$$x_{11}+x_{12}+x_{13}\le 400,$$
$$x_{21}+x_{22}+x_{23}\le 300,$$
$$x_{31}+x_{32}+x_{33}\le 280,$$
$$x_{11},x_{12},\dots x_{33}\ge 0.$$

Використовуючи функцію «Пошук рішення» MS Excel, розраховуємо значення x_{ij} часу виконання комбайнами кожної з робіт (табл. 2.5).

Таблиця 2.5

Вид комбайна	Вид роботи			Ресурс часу, год	
	A	*B*	*C*	використаний	обмеження
I	0	0	400	400	400
II	0	300	0	300	300
III	130	150	0	280	280

При цьому сумарний обсяг роботи $f_1(x)=38800\,\text{м}^3$, а її вартість $f_2(x)=2500$ грн.

Метод послідовної поступки. Розв’яжемо задачу, враховуючи, що перший критерій більш важливий, ніж другий.

Спочатку розв’язуємо скалярну задачу за першим (більш важливим критерієм) на вихідній множині альтернатив, а саме:

$$f_1(x)=30x_{11}+20x_{12}+40x_{13}+20x_{21}+30x_{22}+50x_{23}+60x_{31}+40x_{32}+20x_{33}\to\max;$$

$$x_{11}+x_{12}+x_{13}\le 400,$$
$$x_{21}+x_{22}+x_{23}\le 300,$$
$$x_{31}+x_{32}+x_{33}\le 280,$$
$$x_{11},x_{12},\dots x_{33}\ge 0.$$

Результати розв’язування задачі подано в табл. 2.6.

Таблиця 2.6

Вид комбайна	Вид роботи			Ресурс часу, год	
	A	*B*	*C*	використаний	обмеження
I	0	0	400	400	400
II	0	0	300	300	300
III	280	0	0	280	280

Максимальний обсяг роботи $f_1=47800$ м^3.Тепер робимо поступку за першим критерієм. Припустимо, що особа, яка приймає рішення, згодна зменшити обсяг роботи не більш ніж на 7800 м^3, тоді додаткове обмеження для нової задачі, враховуючи, що критерій максимізувався, буде мати такий вигляд:

$$f_1(x) = 30x_{11} + 20x_{12} + 40x_{13} + 20x_{21} + 30x_{22} + 50x_{23} + 60x_{31} + 40x_{32} + 20x_{33} \le 40000.$$

І, таким чином, задача другого кроку буде такою:

$$f_2(x) = 2x_{11} + 4x_{12} + 2x_{13} + 3x_{21} + 2x_{22} + 5x_{23} + 5x_{31} + 3x_{32} + 6x_{33} \to \min;$$

$$f_1(x) = 30x_{11} + 20x_{12} + 40x_{13} + 20x_{21} + 30x_{22} + 50x_{23} + 60x_{31} + 40x_{32} + 20x_{33} \le 40000;$$

$$x_{11} + x_{12} + x_{13} \le 400,$$
$$x_{21} + x_{22} + x_{23} \le 300,$$
$$x_{31} + x_{32} + x_{33} \le 280,$$
$$x_{11}, x_{12}, \ldots x_{33} \ge 0.$$

У результаті розв'язування задачі отримаємо значення тривалості x_{ij} виконання комбайнами кожної з робіт (табл. 2.7).

Таблиця 2.7

Вид комбайна	Вид роботи			Ресурс часу, год	
	A	*B*	*C*	використаний	обмеження
I	0	0	400	400	400
II	0	300	0	300	300
III	190	90	0	280	280

При цьому обсяг виконаної роботи становить 40000 м^3, а її вартість 2620 грн.

Оскільки всі критерії розглянуто, то цей результат буде розв'язком вихідної багатокритерійної задачі.

Зведемо результати всіх обчислень у табл. 2.8.

Таблиця 2.8

Метод розв'язуваня	Час роботи комбайнів, год									Значення критеріїв	
	x_{11}	x_{12}	x_{13}	x_{21}	x_{22}	x_{23}	x_{31}	x_{32}	x_{33}	$f_1(x)$	$f2(x)$
Згортки	0	0	400	0	0	300	280	0	0	47800	3700
Головного критерію	0	0	400	0	300	0	130	150	0	38800	2500
Послідовної поступки	0	0	400	0	300	0	190	90	0	40000	2620

Вочевидь, отримано три ефективних розв'язки задачі багатокритерійної оптимізації. Який з них використовувати, має вирішити особа, що приймає рішення, залежно від того, що саме вона вважає головнішим: зменшення вартості чи збільшення обсягу робіт.

Контрольні питання

1. Сформулюйте загальну постановку задачі багатокритерійної оптимізації.
2. Які альтернативи називають ефективними за Парето?
3. Які властивості ефективних альтернатив ви знаєте?
4. Які методи пошуку ефективних альтернатив Ви знаєте?
5. Для чого потрібна нормалізація критеріїв при розв'язуванні багатокритерійних задач?
6. Які способи нормалізації критеріїв Ви знаєте?
7. У чому полягають методи згортки в застосуванні до розв'язування багатокритерійних задач?
8. Які етапи передбачає застосування методу згортки.
9. Які види згорток ви знаєте?
10. Назвіть переваги й недоліки методів типу згортки?
11. Чи є обов'язковою нормалізація критеріїв при використанні методів згортки?
12. Чи потрібні кількісні значення переваг критеріїв у разі застосування методів згортки?
13. У чому полягає сутність методу головного критерію розв'язування багатокритерійних задач?
14. Перелічіть переваги й недоліки застосування методу головного критерію?
15. Чи є обов'язковою нормалізація критеріїв при використанні методу головного критерію до розв'язування багатокритерійних задач?
16. Чи потрібні кількісні значення переваг критеріїв при застосуванні методу головного критерію до розв'язування багатокритерійних задач?
17. Яка сутність методу послідовної поступки розв'язування багатокритерійних задач?
18. Які існують переваги і в чому полягають труднощі застосування методу послідовної поступки до розв'язування багатокритерійних задач?
19. Чи є обов'язковою нормалізація критеріїв при використанні методу послідовної поступки?
20. Чи потрібні кількісні значення переваг у разі застосування методу послідовної поступки?
21. Чи забезпечують методи згортки, послідовної поступки та головного критерію визначення єдиного оптимального розв'язку багатокритерійної задачі?

22. Чи забезпечує застосування цих методів отримання одного з ефективних розв'язків багатокритерійної задачі?

23. Яким чином можна враховувати пріоритети критеріїв?

24. Назвіть методи врахування жорсткого пріоритету критеріїв, у чому полягає їх сутність?

25. Назвіть методи врахування гнучкого пріоритету критеріїв, у чому полягає їх сутність?

Варіанти індивідуальних завдань

1. Механічний цех може виготовити за зміну 600 деталей типу 1 або 1200 деталей типу 2. Того самого дня виготовлені деталі надходять на термообробку. Виробнича потужність термічного цеху, де проводиться термообробка, становить за зміну 1200 деталей типу 1 або 800 деталей типу 2. Вартість деталей однакова. Визначити щоденну виробничу програму випуску деталей, яка максимізує товарну продукцію підприємства, враховуючи такі додаткові умови:

а) цехи працюють в одну зміну;

б) механічний цех працює три зміни, а термічний – у дві;

в) підприємство працює у дві зміни, при цьому деталей № 1 має бути виготовлено не більше 800 штук і деталей № 2 – не більше 1000 шт.

2. У роботі кар'єру можуть бути використані три види комбайнів І, ІІ, і ІІІ, які здатні виконувати три види робіт *A*, *B*, і *C*. У табл. 2.9 відображено ресурси робочого часу кожного комбайна, їх продуктивність при виконанні різних робіт і вартість однієї години роботи (у грн). Визначити оптимальне завантаження комбайнів, яке забезпечує максимальний сумарний обсяг виконаних робіт і мінімальну їх собівартість.

Таблиця 2.9

Вид комбайна	Продуктивність, $м^3$/год			Питома вартість, грн/год			Ресурс часу, год
	A	*B*	*C*	*A*	*B*	*C*	
I	10	40	10	20	14	25	400
II	50	10	50	30	25	15	300
III	60	40	30	15	20	20	480

3. На шахті «Добропільська» функціонує три видобувних дільниці. Видобуте на кожній з них вугілля має має різний вміст сірки, різні показники вологості й зольності (табл. 2.10). Стосовно кожної з дільниць відомі значення максимально можливого й мінімально необхідного обсягу видобутку, а також витрати на видобуток однієї тонни сировини (табл. 2.10). Необхідно, з огляду на характеристики вугілля, що видобувається на кожній дільниці, скласти план робіт таким чином, щоб витрати на видобуток були мінімальними, його обсяг максимальним, і виконувалися б усі вимоги споживачів до якості сировини (вони подані в табл. 2.11).

Таблиця 2.10

Характеристики вугілля, % та показники роботи дільниці	Номер дільниці		
	1	2	3
Зольність	49	37	23
Вологість	7	8	10
Вміст сірки	1,8	2,1	3
Витрати, грн	1184,210	1381,777	1083,515
Максимальний обсяг видобутку, тис. т	1650	1090	1270
Мінімальний обсяг видобутку сировини, тис. т	1200	600	530

Таблиця 2.11

Якість вугілля	Зольність, %	Вологість, %	Вміст сірки, %
Експлуатаційна	39,5	–	–
Середня	–	8,2	2,16
Не більше	47,4	9,8	2,6

4. Авіакомпанія для організації пасажирських перевезень між центром Ц і чотирма містами М1, М2, М3, М4 має у своєму розпорядженні три групи літаків. Перша група складається з 10 чотиримоторних, друга – з 25 двомоторних літаків нового зразка і третя – з 40 двомоторних літаків старого зразка. Дані про кількість пасажирів, що може бути перевезена одним літаком даного типу по кожному маршруту протягом одного місяця, і пов'язані з цим експлуатаційні витрати на 1 літак (тис. грн) відображено в табл. 2.12. Кількість пасажирів, яких потрібно перевозити по кожному маршруту протягом місяця, становить відповідно 40, 50, 40, 30 тис. людей, а вартість одного квитка дорівнює 200, 150, 180 і 300 грн. Необхідно розподілити літаки серед маршрутів, виходячи з умови досягнення максимального прибутку авіакомпаній та максимальної кількості перевезених пасажирів.

