сделать такие выводы:

- величины осадок основания и размеры осадочной воронки в плане тем меньше, чем меньше толщина грунтового слоя  $H$ ;
- осадки в точке приложения сосредоточенной силы имеют особенность;
- при прочих равных условиях, чем выше частота изменения сосредоточенной силы, тем меньше величина осадки;
- начиная с толщины грунтового слоя  $H = 3,0$  м, осадки, рассчитанные в рамках схем слоя конечной толщины и полупространства различаются незначительно.

В целом сделан вывод о том, что в ходе исследования напряженно – деформированного состояния водонасыщенного основания нет необходимости рассматривать схему слоя конечной толщины (см. последний вывод).

### 3.3. Вертикальная сосредоточенная сила, приложенная к верхней границе упругого весомого водонасыщенного полупространства

Настоящий раздел посвящен исследованию напряженно – деформированного состояния грунтового основания в условиях пространственной задачи. Задача исследований была сформулирована так.

К верхней границе весомого водонасыщенного полупространства (рис. 3.3.1) приложена вертикальная сосредоточенная сила  $Q(t)$ , которая изменяется во времени по гармоническому закону.

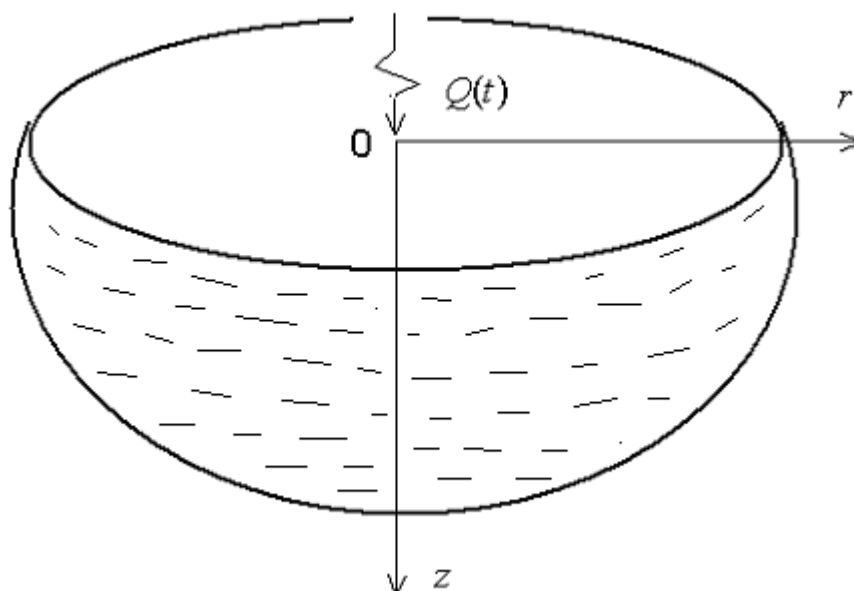


Рис. 3.3.1. К определению напряженно – деформированного состояния весомого упругого водонасыщенного полупространства.



Деформационные свойства основания характеризуются модулем упругости  $E$  и коэффициентом Пуассона  $\nu$  (этим характеристикам соответствуют упругие константы Ламе  $\lambda = \frac{\nu \cdot E}{(1+\nu) \cdot (1-2 \cdot \nu)}$  и  $G = \frac{E}{2 \cdot (1+\nu)}$ ), а реологические – коэффициентом пространственной консолидации  $C_v = \frac{(3 \cdot \lambda + 2 \cdot G) \cdot C_k}{3 \cdot (\lambda + 2 \cdot G)}$ . Здесь  $C_k = \frac{(\lambda + 2 \cdot G) \cdot K_f}{\gamma_w}$  – коэффициент консолидации при компрессии,  $K_f$  – коэффициент фильтрации,  $\gamma_w$  – удельный вес воды.

Плотность основания равна  $\rho$ , а внешняя нагрузка -  $Q(t) = Q \cdot e^{-i \cdot \varpi \cdot t}$ .

Процесс колебаний основания продолжается достаточно долго, в силу чего вполне можно пренебречь влиянием на процесс колебаний основания переходных процессов.

Требуется определить напряженно – деформированное состояние основания в точке с координатами  $(r, z)$  в любой момент времени  $t$ .

Для построения общего решения используем цилиндрическую систему координат с осевой симметрией и систему уравнений (2.2.2). Для определения функций  $F^*$  и  $\Phi^*$  используем третье, четвертое и пятое уравнения (2.2.2) и граничные условия (1.3.18). При этом положим коэффициент  $\beta=1$  (это идентично утверждению о том, что поровое давление полностью передается на грунтовый скелет). Имеем:

$$\left. \begin{aligned} G \cdot \Delta F^* &= -\rho \cdot \varpi^2 F^* ; \\ \Delta \left( 3 \cdot c_V \cdot \frac{\lambda + 2 \cdot G}{3 \cdot \lambda + 2 \cdot G} \Delta \Phi^* + \frac{3 \rho \cdot c_V \cdot \varpi^2}{3 \cdot \lambda + 2 \cdot G} \cdot \Phi^* - i \cdot \varpi \cdot \Phi^* \right) &= 0 ; \\ P^* &= -\rho \cdot \varpi^2 \Phi^* - (\lambda + 2 \cdot G) \cdot \Delta \Phi^* ; \end{aligned} \right\} \quad (3.3.1)$$

$$\left. \begin{aligned}
 & \text{и} \\
 & \sigma_{zz}(0, r) = \frac{Q}{2 \cdot \pi \cdot r} \cdot \delta(r); \\
 & \tau_{rz} = 0; \\
 & P(0, r) = 0; \\
 & U(z, \infty) = 0; \\
 & W(z, \infty) = 0.
 \end{aligned} \right\}, \quad (3.3.3)$$

где  $\varpi^2$  - частота изменения внешней нагрузки, а  $\delta(r)$  - дельта – функция Дирака [4]. Решения (3.3.1) ищем в виде

$$\left. \begin{aligned}
 F^* &= \int_a^\infty J_0(\alpha \cdot r) \cdot F(\alpha, z) \cdot d\alpha \\
 \Phi^* &= \int_a^\infty J_0(\alpha \cdot r) \cdot \Phi(\alpha, z) \cdot d\alpha
 \end{aligned} \right\}, \quad (3.3.3)$$

где  $\alpha$  - имеющая размерность  $\left[ \frac{1}{m} \right]$  константа разделения [23],  $J_0(\alpha \cdot r)$  - функция Бесселя первого рода с нулевым индексом [3], а  $F(\alpha, z)$  и  $\Phi(\alpha, z)$  подлежащие определению в ходе решения уравнений (3.3.1) и удовлетворения граничным условиям (3.3.3) функции координаты  $z$  и параметра  $\alpha$ , а – подлежащая определению константа. Подставим (3.3.3) в (3.3.1). Имеем:

$$\left. \begin{aligned}
 & \frac{d^2}{dz^2} F(\alpha, z) + \left( \frac{\rho \cdot \varpi^2}{G} - \alpha^2 \right) \cdot F(\alpha, z) = 0 \\
 & \left( \frac{d^2}{dz^2} - \alpha^2 \right) \cdot \left[ \frac{d^2}{dz^2} \Phi(\alpha, z) + \left( \frac{\rho \cdot \varpi^2}{\lambda + 2 \cdot G} - \alpha^2 - i \frac{\rho \cdot \varpi^2}{\lambda + 2 \cdot G} \right) \cdot \Phi(\alpha, z) \right] = 0
 \end{aligned} \right\} \quad (3.3.4)$$

Принципу излучения (см. раздел 3.2) удовлетворяют такие решения:

$$\left. \begin{aligned}
 \Phi(\alpha, z) &= A_1(\alpha) \cdot e^{-\xi_1 \cdot z} \cdot [\cos(\xi_2 \cdot z) - \\
 & i \cdot \sin(\xi_2 \cdot z)] + A_2(\alpha) \cdot e^{-z \cdot \alpha}; \\
 F(\alpha, z) &= A_3(\alpha) \cdot e^{-\xi_3 \cdot z}; \\
 \xi_1 &= \frac{\sqrt{2 \cdot \sqrt{z_{15}^2} \cdot K_f^2 + (a_k \cdot \omega \cdot \gamma_w)^2} + 2 \cdot z_{15}}{a_k}; \\
 \xi_2 &= \frac{\sqrt{2 \cdot \sqrt{z_{15}^2} \cdot K_f^2 + (a_k \cdot \omega \cdot \gamma_w)^2} - 2 \cdot z_{15}}{a_k}; \\
 \xi_3 &= \sqrt{\alpha^2 - \frac{\rho \cdot \varpi^2}{G}}; \\
 z_{15} &= a_k^2 \cdot \alpha^2 - a_k \cdot \rho \cdot \varpi^2; \\
 a_k &= \lambda + 2 \cdot G; \\
 \alpha &\geq \sqrt{\frac{\rho \cdot \varpi^2}{G}}.
 \end{aligned} \right\}, \quad (3.3.5)$$

где  $i = \sqrt{-1}$ , а  $A_1(\alpha), \dots, A_3(\alpha)$  - подлежащие определению путем удовлетворения граничным условиям (3.3.3) функции параметра  $\alpha$ .

Осадку основания найдем по формулам (2.2.2). Имеем:

$$S(r) = S \operatorname{Re}(r) + i \cdot S \operatorname{Im}(r) = \int_{a_2}^{\infty} (S \operatorname{Re}(\alpha) + i \cdot S \operatorname{Im}(\alpha)) \cdot J_0(\alpha \cdot r) \cdot d\alpha \quad (3.3.6)$$

$$\begin{aligned}
S \operatorname{Re} &= -2 \cdot (z_{i_1} \cdot z_{i_2} + z_{i_3} \cdot z_{i_4}) \cdot Q \cdot \alpha / (\pi \cdot z_n); \\
S \operatorname{Im} &= -2 \cdot (z_{i_3} \cdot z_{i_2} - z_{i_1} \cdot z_{i_4}) \cdot Q \cdot \alpha / (\pi \cdot z_n); \\
z_n &= z_{i_2}^2 + z_{i_4}^2; \\
z_{i_1} &= z_{13} \cdot ak - \rho \cdot \varpi^2 \cdot \xi_3^2 \cdot \alpha + \rho \cdot \varpi^2 \cdot z_{14}; \\
z_{i_2} &= z_{11} \cdot ak + z_5 \cdot \rho \cdot G \cdot \varpi^2 \cdot \xi_3; \\
z_{i_3} &= -2 \cdot \alpha \cdot z_2 \cdot \xi_1 \cdot \xi_2 \cdot ak + \varpi^2 \cdot z_2 \cdot \rho \cdot \xi_2; \\
z_{i_4} &= z_4 \cdot \xi_1 \cdot \xi_2 \cdot ak + 4 \cdot G \cdot \xi_3 \cdot \rho \cdot \varpi^2 \cdot \xi_2 \cdot \alpha^2; \\
z_1 &= \xi_1^2 + \xi_2^2; \\
z_2 &= \alpha^2 + \xi_3^2; \\
z_3 &= -\rho \cdot \varpi^2 + 2 \cdot G \cdot \alpha^2; \\
z_4 &= 2 \cdot z_3 \cdot \xi_3^2 - 8 \cdot G \cdot \xi_3 \cdot \alpha^2 - 2 \cdot \varpi^2 \cdot \alpha^2 \cdot \rho + 4 \cdot G \cdot \alpha^4; \\
z_5 &= -4 \cdot \alpha^3 + 4 \cdot \xi_1 \cdot \alpha^2; \\
z_6 &= -z_7 = -\varpi^2 \cdot \alpha^2 \cdot \rho + 2 \cdot G \cdot \alpha^4; \\
z_8 &= 4 \cdot G \cdot \alpha^5 + G \cdot (-4 \cdot \xi_1^2 + 4 \cdot \xi_2^2) \cdot \alpha^3; \\
z_9 &= z_6 / \alpha^2; \\
z_{10} &= z_9 \cdot \xi_2^2 + z_3 \cdot \xi_1^2 - 2 \cdot G \cdot \alpha^4 \cdot \rho + \varpi^2 \cdot \alpha^2 \cdot \rho; \\
z_{11} &= z_{10} \cdot \xi_3^2 + z_8 \cdot \xi_3 + z_7 \cdot \xi_2^2 + \varpi^2 \cdot \alpha^4 \cdot \rho - \\
& z_6 \cdot \xi_1^2 - 2 \cdot G \cdot \alpha^6; \\
z_{12} &= \xi_3^2 + \xi_1^2 - \xi_1^2; \\
z_{13} &= -\alpha^5 + z_1 \cdot \xi_3^2 + z_{12} \cdot \alpha^3; \\
z_{14} &= z_2 \cdot \xi_1 + \alpha^3;
\end{aligned} \tag{3.3.6}$$

$$\left. \begin{aligned} a_1 &= \sqrt{\frac{\rho \cdot \varpi^2}{G}}; \\ a_2 &= \sqrt{\frac{\rho \cdot \varpi^2}{\lambda + 2 \cdot G}} \end{aligned} \right\}, \quad (3.3.6)$$

где  $S \operatorname{Re}(r)$  и  $S \operatorname{Im}(r)$  - соответственно действительная и мнимая части амплитуды осадки.

Несобственные интегралы (3.3.6) имеют разрывы второго рода. В этой связи они вычислялись в смысле главного значения [23]. Для вычисления был использован метод трапеций [11, 23]. При этом интервал изменения параметра  $\alpha$  был принят равным  $a_2 \leq \alpha \leq 100000$ .

