

УДК 622.7

**В.И. КРИВОЩЕКОВ**, канд. техн. наук  
(Укряна, Днепропетровск, Национальный горный университет)

## **ТУРБУЛЕНТНО-ДИФФУЗИОННАЯ МОДЕЛЬ ГИДРОЦИКЛОНА С ПЕРЕЧИСТКОЙ В ЕГО КОНИЧЕСКОЙ ЧАСТИ**

*Проблема и ее связь с научными и практическими задачами.* При теоретическом исследовании турбулентных однофазных течений вязкой среды используются уравнения Навье-Стокса и уравнения Рейнольдса осредненного турбулентного движения. В случае двухфазной среды гидродинамическая структура турбулентного потока значительно усложняется, что связано с взаимовлиянием твердой и жидкой фаз пульпы. Поэтому для исследования гидродинамики двухфазных течений используются уравнения многофазных сред [1, 2].

Получение эмпирических зависимостей для исследования изменения концентрации твердой фазы в турбулентном потоке пульпы обуславливает необходимость учета взаимодействия твердых частиц между собой и со стенками канала, характеристик турбулентного потока, крупности частиц, а также геометрических параметров канала. При этом сложный характер таких течений заставляет прибегать к экспериментальным исследованиям и имитационному моделированию, причем, используемые при математическом моделировании допущения могут приводить к погрешности вычислений, и как следствие, к искажению реальной гидродинамической структуры турбулентного течения.

*Анализ исследований и публикаций.* При исследовании процесса формирования осадка в суживающихся каналах необходимо установить связь между интенсивностью турбулентности, коэффициентом турбулентной диффузии и изменением концентрации твердой фазы. В работах [3 – 5] связь между указанными гидродинамическими параметрами либо приведена частично, либо носит неоднозначный характер. Рассмотренную в работе [3] двухслойную схему течения пульпы можно использовать для исследования механизма образования осадка в суживающихся и расширяющихся каналах [6], однако в случае турбулентного движения пульпы в гидроциклоне двухслойная схема может давать определенные погрешности. Это предположительно связано с тем, что данная схема адаптирована для ламинарного течения пульпы по наклонной поверхности и не учитывает влияние интенсивности турбулентности на процесс расслоения пульпы. Кроме того, в работе [3] не приведены соотношения для коэффициентов турбулентной диффузии твердых частиц различной крупности.

При переробці твердої фази пульпи в гідроциклонах представляють інтерес гідродинамічні ефекти, які підвищують якість її розділення.

Використання цих ефектів можливо при детальній дослідженні процесів масопереносу [4, 7, 8] і зміни концентрації твердих частинок в вихревих потоках пульпи. Тому дослідження особливостей осадження твердої фази при вихревому русі пульпи є актуальною задачею.

*Постановка задачі.* Метою даної роботи – побудова турбулентно-дифузійної моделі гідроциклона з переробкою в його конічній частині.

*Виклад матеріалу і результати.* Розглянемо особливості осадження твердої фази при турбулентному русі пульпи, беручи за об'єкт дослідження конічну частину гідроциклона (рис. 1).

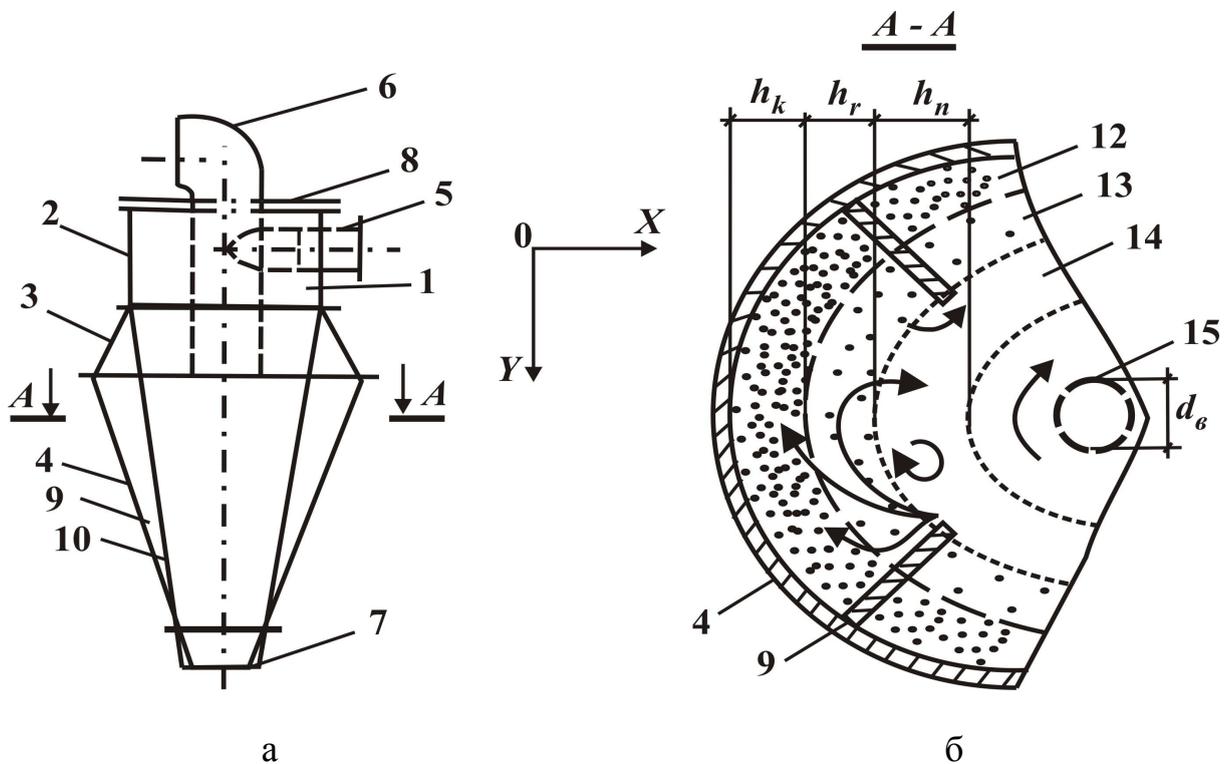


Рис. 1. Схеми гідроциклона (а) і турбулентного течення пульпи в його конічній частині (б):