Таблиця 2.12

Тип літака	Кількість пасажирів / експлуатаційні витрати, тис. грн			
	Ц - М1	Ц - М2	Ц - М3	Ц - М4
I	320/1,2	300/0,8	190/1,5	250/1,6
II	200/1,4	250/1,5	170/2,0	260/2,9
III	225/1,0	300/1,1	200/1,8	320/1,7

5. Збагачувальна фабрика отримує 4 види вугілля у таких кількостях: 400, 250, 350 і 100 тис. т. Унаслідок змішування цих чотирьох компонентів у різних пропорціях утворюється три сорти концентрату: *А* (1 : 1 : 1 : 1), *Б* (3 : 1 : 2 : 1) і *В* (2 : 2 : 1: 3). Вартість 1 тис. т концентрату дорівнює 120, 100 і 150 грн відповідно. Визначити оптимальний план випуску продукції, що забезпечує досягнення її максимальної сумарної вартості та максимальної кількості.

6. У роботі підприємства може бути задіяно п'ять технологічних процесів (*Т*1, *Т*2, *Т*3, *Т*4, *Т*5), причому кількість одиниць продукції, випущеної із застосуванням кожного з них за одиницю часу, відповідно дорівнює 300, 260, 320, 400 і 450 шт. У технологічному процесі враховуються такі виробничі чинники: кількість сировини, енергозатрати, витрати на заробітну платню й накладні витрати. Їх величини при роботі протягом одиниці часу в застосуванні до різних технологій зведено в табл. 2.13. Визначити виробничу програму, яка максимізує випуск продукції і потребує мінімальної кількості електроенергії.

Таблиця 2.13

Виробничі ресурси	Витрати на різні технології					Ліміт ресурсу
	*Т*1	*Т*2	*Т*3	*Т*4	*Т*5	
Сировина, т	15	20	15	14	18	2000
Електроенергія, кВт	0,2	0,3	0,15	0,25	0,3	300
Накладні витрати, грн	4	5	6	3	2	1000
Зарплатня, грн	6	3	4	6	3	1600

7. Механічний завод при виготовленні I, II та III типу деталей використовує токарні, фрезерувальні й стругальні верстати. При цьому обробку деталей кожного типу можна вести трьома різними технологічними способами *Т*1, *Т*2 і *Т*3. У табл. 2.14 подано норми часу для обробки деталі на відповідному верстаті кожним технологічним способом, а також часові ресурси (у верстато-годинах) кожної групи верстатів. Прибуток від продажу кожного виду виробу становить відповідно 22, 18 й 30 грн. Скласти оптимальний план завантаження виробничих потужностей, який забезпечує максимальний прибуток за умови мінімального використання токарних вестатів.

Таблиця 2.14

Тип верстата	Норми часу на обробку деталей, год									Ресурс часу
	I			II			III			
	*T*1	*T*2	*T*3	*T*1	*T*2	*T*3	*T*1	*T*2	*T*3	
Токарний	1	0,9	1,1	1,2	1,5	–	0,9	–	–	200
Фрезерувальний	0,8	0,8	1,3	0,9	1,1	1,3	1,1	0,8	–	400
Стругальний	–	0,7	0,7	0,7	–	1,3	1,3	0,6	–	300

8. В умовах попередньої задачі за наявності додаткових умов, коли між кількістю деталей, які випускаються, повинне виконуватися співвідношення комплектності 1 : 2 : 1, скласти оптимальний план завантаження виробничих потужностей, що забезпечує виготовлення максимального числа комплектів при максимальній вартості продукції.

9. Користуючись умовами задачі 7, скласти оптимальний план завантаження виробничих потужностей, який забезпечує максимальний прибуток при мінімальній кількості випуску деталей другого типу.

10. Для виготовлення сплаву зі свинцю, цинку та олова певного складу використовується сировина у вигляді п'яти сплавів з тих самих металів, що мають різний склад і вартість (табл. 2.15). Визначити, яку кількість сплаву кожного виду потрібно взяти, щоб виготовити при мінімальній собівартості максимальну кількість сплаву, який містить олова – від 40 до 60 % і цинку – від 20 до 30 %, враховуючи, що наявні ресурси сплавів I – V становлять 20, 25, 15, 30, 20 кг відповідно.

Таблиця. 2.15

Тип сплаву	Вміст металу, %			Питома вартість, грн/кг
	Свинець	Цинк	Олово	
I	25	30	45	8
II	10	80	10	17
III	30	30	40	10
IV	40	25	35	12
V	10	70	20	15

11. Деталі *А*, *Б*, *В* можна обробити на трьох верстатах (I, II, III). У табл. 2.16 подано норми витрат часу на обробку верстатом відповідної деталі, витрати на одну годину роботи верстата і граничний час його роботи. Вважаючи, що будь-яка деталь може оброблятися на будь-якому верстаті, визначити оптимальну виробничу програму, враховуючи такі критерії: максимум товарної продукції *Т*; мінімальну собівартість продукції *В*.

Таблиця 2.16

Верстати	Норма часу обробки, год			Витрати на годину роботи, грн	Час роботи верстата, год
	А	*Б*	*В*		
I	0,3	0,1	0,2	30	50
II	0,5	0,2	0,4	20	60
III	0,4	0,5	0,3	15	40

12. Використовуючи дані табл. 2.16 і вважаючи, що кожна деталь послідовно обробляється на всіх верстатах, скласти виробничу програму, яка при мінімальних витратах забезпечує максимальну завантаженість верстатів, враховуючи заданий асортимент 3 : 2 : 1.

13. Розв'язати задачу 12 за умови, що будь-яка деталь може оброблятися на будь-якому верстаті.

14. Нафтопереробний завод отримує 4 види напівфабрикатів: 400 тис. л алкілату, 250 тис. л крекінгу-бензину, 350 тис. л бензину прямої перегонки і 100 тис. л ізопентану. Унаслідок змішування цих чотирьох компонентів у різних пропорціях утворюється три сорти авіаційного бензину: бензин *А* (5 : 2 : 1 : 1) , бензин *Б* (3 : 1 : 2 : 1) і бензин *В* (2 : 2 : 1 : 3). Вартість 1 тис. л бензину дорівнює 12000 грн, 20000 грн і 25000 грн відповідно.

Визначити план виробництва бензину, при якому буде досягнуто максимальну вартість усієї продукції та її максимальний об'єм.

15. Користуючись умовами попередньої задачі, визначити оптимальний план виробництва бензину з метою забезпечення максимального використання компонентів і максимальної собівартості продукції.

Лабораторна робота № 3

Тема роботи: Розв'язування задач нечіткого математичного програмування

Мета роботи: вивчення методів розв'язування задач нечіткого математичного програмування

Порядок виконання роботи

1. Опрацювати необхідний теоретичний матеріал.
2. Побудувати математичну модель задачі згідно з варіантом індивідуального завдання.
3. Розв'язати задачу нечіткої оптимізації, використовуючи один з таких методів : зведення до задачі досягнення нечітко визначеної мети, розкладання на множини рівня, зведення до задачі багатокритерійної оптимізації.
4. Скласти звіт про виконання роботи, який повинен містити
   - постановку індивідуального завдання;
   - опис розв'язування задачі із необхідною деталізацією;
   - результати розв'язування задачі;
   - аналіз отриманих результатів.

Теоретичні відомості

Стандартна задача математичного програмування зазвичай полягає в максимізації (або мінімізації) заданої функції на даній множині допустимих альтернатив, яку описано системою нерівностей. Наприклад,

$$\begin{gathered} f(x) \to \max, \\ \varphi_i(x) \le 0, \quad i = 1, \dots, m, \\ x \in X, \end{gathered} \tag{3.1}$$

де X – задана множина альтернатив, $f : X \to R^1$ й $\varphi_i : X \to R^1$, $i = 1,...,m$ – задані функції.

Моделюючи в такій формі реальні задачі, дослідник часто може мати у своєму розпорядженні лише нечіткі описи функцій f і φ або їхніх параметрів, нечітко може бути описана й множина альтернатив *X*. Нечіткий опис ситуації прийняття рішень може, наприклад, відображати неадекватність інформації про цю ситуацію або бути формою наближеного опису, достатнього для розв'язування певної задачі.

Форми нечіткого опису інформації можуть бути різними, звідси й походить відмінність у математичних постановках відповідних задач *нечіткого математичного програмування* (НМП). Класифікацію таких задач та підходи до їх розв'язування подано у літературних джерелах [5, 8].

Розглянемо задачу математичного програмування із нечіткими обмеженнями.

На відміну від стандартної задачі (3.1), їй характерні «пом'якшені» обмеження, тобто припускається можливість деякого їх порушення.

Крім того, замість максимізації функції $f(x)$, можна ставити за мету досягнення її певного фіксованого значення, причому різним відхиленням $f(x)$ від цієї величини належить приписувати різні ступені допустимості (наприклад, чим більше відхилення, тим меншим буде ступінь його допустимості). Нечітку задачу при цьому можна записати таким чином:

$$
\begin{aligned}
&f(x) \geq z_{\circ}, \\
&\varphi(x) \tilde{\leqq} 0, \\
&x \in X,
\end{aligned}
$$

тут символ $\sim$ означає нечіткість поданої нерівності.

Опишемо підходи до розв'язування цієї задачі.