В ходе вычисления интегралов (3.3.6) возникли трудности, обусловленные большими значениями числителя и знаменателя, которые приводили к переполнению памяти компьютера. В этой связи для расчета осадок была использована адаптирующаяся программа, которая «следила» за порядком чисел и корректировала значения числителя и знаменателя путем умножения каждого из их слагаемых на некоторое одинаковое число. Это число автоматически изменялось по мере надобности в зависимости от значения числителя и знаменателя.

При проведении численного эксперимента нами преследовалась цель выявить закономерности уплотнения водонасыщенного основания. Варьировались значения коэффициента фильтрации.

Во всех случаях значение сосредоточенной силы  $Q$  принималось равным 1 кН (единичная сила). При этом частота ее изменения  $f$  принималась равной 5, 10, 15, 25 и 50 Гц.

Модуль упругости основания принимался равным 10 МПа, удельный вес  $\gamma = 18 \text{ кН/м}^3$ , а коэффициент Пуассона 0,3.



Рис. 3.3.2. Зависимости действительной части осадки от координаты при  $f=5$  Гц.

1 –  $K_f=0,01$  м/с; 2 –  $K_f=0,001$  м/с; 3 –  $K_f=0,0001$  м/с; 4 –  $K_f=0,00001$  м/с; 5 –  $K_f=0,000001$  м/с.

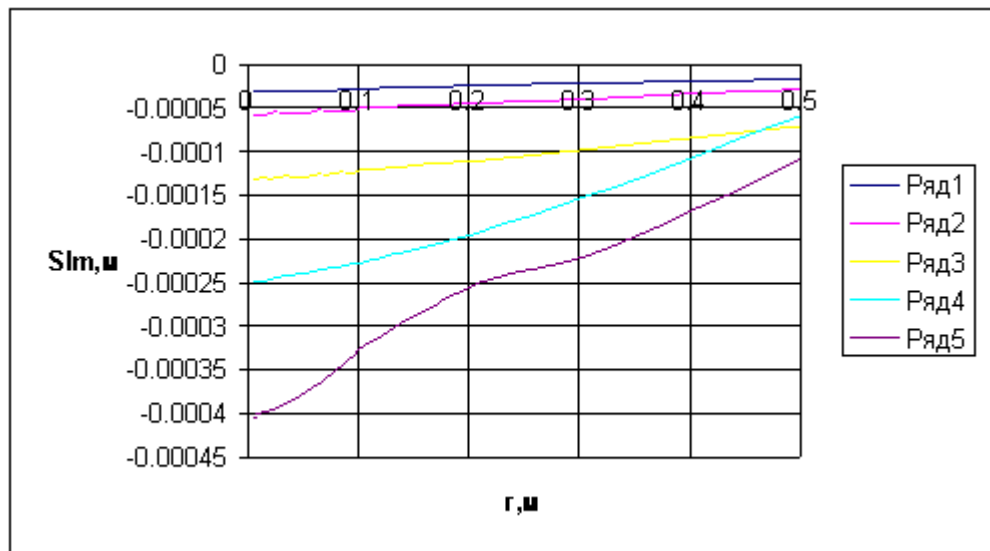


Рис. 3.3.3. Зависимости мнимой части осадки от координаты при  $f=5$  Гц.

1 –  $K_f=0,01$  м/с; 2 –  $K_f=0,001$  м/с; 3 –  $K_f=0,0001$  м/с; 4 –  $K_f=0,00001$  м/с; 5 –  $K_f=0,000001$  м/с.

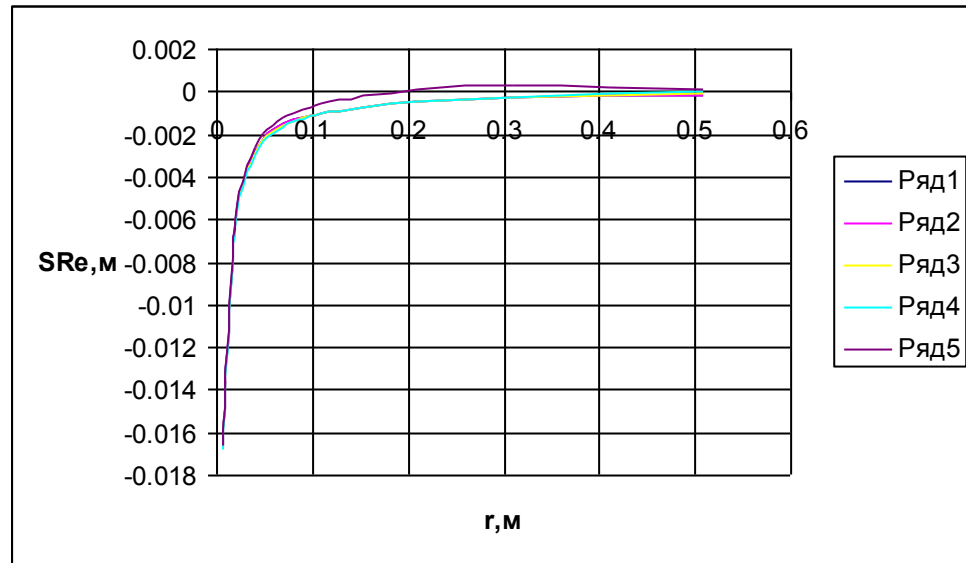


Рис. 3.3.4. Зависимости действительной части осадки от координаты при  $f = 10$  Гц.

1 –  $K_f = 0,01$  м/с; 2 –  $K_f = 0,001$  м/с; 3 –  $K_f = 0,0001$  м/с; 4 –  $K_f = 0,00001$  м/с; 5 –  $K_f = 0,000001$  м/с.

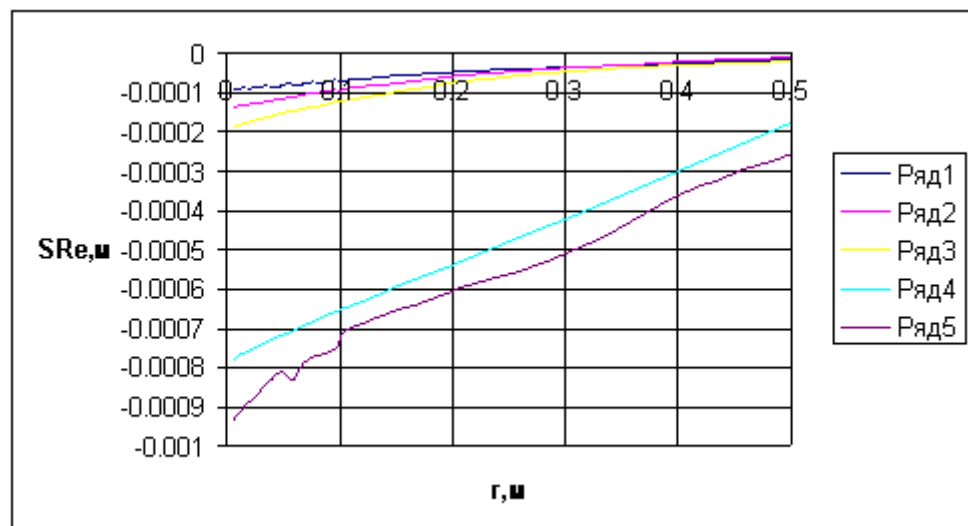


Рис. 3.3.5. Зависимости мнимой части осадки от координаты при  $f = 10$  Гц.

1 –  $K_f = 0,01$  м/с; 2 –  $K_f = 0,001$  м/с; 3 –  $K_f = 0,0001$  м/с; 4 –  $K_f = 0,00001$  м/с; 5 –  $K_f = 0,000001$  м/с.

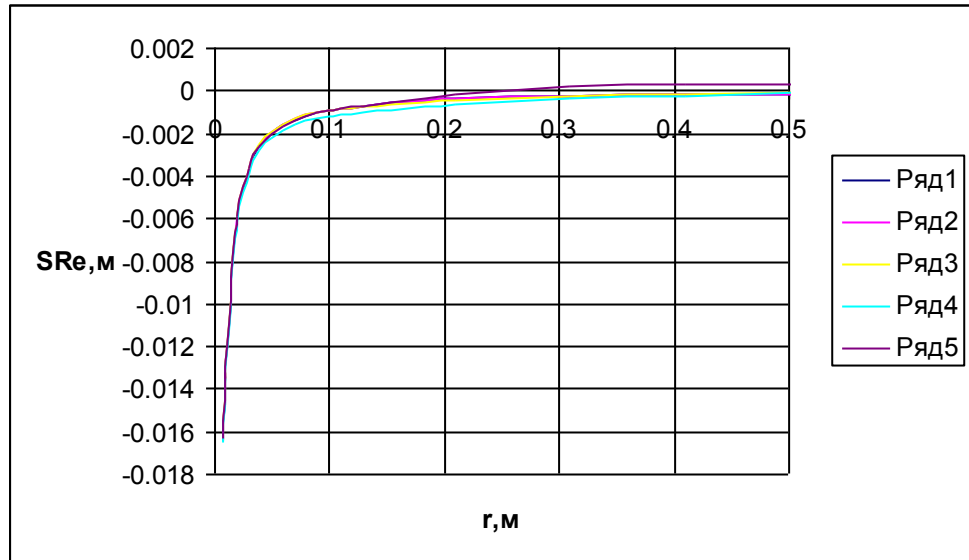


Рис. 3.3.6. Зависимости действительной части осадки от координаты при  $f = 15$  Гц.

1 –  $K_f = 0,01$  м/с; 2 –  $K_f = 0,001$  м/с; 3 –  $K_f = 0,0001$  м/с; 4 –  $K_f = 0,00001$  м/с; 5 –  $K_f = 0,000001$  м/с.

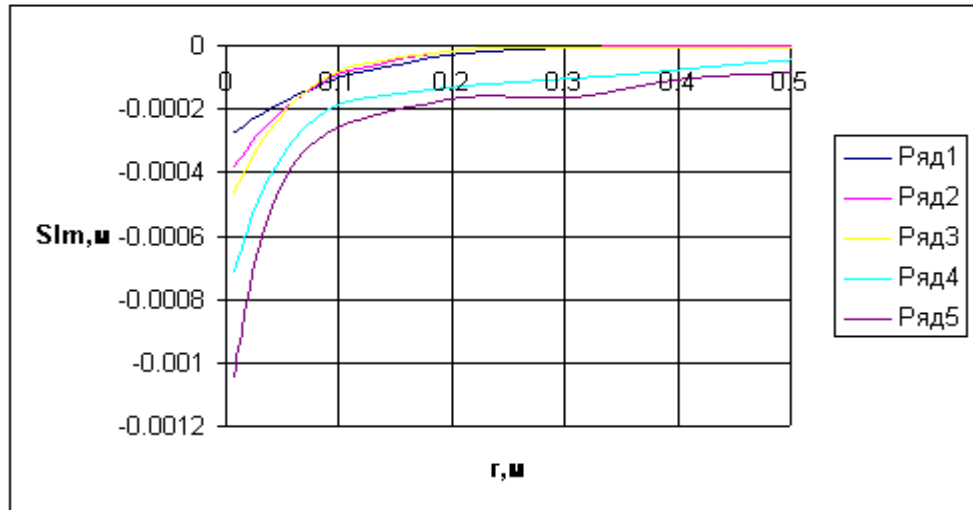


Рис. 3.3.7. Зависимости мнимой части осадки от координаты при  $f = 15$  Гц.

1 –  $K_f = 0,01$  м/с; 2 –  $K_f = 0,001$  м/с; 3 –  $K_f = 0,0001$  м/с; 4 –  $K_f = 0,00001$  м/с; 5 –  $K_f = 0,000001$  м/с.



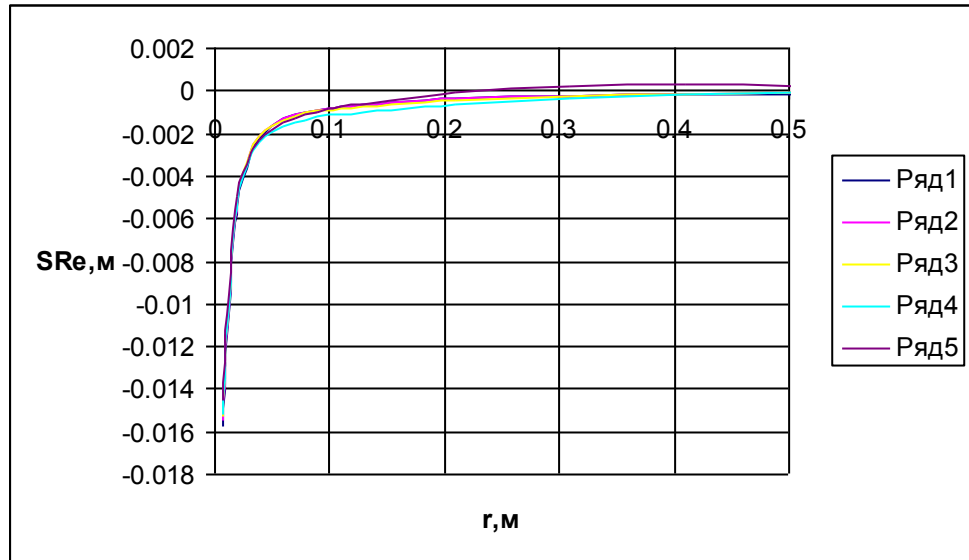


Рис. 3.3.8. Зависимости действительной части осадки от координаты при  $f=25$  Гц.