$h_k, h_r, h_n$  – товщина концентрованого, розривленого і переробного шарів пульпи, м;  $d_e$  – діаметр повітряного стовпа, м

Гідроциклон (рис. 1) має корпус 1, що складається з циліндричної частини 2 і биконічної частини, яка виконана з двох з'єднаних великими основами усечених конусів 3 і 4. Тангенціально до циліндричної частини корпусу встановлено живильний патрубков 5, а поруч корпусу 1 розташовані

сливной патрубков 6 и песковая насадка 7. Верхняя часть корпуса ограничена крышкой 8. На внутренней поверхности усеченных конусов 3 и 4 попарно диаметрально установлены направляющие пластины 9, кромки 10 которых образуют коническую поверхность с вершиной в сторону песковой насадки 7.

Конструктивные особенности гидроциклона обеспечивают образование в межпластинчатых каналах концентрированного 12, разрыхленного 13 и перечистного 14 слоев пульпы [9, 10], а также воздушного столба 15.

В направлении к песковой насадке 7 высота пластин и межпластинчатого канала, а также его ширина постепенно уменьшаются (рис. 2). В качестве ширины межпластинчатого канала принято расстояние между центрами соседних пластин.

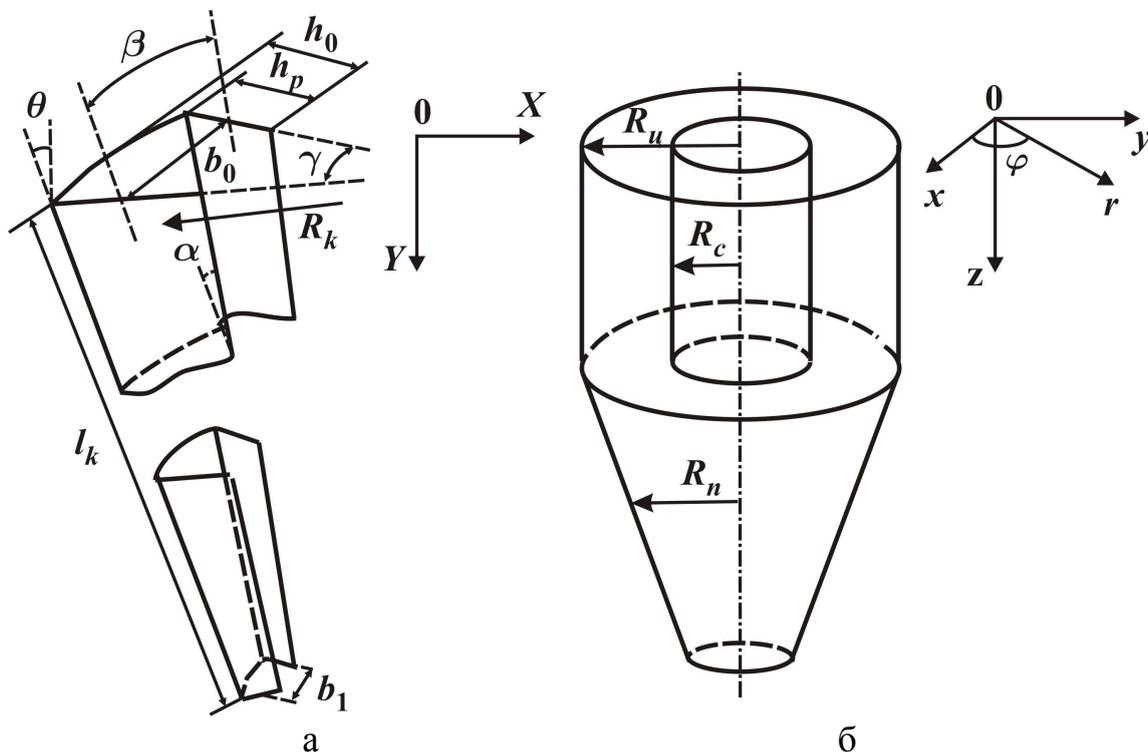


Рис. 2. Схемы межпластинчатого канала (а) и цилиндриконической части гидроциклона (б):

- $h_p$  и  $h_0$  – начальная высота пластин и межпластинчатого канала, м;
- $b_0$  и  $b_1$  – начальная и конечная ширина межпластинчатого канала, м;
- $l_k$  – длина канала, м;  $\alpha$  и  $\beta$  – угол конусности пластин и боковых стенок канала, град;
- $\gamma$  и  $\theta$  – угол наклона боковых стенок канала в горизонтальной плоскости и дна канала к оси  $OY$ , град;  $R_u, R_c, R_n, R_k$  – радиусы кривизны цилиндрической поверхности, внешней поверхности сливного патрубка, перечистного слоя пульпы и конической поверхности, м;  $l_y$  – длина цилиндрической части гидроциклона, м;
- $r$  и  $z$  – радиальная и осевая цилиндрические координаты, м;
- $\varphi$  – угловая цилиндрическая координата, град