1. *Зведення до задачі нечітко визначеної мети.* Припустимо, що $z_{\circ}$ – задана величина цільової функції $f(x)$, яка вважається достатньою для досягнення мети прийняття рішення, а також існують (подані ОПР) два граничних рівні a та b, причому нерівність: $f(x) < z_{\circ} - a$ означає сильне порушення умови: $f(x) \geq z_{\circ}$, а $\varphi(x) > b$ – сильне порушення умови: $\varphi(x) \leq 0$. Тоді можна записати множини мети й обмежень, використовуючи такі функції належності:

$$
\mu_G(x) = \begin{cases} 0, & f(x) \leq z_0 - a, \\ \mu(x, a), & z_0 - a < f(x) < z_0, \\ 1, & f(x) \geq z_0, \end{cases}
$$

$$
\mu_C(x) = \begin{cases} 0, & \varphi(x) \geq b, \\ \nu(x, b), & 0 < \varphi(x) < b, \\ 1, & \varphi(x) \leq 0, \end{cases}
$$

тут $\mu(x, a)$ та $\nu(x, b)$ задані функції, які описують міру виконання відповідних нерівностей з погляду ОПР та з урахуванням умов конкретної задачі прийняття рішень, а саме $\mu : X \to [0,\ 1]$ та $\nu : X \to [0,\ 1]$.

Таким чином, вихідну задачу буде сформульовано у вигляді задачі досягнення нечітко визначеної мети, до якої можна застосувати підхід Белмана – Заде.

2. *Розкладання нечіткої множини допустимих альтернатив на множини рівня*. Даний підхід полягає в тому, що вихідну задачу нечіткого математичного програмування формулюють у вигляді сукупності звичайних задач максимізації функції на всіляких множинах рівня множини допустимих альтернатив.

Якщо альтернатива $x_0 \in X$ є розв'язком задачі: $\varphi(x) \to \max$, на множині рівня λ, то природно вважати, що її ступінь належності до нечіткої множини розв'язків задачі не менший від числа λ. Отже, перебравши всілякі значення , ми одержимо функцію належності нечіткого розв'язку.

Опишемо цей підхід більш детально. Позначимо через C_λ множину рівня нечіткої множини допустимих альтернатив μ_c, тобто

$$C_\lambda = \{x \mid x \in X, \mu_C(x) \geq \lambda\},$$

і уведемо множину:

$$N(\lambda) = \left\{ x \,\middle|\, x \in X, \varphi(x) = \sup_{x' \in C_\lambda} \varphi(x') \right\}.$$

Вона відображає сукупність розв'язків звичайної задачі максимізації функції φ на множині альтернатив, ступінь належності яких до множини допустимих альтернатив вихідної задачі НМП не менший від числа λ.

Метод розв'язування задачі полягає в тому, що для всіх чисел $0 < \lambda \leq 1$, за умови: $C_\lambda \neq \varnothing$, розв'язують задачі такого вигляду:

$$\varphi(x) \to \max,$$
$$x \in C_\lambda.$$

Для побудови функції належності нечіткого розв'язку необхідно кожній альтернативі $x \in X$ приписати ступінь належності до цієї множини. Зробимо це таким чином: ступенем належності альтернативи x_0 до нечіткої множини розв'язків будемо вважати максимальне (точніше верхню границю) з чисел λ, для яких відповідна множина $N(\lambda)$ містить альтернативу x_0.

В и з н а ч е н н я 3.1. Розв'язком задачі НМП будемо називати нечітку підмножину μ_D, яка описується такою функцією належності:

$$\mu^1(x) = \sup_{\lambda : x \in N(\lambda)} \lambda.$$

Зауважимо, що коли функція належності неперервна, то застосування цього підходу вимагає розгляду нескінченної кількості задач, оскільки нескінченною буде кількість множин рівня. Однак для практичного використання буде достатньо розглянути скінченну множину задач для множин рівня, визначених експертами або ОПР.

3. *Зведення до багатокритерійної задачі*. Для цього підходу характерно те, що із самого початку явно враховується прагнення ОПР при виборі альтернативи отримати якомога більші значення як максимизованої функції, так і функції належності нечіткої множини допустимих альтернатив.

З цією метою у розв'язок задачі включають лише ті альтернативи, які в задачах багатокритерійної оптимізації називаються ефективними за Парето [8, с. 59], тобто розв'язують задачу такого вигляду:

$$\varphi(x) \to \max,$$
$$\mu_C(x) \to \max$$
$$x_0 \in X.$$

Розглянемо приклад розв'язування лінійної задачі НМП.

Приклад розв'язування задачі

Розв'язати таку задачу нечіткого математичного програмування:

$$\begin{aligned}
&f(x_1, x_2) = 2x_1 + 5x_2 \to \max\\
&2x_1 + 3x_2 \geq 6,\\
&x_1 + 6x_2 \leq 18,\\
&2x_1 + 3x_2 \leq\approx 12,\\
&x_1, x_2 \geq 0.
\end{aligned}$$

Розв'язування

Будемо вважати, що нечіткі обмеження описуються такою функцією належності:

$$\mu(x) = \begin{cases} 0, & \textit{якщо } 2x_1 + 3x_2 \geq 14,\\ 0{,}5, & \textit{якщо } 13 \leq 2x_1 + 3x_2 \leq 14,\\ 0{,}7, & \textit{якщо } 12 \leq 2x_1 + 3x_2 \leq 13,\\ 1, & \textit{якщо } 2x_1 + 3x_2 \leq 12. \end{cases} \qquad (3.2)$$

Використаємо метод розкладання на множини рівня. Враховуючи вигляд функції належності обмежень (3.2), робимо висновок, що необхідно розв'язувати задачі на таких множинах рівня: $\lambda_1 = 1$; $\lambda_2 = 0{,}7$; та $\lambda_3 = 0{,}5$.

Якщо $\lambda_1 = 1$, то задача набуває такого вигляду:

$$
\begin{aligned}
&f(x_1, x_2) = 2x_1 + 5x_2 \to \max,\\
&2x_1 + 3x_2 \geq 6,\\
&x_1 + 6x_2 \leq 18,\\
&2x_1 + 3x_2 \leq 12,\\
&x_1, x_2 \geq 0.
\end{aligned}
$$

Коли $\lambda_2 = 0{,}7$, то маємо таку задачу:

$$
\begin{aligned}
&f(x_1, x_2) = 2x_1 + 5x_2 \to \max,\\
&2x_1 + 3x_2 \geq 6,\\
&x_1 + 6x_2 \leq 18,\\
&2x_1 + 3x_2 \leq 13,\\
&x_1, x_2 \geq 0.
\end{aligned}
$$

І якщо $\lambda_3 = 0{,}5$, то задачу буде записано в такому вигляді:

$$
\begin{aligned}
&f(x_1, x_2) = 2x_1 + 5x_2 \to \max,\\
&2x_1 + 3x_2 \geq 6,\\
&x_1 + 6x_2 \leq 18,\\
&2x_1 + 3x_2 \leq 14,\\
&x_1, x_2 \geq 0.
\end{aligned}
$$

Оскільки вихідна задача була лінійною, у результаті розкладання ми також отримали задачі лінійного програмування і для їх розв’язування можна застосовувати, наприклад, симплекс-метод, або, оскільки кожна з них має лише дві змінні, розв’язати їх графічно.

З цією метою зобразимо на координатній площині множини рівня нечіткої множини допустимих альтернатив (див. рис. 3.1).

Тут багатокутник *ABCDE* відповідає множині рівня: $\lambda_1 = 1$; багатокутник $A_1\,DCDE_1$ – множині рівня: $\lambda_2 = 0{,}7$; а $A_2\,BCDE_2$ – множині рівня: $\lambda_3 = 0{,}5$.

Розв’язком задачі на множині рівня 1 буде точка *A*. Знайдемо її координати з такої системи рівнянь:

$$
\begin{cases}
x_1 + 6x_2 = 18,\\
2x_1 + 3x_2 = 12.
\end{cases}
$$

Отримуємо такий результат: $x_1 = 2,\ x_2 = 2\frac{2}{3}$.

Значення цільової функції в цій точці $f(A) = 17\frac{1}{3}$.

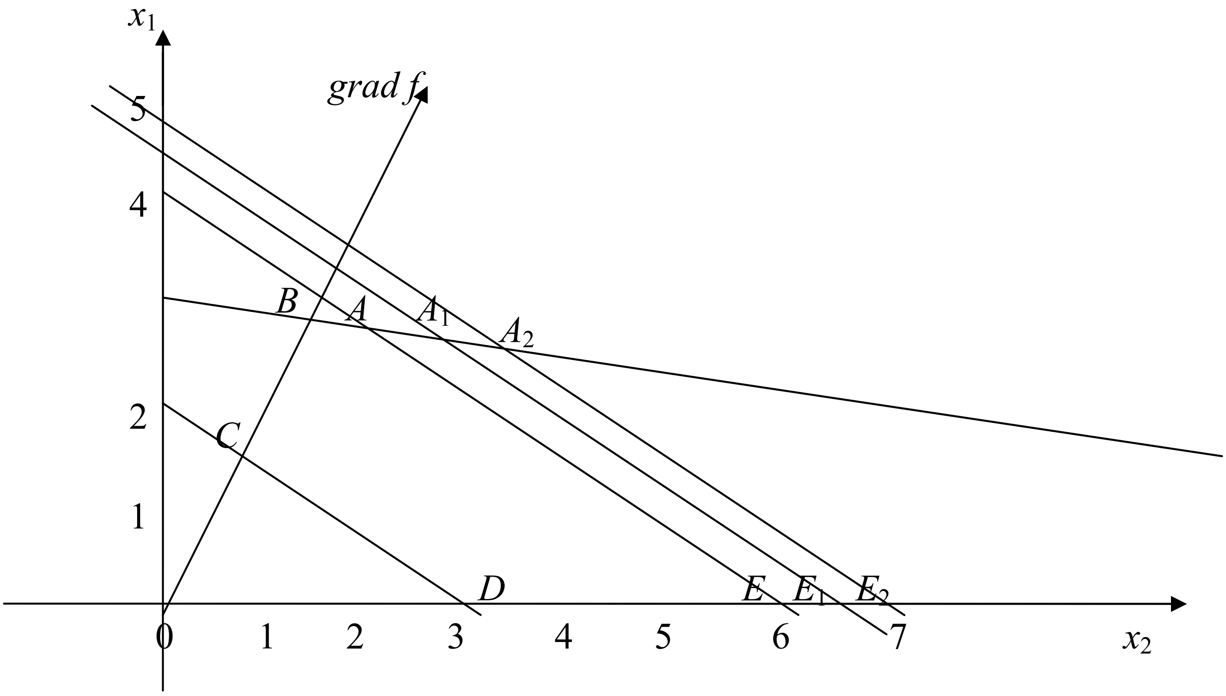

Рис. 3.1. Графічна інтерпретація розв'язування задачі нечіткого математичного програмування

Аналогічно знаходимо розв'язки задач на множинах рівня 0,7 та 0,5. Це точки A_1 (вона має координати: $x_1 = 2\frac{2}{3}, x_2 = 2\frac{5}{9}$) та A_2 (її координати: $x_1 = 3\frac{1}{3},\ x_2 = 2\frac{4}{9}$).

