

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ  
НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ  
«ДНІПРОВСЬКА ПОЛІТЕХНІКА»



ФАКУЛЬТЕТ ІНФОРМАЦІЙНИХ ТЕХНОЛОГІЙ  
Кафедра системного аналізу та управління

**СИСТЕМИ ШТУЧНОГО ІНТЕЛЕКТУ**

**Методичні рекомендації до виконання курсової роботи**  
для здобувачів ступеня бакалавра  
освітньо-професійної програми «Системний аналіз»  
зі спеціальності 124 Системний аналіз

Дніпро  
НТУ «ДП»  
2025

**Системи** штучного інтелекту [Електронний ресурс] : методичні рекомендації до виконання курсової роботи для здобувачів ступеня бакалавра спеціальності 124 Системний аналіз / уклад.: Т.А. Желдак, Д.М. Гаранжа ; М-во освіти і науки України, Нац. техн. ун-т «Дніпровська політехніка». – Дніпро : НТУ «ДП», 2025. – 39 с.

Укладачі:

Т.А. Желдак, канд. техн. наук., доц.;

Д.М. Гаранжа, ст. викл.

Затверджено до видання науково-методичною комісією спеціальності 124 Системний аналіз (протокол № 5 від 28 серпня 2025 р.) за поданням кафедри системного аналізу та управління (протокол № 10 від 28 серпня 2025 р.).

Наведено постановку завдання з курсової роботи, викладено вимоги до структури роботи, правила оформлення, перелік рекомендованих джерел. Рекомендації орієнтовано на активізацію виконавчого етапу навчальної діяльності студентів.

Відповідальний за випуск завідувач кафедри системного аналізу і управління Т.А. Желдак, канд. техн. наук, доц.

## ЗМІСТ

<b>ВСТУП.....</b>	<b>4</b>
<b>1. ЗАВДАННЯ НА КУРСОВУ РОБОТУ .....</b>	<b>5</b>
1.1 Зв'язок курсової роботи з рештою освітніх компонентів спеціальності .....	5
1.2. Вибір тематики курсової роботи .....	5
1.3. Порядок виконання та захисту курсової роботи.....	6
1.4. Оформлення результатів курсової роботи.....	7
1.5. Система рейтингових (вагових) балів та критерії оцінювання курсової роботи .....	8
1.6. Додаткова інформація з освітнього компонента.....	10
<b>2 ПРОЕКТУВАННЯ ІНТЕЛЕКТУАЛЬНОЇ СИСТЕМИ .....</b>	<b>11</b>
2.1 Проектування бази знань на основі нечітких правил.....	11
2.2. Розробка експертної системи на основі теореми Байєса .....	22
<b>3. НЕЧІТКІ МНОЖИНИ В ІНТЕЛЕКТУАЛЬНИХ СИСТЕМАХ .....</b>	<b>25</b>
3.1. Лінгвістична змінна та її опис через нечітку множину.....	25
3.2. Нечіткі висловлювання та операції з ними.....	26
3.3. Нечітке логічне виведення .....	29
3.4. Алгоритми логічного виведення.....	32
3.5. Методи зведення до чіткості.....	34
<b>4. РЕКОМЕНДОВАНА ЛІТЕРАТУРА .....</b>	<b>38</b>

## ВСТУП

Сучасна наука та техніка все більше використовує математичні методи та підходи штучного інтелекту в різноманітних галузях знань. Курсова робота з дисципліни є важливим доповненням основної дисципліни «Системи штучного інтелекту», що дозволяє студентам отримати практичні навички застосування вивчених технологій штучного інтелекту для вирішення реальних задач.

**Метою** курсової роботи є формування у студентів компетенцій та вмінь з основ інтелектуальних технологій, проектування та використання систем з елементами штучного інтелекту, достатніх для реалізації задач з розробки, дослідження, впровадження та експлуатації інтелектуальних систем різного призначення.

У процесі виконання курсової роботи здобувач має ознайомитися з: основними підходами до побудови інтелектуальних систем і навчитися їх використовувати на практиці; мультиагентними системами; принципами побудови систем на основі станів, змінних та знань. Здобувач повинен розуміти їх особливості та сфери застосування; методи пошуку в просторі станів, в умовах протидії та невизначеності; місце навчання в інтелектуальних системах та навчання з підкріпленням; принципи побудови інтелектуальних систем управління, зокрема в реальному часі.