Влияние центробежного поля сил и неоднородность гидродинамической

структуры основного вихревого потока в гидроциклоне приводят к повышению концентрации твердой фазы в направлении стенок корпуса. Образование разрыхленного слоя пульпы связано с влиянием вихрей, проникающих внутрь межпластинчатых каналов. Вблизи внутренних кромок пластин происходит захват отрывными течениями твердых частиц из перечистного слоя и их попадание в межпластинчатый канал. Закономерности отрыва потока пульпы с внутренних кромок пластин и формирование за ними вихрей идентичны случаю поперечного обтекания пластины турбулентным потоком вязкой жидкости [1], а также случаю обтекания прямоугольных элементов, расположенных на поверхности стенки [11]. Угол наклона пластин (рис. 2,а) препятствует выносу крупных частиц за пределы межпластинчатого канала.

Как видно из рис. 1,б, граница раздела между разрыхленным и перечистным слоями пульпы находится на расстоянии  $h_k + h_r$  от дна канала и проходит ниже кромок пластин. Это связано с тем, что энергии основного вихревого потока пульпы достаточно для частичного преодоления гидравлического сопротивления, создаваемого пластинами. Ниже границы раздела указанных слоев пульпы тангенциальная составляющая скорости становится равной нулю, а продольная составляющая возрастает в направлении дна канала и достигает своего максимального значения в концентрированном слое пульпы. По этой причине в межпластинчатых каналах происходит формирование нисходящего безвихревого течения, аналогами которому являются турбулентные течения пульпы в каналах с параллельными и суживающимися стенками [3, 6].

Сравнивая гидроциклон, имеющий в конусной части межпластинчатые каналы с обычным цилиндрическим гидроциклоном, отметим, что, несмотря на то, что пластины создают дополнительные гидравлические сопротивления, они способствуют увеличению расхода концентрированного и разрыхленного слоев пульпы, так как не участвуют во вращательном движении. При этом, по мере движения пульпы в межпластинчатых каналах, происходит ее дальнейшее уплотнение и вблизи песковой насадки содержание твердого достигает своего максимального значения [10]. В случае отсутствия межпластинчатых каналов действие основного вихревого потока распространяется до стенок корпуса и продольная составляющая скорости пристенного слоя пульпы будет меньше. В результате этого происходит более интенсивный вынос крупных и мелких частиц из пристенной зоны и содержание твердой фазы пульпы вблизи песковой насадки уменьшается.

Введем предложенную в работе [12] технологическую классификацию твердых частиц по крупности, согласно которой твердая фаза пульпы состоит из тонких, мелких и крупных частиц диаметром  $d_i$ . Эти частицы связаны с величиной масштаба турбулентности  $\lambda$  следующими соотношениями:  $d_i \ll \lambda$ ,  $d_i \sim \lambda$ ,  $d_i \gg \lambda$ , соответственно.

Рассмотрим турбулентно-диффузионную модель гидроциклона с перечисткой в его конической части (рис. 1, б; рис. 2), в которой концентрированный и разрыхленный слои пульпы в межпластинчатом канале заменим однослойным потоком, граничащим с перечистным слоем.

Применительно к турбулентному течению пульпы в межпластинчатом канале воспользуемся уравнениями осредненного турбулентного движения двухфазной среды для случая локально однородной и изотропной турбулентности [13]. В качестве гидродинамических параметров в уравнениях осредненного турбулентного движения рассматриваются их осредненные по времени значения.

Для тонких частиц:

$$\begin{cases} \operatorname{div} u = 0; \\ \frac{\partial u}{\partial t} + (u \nabla) u = \frac{1}{\rho} F - \frac{1}{\rho} \operatorname{grad} P + \nu \Delta u; \\ \frac{\partial \tilde{N}_t}{\partial t} = \operatorname{div} (D_t \operatorname{grad} \tilde{N}_t - \tilde{N}_t u_t - B_t \tilde{N}_t F_t); \\ \frac{\partial u_t}{\partial t} + (u_t \nabla) u_t = \frac{1}{\rho_+} F_t - \frac{1}{\rho_+} \operatorname{grad} P_t + \nu_+ \Delta u_t + \frac{\nu_+}{3} \operatorname{grad} (\operatorname{div} v_+), \end{cases} \quad (1)$$

где  $u_t$  и  $u$  – результирующие скорости тонких частиц и турбулентных вихрей разделяющей среды в данной точке потока пульпы, м/с;  $\rho_+$  и  $\rho$  – плотности твердых частиц и жидкой фазы пульпы, кг/м<sup>3</sup>;  $F_t$  и  $F$  – результирующие объемных сил, действующих на тонкие частицы и турбулентные вихри разделяющей среды, отнесенные к единице объема пульпы, Н/м<sup>3</sup>;  $P$  и  $P_t$  – давления жидкой фазы в данной точке потока пульпы и на поверхностях тонких частиц, Па;  $\nu_T$  и  $\nu_t$  – коэффициенты турбулентной вязкости жидкой фазы и макровязкости тонких частиц, м<sup>2</sup>/с;  $C_t$  – объемная концентрация тонких частиц, кг/м<sup>3</sup>;  $D_t$  – коэффициент турбулентной диффузии тонких частиц, м<sup>2</sup>/с;  $B_t$  – коэффициент подвижности тонких частиц, с/кг;  $t$  – текущее время, с.