Цим розв'язкам відповідають такі цільової функції: $f(A_1) = 18\frac{1}{9}$, $f(A_2) = 18\frac{2}{3}$.

Звівши одержані результати в таблицю, маємо нечіткий розв'язок задачі.

Таблиця 3.1

x_1	x_2	f	
2	$2\frac{2}{3}$	$17\frac{1}{3}$	1
$2\frac{2}{3}$	$2\frac{5}{9}$	$18\frac{1}{9}$	0,7
$3\frac{1}{3}$	$2\frac{4}{9}$	$18\frac{2}{3}$	0,5

Контрольні питання

1. Сформулюйте загальну постановку задачі нечіткого математичного програмування.

2. Яким чином класифікують задачі нечіткого математичного програмування?

3. Які підходи застосовують до розв’язування задач НМП?

4. У чому полягає сутність методу зведення до задачі досягнення нечітко визначеної мети при розв’язувані задач НМП?

5. У чому полягає сутність методу розкладання на множини рівня при розв’язувані задач НМП?

6. Розкрийте суть методу модальних значень у застосуванні до задач НМП?

7. Опишіть застосування методу зведення до багатокритерійної задачі при розв’язуванні задач НМП?

Варіанти індивідуальних завдань

1. $$\begin{aligned} &f(x_1,x_2)=2x_1+5x_2\to \max;\\ &x_1+x_2 \ge\approx 4,\\ &4x_1+6x_2\le\approx 24,\\ &3x_1+8x_2\le\approx 24,\\ &x_1,x_2\ge 0.\end{aligned}$$

2. $$\begin{aligned} &f(x_1,x_2)=x_1-5x_2\to \min;\\ &x_1+x_2 \ge\approx 4,\\ &4x_1+6x_2\le\approx 24,\\ &3x_1+8x_2\le\approx 24,\\ &x_1,x_2\ge 0.\end{aligned}$$

3. $$\begin{aligned} &f(x_1,x_2)=x_1-x_2\to \max;\\ &x_1+2x_2 \ge\approx 2,\\ &2x_1+5x_2\le\approx 10,\\ &12x_1+8x_2\le\approx 24,\\ &x_1,x_2\ge 0.\end{aligned}$$

4. $$\begin{aligned} &f(x_1,x_2)=2x_1+3x_2\to \min;\\ &x_1+2x_2 \ge\approx 2,\\ &2x_1+5x_2\le\approx 10,\\ &12x_1+8x_2\le\approx 24,\\ &x_1,x_2\ge 0.\end{aligned}$$

5. $$\begin{aligned} &f(x_1,x_2)=2x_1+5x_2\to \max;\\ &2x_1+3x_2 \ge\approx 6,\\ &x_1+6x_2\le\approx 18,\\ &2x_1+3x_2\le\approx 12,\\ &x_1,x_2\ge 0.\end{aligned}$$

6. $$\begin{aligned} &f(x_1,x_2)=2x_1+3x_2\to \max;\\ &x_1+2x_2 \ge\approx 2,\\ &2x_1+5x_2\le\approx 10,\\ &12x_1+8x_2\le\approx 24,\\ &x_1,x_2\ge 0.\end{aligned}$$

7. $$f(x_1,x_2) = 2x_1 + 5x_2 \to \min;$$
$$x_1 + x_2 \gtrsim 4,$$
$$4x_1 + 6x_2 \lesssim 24,$$
$$3x_1 + 8x_2 \lesssim 24,$$
$$x_1, x_2 \ge 0.$$

8. $$f(x_1,x_2) = 10x_1 - x_2 \to \max;$$
$$x_1 + 2x_2 \gtrsim 2,$$
$$2x_1 + 5x_2 \lesssim 10,$$
$$12x_1 + 8x_2 \lesssim 24,$$
$$x_1, x_2 \ge 0.$$

9. $$f(x_1,x_2) = 2x_1 + x_2 \to \min;$$
$$3x_1 + x_2 \gtrsim 4,$$
$$x_1 - 6x_2 \lesssim 24,$$
$$3x_1 + 8x_2 \lesssim 24,$$
$$x_1, x_2 \ge 0.$$

10. $$f(x_1,x_2) = 12x_1 - 3x_2 \to \max;$$
$$2x_1 + 3x_2 \gtrsim 6,$$
$$2x_1 + 6x_2 \lesssim 18,$$
$$2x_1 + x_2 \lesssim 12,$$
$$x_1, x_2 \ge 0.$$

11. $$f(x_1,x_2) = 2x_1 - 5x_2 \to \min;$$
$$x_1 + x_2 \gtrsim 4,$$
$$4x_1 + 6x_2 \lesssim 24,$$
$$3x_1 + 8x_2 \lesssim 24,$$
$$x_1, x_2 \ge 0.$$

12. $$f(x_1,x_2) = 2x_1 + 3x_2 \to \max;$$
$$7x_1 + 2x_2 \gtrsim 2,$$
$$x_1 + 15x_2 \lesssim 10,$$
$$12x_1 + 8x_2 \lesssim 24,$$
$$x_1, x_2 \ge 0.$$

13. $$f(x_1,x_2) = x_1 - x_2 \to \max;$$
$$x_1 + 2x_2 \gtrsim 2,$$
$$2x_1 + 5x_2 \lesssim 10,$$
$$12x_1 + 8x_2 \lesssim 24,$$
$$x_1, x_2 \ge 0.$$

14. $$f(x_1,x_2) = 2x_1 + 3x_2 \to \max;$$
$$-3x_1 + 2x_2 \gtrsim 2,$$
$$2x_1 + 5x_2 \lesssim 10,$$
$$2x_1 + 8x_2 \lesssim 24,$$
$$x_1, x_2 \ge 0.$$

15. $$f(x_1,x_2) = 2x_1 + 3x_2 \to \max;$$
$$5x_1 + 2x_2 \gtrsim 2,$$
$$2x_1 + 5x_2 \lesssim 10,$$
$$3x_1 + 8x_2 \lesssim 24,$$
$$x_1, x_2 \ge 0.$$

16. $$f(x_1,x_2) = 7x_1 - 5x_2 \to \max;$$
$$2x_1 + x_2 \gtrsim 4,$$
$$4x_1 + 6x_2 \lesssim 24,$$
$$3x_1 + 8x_2 \lesssim 24,$$
$$x_1, x_2 \ge 0.$$

17. $$f(x_1,x_2) = 2 - 3x_1 + 5x_2 \to \max;$$
$$x_1 + x_2 \gtrsim 4,$$
$$4x_1 + 6x_2 \lesssim 24,$$
$$3x_1 + 8x_2 \lesssim 24,$$
$$x_1, x_2 \ge 0.$$

18. $$f(x_1,x_2) = 4x_1 - 5x_2 \to \min;$$
$$x_1 + x_2 \gtrsim 4,$$
$$4x_1 + 6x_2 \lesssim 24,$$
$$3x_1 + 8x_2 \lesssim 24,$$
$$x_1, x_2 \ge 0.$$

19. $f(x_1, x_2) = 5x_1 - 2x_2 \to \max;$
$x_1 + 2x_2 \geq\approx 2,$
$2x_1 + 5x_2 \leq\approx 10,$
$12x_1 + 8x_2 \leq\approx 24,$
$x_1, x_2 \geq 0.$

20. $f(x_1, x_2) = 12x_1 - 5x_2 - \min;$
$x_1 + 2x_2 \geq\approx 2,$
$2x_1 + 5x_2 \leq\approx 10,$
$12x_1 + 8x_2 \leq\approx 24,$
$x_1, x_2 \geq 0.$

21. $f(x_1, x_2) = 2x_1 + 5x_2 \to \max;$
$2x_1 + 3x_2 \geq\approx 6,$
$x_1 + 6x_2 \leq\approx 18,$
$2x_1 + 3x_2 \leq\approx 12,$
$x_1, x_2 \geq 0.$

22. $f(x_1, x_2) = 2x_1 + 3x_2 \to \max;$
$x_1 + 2x_2 \geq\approx 2,$
$2x_1 + 5x_2 \leq\approx 10,$
$12x_1 + 8x_2 \leq\approx 24,$
$x_1, x_2 \geq 0.$

23. $f(x_1, x_2) = 12x_1 + 5x_2 \to \min;$
$2x_1 + x_2 \geq\approx 14,$
$4x_1 + 6x_2 \leq\approx 32,$
$3x_1 + 8x_2 \leq\approx 32,$
$x_1, x_2 \geq 0.$

24. $f(x_1, x_2) = 5x_1 - 2x_2 \to \max;$
$x_1 + 2x_2 \geq\approx 2,$
$2x_1 + 5x_2 \leq\approx 10,$
$12x_1 + 8x_2 \leq\approx 24,$
$x_1, x_2 \geq 0.$