1 –  $K_f=0,01$  м/с; 2 –  $K_f=0,001$  м/с; 3 –  $K_f=0,0001$  м/с; 4 –  $K_f=0,00001$  м/с; 5 –  $K_f=0,000001$  м/с.

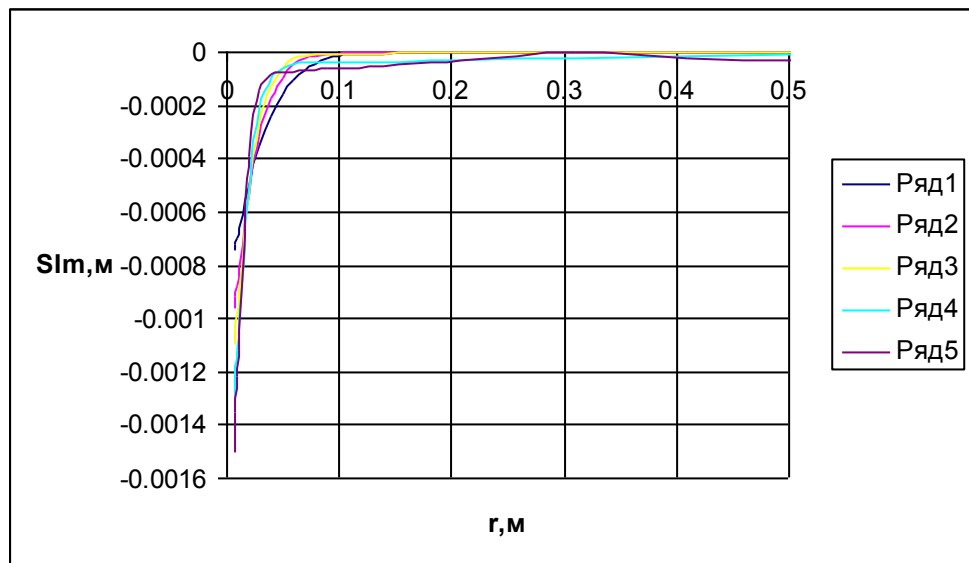


Рис. 3.3.9. Зависимости мнимой части осадки от координаты при  $f=25$  Гц.

1 –  $K_f=0,01$  м/с; 2 –  $K_f=0,001$  м/с; 3 –  $K_f=0,0001$  м/с; 4 –  $K_f=0,00001$  м/с; 5 –  $K_f=0,000001$  м/с.

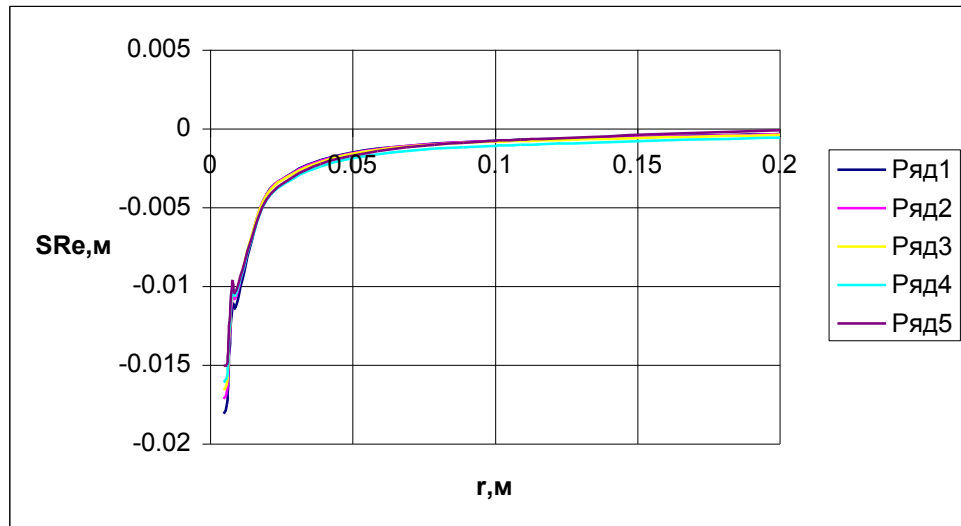


Рис. 3.3.10. Зависимости действительной части осадки от координаты при  $f = 50$  Гц.

1 –  $K_f = 0,01$  м/с; 2 –  $K_f = 0,001$  м/с; 3 –  $K_f = 0,0001$  м/с; 4 –  $K_f = 0,00001$  м/с; 5 –  $K_f = 0,000001$  м/с.

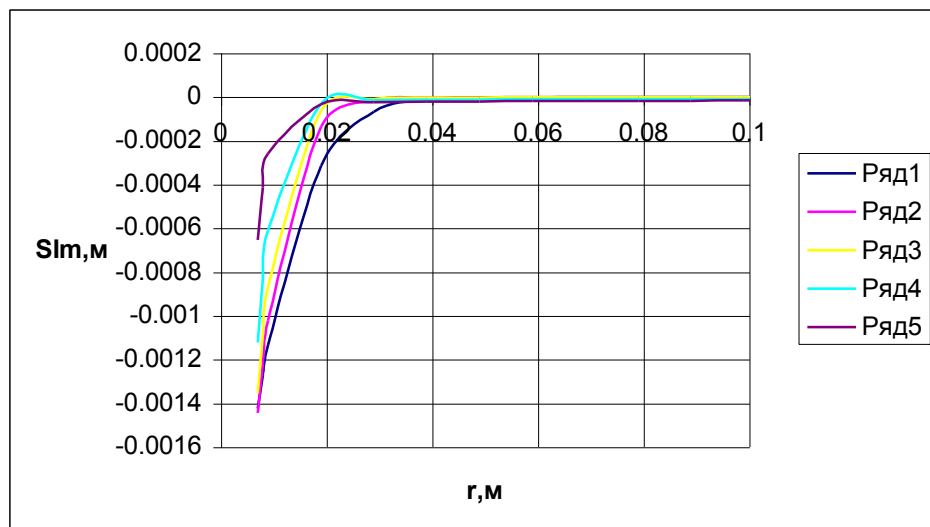


Рис. 3.3.11. Зависимости мнимой части осадки от координаты при  $f = 50$  Гц.

1 –  $K_f = 0,01$  м/с; 2 –  $K_f = 0,001$  м/с; 3 –  $K_f = 0,0001$  м/с; 4 –  $K_f = 0,00001$  м/с; 5 –  $K_f = 0,000001$  м/с.

На рисунках 3.3.2...3.2.11 представлены графические зависимости «осадка – координата  $r$ » при различных значениях коэффициента фильтрации основания  $K_f$ . Рассмотрены действительная  $S \operatorname{Re}(r)$  и мнимая  $S \operatorname{Im}(r)$  составляющие компоненты осадки.

Анализ представленных на них кривых позволил нам сделать такие выводы:

- осадки в точке приложения сосредоточенной силы имеют особенность;
- при увеличении радиуса мнимая часть осадки затухает медленнее, чем действительная;
- при малых значениях коэффициента фильтрации и высоких частотах мнимая часть осадки осциллирует.

Далее нами было рассмотрено соотношение между действительной и мнимой частями осадки основания в зависимости от частоты изменения внешней нагрузки и коэффициента фильтрации основания. Для этой цели по квадратичной норме [52] определялись расстояния от оси абсцисс до кривых  $S \operatorname{Re}(r)$  и  $S \operatorname{Im}(r)$ , а затем по формуле

$$\delta = \frac{\Delta \operatorname{Re}}{\Delta \operatorname{Im}} \cdot 100\% \quad (3.3.7)$$

определялось относительное расстояние  $\delta$ . Здесь  $\Delta \operatorname{Re}$  и  $\Delta \operatorname{Im}$  - расстояние между кривыми  $S \operatorname{Re}(r)$  и  $S \operatorname{Im}(r)$  соответственно (рис. 3.3.12).

Анализ представленных на рисунке кривых позволил нам сделать вывод о том, что в рассмотренном диапазоне частот действительная часть осадки  $S \operatorname{Re}(r)$  больше ее мнимой части  $S \operatorname{Im}(r)$  приблизительно на 1...2 десятичных порядка.

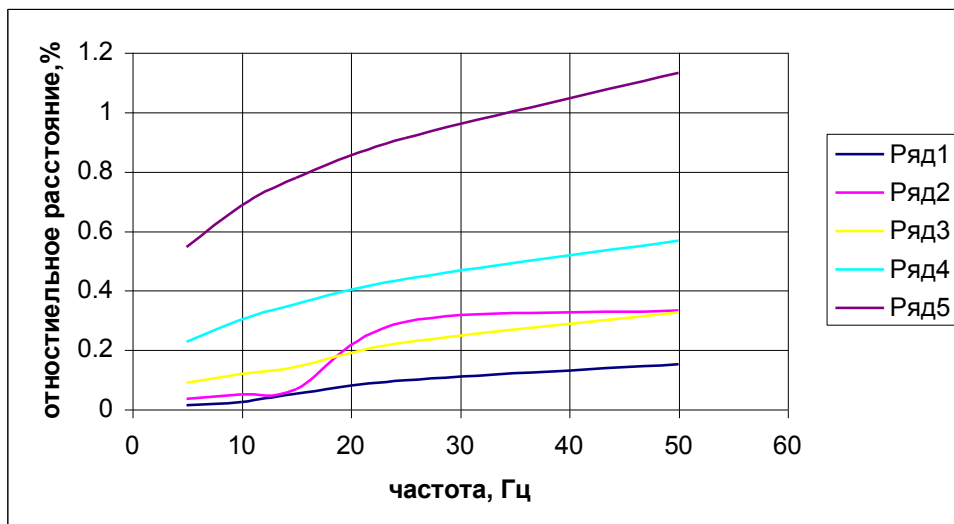


Рис. 3.3.12. Относительное расстояние между кривыми  $S \operatorname{Re}(r)$  и  $S \operatorname{Im}(r)$ .  
 1 –  $K_f = 0,01$  м/с; 2 –  $K_f = 0,001$  м/с; 3 –  $K_f = 0,0001$  м/с; 4 –  $K_f = 0,00001$  м/с; 5 –  $K_f = 0,000001$  м/с.

### 3.4. Обсуждение результатов исследований. Выводы по разделу

Изложенные в разделе 3 материалы исследований позволили нам сделать такие выводы.

Получено аналитическое решение задачи об уплотнении весомого водонасыщенного основания, находящегося в условиях компрессионного сжатия.

В рамках модели упругой изотропной среды и расчетной схемы полупространства получено аналитическое решение задачи об уплотнении весомого неводонасыщенного основания.

В рамках модели упругой весомой изотропной среды и расчетной схемы слоя конечной толщины получено аналитическое решение задачи об уплотнении неводонасыщенного основания.

В рамках модели упругой весомой изотропной среды и расчетной схемы слоя конечной толщины получено аналитическое решение задачи об уплотнении водонасыщенного основания.

Анализ процесса уплотнения находящегося **в условиях компрессионного сжатия водонасыщенного основания** позволил нам сделать такие выводы:

– фильтрационные свойства основания оказывают существенное влияние на характер развития во времени осадок грунтового основания (в зависимости от величины коэффициента фильтрации процесс колебаний основания при импульсной нагрузке может иметь периодический, периодический затухающий и аperiodический характер);

– для решения практических задач нет смысла рассматривать предложенный в [29] метод расчета грунтовых водонасыщенных оснований ввиду низкой точности полученных с его использованием результатов;

– при решении практических задач нет смысла учитывать влияние на процесс уплотнения переходных процессов, поскольку при гармоническом законе изменения внешней нагрузки и ее частоте  $\omega \leq 50$  Гц в водонасыщенном основании они завершаются практически мгновенно.

Анализ процесса уплотнения находящегося **в условиях пространственного напряженно – деформированного состояния неводонасыщенного весомого основания** позволил нам сделать такие выводы:

- осадки невесомого основания и размеры осадочной воронки в плане при прочих равных условиях всегда больше, чем это имеет место для весомого основания;

- осадки в точке приложения сосредоточенной силы имеют особенность;

- при прочих равных условиях чем меньше модуль упругости основания, тем больше величина осадки;

- при прочих равных условиях чем меньше коэффициент Пуассона основания, тем меньше величина осадки;

- при прочих равных условиях, чем выше частота изменения сосредоточенной силы, тем меньше величина осадки.

- начиная с толщины грунтового слоя  $H = 3,0$  м, осадки, рассчитанные в рамках схем слоя конечной толщины и полупространства различаются незначительно.

**Анализ процесса уплотнения находящегося в условиях пространственного напряженно – деформированного состояния водонасыщенного несомого основания** позволил нам сделать такие выводы:

- осадки в точке приложения сосредоточенной силы имеют особенность;

- при увеличении радиуса мнимая часть осадки затухает медленнее, чем действительная;

- при малых значениях коэффициента фильтрации и высоких частотах мнимая часть осадки осциллирует;

в рассмотренном нами диапазоне частот действительная часть осадки  $S_{Re}(r)$  оказалась больше ее мнимой части  $S_{Im}(r)$  приблизительно на 1...2 десятичных порядка.

В целом сделан вывод о том, что осадка несомого основания зависит от его деформационных и фильтрационных свойств, частоты изменения внешней нагрузки и его расчетной схемы.