Для мелких частиц:

$$\left\{ \begin{array}{l} \operatorname{div} u = 0; \\ \frac{\partial u}{\partial t} + (u \nabla) u = \frac{1}{\rho} F - \frac{1}{\rho} \operatorname{grad} P + \nu \Delta u; \\ \frac{\partial \tilde{N}_m}{\partial t} = \operatorname{div} (D_m \operatorname{grad} \tilde{N}_m - \tilde{N}_m u_m - B_m \tilde{N}_m F_m); \\ \frac{\partial u_m}{\partial t} + (u_m \nabla) u_m = \frac{1}{\rho_+} F_m, \end{array} \right. \quad (2)$$

где  $u_m$  – результирующая скорость мелких частиц в данной точке потока пульпы, м/с;  $F_m$  – результирующая объемных сил, действующих на мелкие частицы, отнесенная к единице объема пульпы, Н/м<sup>3</sup>;  $C_m$  – объемная концентрация мелких частиц, кг/м<sup>3</sup>;  $D_m$  – коэффициент турбулентной диффузии мелких частиц, м<sup>2</sup>/с;  $B_m$  – коэффициент подвижности мелких частиц, с/кг.

Для крупных частиц:

$$\left\{ \begin{array}{l} \operatorname{div} u = 0; \\ \frac{\partial u}{\partial t} + (u \nabla) u = \frac{1}{\rho} F - \frac{1}{\rho} \operatorname{grad} P + \nu \Delta u; \\ \frac{\partial \tilde{N}_k}{\partial t} + u_k \operatorname{grad} \tilde{N}_k = 0; \\ \frac{\partial u_k}{\partial t} + (u_k \nabla) u_k = \frac{1}{\rho_+} F_k, \end{array} \right. \quad (3)$$

где  $u_k$  – результирующая скорость крупных частиц в данной точке потока пульпы, м/с;  $F_k$  – результирующая объемных сил, действующих на крупные частицы, отнесенная к единице объема пульпы, Н/м<sup>3</sup>;  $C_k$  – объемная концентрация крупных частиц, кг/м<sup>3</sup>.

В качестве результирующей объемных сил  $F$ , действующих на турбулентные вихри разделяющей среды, как правило, рассматривают силу тяжести [11]. Поэтому можно записать, что

$$F = \rho g, \quad (4)$$

где  $g$  – ускорение свободного падения, м/с<sup>2</sup>.

Рассматривая вместо плотности жидкой фазы пульпы плотность твердых

частиц, получаем аналогичные соотношения для результирующих объемных сил, действующих на тонкие, мелкие и крупные частицы.

Коэффициенты турбулентной диффузии для тонких, мелких и крупных частиц определяются следующим образом [12]:

$$\left\{ \begin{array}{l} D_t = \frac{1}{3} \lambda IU; \\ D_m = \frac{\lambda IU}{3 \left( 1 + \frac{IU d_m^2 \rho_{\pm}}{18 \lambda \mu_p} \right)}; \\ D_k = - \frac{\lambda^3 \rho_p I^2 U^2}{54 d_k \mu_p}, \end{array} \right. \quad (5)$$

где  $U$  – средняя скорость турбулентного потока пульпы, м/с;  $\mu_p$  – динамическая вязкость пульпы, Н·с/м;  $\rho_p$  – плотность пульпы, кг/м<sup>3</sup>;  $I$  – интенсивность турбулентности, д.е., которая согласно работам [12, 13] определяется так:

$$I = \sqrt[3]{\frac{\lambda}{L}}, \quad (6)$$

где  $L$  и  $\lambda$  – макро- и микромасштабы турбулентности, м.

Средняя скорость турбулентного потока пульпы, плотность пульпы и ее динамическая вязкость [2, 6] соответственно:

$$\left\{ \begin{array}{l} U = \frac{1}{\rho_d} \left[ \rho_{\pm} (C_t u_t + C_m u_m + C_k u_k) + \rho u (1 - C_t - C_m - C_k) \right]; \\ \rho_{\delta} = \rho_{\pm} (C_t + C_m + C_k) + \rho (1 - C_t - C_m - C_k); \\ \mu_{\delta} = \mu \left[ 1 + 2(C_t + C_m + C_k) \left( 1 + 1,2(C_t + C_m + C_k)^{\frac{2}{3}} \right)^{-2} \right]. \end{array} \right. \quad (7)$$

Соотношения для геометрических параметров межпластинчатого канала

(рис. 2,а), а именно, угол конусности  $\beta$  боковых стенок канала [3], изменения его средней ширины  $b(y)$  и высоты  $h(y)$  вдоль оси  $OY$  соответственно будут:

$$\begin{cases} \beta = \operatorname{arctg} \left[ (b_0 - b_1)(2l_k)^{-1} \right]; \\ b(y) = b_0 - 2y \operatorname{tg} \beta; \\ h(y) = R_\varepsilon \left( 1 - \cos \frac{\gamma}{2} \right) - y \operatorname{tg} \alpha, \end{cases} \quad (8)$$

где  $y$  – расстояние вдоль оси  $OY$ , м.

Рассматривая двухмерное течение пульпы в межпластинчатом канале, введем декартовы координаты  $x_i, x_j$ , где  $i, j = 1, 2$  ( $x, y$ ) и  $i \neq j$ . Тогда соотношения для дифференциальных операторов, входящих в системы уравнений (1) – (3), можно представить так [14]:

$$\begin{cases} \nabla \equiv \operatorname{grad} \equiv \frac{\partial}{\partial x_i} = \frac{\partial}{\partial x} \mathbf{i} + \frac{\partial}{\partial y} \mathbf{j}; \\ \operatorname{div} = \frac{\partial}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial y}; \\ \Delta = \frac{\partial^2}{\partial x_i^2} = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}, \end{cases} \quad (9)$$

где  $\mathbf{i}, \mathbf{j}$  – единичные векторы осей координат  $OX$  и  $OY$ .