25. $f(x_1, x_2) = 8x_1 + 5x_2 \to \min;$
$7x_1 + 3x_2 \geq\approx 21,$
$4x_1 + 6x_2 \leq\approx 48,$
$3x_1 + 8x_2 \leq\approx 48,$
$x_1, x_2 \geq 0.$

26. $f(x_1, x_2) = 2x_1 - 5x_2 \to \max;$
$2x_1 + 3x_2 \geq\approx 6,$
$x_1 + 6x_2 \leq\approx 18,$
$2x_1 + 3x_2 \leq\approx 12,$
$x_1, x_2 \geq 0.$

27. $f(x_1, x_2) = 2x_1 + 5x_2 \to \min;$
$x_1 + x_2 \geq 4,$
$4x_1 + 6x_2 \leq 24,$
$3x_1 + 8x_2 \leq 24,$
$x_1, x_2 \geq 0.$

28. $f(x_1, x_2) = 2x_1 + 3x_2 \to \max;$
$x_1 + 2x_2 \geq 2,$
$2x_1 + 5x_2 \leq 10,$
$12x_1 + 8x_2 \leq 24,$
$x_1, x_2 \geq 0.$

29. $f(x_1, x_2) = 2x_1 + 3x_2 \to \max;$
$7x_1 + 2x_2 \geq\approx 4,$
$2x_1 + 5x_2 \leq\approx 10,$
$12x_1 + 8x_2 \leq\approx 32,$
$x_1, x_2 \geq 0.$

30. $f(x_1, x_2) = 2x_1 - x_2 \to \max;$
$x_1 + 2x_2 \geq\approx 2,$
$2x_1 + 5x_2 \leq\approx 10,$
$12x_1 + 8x_2 \leq\approx 24,$
$x_1, x_2 \geq 0.$

Лабораторна робота № 4

Тема роботи: Прийняття рішень на основі нечітких відношень переваги.

Мета роботи: вивчення властивостей нечітких відношень переваги та методів прийняття рішень за нечіткими відношеннями переваги.

Порядок виконання роботи:

1. Опрацювати необхідний теоретичний матеріал.
2. Скласти програму, яка реалізує раціональний вибір альтернативи з даної множини на основі поданих відношень переваги.
3. Розв'язати задачу вибору згідно з варіантом індивідуального завдання.
4. Скласти звіт про виконання роботи, який повинен містити
   – постановку індивідуального завдання;
   – лістинг програми;
   – результати розрахунків;
   – аналіз отриманих результатів.

Теоретичні відомості

В и з н а ч е н н я 4.1. Нечітким відношенням R на множині X називається нечітка підмножина декартового добутку $X \times X$. Вона характеризується такою функцією належності: $\mu_R : X \times X \to [0;\ 1]$.

Значення $\mu_R(x, y)$ цієї функції показує міру або ступінь, з якою виконується відношення R між елементами x та y. Зрозуміло, що звичайні відношення ми можемо вважати окремим випадком нечітких відношень, функції належності яких можуть мати тільки два значення: 0 або 1.

В и з н а ч е н н я 4.2. Нехай на множині X подано два нечітких відношення A та B, тобто в декартовому добутку X^2 подано дві нечіткі підмножини A та B. Тоді нечіткі множини: $C = A \cap B$ та $D = A \cup B$, назвемо відповідно *перетином* та *об'єднанням* нечітких відношень A й B на множині X.

В и з н а ч е н н я 4.3. Нечітке відношення B *містить* нечітке відношення A, якщо для нечітких множин B та A має місце включення: $A \subset B$, тобто їх функції належності задовольняють таку нерівність:

$$\mu_A(x, y) \le \mu_B(x, y), \quad \forall x, y \in X.$$

В и з н а ч е н н я 4.4. Якщо R – нечітке відношення на множині X, то нечітке відношення $\overline{R}$, функція належності якого $\mu_{\overline{R}}(x,y)=1-\mu_R(x,y)$, назвемо *доповненням* відношення R у множині X.

Наприклад, доповненням нечіткого відношення «краще» буде відношення «не краще».

Обернене до R нечітке відношення R^{-1} на множині X визначається таким чином:

$$x R^{-1} y \iff y R x, \quad \forall x, y \in X,$$

або з використанням термінології функцій належності

$$\mu_{R^{-1}}(x,y)=\mu_R(y,x), \quad \forall x, y \in X.$$

Прийняття рішень за даними відношеннями переваги

Розглянемо таку задачу: нехай задано множину альтернатив X і кожна альтернатива цієї множини характеризується кількома ознаками, номери яких $j=1,..,m.$ Інформацію про попарне порівняння альтернатив подано у вигляді відношень переваги R_j, $j=1,..,m.$ Таким чином, маємо m відношень переваги на множині X. Припустимо також, що відношення R_j відрізняються за важливістю відповідних ознак, на основі яких порівнюють альтернативи, а важливість кожної з ознак описується величиною коефіцієнта λ_j, $j=1,..,m.$ Необхідно на основі даної інформації зробити раціональний вибір альтернативи з множини $(X, R_1,..., R_m)$.

Сформулюємо алгоритм, який дозволяє розв'язати сформульовану задачу.

1. Будуємо нечітке відношення Q_1 (перетин вихідних відношень), а саме:

$$\mu_{Q_1}(x,y)=\min\{\mu_1(x,y),..., \mu_m(x,y)\}.$$

Далі визначаємо нечітку підмножину недомінованих альтернатив у множині (X,μ_{Q_1}) за такою формулою:

$$\mu_{Q_1}^{н.д.}(x)=1-\sup_{y\in X}\left[\mu_{Q_1}(x,y)-\mu_{Q_1}(y,x)\right].$$

2. Створюємо нечітке відношення Q_2 (адитивну згортку відношень), а саме:

$$\mu_{Q_2}(x,y)=\sum_{j=1}^{m}\lambda_j\mu_j(x,y),$$

і визначаємо нечітку підмножину недомінованих альтернатив у множині (X, μ_{Q_2}), тобто

$$\mu_{Q_2}^{н.д.}(x) = 1 - \sup_{y \in X} \left[\mu_{Q_2}(x, y) - \mu_{Q_2}(y, x) \right].$$

3. Знаходимо перетин множин $\mu_{Q_1}^{н.д.}$ та $\mu_{Q_2}^{н.д.}$ за таким правилом:

$$\mu^{н.д.}(x) = \min\{\mu_{Q_1}^{н.д.}(x), \mu_{Q_2}^{н.д.}(x)\}.$$

4. Раціональним вважаємо вибір альтернатив із такої множини:

$$X^{Н.Д.} = \left\{ x \in X \middle| \mu^{н.д.}(x) = \sup_{x' \in X} \mu^{н.д.}(x') \right\}.$$

Тут слід зауважити, що залежно від типу задачі раціональними можна вважати не тільки альтернативи з множини $X^{\text{Н.Д.}}$, але в тому чи іншому сенсі й слабко (або не дуже сильно) доміновані альтернативи, тобто ті, ступінь належності яких до множини $\mu^{\text{.н.д.}}$ нижчий від певного заданого.

Приклад розв'язування задачі

Нехай множина $X = \{x_1, x_2, x_3\}$. На ній подано два нечіткі відношення переваги R_1 та R_2, причому друге з них має значущість, вдвічі більшу ніж перше, зокрема

$$R_1 = \begin{array}{c|ccc} & x_1 & x_2 & x_3 \\ \hline x_1 & 1 & 0,5 & 0,3 \\ x_2 & 0 & 1 & 0,8 \\ x_3 & 1 & 0,5 & 1 \end{array}, \qquad R_2 = \begin{array}{c|ccc} & x_1 & x_2 & x_3 \\ \hline x_1 & 1 & 0,1 & 0 \\ x_2 & 0,3 & 1 & 1 \\ x_3 & 1 & 0,5 & 1 \end{array}.$$

Необхідно здійснити раціональний вибір альтернативи з множини X на основі заданих відношень переваги.

Розв'язування

1. Будуємо відношення: $Q_1 = \lambda_1 R_1 \cap \lambda_2 R_2$, враховуючи, що $\lambda_1 = 0,33$ і $\lambda_2 = 0,67$, воно набуває такого вигляду:

$$\mu_{Q_1}(x_i, x_j) = \begin{pmatrix} 0,33 & 0,033 & 0 \\ 0 & 0,33 & 0,33 \\ 0,33 & 0,167 & 0,33 \end{pmatrix},$$

а відповідне йому відношення строгої переваги

$$\mu^{s}_{Q_1}(x_i, x_j) = \begin{pmatrix} 0 & 0{,}033 & 0 \\ 0 & 0 & 0{,}167 \\ 0{,}33 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Знаходимо підмножину недомінованих альтернатив у множині (X, μ_{Q_1}) за формулою: $\mu^{н.д.}_{Q_1}(x) = 1 - \sup\limits_{y \in X} \mu^{s}_{Q_1}(x, y)$.

Її функція належності

$$\mu^{н.д.}_{Q_1}(x_i) = \frac{x_1 \quad | \quad x_2 \quad | \quad x_3}{0{,}67 \;|\; 0{,}967 \;|\; 0{,}833}.$$

2. Будуємо відношення: $Q_2 = \lambda_1 \mu_1(x_i, x_j) + \lambda_2 \mu_2(x_i, x_j)$. Його функція належності

$$\mu_{Q_2}(x_i, x_j) = \begin{pmatrix} 1 & 0{,}367 & 0{,}2 \\ 0{,}2 & 1 & 0{,}867 \\ 1 & 0{,}5 & 1 \end{pmatrix},$$

а відповідне відношення строгої переваги має такий вигляд:

$$\mu^{S}_{Q_2}(x_i, x_j) = \begin{pmatrix} 0 & 0{,}167 & 0 \\ 0 & 0 & 0{,}367 \\ 0{,}8 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Скориставшись формулою: $\mu^{н.д.}_{Q_2}(x) = 1 - \sup\limits_{y \in X} \mu^{s}_{Q_2}(x, y)$, знаходимо підмножину недомінованих альтернатив у множині (X, μ_{Q_2}), а саме:

$$\mu^{н.д..}_{Q_2} = \frac{x_1 \quad | \quad x_2 \quad | \quad x_3}{0{,}2 \;|\; 0{,}833 \;|\; 0{,}633}.$$

Вихідна множина недомінованих альтернатив має таку функцію належності:

$$\mu^{н.д.} = \frac{x_1 \quad | \quad x_2 \quad | \quad x_3}{0{,}2 \;|\; 0{,}833 \;|\; 0{,}633}.$$

Максимальним ступенем недомінованості характеризується альтернатива x_2, тому її вибір можна вважати раціональним.