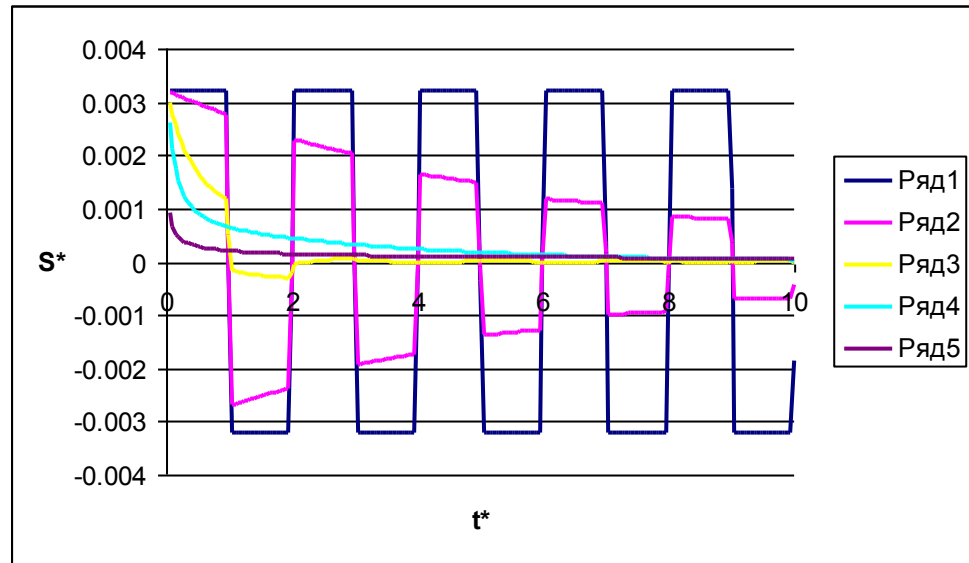


Рис. 3.1.1. Зависимости «относительная осадка – относительное время».  $H = 0,5$  м;  $\nu = 0,3$ ;  $E = 10$  МПа;  $\gamma = 18$  кН/м<sup>3</sup>. 1 – неводонасыщенное основание; 2 -  $K^\phi = 0,1$  м/с; 3 -  $K^\phi = 0,01$  м/с; 4 -  $K^\phi = 0,001$  м/с; 5 -  $K^\phi = 0,0001$  м/с.

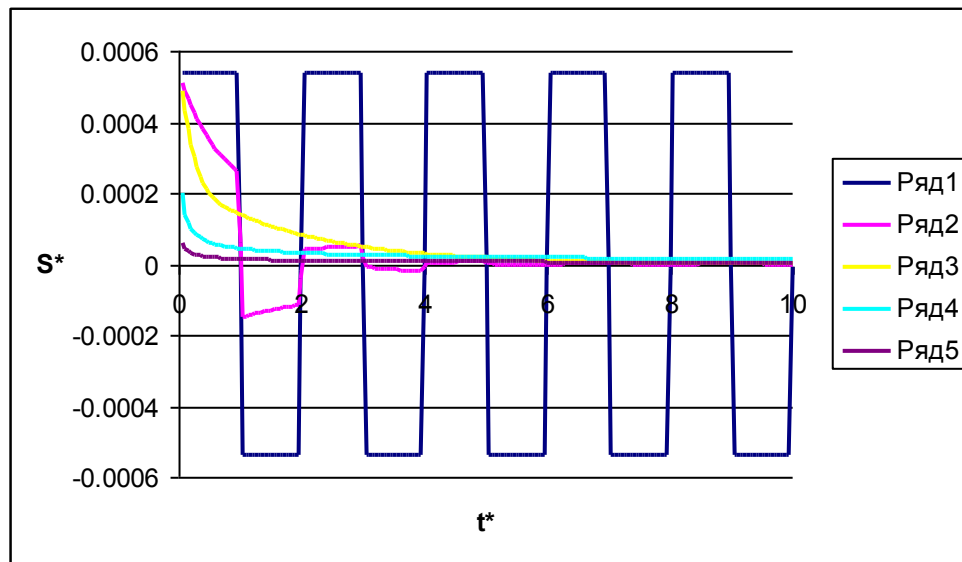


Рис. 3.1.2. Зависимости «относительная осадка – относительное время».  $H = 3,0$  м;  $\nu = 0,3$ ;  $E = 10$  МПа;  $\gamma = 18$  кН/м<sup>3</sup>. 1 – неводонасыщенное основание; 2 -  $K^\phi = 0,1$  м/с; 3 -  $K^\phi = 0,01$  м/с; 4 -  $K^\phi = 0,001$  м/с; 5 -  $K^\phi = 0,0001$  м/с.

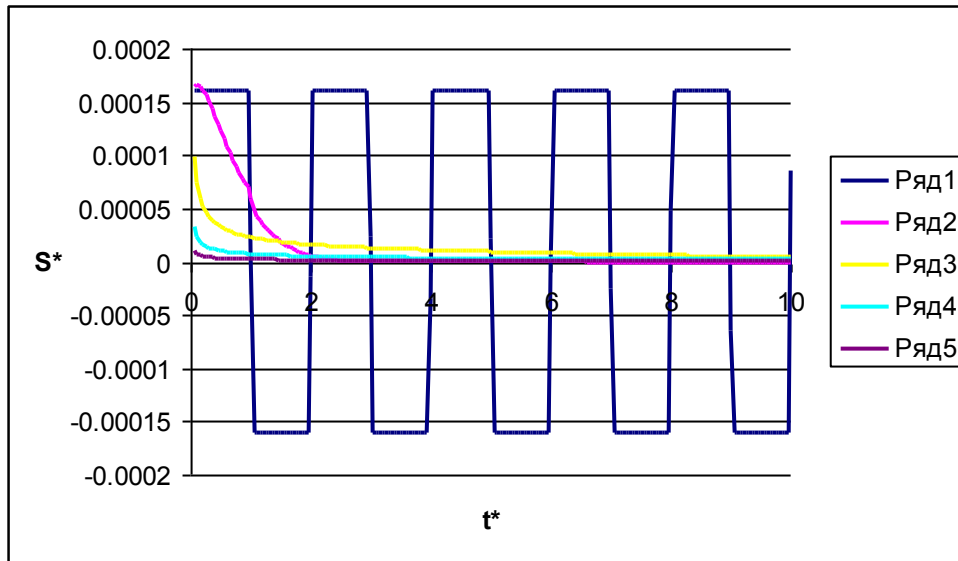


Рис. 3.1.3. Зависимости «относительная осадка – относительное время».  $H = 10,0$  м;  $\nu = 0,3$ ;  $E = 10$  МПа;  $\gamma = 18$  кН/м<sup>3</sup>. 1 – неводонасыщенное основание; 2 -  $K^\phi = 0,1$  м/с; 3 -  $K^\phi = 0,01$  м/с; 4 -  $K^\phi = 0,001$  м/с; 5 -  $K^\phi = 0,0001$  м/с.

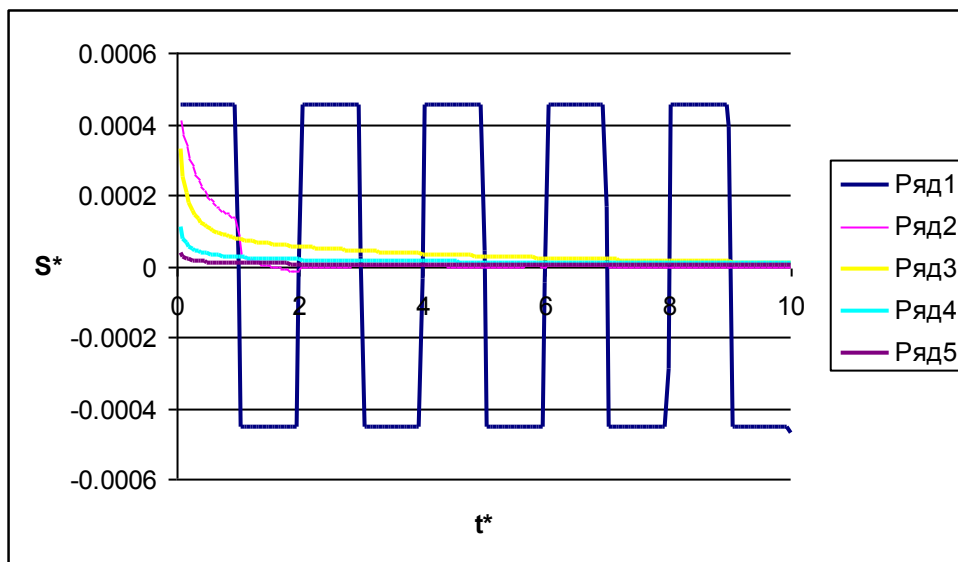


Рис. 3.1.4. Зависимости «относительная осадка – относительное время».  $H = 5,0$  м;  $\nu = 0,3$ ;  $E = 5$  МПа;  $\gamma = 18$  кН/м<sup>3</sup>. 1 – неводонасыщенное основание; 2 -  $K^\phi = 0,1$  м/с; 3 -  $K^\phi = 0,01$  м/с; 4 -  $K^\phi = 0,001$  м/с; 5 -  $K^\phi = 0,0001$  м/с.



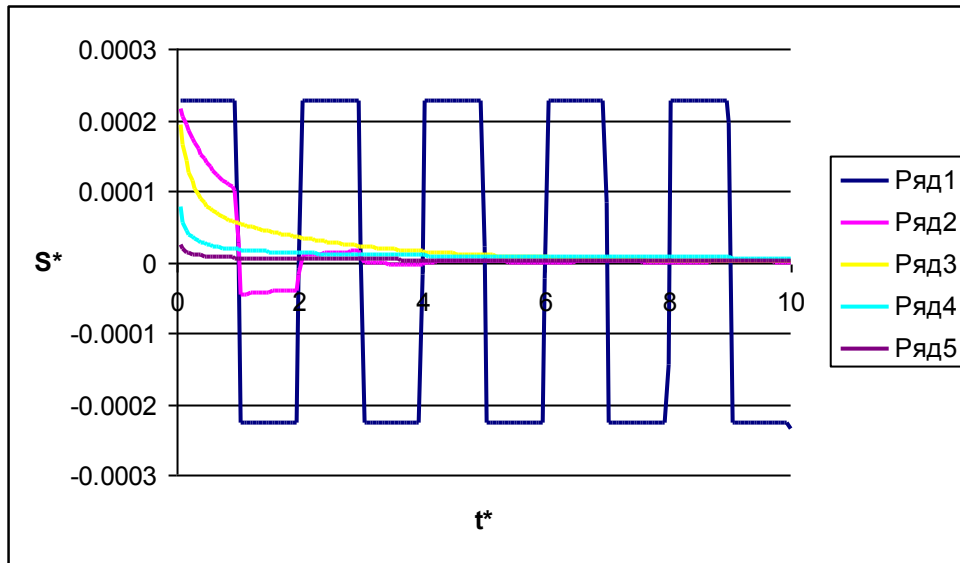


Рис. 3.1.5. Зависимости «относительная осадка – относительное время».  $H = 5,0$  м;  $\nu = 0,3$ ;  $E = 20$  МПа;  $\gamma = 18$  кН/м<sup>3</sup>. 1 – неводонасыщенное основание; 2 -  $K^\phi = 0,1$  м/с; 3 -  $K^\phi = 0,01$  м/с; 4 -  $K^\phi = 0,001$  м/с; 5 -  $K^\phi = 0,0001$  м/с.

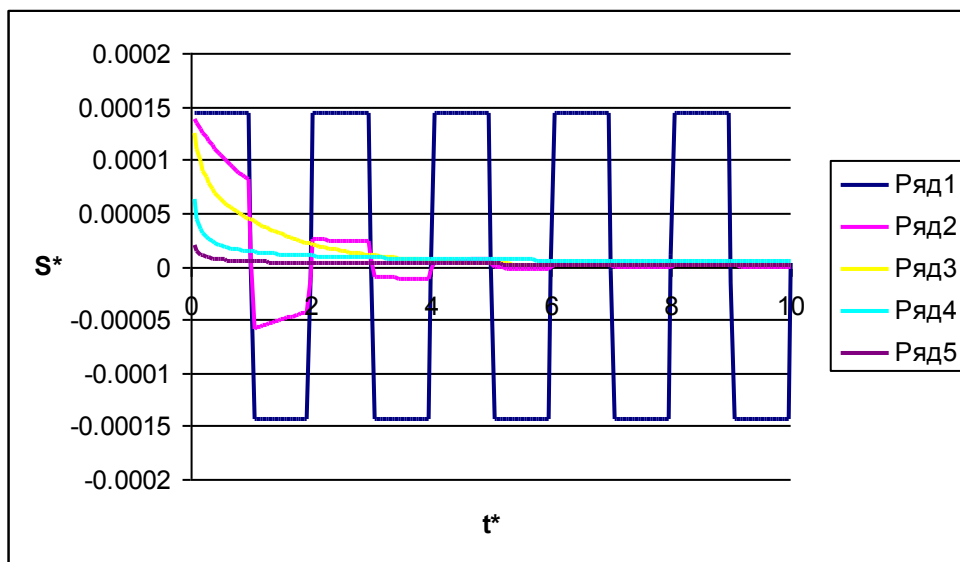


Рис. 3.1.6. Зависимости «относительная осадка – относительное время».  $H = 5,0$  м;  $\nu = 0,3$ ;  $E = 50$  МПа;  $\gamma = 18$  кН/м<sup>3</sup>. 1 – неводонасыщенное основание; 2 -  $K^\phi = 0,1$  м/с; 3 -  $K^\phi = 0,01$  м/с; 4 -  $K^\phi = 0,001$  м/с; 5 -  $K^\phi = 0,0001$  м/с.