С учетом выражений (4), (9) системы уравнений (1) – (3) представим в проекциях на оси координат [15].

Для тонких частиц:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial u_i}{\partial x_i} = 0; \\ \frac{\partial u_i}{\partial t} + \frac{\partial(u_i u_j)}{\partial x_j} = g_i - \frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x_j} + v_o \frac{\partial^2 u_j}{\partial x_i \partial x_i}; \\ \frac{\partial \tilde{N}_t}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x_i} \left( D_t \frac{\partial \tilde{N}_t}{\partial x_j} - \tilde{N}_t (u_t)_i - B_t \tilde{N}_t \rho_{\pm} g_i \right); \\ \frac{(u_t)_i}{\partial t} + \frac{\partial [(u_t)_i (u_t)_j]}{\partial x_j} = g_i - \frac{1}{\rho_{\pm}} \frac{\partial P_t}{\partial x_i} + v_{\pm} \frac{\partial^2 (u_t)_j}{\partial x_i \partial x_i} + \frac{v_{\pm}}{3} \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \frac{\partial v_{\pm}}{\partial x_i} \right). \end{array} \right. \quad (10)$$

Для мелких частиц:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial u_i}{\partial x_i} = 0; \\ \frac{\partial u_i}{\partial t} + \frac{\partial(u_i u_j)}{\partial x_j} = g_i - \frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x_j} + v_o \frac{\partial^2 u_j}{\partial x_i \partial x_i}; \\ \frac{\partial \tilde{N}_m}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x_i} \left( D_m \frac{\partial \tilde{N}_m}{\partial x_j} - \tilde{N}_m (u_m)_i - B_m \tilde{N}_m g_i \rho_{\pm} \right); \\ \frac{(u_m)_i}{\partial t} + \frac{\partial [(u_m)_i (u_m)_j]}{\partial x_j} = g_i. \end{array} \right. \quad (11)$$

Для крупных частиц:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial u_i}{\partial x_i} = 0; \\ \frac{\partial u_i}{\partial t} + \frac{\partial(u_i u_j)}{\partial x_j} = g_i - \frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x_j} + v_o \frac{\partial^2 u_j}{\partial x_i \partial x_i}; \\ \frac{\partial \tilde{N}_k}{\partial t} + u_k \frac{\partial \tilde{N}_k}{\partial x_i} = 0; \\ \frac{(u_k)_i}{\partial t} + \frac{\partial [(u_k)_i (u_k)_j]}{\partial x_j} = g_i. \end{array} \right. \quad (12)$$

Проекції сили тяжести на осі координат  $OX$  і  $OY$  визначаються наступним чином:

$$\begin{cases} g_x = g \sin \theta; \\ g_y = g \cos \theta, \end{cases} \quad (13)$$

де  $\theta$  – кут нахилу міжпластинчатого каналу до осі  $OY$  (рис. 2,а).

Виходячи з співвідношень (8) запишемо граничні умови для систем рівнянь (10) – (12).

По лінії розділу (рис. 1,б) розривленого і перечистного шарів пульпи ( $x = h_k + h_r$ ):

$$\begin{aligned} u_x = u_p; u_y = u_h; (u_t)_x = (u_t)_p; (u_t)_y = (u_t)_h; (u_m)_x = (u_m)_p; (u_m)_y = (u_m)_h; \\ (u_k)_x = (u_k)_p; (u_k)_y = (u_k)_h; C_t = (C_t)_h; C_m = (C_m)_h; C_k = (C_k)_h; P = P_h; P_t = (P_t)_h; \\ v_t = (v_t)_h; B_t = (B_t)_h; B_m = (B_m)_h; D_t = (D_t)_h; D_m = (D_m)_h. \end{aligned}$$

На дні каналу ( $x = 0$ ):

$$\begin{aligned} u_x = u_y = 0; (u_t)_x = (u_t)_0; (u_t)_y = (u_t)_f; (u_m)_x = (u_m)_0; (u_m)_y = (u_m)_f; (u_k)_x = (u_k)_0; \\ (u_k)_y = (u_k)_f; C_t = (C_t)_{\max}; C_m = (C_m)_{\max}; C_k = (C_k)_{\max}; P = P_f; P_t = (P_t)_f; \\ v_t = (v_t)_f; B_t = (B_t)_{\min}; B_m = (B_m)_{\min}; D_t = (D_t)_{\min}; D_m = (D_m)_{\min}. \end{aligned}$$

Начальні умови ( $y = 0, t = 0$ ):

$$\begin{aligned} u_x = u_n; u_y = u_h; (u_t)_x = (u_t)_0; (u_t)_y = (u_t)_n; (u_m)_x = (u_m)_0; (u_m)_y = (u_m)_n; \\ (u_k)_x = (u_k)_0; (u_k)_y = (u_k)_n; C_t = (C_t)_n; C_m = (C_m)_n; C_k = (C_k)_n; P = P_n; P_t = (P_t)_n; \\ v_t = (v_t)_n; B_t = (B_t)_n; B_m = (B_m)_n; D_t = (D_t)_n; D_m = (D_m)_n. \end{aligned}$$

Розглянемо турбулентне тривимірне течення пульпи в циліндроконічній частині гідроциклону (рис. 2,б) з урахуванням перечистного шару. Введемо циліндричну систему координат  $q_i, q_j, q_k$ , де  $i, j, k = 1, 2, 3$  ( $r, \varphi, z$ ). Тут  $r, \varphi, z$  представляють собою радіальну, кутову і осеву циліндричні координати [1].