Контрольні питання

1. Що називають нечітким відношенням?
2. Як можна задавати нечіткі відношення?
3. Які математичні операції можна застосовувати до нечітких відношень?
4. Яке нечітке відношення називають рефлексивним (антирефлексивним)?
5. Яке нечітке відношення називають симетричним, антисиметричним, асиметричним?
6. Що являє собою нечітке відношення переваги?
7. Які властивості має нечітке відношення переваги, що воно характеризує?
8. Яким чином здійснюють раціональний вибір альтернатив, коли відоме відношення переваги на даній множині альтернатив?
9. Як відбувається раціональний вибір альтернатив, коли задано кілька відношень переваги на множині альтернатив?
10. Яким чином виконують раціональний вибір альтернатив, коли задано відношення переваги на множині альтернатив й нечітку перевагу на множині ознак?

Варіанти індивідуальних завдань

Нехай множина $X = \{x_1, x_2, x_3, x_4, x_5\}$. На ній подано два нечіткі відношення переваги: R_1 та R_2, значущість яких, на думку ОПР, дорівнює відповідно λ_1 і λ_2. Необхідно здійснити раціональний вибір альтернативи з множини X на основі заданих відношень переваги.

1. $R_1 = \begin{pmatrix} 1 & 0{,}3 & 0{,}8 & 0{,}5 & 1 \\ 0{,}6 & 1 & 0{,}7 & 0{,}3 & 0{,}7 \\ 0{,}6 & 0 & 1 & 0{,}9 & 0{,}1 \\ 0{,}3 & 1 & 0{,}6 & 1 & 0{,}4 \\ 0{,}2 & 0 & 0{,}1 & 0{,}1 & 1 \end{pmatrix}, \quad R_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 & 0{,}6 \\ 1 & 1 & 0{,}9 & 0{,}4 & 1 \\ 0 & 0{,}7 & 1 & 0 & 0{,}7 \\ 0{,}5 & 0{,}3 & 0 & 1 & 0{,}7 \\ 1 & 0{,}9 & 0{,}8 & 0{,}3 & 1 \end{pmatrix}.$

$\lambda_1 = 0{,}3$ і $\lambda_2 = 0{,}7$.

2. $R_1 = \begin{pmatrix} 1 & 0,3 & 0,8 & 0,5 & 1 \\ 0,6 & 1 & 0,7 & 0,3 & 0,7 \\ 0,6 & 0 & 1 & 0,9 & 0,1 \\ 0,3 & 1 & 0,6 & 1 & 0,4 \\ 0,2 & 0 & 0,1 & 0,1 & 1 \end{pmatrix}, \quad R_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0,9 & 0 & 0,6 \\ 0,1 & 1 & 0,3 & 0,4 & 0,1 \\ 0 & 0,7 & 1 & 0 & 0,7 \\ 0,5 & 0,6 & 0 & 1 & 0,7 \\ 1 & 0,9 & 0,8 & 0,4 & 1 \end{pmatrix}.$

$\lambda_1 = 0,4$ i $\lambda_2 = 0,6$.

3. $R_1 = \begin{pmatrix} 1 & 0,3 & 0,4 & 0,5 & 0,1 \\ 0,3 & 1 & 0,7 & 0,3 & 0,7 \\ 0,9 & 0 & 1 & 0,9 & 0,7 \\ 0,3 & 0,5 & 0,6 & 1 & 0,4 \\ 0,2 & 0,5 & 0,7 & 0,9 & 1 \end{pmatrix}, \quad R_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 & 0,6 \\ 1 & 1 & 0,9 & 0,4 & 1 \\ 0 & 0,7 & 1 & 0 & 0,7 \\ 0,5 & 0,3 & 0 & 1 & 0,7 \\ 1 & 0,9 & 0,8 & 0,3 & 1 \end{pmatrix}.$

$\lambda_1 = 0,6$ i $\lambda_2 = 0,4$.

4. $R_1 = \begin{pmatrix} 1 & 0,3 & 0,4 & 0,5 & 0,1 \\ 0,3 & 1 & 0,7 & 0,3 & 0,7 \\ 0,9 & 0 & 1 & 0,9 & 0,7 \\ 0,3 & 0,5 & 0,6 & 1 & 0,4 \\ 0,2 & 0,5 & 0,7 & 0,9 & 1 \end{pmatrix}, \quad R_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 & 0,6 \\ 1 & 1 & 0,9 & 0,4 & 1 \\ 0 & 0,7 & 1 & 0 & 0,7 \\ 0,5 & 0,3 & 0 & 1 & 0,7 \\ 1 & 0,9 & 0,8 & 0,3 & 1 \end{pmatrix}.$

$\lambda_1 = 0,5$ i $\lambda_2 = 0,5$.

5. $R_1 = \begin{pmatrix} 1 & 0,9 & 0,8 & 0,7 & 1 \\ 0,6 & 1 & 0,7 & 0,3 & 0,7 \\ 0,3 & 0 & 0,2 & 0,5 & 0,1 \\ 0,3 & 0,5 & 0,3 & 1 & 0,4 \\ 0,3 & 0,6 & 0,5 & 0,7 & 1 \end{pmatrix}, \quad R_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 & 0,6 \\ 0,1 & 1 & 0,5 & 0,4 & 0,3 \\ 0,5 & 0,7 & 1 & 0 & 0,7 \\ 0,5 & 0,3 & 0 & 1 & 0,7 \\ 0,7 & 0,9 & 0,8 & 0,5 & 1 \end{pmatrix}.$

$\lambda_1 = 0,2$ i $\lambda_2 = 0,8$.

6. $R_1 = \begin{pmatrix} 1 & 0,3 & 0,8 & 0,5 & 1 \\ 0,6 & 1 & 0,3 & 0,8 & 0,7 \\ 0,8 & 0,5 & 1 & 0,9 & 0,6 \\ 0,7 & 0,5 & 0,6 & 1 & 0,4 \\ 0,2 & 0,3 & 0,1 & 0,4 & 1 \end{pmatrix}, \quad R_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 & 0,6 \\ 1 & 1 & 0,9 & 0,4 & 1 \\ 0 & 0,7 & 1 & 0 & 0,7 \\ 0,5 & 0,3 & 0 & 1 & 0,7 \\ 1 & 0,9 & 0,8 & 0,3 & 1 \end{pmatrix}.$

$\lambda_1 = 0,4$ i $\lambda_2 = 0,6$.

7. $R_1 = \begin{pmatrix} 1 & 0,3 & 0,4 & 0,5 & 0,1 \\ 0,3 & 1 & 0,7 & 0,3 & 0,7 \\ 0,9 & 0 & 1 & 0,9 & 0,7 \\ 0,3 & 0,5 & 0,6 & 1 & 0,4 \\ 0,2 & 0,5 & 0,7 & 0,9 & 1 \end{pmatrix}$, $R_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 & 0,6 \\ 0,1 & 1 & 0,5 & 0,4 & 0,3 \\ 0,5 & 0,7 & 1 & 0 & 0,7 \\ 0,5 & 0,3 & 0 & 1 & 0,7 \\ 0,7 & 0,9 & 0,8 & 0,5 & 1 \end{pmatrix}$.

$\lambda_1 = 0,7$ i $\lambda_2 = 0,3$.

8. $R_1 = \begin{pmatrix} 1 & 0,3 & 0,8 & 0,5 & 1 \\ 0,6 & 1 & 0,7 & 0,3 & 0,7 \\ 0,6 & 0 & 1 & 0,9 & 0,1 \\ 0,3 & 1 & 0,6 & 1 & 0,4 \\ 0,2 & 0 & 0,1 & 0,1 & 1 \end{pmatrix}$, $R_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0,9 & 0,8 & 0,7 & 1 \\ 0,6 & 1 & 0,7 & 0,3 & 0,7 \\ 0,3 & 0 & 0,2 & 0,5 & 0,1 \\ 0,3 & 0,5 & 0,3 & 1 & 0,4 \\ 0,3 & 0,6 & 0,5 & 0,7 & 1 \end{pmatrix}$,

$\lambda_1 = 0,8$ i $\lambda_2 = 0,2$.

9. $R_1 = \begin{pmatrix} 1 & 0,9 & 0,8 & 0,7 & 1 \\ 0,6 & 1 & 0,7 & 0,3 & 0,7 \\ 0,3 & 0 & 0,2 & 0,5 & 0,1 \\ 0,3 & 0,5 & 0,3 & 1 & 0,4 \\ 0,3 & 0,6 & 0,5 & 0,7 & 1 \end{pmatrix}$, $R_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 & 0,6 \\ 0,1 & 1 & 0,5 & 0,4 & 0,3 \\ 0,5 & 0,7 & 1 & 0 & 0,7 \\ 0,5 & 0,3 & 0 & 1 & 0,7 \\ 0,7 & 0,9 & 0,8 & 0,5 & 1 \end{pmatrix}$.

$\lambda_1 = 0,7$ i $\lambda_2 = 0,3$.