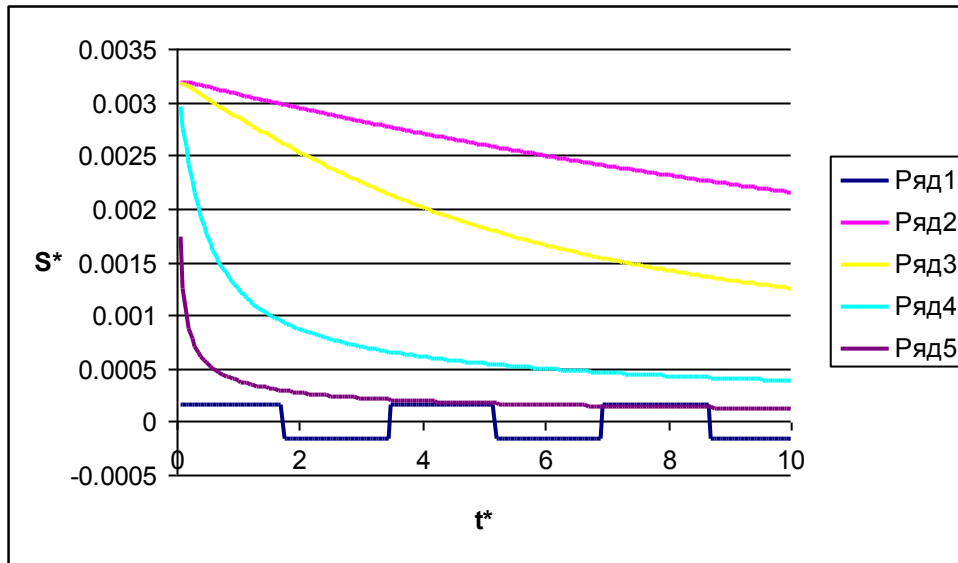


Рис. 3.1.7. Зависимости «относительная осадка – относительное время».  $H = 0,5$  м;  $\nu = 0,3$ ;  $E = 10$  МПа;  $\gamma = 18$  кН/м<sup>3</sup>. 1 – расчет по методике [29]; 2 -  $K^\phi = 0,01$  м/с; 3 -  $K^\phi = 0,001$  м/с; 4 -  $K^\phi = 0,0001$  м/с; 5 -  $K^\phi = 0,00001$  м/с.

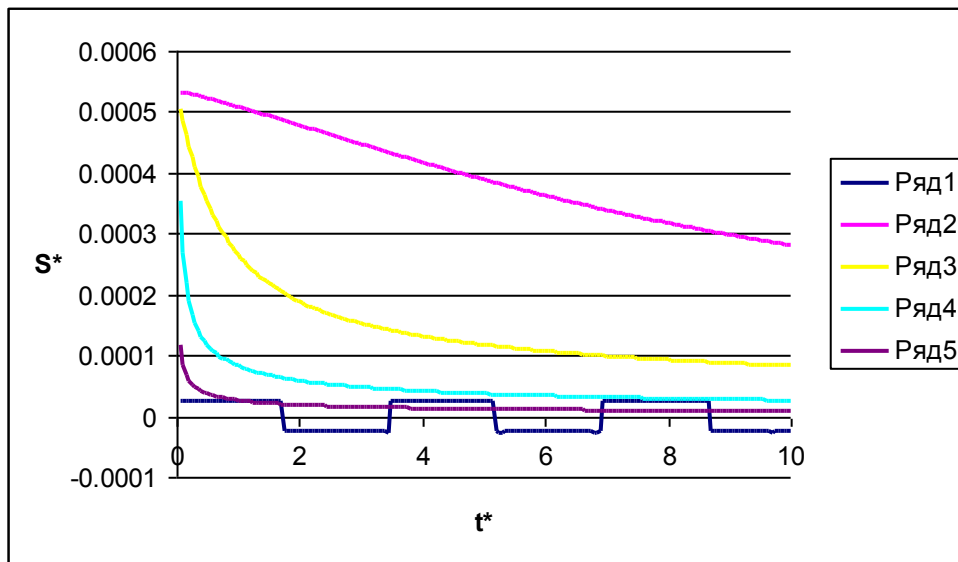


Рис. 3.1.8. Зависимости «относительная осадка – относительное время».  $H = 3,0$  м;  $\nu = 0,3$ ;  $E = 10$  МПа;  $\gamma = 18$  кН/м<sup>3</sup>. 1 – расчет по методике [29]; 2 -  $K^\phi = 0,01$  м/с; 3 -  $K^\phi = 0,001$  м/с; 4 -  $K^\phi = 0,0001$  м/с; 5 -  $K^\phi = 0,00001$  м/с.

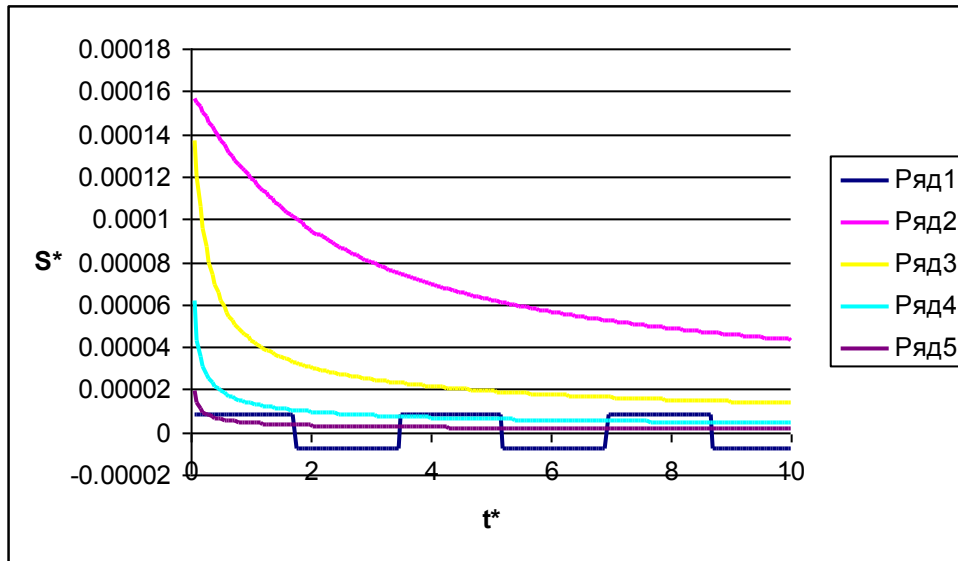


Рис. 3.1.9. Зависимости «относительная осадка – относительное время» при  $H = 10,0$  м;  $\nu = 0,3$ ;  $E = 10$  МПа;  $\gamma = 18$  кН/м<sup>3</sup>.

1 – расчет по методике [29]; 2 -  $K\phi = 0,01$  м/с; 3 -  $K\phi = 0,001$  м/с; 4 -  $K\phi = 0,0001$  м/с; 5 -  $K\phi = 0,00001$  м/с.

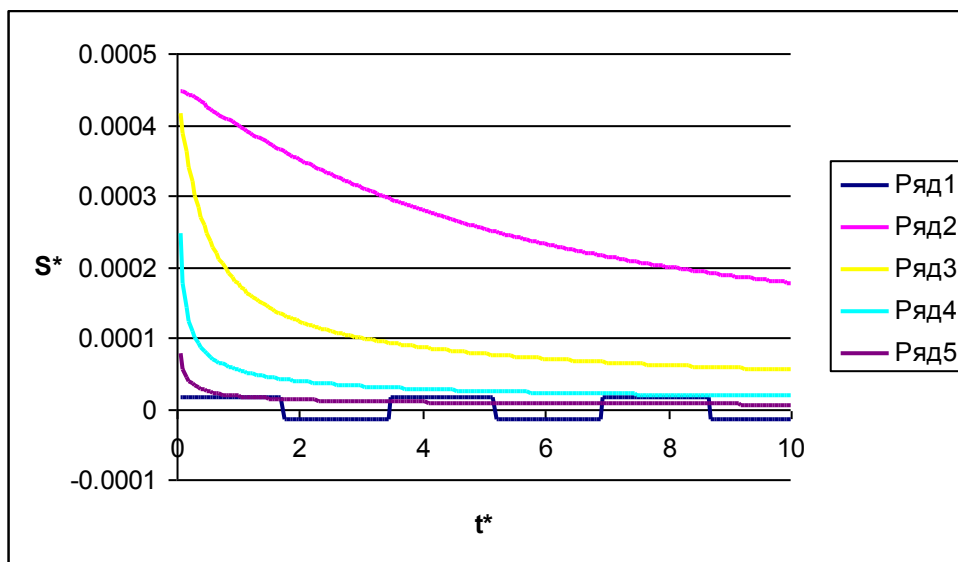


Рис. 3.1.10. Зависимости «относительная осадка – относительное время» при  $H = 5,0$  м;  $\nu = 0,3$ ;  $E = 5$  МПа;  $\gamma = 18$  кН/м<sup>3</sup>.

1 – расчет по методике [29]; 2 -  $K\phi = 0,01$  м/с; 3 -  $K\phi = 0,001$  м/с; 4 -  $K\phi = 0,0001$  м/с; 5 -  $K\phi = 0,00001$  м/с.

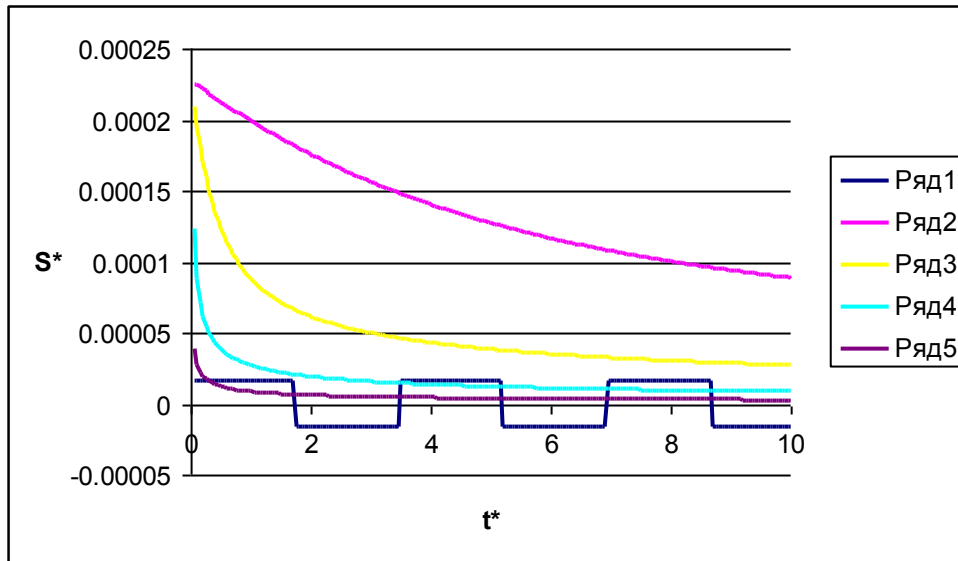


Рис. 3.1.11. Зависимости «относительная осадка – относительное время» при  $H = 5,0$  м;  $\nu = 0,3$ ;  $E = 20$  МПа;  $\gamma = 18$  кН/м<sup>3</sup>.

1 – расчет по методике [29]; 2 -  $K\phi = 0,01$  м/с; 3 -  $K\phi = 0,001$  м/с; 4 -  $K\phi = 0,0001$  м/с; 5 -  $K\phi = 0,00001$  м/с.

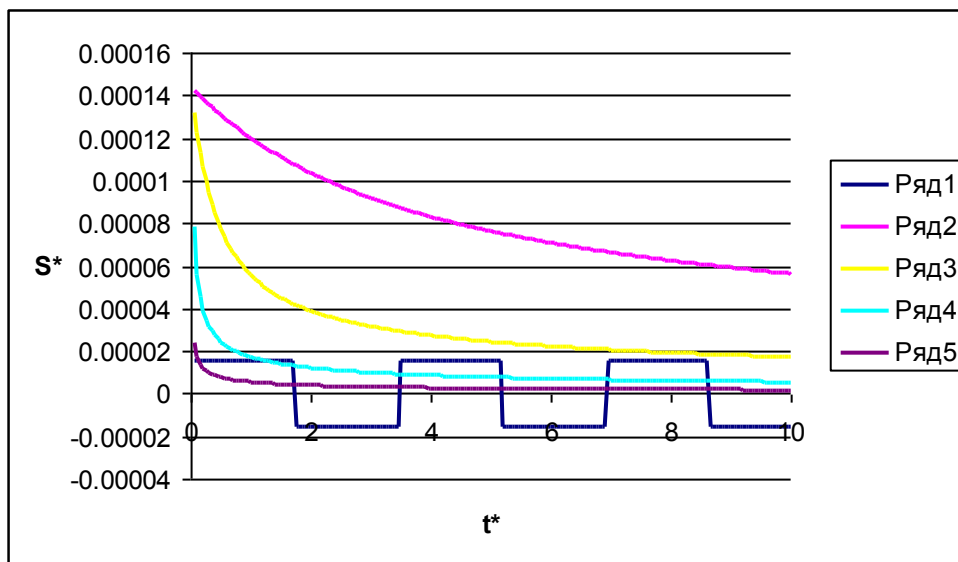


Рис. 3.1.12. Зависимости «относительная осадка – относительное время» при  $H = 5,0$  м;  $\nu = 0,3$ ;  $E = 20$  МПа;  $\gamma = 18$  кН/м<sup>3</sup>.