Співвідношення для диференціальних операторів в циліндричній системі координат [14] можна записати так:

$$\left\{ \begin{array}{l} \nabla \equiv \text{grad} \equiv \frac{\partial}{\partial q_j}; \\ \text{grad}_r = \frac{\partial}{\partial r}; \\ \text{grad}_\varphi = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \varphi}; \\ \text{grad}_z = \frac{\partial}{\partial z}; \\ \text{div} = \frac{\partial}{\partial q_k} (r) = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \varphi} + \frac{\partial}{\partial z}; \\ \Delta = \frac{\partial}{\partial q_k} \left( r \frac{\partial}{\partial q_j} \right) = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2}{\partial \varphi^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}. \end{array} \right. \quad (14)$$

В соответствии с [1, 16] и выражениями (10), (14) систему уравнений (1) для тонких частиц в проекциях на оси цилиндрической системы координат представим следующим образом:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial(ru_k)}{\partial q_k} = 0; \\ \frac{\partial u_i}{\partial t} + A \frac{\partial u_i}{\partial q_j} + E_j = \frac{1}{\rho} \left( g_j - \frac{\partial P}{\partial q_j} \right) + v_\circ \left[ \frac{\partial}{\partial q_k} \left( r \frac{\partial u_j}{\partial q_j} \right) + N_j \right]; \\ \frac{\partial \tilde{N}_t}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial q_k} \left[ r \left( D_t \frac{\partial \tilde{N}_t}{\partial q_j} - \tilde{N}_t (u_t)_k - B_t \tilde{N}_t \rho_\pm g_k \right) \right]; \\ \frac{\partial (u_t)_i}{\partial t} + M \frac{\partial (u_t)_i}{\partial q_j} + S_j = \frac{1}{\rho_\pm} \left( g_i - \frac{\partial P_t}{\partial q_j} \right) + v_\pm \left[ \frac{\partial}{\partial q_i} \left( r \frac{\partial (u_t)_j}{\partial q_j} + \frac{1}{3} \frac{\partial (r(u_t)_k)}{\partial q_k} \right) + W_j \right], \end{array} \right. \quad (15)$$

где  $A = u_r + \frac{u_\varphi}{r} + u_z$ ;  $M = (u_t)_r + \frac{(u_t)_\varphi}{r} + (u_t)_z$ ;  $u_r, u_\varphi, u_z$  – радиальная, тангенциальная и осевая составляющие скорости жидкой фазы пульпы, м/с;  $(u_t)_r, (u_t)_\varphi, (u_t)_z$  – радиальная, тангенциальная и осевая составляющие скорости тонких частиц, м/с;  $E_i, N_j, S_j, W_j$  – матрицы-столбцы, элементы которых

соответствуют цилиндрическим координатам  $q_i, q_j$ :

$$E_i = \begin{pmatrix} \frac{u_\varphi^2}{r} \\ \frac{u_r u_\varphi}{r} \\ 0 \end{pmatrix}; N_j = \begin{pmatrix} \frac{(u_t)_r^2}{r^2} - \frac{2}{r^2} \frac{\partial(u_t)_\varphi}{\partial\varphi} \\ \frac{2}{r^2} \frac{\partial(u_t)_r}{\partial\varphi} - \frac{(u_t)_\varphi}{r^2} \\ 0 \end{pmatrix}; S_j = \begin{pmatrix} -\frac{(u_t)_\varphi}{r} \\ \frac{(u_t)_r (u_t)_\varphi}{r} \\ 0 \end{pmatrix}; W_j = \begin{pmatrix} -\frac{(u_t)_r^2}{r^2} - \frac{2}{r^2} \frac{\partial(u_t)_\varphi}{\partial\varphi} \\ \frac{2}{r^2} \frac{\partial(u_t)_r}{\partial\varphi} - \frac{(u_t)_\varphi}{r^2} \\ 0 \end{pmatrix}. \quad (16)$$

Из анализа систем уравнений (1), (2), (3) и (15) видно, что  $W_j$  входит только в систему уравнений (1).

Для мелких частиц первые три уравнения системы (2) и выражения для  $A, M, E_i, N_j, S_j$  записываются аналогично системе уравнений (15), а четвертое уравнение как:

$$\frac{\partial(u_m)_i}{\partial t} + M \frac{\partial(u_m)_i}{\partial q_j} + S_j = \frac{1}{\rho_\mp} \left( g_i - \frac{\partial P_m}{\partial q_j} \right). \quad (17)$$

Для крупных частиц первое и второе уравнения системы (3), а также выражения для  $A, M, E_i, N_j, S_j$  записываются аналогично системе уравнений (15), а третье и четвертое уравнения представим в виде:

$$\begin{cases} \frac{\partial \tilde{N}_k}{\partial t} + u_k \frac{\partial \tilde{N}_k}{\partial q_j} = 0; \\ \frac{\partial(u_k)_i}{\partial t} + M \frac{\partial(u_k)_i}{\partial q_j} + S_j = \frac{1}{\rho_\mp} \left( g_i - \frac{\partial P_k}{\partial q_j} \right). \end{cases} \quad (18)$$

Граничные условия на внешней поверхности сливного патрубка гидроциклона ( $r = R_c$ ):

$$u_r = u_\varphi = u_z = 0; (u_t)_r = (u_t)_\varphi = 0; (u_t)_z = (u_t)_s; (u_m)_r = (u_m)_w; (u_m)_\varphi = (u_m)_\chi; \\ (u_m)_z = (u_m)_s; (u_k)_r = (u_k)_w; (u_k)_\varphi = (u_k)_\chi; (u_k)_z = (u_k)_s; C_t = (C_t)_{\min}; C_m = (C_m)_{\min}; \\ ; ; ; ; ; ; .$$