10. $R_1 = \begin{pmatrix} 1 & 0,3 & 0,3 & 0,5 & 0,4 \\ 0,9 & 1 & 0,7 & 0,8 & 0,7 \\ 0,6 & 0,6 & 1 & 0,7 & 0,5 \\ 0,3 & 0,8 & 0,6 & 1 & 0,4 \\ 0,7 & 0,5 & 0,1 & 0,3 & 1 \end{pmatrix}$, $R_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0,9 & 0,8 & 0,7 & 1 \\ 0,6 & 1 & 0,7 & 0,3 & 0,7 \\ 0,3 & 0 & 0,2 & 0,5 & 0,1 \\ 0,3 & 0,5 & 0,3 & 1 & 0,4 \\ 0,3 & 0,6 & 0,5 & 0,7 & 1 \end{pmatrix}$,

$\lambda_1 = 0,6$ i $\lambda_2 = 0,4$.

11. $R_1 = \begin{pmatrix} 1 & 0,3 & 0,8 & 0,5 & 1 \\ 0,3 & 1 & 0,7 & 0,3 & 0,7 \\ 0,5 & 0 & 1 & 0,4 & 0,9 \\ 0,9 & 1 & 0,6 & 1 & 0,8 \\ 0,5 & 0,4 & 0,7 & 0,3 & 1 \end{pmatrix}$, $R_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0,8 & 1 & 0,7 & 0,6 \\ 0,1 & 1 & 0,3 & 0,4 & 0,1 \\ 0 & 0,7 & 1 & 0 & 0,7 \\ 0,5 & 0,3 & 0 & 1 & 0,7 \\ 1 & 0,9 & 0,8 & 0,3 & 1 \end{pmatrix}$.

$\lambda_1 = 0,3$ i $\lambda_2 = 0,7$.

12. $R_1 = \begin{pmatrix} 1 & 0,3 & 0,3 & 0,5 & 0,4 \\ 0,9 & 1 & 0,7 & 0,8 & 0,7 \\ 0,6 & 0,6 & 1 & 0,7 & 0,5 \\ 0,3 & 0,8 & 0,6 & 1 & 0,4 \\ 0,7 & 0,5 & 0,1 & 0,3 & 1 \end{pmatrix}$, $R_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0,9 & 0,8 & 0,7 & 1 \\ 0,6 & 1 & 0,7 & 0,3 & 0,7 \\ 0,3 & 0 & 0,2 & 0,5 & 0,1 \\ 0,3 & 0,5 & 0,3 & 1 & 0,4 \\ 0,3 & 0,6 & 0,5 & 0,7 & 1 \end{pmatrix}$,

$\lambda_1 = 0,5$ i $\lambda_2 = 0,5$.

13. $R_1 = \begin{pmatrix} 1 & 0,3 & 0,8 & 0,5 & 1 \\ 0,6 & 1 & 0,7 & 0,3 & 0,7 \\ 0,6 & 0,7 & 1 & 0,9 & 0,1 \\ 0,3 & 1 & 0,6 & 1 & 0,4 \\ 0,2 & 0,2 & 0,1 & 0,1 & 1 \end{pmatrix}$, $R_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0,4 & 0,5 & 0,7 & 0,6 \\ 0,5 & 1 & 0,9 & 0,4 & 1 \\ 0 & 0,7 & 1 & 0,3 & 0,7 \\ 0,5 & 0,3 & 0,6 & 1 & 0,7 \\ 1 & 0,9 & 0,8 & 0,3 & 1 \end{pmatrix}$.

$\lambda_1 = 0,5$ i $\lambda_2 = 0,5$.

14. $R_1 = \begin{pmatrix} 1 & 0,3 & 0,4 & 0,5 & 0,1 \\ 0,3 & 1 & 0,7 & 0,3 & 0,7 \\ 0,9 & 0 & 1 & 0,9 & 0,7 \\ 0,3 & 0,5 & 0,6 & 1 & 0,4 \\ 0,2 & 0,5 & 0,7 & 0,9 & 1 \end{pmatrix}$, $R_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0,2 & 0,8 & 0 & 0,6 \\ 0,8 & 1 & 0,9 & 0,4 & 1 \\ 0 & 0,7 & 1 & 0,5 & 0,7 \\ 0,5 & 0,3 & 0,5 & 1 & 0,7 \\ 1 & 0,9 & 0,8 & 0,3 & 1 \end{pmatrix}$.

$\lambda_1 = 0,7$ i $\lambda_2 = 0,3$.

15. $R_1 = \begin{pmatrix} 1 & 0,3 & 0,8 & 0,5 & 1 \\ 0,6 & 1 & 0,7 & 0,3 & 0,7 \\ 0,3 & 0,4 & 1 & 0,9 & 0,1 \\ 0,3 & 0,7 & 0,6 & 1 & 0,4 \\ 0,2 & 0 & 0,1 & 0,1 & 1 \end{pmatrix}$, $R_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0,4 & 0,5 & 0,7 & 0,6 \\ 0,5 & 1 & 0,9 & 0,4 & 1 \\ 0 & 0,7 & 1 & 0,3 & 0,7 \\ 0,5 & 0,3 & 0,6 & 1 & 0,7 \\ 1 & 0,9 & 0,8 & 0,3 & 1 \end{pmatrix}$.

$\lambda_1 = 0,3$ i $\lambda_2 = 0,7$.

16. $R_1 = \begin{pmatrix} 1 & 0,3 & 0,8 & 0,5 & 1 \\ 0,6 & 1 & 0,7 & 0,3 & 0,7 \\ 0,9 & 0 & 1 & 0,9 & 0,1 \\ 0,3 & 0,1 & 0,6 & 1 & 0,4 \\ 0,2 & 0 & 0,1 & 0,1 & 1 \end{pmatrix}$, $R_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 0,6 & 0,6 \\ 0 & 1 & 0,9 & 0,4 & 1 \\ 0,7 & 0,7 & 1 & 0,7 & 0,7 \\ 0,5 & 0,3 & 0 & 1 & 0,7 \\ 1 & 0,9 & 0,8 & 0,3 & 1 \end{pmatrix}$.

$\lambda_1 = 0,2$ i $\lambda_2 = 0,8$.

17. $R_1 = \begin{pmatrix} 1 & 0,4 & 0,5 & 0,7 & 0,6 \\ 0,5 & 1 & 0,9 & 0,4 & 1 \\ 0 & 0,7 & 1 & 0,3 & 0,7 \\ 0,5 & 0,3 & 0,6 & 1 & 0,7 \\ 1 & 0,9 & 0,8 & 0,3 & 1 \end{pmatrix}$, $R_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0,3 & 0,4 & 0,5 & 0,1 \\ 0,3 & 1 & 0,7 & 0,3 & 0,7 \\ 0,9 & 0 & 1 & 0,9 & 0,7 \\ 0,3 & 0,5 & 0,6 & 1 & 0,4 \\ 0,2 & 0,5 & 0,7 & 0,9 & 1 \end{pmatrix}$,

$\lambda_1 = 0,4$ i $\lambda_2 = 0,6$.

18. $R_1 = \begin{pmatrix} 1 & 0,3 & 0,4 & 0,5 & 0,1 \\ 0,3 & 1 & 0,7 & 0,3 & 0,7 \\ 0,9 & 0 & 1 & 0,9 & 0,7 \\ 0,3 & 0,5 & 0,6 & 1 & 0,4 \\ 0,2 & 0,5 & 0,7 & 0,9 & 1 \end{pmatrix}$, $R_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0,5 & 0,1 & 0,4 & 0,6 \\ 0,9 & 1 & 0,9 & 0,4 & 1 \\ 0,5 & 0,7 & 1 & 0,2 & 0,7 \\ 0,5 & 0,3 & 0,2 & 1 & 0,7 \\ 1 & 0,9 & 0,8 & 0,3 & 1 \end{pmatrix}$.

$\lambda_1 = 0,7$ i $\lambda_2 = 0,3$.

19. $R_1 = \begin{pmatrix} 1 & 0,3 & 0,8 & 0,5 & 1 \\ 0,6 & 1 & 0,7 & 0,3 & 0,7 \\ 0,9 & 0 & 1 & 0,9 & 0,1 \\ 0,3 & 1 & 0,6 & 1 & 0,4 \\ 0,2 & 0 & 0,1 & 0,1 & 1 \end{pmatrix}$, $R_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0,2 & 0,9 & 0,8 & 0,6 \\ 1 & 1 & 0,9 & 0,4 & 1 \\ 0,2 & 0,7 & 1 & 0,4 & 0,7 \\ 0,5 & 0,3 & 0,9 & 1 & 0,7 \\ 1 & 0,9 & 0,8 & 0,3 & 1 \end{pmatrix}$.

$\lambda_1 = 0,7$ i $\lambda_2 = 0,3$.

20. $R_1 = \begin{pmatrix} 1 & 0,3 & 0,8 & 0,5 & 1 \\ 0,6 & 1 & 0,7 & 0,3 & 0,7 \\ 0,6 & 0 & 1 & 0,9 & 0,1 \\ 0,3 & 1 & 0,6 & 1 & 0,4 \\ 0,2 & 0 & 0,1 & 0,1 & 1 \end{pmatrix}$, $R_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0,5 & 0,1 & 0,4 & 0,6 \\ 0,9 & 1 & 0,9 & 0,4 & 1 \\ 0,5 & 0,7 & 1 & 0,2 & 0,7 \\ 0,5 & 0,3 & 0,2 & 1 & 0,7 \\ 1 & 0,9 & 0,8 & 0,3 & 1 \end{pmatrix}$.

$\lambda_1 = 0,7$ i $\lambda_2 = 0,3$.

21. $R_1 = \begin{pmatrix} 1 & 0,3 & 0,8 & 0,5 & 1 \\ 0,6 & 1 & 0,7 & 0,3 & 0,7 \\ 0,6 & 0 & 1 & 0,9 & 0,1 \\ 0,3 & 1 & 0,6 & 1 & 0,4 \\ 0,2 & 0 & 0,1 & 0,1 & 1 \end{pmatrix}$, $R_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 & 0,6 \\ 1 & 1 & 0,9 & 0,4 & 1 \\ 0 & 0,7 & 1 & 0 & 0,7 \\ 0,5 & 0,3 & 0 & 1 & 0,7 \\ 1 & 0,9 & 0,8 & 0,3 & 1 \end{pmatrix}$.