1 – расчет по методике [29]; 2 -  $K\phi = 0,01$  м/с; 3 -  $K\phi = 0,001$  м/с; 4 -  $K\phi = 0,0001$  м/с; 5 -  $K\phi = 0,00001$  м/с.

приводились к безразмерному виду. Здесь  $S$  и  $t$  - фактические осадка и время,  $S^*$  и  $t^*$  их приведенные значения,  $H$  – толщина грунтового слоя,  $C^*$  – скорость распространения в основании с приведенными свойствами упругой объемной волны.

Анализ представленных на рисунках 3.1.7...3.1.12 кривых позволил нам сделать вывод о том, что использование для расчета деформаций водонасыщенных оснований при импульсной нагрузке методики [29] малоперспективно, поскольку она не позволяет достаточно точно отобразить ни качественную ни количественную картину уплотнения грунтовых оснований.

На втором этапе рассматривалась **гармоническая внешняя** нагрузка, изменяющаяся по закону косинуса. В этом случае зависимость внешней нагрузки от времени имеет вид:

$$q(t) = Q \cdot \cos(\varpi \cdot t), \quad (3.1.15)$$

где  $Q$  - амплитудное значение внешней нагрузки, а  $\varpi$  - частота ее изменения.

Из (3.1.9) имеем:

$$A_i = -\frac{z_{i1}}{zn_1} \cdot \cos(\varpi \cdot t) - \frac{z_{i2}}{zn_1} \cdot \sin(\varpi \cdot t) - \frac{z_{i3}}{zn_1} \cdot \cos(\varpi \cdot t) \cdot e^{-a \cdot t} - \frac{z_{i4}}{zn_1} \cdot \sin(\varpi \cdot t) \cdot e^{-a \cdot t};$$

где

$$zn_1 = \rho \cdot \pi \cdot i \cdot b_i \cdot (a^4 + 2 \cdot a^2 \cdot \varpi^2 + 2 \cdot a^2 \cdot b_i^2 + \varpi^4 - 2 \cdot \varpi^2 \cdot b_i^2 + b_i^4);$$

$$z_{i1} = \left[ -b_i^3 + (-a^2 + \varpi^2) \cdot b_i \right]; \quad z_{i2} = -2 \cdot a \cdot \varpi \cdot b_i; \quad z_{i3} = (a \cdot \varpi^2 + a^3 + a \cdot b_i^2);$$

$$z_{i4} = (a^2 \cdot b_i + b_i^3 - b_i \cdot \varpi^2); \text{ при } c_i^2 \gg a^2;$$

$$A_i = -\frac{z_{i1}}{zn_2} \cdot \cos(\varpi \cdot t) - \frac{z_{i2}}{zn_2} \cdot \sin(\varpi \cdot t) - \frac{z_{i3}}{zn_2} \cdot e^{-a \cdot t},$$

$$\text{где } zn_2 = \rho \cdot \pi \cdot i \cdot (a^4 + 2 \cdot a^2 \cdot \varpi^2 + \varpi^4); z_{i1} = (-a^2 + \varpi^2); z_{i2} = -2 \cdot a \cdot \varpi;$$

$$z_{i3} = a^3 \cdot t^3 + a^2 \cdot \varpi^2 \cdot t + a^2 - \varpi^2; \text{ при } c_i^2 = a^2 \text{ и}$$

$$A_i = -\frac{z_{i1}}{zn_3} \cdot \cos(\varpi \cdot t) - \frac{z_{i2}}{zn_3} \cdot \sin(\varpi \cdot t) - \frac{z_{i3}}{zn_3} \cdot e^{-(a-b_i) \cdot t} - \frac{z_{i4}}{zn_3} \cdot e^{-(a+b_i) \cdot t};$$

$$\text{где } zn_3 = \rho \cdot \pi \cdot i \cdot b_i \cdot (a^4 + 2 \cdot a^2 \cdot \varpi^2 - 2 \cdot a^2 \cdot b_i^2 + \varpi^4 + 2 \cdot \varpi^2 \cdot b_i^2 + b_i^4);$$

$$z_{i1} = 2 \cdot \varpi^2 \cdot b_i - 2 \cdot a^2 \cdot b_i + 2 \cdot b_i^3; \quad z_{i2} = -4 \cdot a \cdot \varpi \cdot b_i;$$

$$z_{i3} = a^3 + a^2 \cdot b_i - a \cdot b_i^2 - \varpi^2 \cdot b_i + a \cdot \varpi^2 - b_i^3;$$

$$z_{i4} = -\varpi^2 \cdot b_i + a^2 \cdot b_i - b_i^3 - a^3 - a \cdot \varpi^2 + a \cdot b_i^2; \text{ при } c_i^2 \ll a^2. \quad (3.1.16)$$

Положив в (3.1.16)  $c_k \rightarrow \infty$ , мы получим решение для неводонасыщенного основания.

Рассчитанные по формулам (3.1.9) и (3.1.16) зависимости «осадка – время» с использованием равенств

$$S^* = \frac{S}{H} \text{ и } t^* = \frac{t \cdot \varpi}{5 \cdot \pi} \quad (3.1.17)$$

приводились к безразмерному виду. Здесь  $S$  и  $t$  – фактические осадка и время,  $S^*$  и  $t^*$  их приведенные значения,  $H$  – толщина грунтового слоя,  $\varpi$  – частота изменения приложенной к основанию внешней нагрузки. Ее

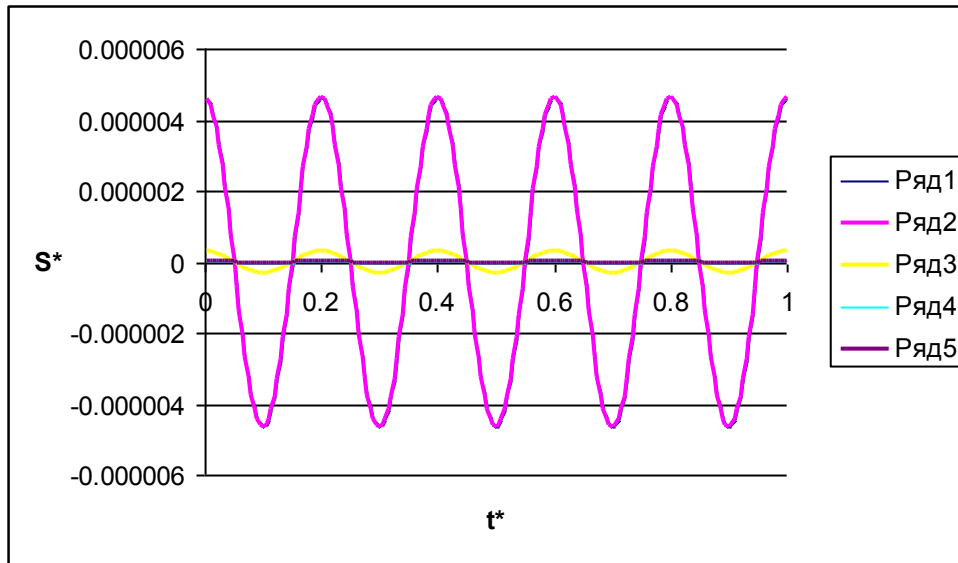


Рис. 3.1.13. Зависимости «относительная осадка – относительное время» при  $H = 0,5$  м;  $\nu = 0,3$ ;  $E = 10$  МПа;  $\gamma = 18$  кН/м<sup>3</sup>,  $\varpi = 5$  Гц.

1 – неводонасыщенное основание; 2 -  $K^\phi = 0,01$  м/с; 3 -  $K^\phi = 0,001$  м/с; 4 -  $K^\phi = 0,0001$  м/с; 5 -  $K^\phi = 0,000001$  м/с.

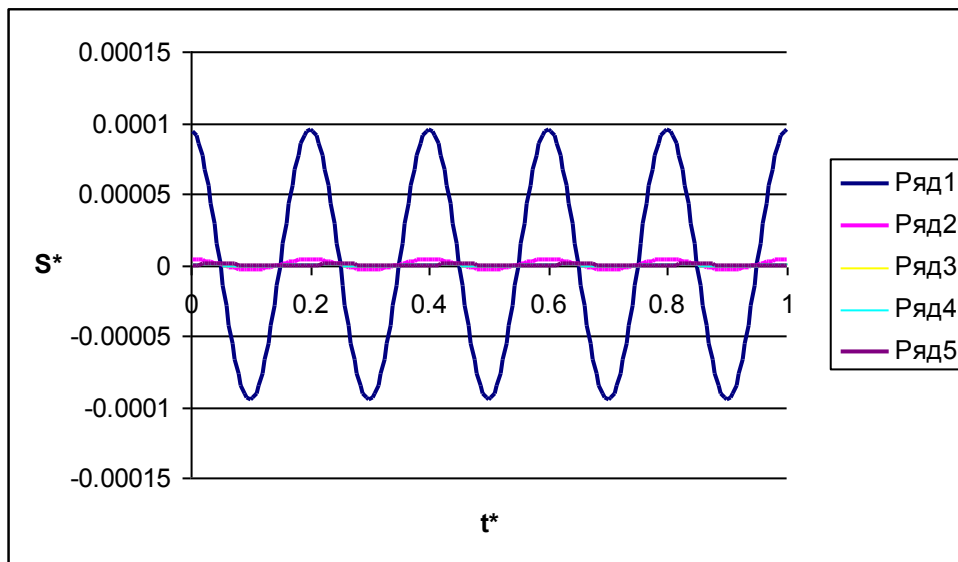


Рис. 3.1.14. Зависимости «относительная осадка – относительное время» при  $H = 10$  м;  $\nu = 0,3$ ;  $E = 10$  МПа;  $\gamma = 18$  кН/м<sup>3</sup>,  $\varpi = 5$  Гц.

1 – неводонасыщенное основание; 2 -  $K^\phi = 0,01$  м/с; 3 -  $K^\phi = 0,001$  м/с; 4 -  $K^\phi = 0,0001$  м/с; 5 -  $K^\phi = 0,000001$  м/с.

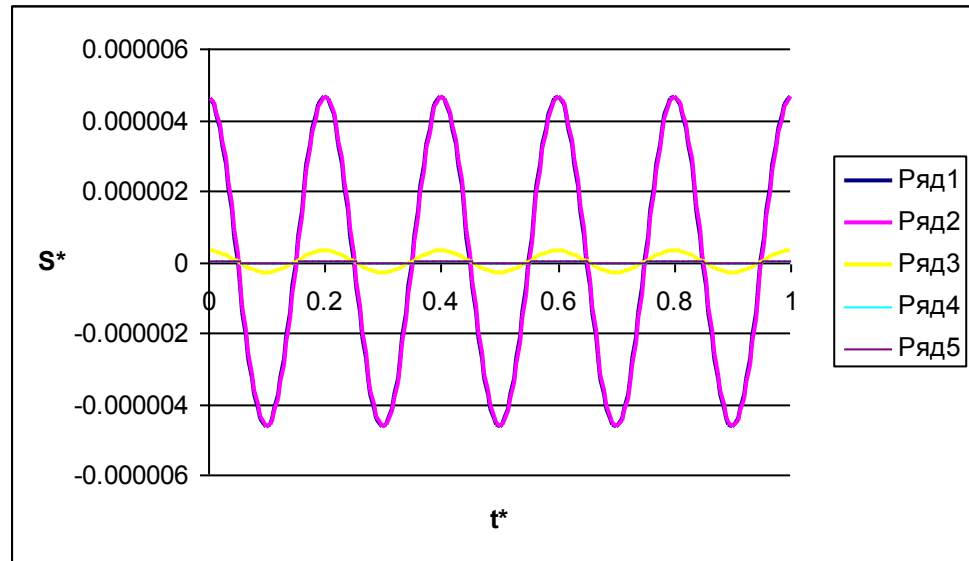


Рис. 3.1.15. Зависимости «относительная осадка – относительное время» при  $H = 0,5$  м;  $\nu = 0,3$ ;  $E = 10$  МПа;  $\gamma = 18$  кН/м<sup>3</sup>,  $\omega = 25$  Гц.

1 – неводонасыщенное основание; 2 -  $K^\phi = 0,01$  м/с; 3 -  $K^\phi = 0,001$  м/с; 4 -  $K^\phi = 0,0001$  м/с; 5 -  $K^\phi = 0,000001$  м/с.

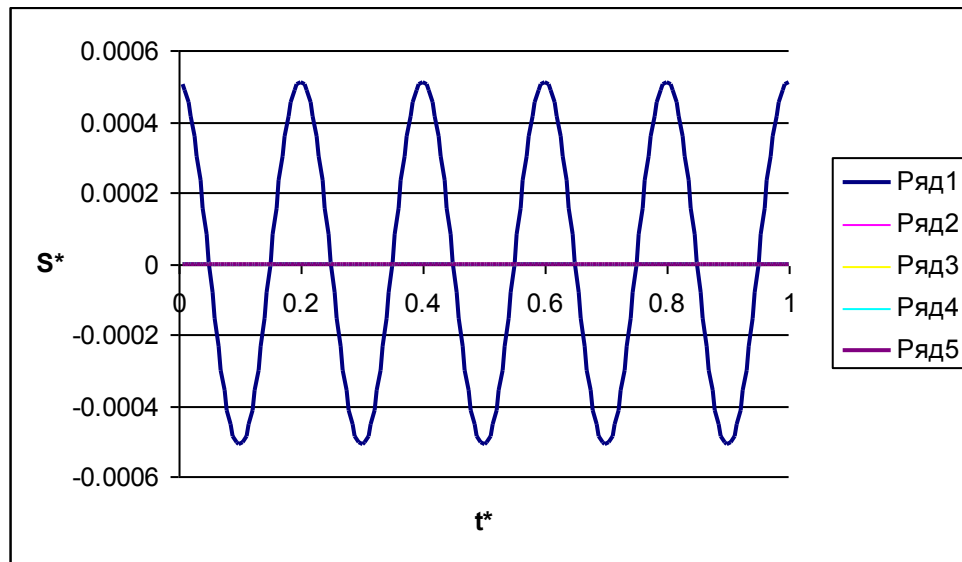


Рис. 3.1.16. Зависимости «относительная осадка – относительное время» при  $H = 10,0$  м;  $\nu = 0,3$ ;  $E = 10$  МПа;  $\gamma = 18$  кН/м<sup>3</sup>,  $\omega = 25$  Гц.