Граничные условия на внутренней поверхности цилиндрической части

гідроциклона ( $r = R_u$ ):

$$u_r = u_\varphi = u_z = 0; (u_t)_r = (u_t)_\varphi = 0; (u_t)_z = (u_t)_\xi; (u_m)_r = (u_m)_\zeta; (u_m)_\varphi = (u_m)_\delta; \\ (u_m)_z = (u_m)_\xi; (u_k)_r = (u_k)_\zeta; (u_k)_\varphi = (u_k)_\delta; (u_k)_z = (u_k)_\xi; C_t = (C_t)_{ma\delta}; C_m = (C_m)_{ma\delta}; \\ C_k = (C_k)_{ma\delta}; D = P_{\tilde{n}}; P_t = (P_t)_{\tilde{n}}; v_t = (v_t)_{\tilde{n}}; B_t = (B_t)_{\min}; B_m = (B_m)_{\min}; D_t = (D_t)_{\min}; \\ D_m = (D_m)_{\min}.$$

Начальные условия для цилиндрической части гидроциклона ( $z = 0, t = 0$ ):

$$u_r = (u_r)_0; u_\varphi = (u_\varphi)_0; u_z = (u_z)_0; (u_t)_r = (u_t)_\eta; (u_t)_\varphi = (u_t)_\psi; (u_t)_z = (u_t)_0; \\ (u_m)_r = (u_m)_\eta; (u_m)_\varphi = (u_m)_\psi; (u_m)_z = (u_m)_0; (u_k)_r = (u_k)_\eta; (u_k)_\varphi = (u_k)_\psi; \\ (u_k)_z = (u_k)_0; C_t = (C_t)_0; C_m = (C_m)_0; C_k = (C_k)_0; D = P_0; P_t = (P_t)_0; v_t = (v_t)_0; \\ B_t = (B_t)_0; B_m = (B_m)_0; D_t = (D_t)_0; D_m = (D_m)_0.$$

Граничные условия на поверхности воздушного столба ( $r = 0,5d_b$ ):

$$u_r = (u_r)_{\hat{a}}; u_\varphi = (u_\varphi)_{\hat{a}}; u_z = (u_z)_{\hat{a}}; (u_t)_r = (u_t)_\Omega; (u_t)_\varphi = (u_t)_\lambda; (u_t)_z = (u_t)_\vartheta; (u_m)_r = (u_m)_\Omega; \\ (u_m)_\varphi = (u_m)_\lambda; (u_m)_z = (u_m)_\vartheta; (u_k)_r = (u_k)_\Omega; (u_k)_\varphi = (u_k)_\lambda; (u_k)_z = (u_k)_\vartheta; D = P_{\hat{a}}; \\ P_t = (P_t)_{\hat{a}}; C_t = (C_t)_{\min}; C_m = (C_m)_{\min}; C_k = (C_k)_{\min}; v_t = (v_t)_{\hat{a}}; B_t = (B_t)_{\hat{a}}; B_m = (B_m)_{\hat{a}}; \\ D_t = (D_t)_{\hat{a}}; D_m = (D_m)_{\hat{a}}.$$

Граничные условия на поверхности соприкосновения перемешанного слоя пульпы ( $h_k + h_r$ ) с кромками пластин, образующих цилиндрическую поверхность ( $r = R_n$ ):

$$u_r = u_\varphi = 0; u_z = (u_z)_i; (u_t)_r = (u_t)_\varphi = 0; (u_t)_z = (u_t)_i; (u_m)_r = (u_m)_\varphi = 0; D = P_i; \\ P_t = (P_t)_i; (u_m)_z = (u_m)_i; (u_k)_r = (u_k)_\varphi = 0; (u_k)_z = (u_k)_i; C_t = (C_t)_i; C_m = (C_m)_i; \\ C_k = (C_k)_i; v_t = (v_t)_i; B_t = (B_t)_i; B_m = (B_m)_i; D_t = (D_t)_i; D_m = (D_m)_i.$$

Начальные условия для цилиндрической части гидроциклона ( $z = l_u, t = 0$ ):

$$u_r = (u_r)_l; u_\varphi = (u_\varphi)_l; u_z = (u_z)_l; (u_t)_r = (u_t)_\varepsilon; (u_t)_\varphi = (u_t)_\theta; (u_t)_z = (u_t)_l; D = P_l; \\ P_t = (P_t)_l; (u_m)_r = (u_m)_\varepsilon; (u_m)_\varphi = (u_m)_\theta; (u_m)_z = (u_m)_l; (u_k)_r = (u_k)_\varepsilon; (u_k)_\varphi = (u_k)_\theta; \\ ; ; ; ; ; ; ;$$

$$D_t = (D_t)_l ; D_m = (D_m)_l .$$

Приведенная математическая модель может быть реализована с использованием методов конечных разностей [15] и контрольных объемов [16].

*Выводы и направления дальнейших исследований:*

- при математическом моделировании процесса осаждения твердой фазы пульпы в межпластинчатом канале можно применить однослойную схему двухмерного турбулентного течения пульпы и целесообразно совместно с уравнениями осредненного турбулентного движения двухфазной среды использовать соотношения для определения интенсивности турбулентности и коэффициента турбулентной диффузии твердых частиц;

- на процесс перемещения твердой фазы пульпы с помощью пластин, установленных в конической части гидроциклона, влияют геометрия и размеры пластин, гидродинамика отрывных течений и механизм формирования концентрированного, разрыхленного и перемешанного слоев пульпы;

- основными факторами, повышающими эффективность перемещения твердой фазы пульпы в гидроциклоне, являются нисходящее безвихревое течение концентрированного слоя пульпы в межпластинчатых каналах, захват этим течением крупных частиц и вынос тонких и мелких частиц турбулентными вихрями в приосевую зону гидроциклона.