$\lambda_1 = 0,5$ i $\lambda_2 = 0,5$

22. $R_1 = \begin{pmatrix} 1 & 0,3 & 0,8 & 0,5 & 1 \\ 0,6 & 1 & 0,7 & 0,3 & 0,7 \\ 0,9 & 0 & 1 & 0,9 & 0,1 \\ 0,3 & 1 & 0,6 & 1 & 0,4 \\ 0,2 & 0 & 0,1 & 0,1 & 1 \end{pmatrix}$, $R_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 & 0,6 \\ 1 & 1 & 0,9 & 0,4 & 1 \\ 0 & 0,7 & 1 & 0 & 0,7 \\ 0,5 & 0,3 & 0 & 1 & 0,7 \\ 1 & 0,9 & 0,8 & 0,3 & 1 \end{pmatrix}$.

$\lambda_1 = 0,1$ i $\lambda_2 = 0,9$.

23. $R_1 = \begin{pmatrix} 1 & 0,3 & 0,8 & 0,5 & 1 \\ 0,6 & 1 & 0,7 & 0,3 & 0,7 \\ 0,6 & 0 & 1 & 0,9 & 0,1 \\ 0,3 & 1 & 0,6 & 1 & 0,4 \\ 0,2 & 0 & 0,1 & 0,1 & 1 \end{pmatrix}$, $R_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0,5 & 0,1 & 0,4 & 0,6 \\ 0,9 & 1 & 0,9 & 0,4 & 1 \\ 0,5 & 0,7 & 1 & 0,2 & 0,7 \\ 0,5 & 0,3 & 0,2 & 1 & 0,7 \\ 1 & 0,9 & 0,8 & 0,3 & 1 \end{pmatrix}$.

$\lambda_1 = 0,9$ i $\lambda_2 = 0,1$.

24. $R_1 = \begin{pmatrix} 1 & 0,3 & 0,8 & 0,5 & 1 \\ 0,6 & 1 & 0,7 & 0,3 & 0,7 \\ 0,7 & 0,2 & 1 & 0,9 & 0,1 \\ 0,3 & 1 & 0,6 & 1 & 0,4 \\ 0,7 & 0,8 & 0,4 & 0,4 & 1 \end{pmatrix}$, $R_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0,5 & 0,1 & 0,4 & 0,6 \\ 0,9 & 1 & 0,9 & 0,4 & 1 \\ 0,5 & 0,7 & 1 & 0,2 & 0,7 \\ 0,5 & 0,3 & 0,2 & 1 & 0,7 \\ 1 & 0,9 & 0,8 & 0,3 & 1 \end{pmatrix}$.

$\lambda_1 = 0,3$ i $\lambda_2 = 0,7$.

25. $R_1 = \begin{pmatrix} 1 & 0,3 & 0,8 & 0,5 & 1 \\ 0,2 & 1 & 0,1 & 0,3 & 0,7 \\ 0,5 & 0 & 1 & 0,6 & 0,4 \\ 0,3 & 0,4 & 0,6 & 1 & 0,4 \\ 0,9 & 0,8 & 0,9 & 0,7 & 1 \end{pmatrix}$, $R_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0,6 & 1 & 0,7 & 0,6 \\ 0,3 & 1 & 0,2 & 0,4 & 0,1 \\ 0 & 0,7 & 1 & 0,8 & 0,7 \\ 0,5 & 0,3 & 0 & 1 & 0,7 \\ 1 & 0,9 & 0,8 & 0,3 & 1 \end{pmatrix}$.

$\lambda_1 = 0,1$ i $\lambda_2 = 0,9$.

26. $R_1 = \begin{pmatrix} 1 & 0,3 & 0,8 & 0,5 & 1 \\ 0,2 & 1 & 0,1 & 0,3 & 0,7 \\ 0,5 & 0 & 1 & 0,6 & 0,4 \\ 0,3 & 0,4 & 0,6 & 1 & 0,4 \\ 0,9 & 0,8 & 0,9 & 0,7 & 1 \end{pmatrix}$, $R_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0,5 & 0,1 & 0,4 & 0,6 \\ 0,9 & 1 & 0,9 & 0,4 & 1 \\ 0,5 & 0,7 & 1 & 0,2 & 0,7 \\ 0,5 & 0,3 & 0,2 & 1 & 0,7 \\ 1 & 0,9 & 0,8 & 0,3 & 1 \end{pmatrix}$.

$\lambda_1 = 0,8$ i $\lambda_2 = 0,2$.

27. $R_1 = \begin{pmatrix} 1 & 0,3 & 0,8 & 0,5 & 1 \\ 0,2 & 1 & 0,1 & 0,3 & 0,7 \\ 0,5 & 0 & 1 & 0,6 & 0,4 \\ 0,3 & 0,4 & 0,6 & 1 & 0,4 \\ 0,9 & 0,8 & 0,9 & 0,7 & 1 \end{pmatrix}$, $R_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 & 0,6 \\ 0,5 & 1 & 0,9 & 0,4 & 1 \\ 0,5 & 0,7 & 1 & 0 & 0,7 \\ 0,7 & 0,6 & 0,4 & 1 & 0,7 \\ 0,3 & 0,4 & 0,8 & 0,3 & 1 \end{pmatrix}$.

$\lambda_1 = 0,8$ i $\lambda_2 = 0,2$.

28. $R_1 = \begin{pmatrix} 1 & 0,3 & 0,8 & 0,5 & 1 \\ 0,8 & 1 & 0,7 & 0,8 & 0,7 \\ 0,6 & 0,8 & 1 & 0,4 & 0,3 \\ 0,3 & 0,5 & 0,6 & 1 & 0,4 \\ 0,9 & 0,7 & 0,1 & 0,1 & 1 \end{pmatrix}$, $R_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 & 0,6 \\ 0,5 & 1 & 0,7 & 0,4 & 1 \\ 0,5 & 0,7 & 1 & 0,4 & 0,7 \\ 0,7 & 0,3 & 0 & 1 & 0,7 \\ 0,7 & 0,9 & 0,8 & 0,3 & 1 \end{pmatrix}$.

$\lambda_1 = 0,3$ i $\lambda_2 = 0,7$.

29. $R_1 = \begin{pmatrix} 1 & 0,3 & 0,8 & 0,5 & 1 \\ 0,6 & 1 & 0,7 & 0,3 & 0,7 \\ 0,9 & 0 & 1 & 0,9 & 0,1 \\ 0,3 & 1 & 0,6 & 1 & 0,4 \\ 0,2 & 0 & 0,1 & 0,1 & 1 \end{pmatrix}$, $R_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 & 0,6 \\ 1 & 1 & 0,9 & 0,4 & 1 \\ 0 & 0,7 & 1 & 0 & 0,7 \\ 0,5 & 0,3 & 0 & 1 & 0,7 \\ 1 & 0,9 & 0,8 & 0,3 & 1 \end{pmatrix}$.

$\lambda_1 = 0,8$ i $\lambda_2 = 0,2$.

30. $R_1 = \begin{pmatrix} 1 & 0,3 & 0,4 & 0,5 & 0,1 \\ 0,3 & 1 & 0,7 & 0,3 & 0,7 \\ 0,9 & 0 & 1 & 0,9 & 0,7 \\ 0,3 & 0,5 & 0,6 & 1 & 0,4 \\ 0,2 & 0,5 & 0,7 & 0,9 & 1 \end{pmatrix}$, $R_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 & 0,6 \\ 0,5 & 1 & 0,7 & 0,4 & 1 \\ 0,5 & 0,7 & 1 & 0,4 & 0,7 \\ 0,7 & 0,3 & 0 & 1 & 0,7 \\ 0,7 & 0,9 & 0,8 & 0,3 & 1 \end{pmatrix}$.

$\lambda_1 = 0,6$ i $\lambda_2 = 0,4$.

Список літератури

1. Зайченко, Ю. П. Исследование операций [Текст] / Ю. П. Зайченко. – К. : Вища шк., 1988. – 552 с.

2. Зайченко, Ю. П. Исследование операций [Текст]: сб. задач / Ю. П. Зайченко, С. А. Шумилова. – К. : Вища шк., 1984. – 220 с.

3. Кофман, А. Введение в теорию нечетких множеств [Текст] / А. Кофман. – М. : Радио и связь, 1982. – 432 с.

4. Нечеткие множества в моделях управления и искусственного интеллекта [Текст] / под ред. Д. А. Поспелова. – М. : Наука, 1986. – 312 с.

5. Орловский, С. А., Проблемы принятия решений при нечеткой исходной информации [Текст] / С. А. Орловский. – М. : Наука, 1981. – 206 с.

6. Трухаев, Р. И. Модели принятия решений в условиях неопределенности [Текст] / Р. И. Трухаев. – М. : Наука, 1981. – 168 с.

7. Ус, С. А. Теорія нечітких множин у системах прийняття рішень [Текст]: навч. посібник / С. А. Ус. – Д. : НГА України, 2001, – 86 с.

8. Ус, С. А. Методи прийняття рішень [Текст]: навч. посібник / С.А. Ус. – Д. : Національний гірничий університет, 2012. – 212 с.

Світлана Альбертівна **Ус**

СИСТЕМИ Й МЕТОДИ ПРИЙНЯТТЯ РІШЕНЬ

МЕТОДИЧНІ РЕКОМЕНДАЦІЇ
ДО ВИКОНАННЯ ЛАБОРАТОРНИХ РОБІТ

студентами напряму підготовки
6.040303 Системний аналіз

Редактор О.Н. Ільченко

Підп. до друку 04.02.2013. Формат 30×42/4 .
Папір офсетний. Ризографія. Ум. друк. арк. 3,2.
Обл.-вид. арк. 3,5. Тираж 50 пр. Зам. №   .

Державний ВНЗ «Національний гірничий університет»
49005, м. Дніпропетровськ, просп. К. Маркса, 19.