1 – неводонасыщенное основание; 2 -  $K^\phi = 0,01$  м/с; 3 -  $K^\phi = 0,001$  м/с; 4 -  $K^\phi = 0,0001$  м/с; 5 -  $K^\phi = 0,000001$  м/с.



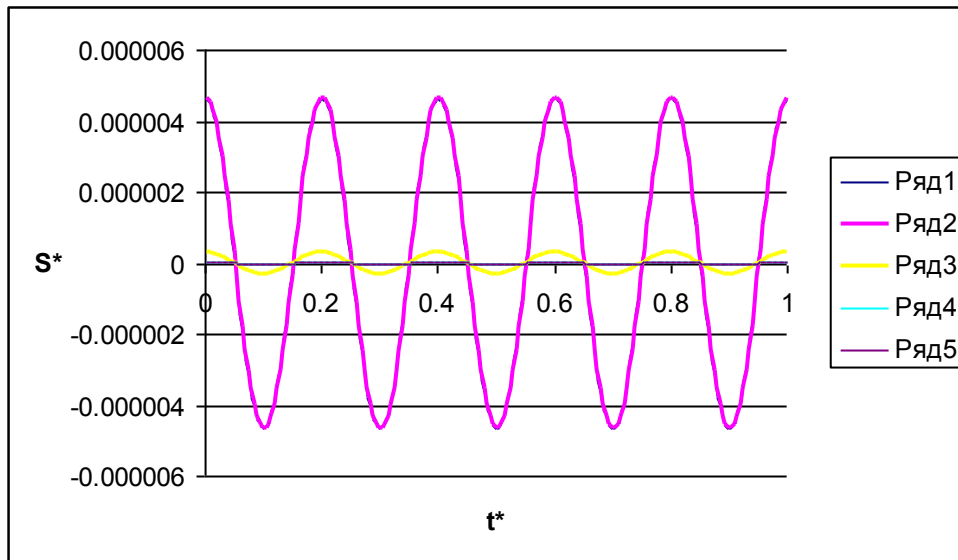


Рис. 3.1.17. Зависимости «относительная осадка – относительное время» при  $H = 0,5$  м;  $\nu = 0,3$ ;  $E = 10$  МПа;  $\gamma = 18$  кН/м<sup>3</sup>,  $\omega = 50$  Гц.

1 – неводонасыщенное основание; 2 -  $K^\phi = 0,01$  м/с; 3 -  $K^\phi = 0,001$  м/с; 4 -  $K^\phi = 0,0001$  м/с; 5 -  $K^\phi = 0,000001$  м/с.

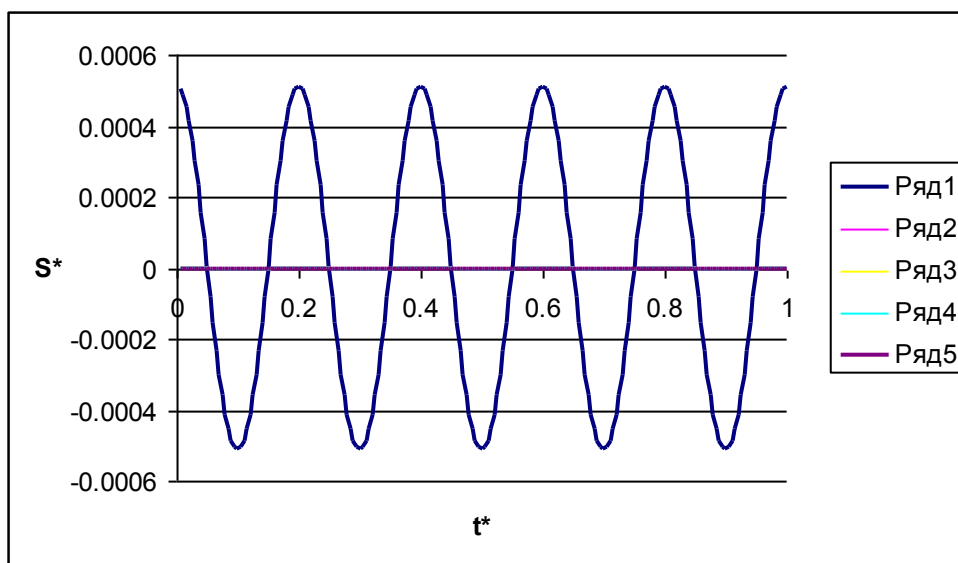


Рис. 3.1.18. Зависимости «относительная осадка – относительное время».  $H = 10,0$  м;  $\nu = 0,3$ ;  $E = 10$  МПа;  $\gamma = 18$  кН/м<sup>3</sup>,  $\omega = 25$  Гц.

1 – неводонасыщенное основание; 2 -  $K^\phi = 0,01$  м/с; 3 -  $K^\phi = 0,001$  м/с; 4 -  $K^\phi = 0,0001$  м/с; 5 -  $K^\phi = 0,000001$  м/с.

величина во всех случаях равнялась  $q=1$  МПа.

На рисунках 3.1.13...3.1.18 представлены графические зависимости «относительная осадка – относительное время» при разных значениях толщины грунтового слоя  $H$  и частоты изменения внешней нагрузки  $\omega$ .

Их анализ позволил нам сделать выводы о том, что при гармонической внешней нагрузке имеют место такие закономерности:

- малых значениях толщин основания  $H$  и больших значениях коэффициента фильтрации  $K^{\Phi}$  амплитуды колебаний неводонасыщенного основания соизмеримы с амплитудами водонасыщенного основания;
- в рассмотренном диапазоне изменения коэффициента фильтрации переходные процессы затухают практически мгновенно;
- выявленные нами закономерности в рассмотренном нами диапазоне изменения частот внешней нагрузки остаются практически неизменными.

Далее нами было выполнено сопоставление рассчитанных с использованием предложенной Лятхером и Дидуком [15, 29] упрощенной модели квазиоднофазного основания зависимостей «относительная осадка – относительное время» с кривыми, рассчитанными с использованием полученных нами зависимостей (3.1.9), (3.1.15), (3.1.16). При этом приведенные свойства основания определялись с использованием зависимостей (3.1.13).

Полученные таким образом результаты представлены на рисунках 3.1.19...3.1.22.

Анализ представленных на рисунках 3.1.7...3.1.12 кривых позволил нам сделать вывод о том, что использование для расчета деформаций водонасыщенных оснований при импульсной нагрузке методики [15, 29] малоперспективно, поскольку:

- при малых толщинах грунтового слоя и больших коэффициентах

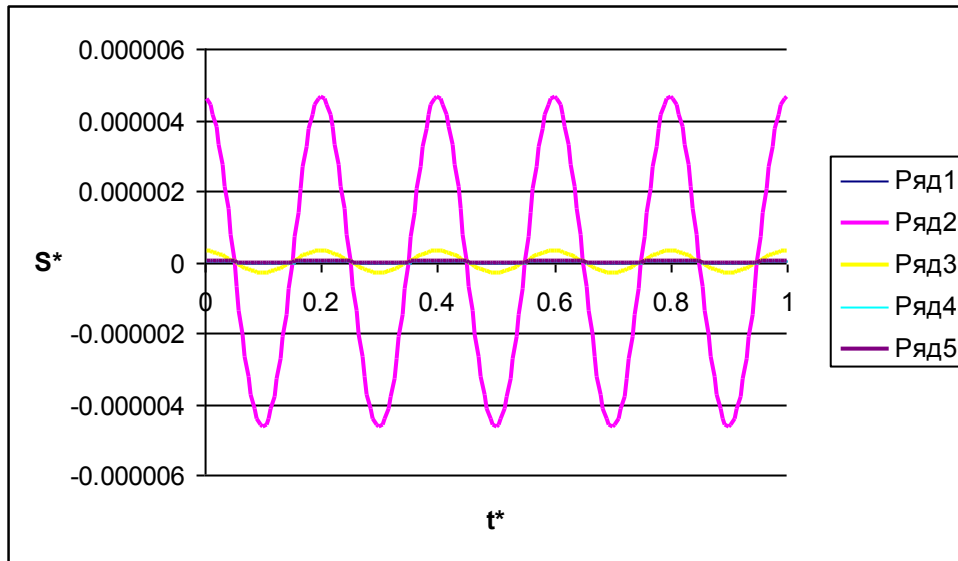


Рис. 3.1.19. Зависимости «относительная осадка – относительное время» при  $H = 0,5$  м;  $\nu = 0,3$ ;  $E = 10$  МПа;  $\gamma = 18$  кН/м<sup>3</sup>,  $\varpi = 5$  Гц.

1 – расчет по методике [29]; 2 -  $K\phi = 0,01$  м/с; 3 -  $K\phi = 0,001$  м/с; 4 -  $K\phi = 0,0001$  м/с; 5 -  $K\phi = 0,000001$  м/с.

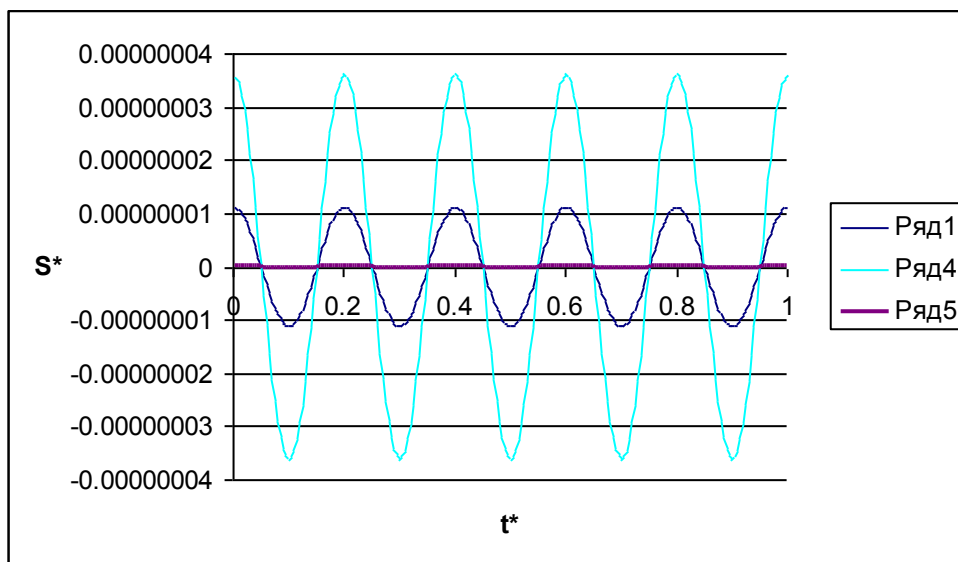


Рис. 3.1.19-А. Зависимости «относительная осадка – относительное время» при  $H = 0,5$  м;  $\nu = 0,3$ ;  $E = 10$  МПа;  $\gamma = 18$  кН/м<sup>3</sup>,  $\varpi = 5$  Гц.

1 – расчет по методике [29]; 4 -  $K\phi = 0,0001$  м/с; 5 -  $K\phi = 0,000001$  м/с.

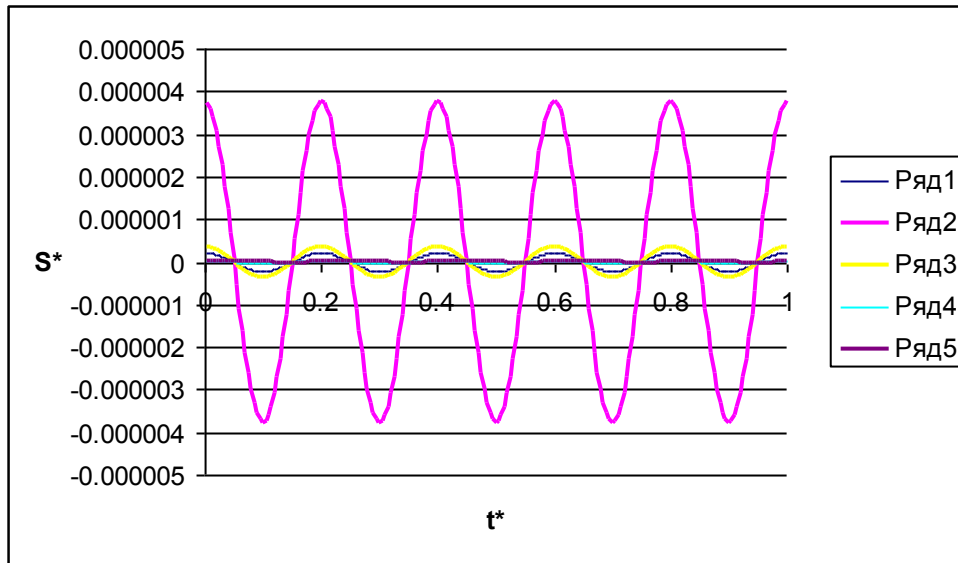


Рис. 3.1.20. Зависимости «относительная осадка – относительное время» при  $H = 0,5$  м;  $\nu = 0,3$ ;  $E = 10$  МПа;  $\gamma = 18$  кН/м<sup>3</sup>,  $\omega = 25$  Гц.