Автором предполагается в дальнейших исследованиях полученные результаты взять за базовые при анализе особенностей сепарации твердой фазы пульпы в цилиндрическом гидроциклоне [17, 18].

### Список литературы

1. Лойцянский Л.Г. Механика жидкостей и газа [Текст] / Л.Г. Лойцянский. – М.: Наука, 1970. – 906 с.
2. Фортъе А. Механика суспензий [Текст] / А. Фортъе – М.: Мир, 1971. – 264 с.
3. Проблемы гравитационного обогащения титано-цирконовых песков [Текст] / Б.А. Блюсс, А.М. Сокил, О.Г. Гоман. – Днепропетровск: Полиграфист, 1999. – 190 с.
4. Пилов П.И. Распределение частиц твердой фазы в турбулентном потоке жидкости при выделении осадка [Текст] / П.И. Пилов // Наук. вісн. Національного гірничого університету. – 1998. – №1. – С. 74 – 77.
5. Косой Г.М. Сопротивление твердых частиц при стесненном движении жидкости [Текст] / Г.М. Косой, В.В. Сапешко // Обогащение полезных ископаемых : Респ. межвед. науч. – техн. сб. – 1986. – Вып. 36. – С. 36 – 40.
6. Кривошеков В.И. Распределение концентрации твердых частиц суспензии в канале с параллельными и суживающимися стенками [Текст] / В.И. Кривошеков, Л.А. Новиков // Збагачення корисних копалин: Наук. – техн. зб. – 2008. – Вип. 34(75). – С. 86 – 97.
7. Щукин В.К. Теплообмен, массоперенос и гидродинамика закрученных потоков в осесимметричных каналах [Текст] / В.К. Щукин, А.А. Халатов. – М. : Машиностроение,

1982. – 200 с.

8. **Тихонов О.Н.** Закономерности эффективного разделения минералов в процессах обогащения полезных ископаемых [Текст] / О.Н. Тихонов. – М.: Недра, 1984. – 207 с.

9. А. с. 1655575 СССР, МКИ<sup>3</sup> В 03 В 5/34. Гидроциклон для классификации и обогащения полезных ископаемых [Текст] / Н.Г. Бедрань, В.И. Кривошеков, Я.С. Гольдберг (СССР). № 4721330/03; заявл. 15.06.1989; опубл. 15.06.91, бюл. № 22.

10. **Кривошеков В.И.** Предпосылки эффективной работы гидроциклона [Текст] / В.И. Кривошеков // Збагачення корисних копалин : Наук.-техн. зб. – 1999. – Вип. 5 (46). – С. 72 – 77.

11. **Шлихтинг Г.** Теория пограничного слоя [Текст] / Г. Шлихтинг. – М.: Наука, 1974. – 711 с.

12. **Кривошеков В.И.** Определение коэффициента диффузии твердых частиц в турбулентном потоке пульпы [Текст] / В.И. Кривошеков // Збагачення корисних копалин : Наук. – техн. зб. – 1999. – Вип. 4 (45). – С. 77–78.

13. **Кривошеков В.И.** Кинетический подход к выводу уравнений движения двухфазной среды в сепарационных аппаратах [Текст] / В.И. Кривошеков // Обогащение руд. – 2001. – №6. – С. 23 – 26.

14. Справочник по высшей математике [Текст] / **А.А. Гусак, Г.М. Гусак, Е.А. Бричикова.** – Минск : ТетраСистемс, 1999. – 640 с.

15. **Иевлев В.М.** Численное моделирование турбулентных течений [Текст] / Иевлев В.М. – М. : Наука, 1990. – 216 с.

16. **Приходько А.А.** Компьютерные технологии в аэрогидродинамике и тепломассообмене [Текст] / А.А. Приходько. – К. : Наук. думка, 2003. – 379 с.

17. Пат. 46580 Україна. Гідроциклон для класифікації і збагачення корисних копалин [Текст] / В.І. Кривошеков. Заявл. 28.08.2001; опубл. 15.02.2005.

18. **Кривошеков В.И.** Гидросепарация в асимметричном потоке пульпы: способ и устройства [Текст] / В.И. Кривошеков // Збагачення корисних копалин: Наук.-техн. зб. – 2008. – Вип. 33 (74). – С. 65–68.

© Кривошеков В.И., 2008

*Надійшла до редколегії 24.09.2008 р  
Рекомендовано до публікації д.т.н. Б.О. Блюссом*

УДК 622.7

**О.Н. ЧЕЧЕЛЬ**

(Украина, Димитров, ОФ ООО "ПК "Донецкое угольное топливо")

### **ОПЫТ ВНЕДРЕНИЯ ВИНТОВЫХ ШЛЮЗОВ С ЭЛАСТИЧНЫМ ЖЕЛОБОМ SLRS2-1000.1 ПРОИЗВОДСТВА ЗАО "АНА-ТЕМС" В ТЕХНОЛОГИИ ОБОГАЩЕНИЯ УГЛЕЙ МЕЛКИХ КЛАССОВ**

На обогатительной фабрике ОФ ООО "ПК "Донецкое угольное топливо"

105

**Збагачення корисних копалин, 2009. – Вип. 36(77) – 37(78)**