1 – расчет по методике [29]; 2 -  $K^{\phi} = 0,01$  м/с; 3 -  $K^{\phi} = 0,001$  м/с; 4 -  $K^{\phi} = 0,0001$  м/с; 5 -  $K^{\phi} = 0,000001$  м/с.

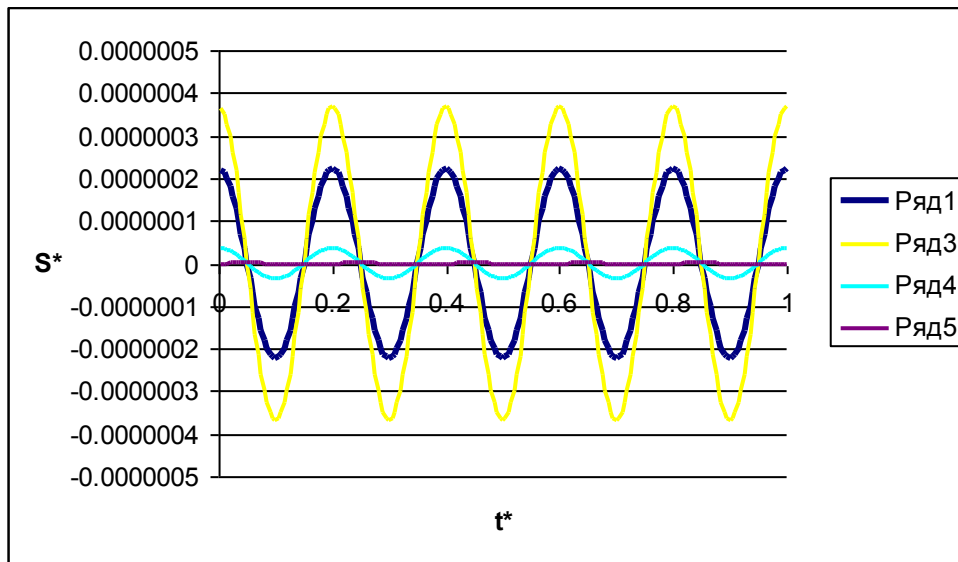


Рис. 3.1.20-А. Зависимости «относительная осадка – относительное время» при  $H = 0,5$  м;  $\nu = 0,3$ ;  $E = 10$  МПа;  $\gamma = 18$  кН/м<sup>3</sup>,  $\omega = 25$  Гц.

1 – расчет по методике [29]; 3 -  $K^{\phi} = 0,001$  м/с; 4 -  $K^{\phi} = 0,0001$  м/с; 5 -  $K^{\phi} = 0,000001$  м/с.

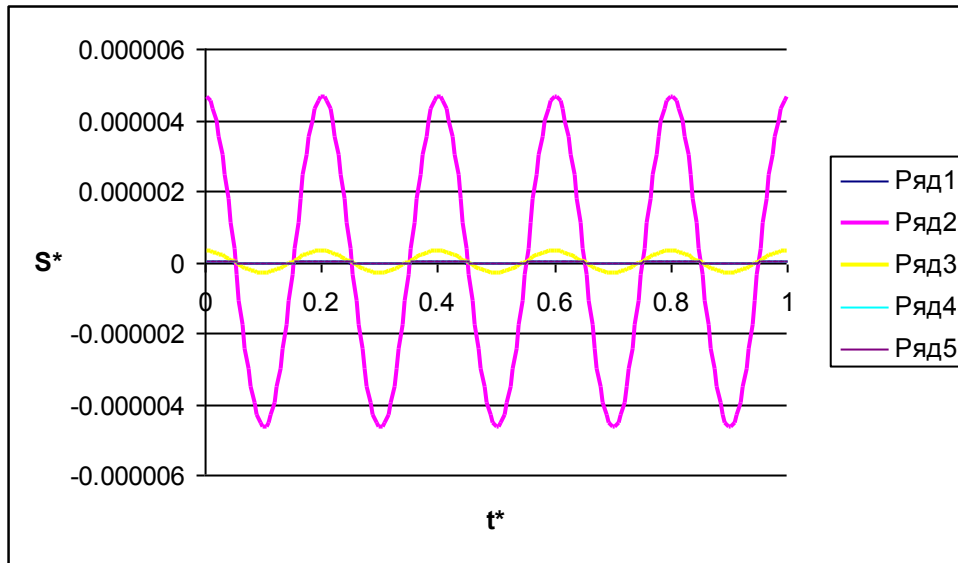


Рис. 3.1.21. Зависимости «относительная осадка – относительное время» при  $H = 0,5$  м;  $\nu = 0,3$ ;  $E = 10$  МПа;  $\gamma = 18$  кН/м<sup>3</sup>,  $\omega = 50$  Гц.

1 – расчет по методике [29]; 2 -  $K\phi = 0,01$  м/с; 3 -  $K\phi = 0,001$  м/с; 4 -  $K\phi = 0,0001$  м/с; 5 -  $K\phi = 0,000001$  м/с.

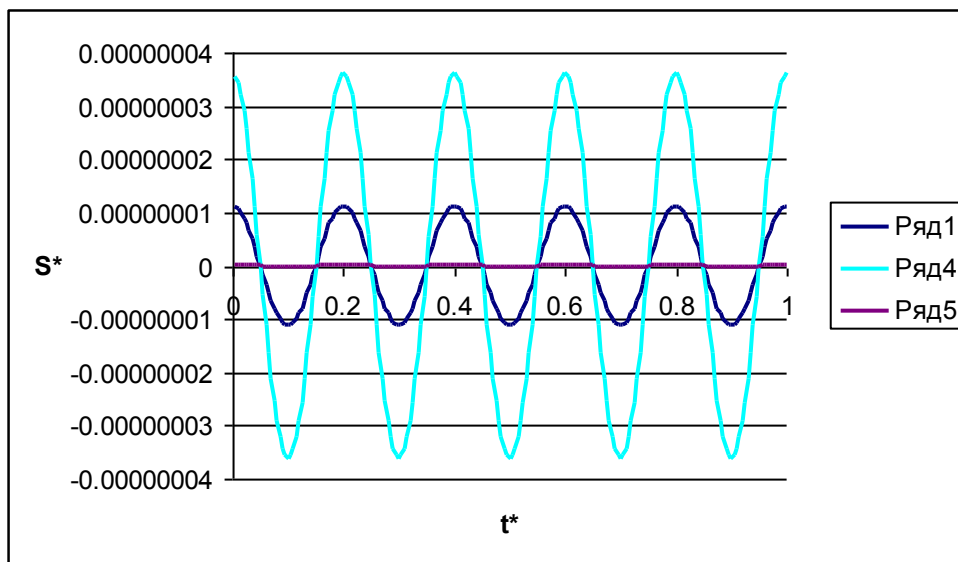


Рис. 3.1.21-А. Зависимости «относительная осадка – относительное время» при  $H = 0,5$  м;  $\nu = 0,3$ ;  $E = 10$  МПа;  $\gamma = 18$  кН/м<sup>3</sup>,  $\omega = 50$  Гц.

1 – расчет по методике [29]; 4 -  $K\phi = 0,0001$  м/с; 5 -  $K\phi = 0,000001$  м/с.

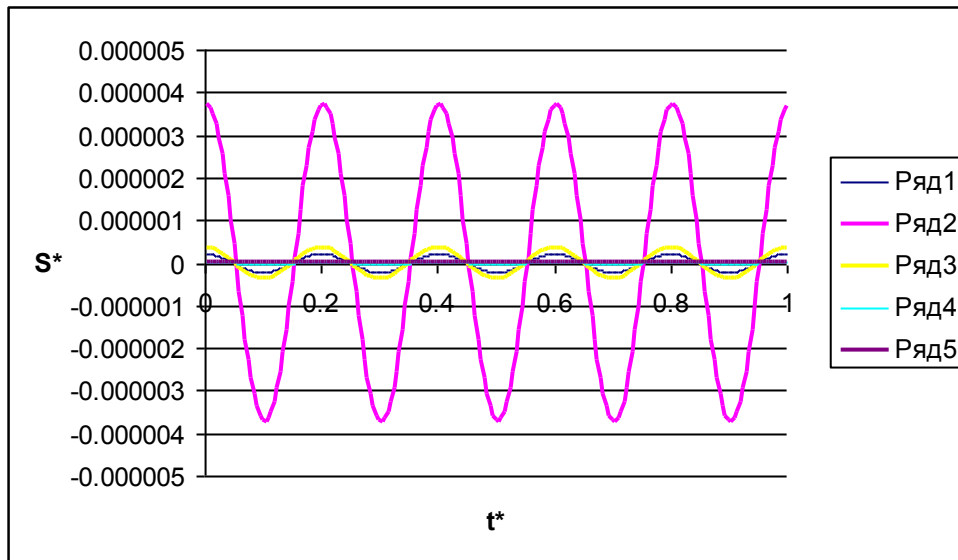


Рис. 3.1.22. Зависимости «относительная осадка – относительное время» при  $H = 10$  м;  $\nu = 0,3$ ;  $E = 10$  МПа;  $\gamma = 18$  кН/м<sup>3</sup>,  $\omega = 50$  Гц.  
 1 – расчет по методике [29]; 2 -  $K\phi = 0,01$  м/с; 3 -  $K\phi = 0,001$  м/с; 4 -  $K\phi = 0,0001$  м/с; 5 -  $K\phi = 0,000001$  м/с.

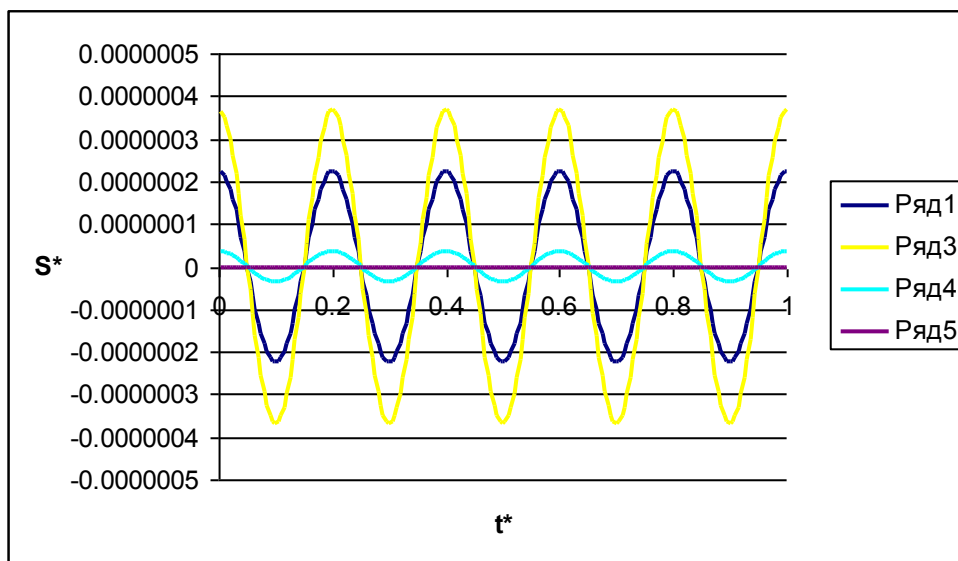


Рис. 3.1.22-А. Зависимости «относительная осадка – относительное время» при  $H = 10$  м;  $\nu = 0,3$ ;  $E = 10$  МПа;  $\gamma = 18$  кН/м<sup>3</sup>,  $\omega = 50$  Гц.  
 1 – расчет по методике [29]; 2 -  $K\phi = 0,01$  м/с; 3 -  $K\phi = 0,001$  м/с; 4 -  $K\phi = 0,0001$  м/с; 5 -  $K\phi = 0,000001$  м/с.

фильтрации расчет по методике [29] дает заниженные на несколько десятичных порядков значения осадок;

- при малых толщинах грунтового слоя и коэффициентах фильтрации она расчет по методике [29] дает завышенные на несколько десятичных порядков значения осадок;

- при большой толщине грунтового слоя и больших коэффициентах фильтрации расчет по методике [29] дает заниженные в несколько раз значения осадок;

- при малых толщинах грунтового слоя и коэффициентах фильтрации она расчет по методике [29] дает завышенные в несколько раз значения осадок.

На наш взгляд, причиной выявленного несоответствия является неучет физических особенностей процесса, а именно – процесса консолидации и реконсолидации (в уравнениях состояния [15, 29] полностью отсутствуют фильтрационные характеристики основания).

В целом, изложенные в настоящем разделе материалы исследований позволили нам сделать такие выводы:

- фильтрационные свойства основания оказывают существенное влияние на характер развития во времени осадок грунтового основания (в зависимости от величины коэффициента фильтрации процесс колебаний основания при импульсной нагрузке может иметь периодический, периодический затухающий и аperiodический характер);

- в ходе дальнейших исследований нет смысла рассматривать предложенный [29] метод расчета грунтовых водонасыщенных оснований ввиду низкой точности полученных с его использованием результатов;

- в ходе дальнейших исследований нет смысла учитывать влияние на процесс уплотнения переходных процессов, поскольку при гармоническом законе