В результаті вивчення дисципліни здобувачі мають **вміти**:

- вибирати раціональні методи та технології штучного інтелекту для розв'язання поставленої задачі;
- застосовувати технології штучного інтелекту для вирішення практичних задач;
- програмно реалізовувати методи і моделі штучного інтелекту;
- розроблювати інтелектуальних агентів;
- проектувати та використовувати системи, що використовують елементи штучного інтелекту;
- оцінювати ефективність розроблених інтелектуальних моделей;
- впроваджувати інтелектуальні компоненти в інтелектуальні системи реального часу.

## 1. ЗАВДАННЯ НА КУРСОВУ РОБОТУ

### 1.1 Зв'язок курсової роботи з рештою освітніх компонентів спеціальності

В результаті виконання курсової роботи здобувачі отримують наступні результати навчання у відповідності до освітньо-професійної програми «Системний аналіз» підготовки бакалаврів спеціальності 124 Системний аналіз:

1. ПР11 - Знати і вміти застосовувати на практиці системи управління базами даних і знань та інформаційні системи

2. ПР13 - Проектувати, реалізовувати, тестувати, впроваджувати, супроводжувати, експлуатувати програмні засоби роботи з даними і знаннями в комп'ютерних системах і мережах.

Для успішного виконання курсової роботи необхідні базові знання з математичного аналізу, алгебри та геометрії, дискретної математики, теорії алгоритмів, теорії імовірності та математичної статистики, навички програмування.

Виконання курсової роботи відбувається після засвоєння дисципліни «Системи штучного інтелекту», що забезпечує знання про моделі представлення знань в інтелектуальних системах, методах їх добування та зберігання, стратегіях вирішення інтелектуально складних задач, тощо.

Результати навчання використовують при підготовці кваліфікаційної роботи бакалавра та у фахових дисциплінах подальшого циклу підготовки магістрів, зокрема «Самонавчання складних систем» та «Інтелектуальний аналіз даних».

### 1.2. Вибір тематики курсової роботи

Здобувач має право обрати тематику курсової роботи, що передбачає побудову експертної, рекомендаційної, ігрової, оптимізаційної чи навчальної системи таким чином, щоб вона розкривала тему дослідження кваліфікаційної роботи.

У разі відсутності власної теми, що розкриває особисте прикладне дослідження, здобувачі обирають варіант тематики курсової роботи згідно з таблицею 1 відповідно до порядкового номеру в списку групи.

Таблиця 1. Варіанти тематики курсової роботи

№ з/п	Задача	Тип задачі
1	Ідентифікації породи тварини (за вибором студента) за її морфологічними ознаками	Експертна
2	Ідентифікації захворювань певної системи людини (за вибором студента) за їх клінічними ознаками	Експертна
3	Ідентифікації породи рослин за їх морфологічними ознаками	Експертна
4	Ідентифікації марки легкових автомобілів за їх технічними характеристиками	Експертна

5	Ідентифікації несправностей автомобіля за набором спостережуваних параметрів	Експертна
6	Ідентифікації відомої особистості (галузь – на розсуд студента) за її відомими досягненнями	Експертна
7	Сортування та укладання на поверхні заданого розміру об'єктів різного розміру	Оптимізаційна
8	Сортування та укладання на поверхні заданого розміру об'єктів різної форми	Оптимізаційна
9	Сортування та укладання в ємності заданого обсягу об'єктів різних форм і розмірів	Оптимізаційна
10	Розв'язання sudoku	Ігрова
11	Вибір наступного ходу для гри «Мінер»	Ігрова
12	Моделювання бота (моделюваного гравця) в довільній грі	Ігрова
13	Навчання та контроль знань щодо правил дорожнього руху	Навчання
14	Навчання та контроль знань з дисципліни (за вибором студента) технічної спрямованості	Навчання
15	Навчання та контроль знань з дисципліни (за вибором студента) гуманітарної спрямованості	Навчання
16	Прийняття рішення щодо вибору помешкання (квартира, будинок, дача) за критеріями замовника	Рекомендаційна
17	Прийняття рішень щодо вибору побутової техніки (за вибором студента) за критеріями замовника	Рекомендаційна
18	Прийняття рішень щодо вибору комп'ютерної техніки (за вибором студента) за критеріями замовника	Рекомендаційна
19	Прийняття рішень щодо вибору твору (фільм, серіал, книжка ...)	Рекомендаційна
20	Прийняття рішень щодо вибору місця і виду відпочинку за критерієм замовника	Рекомендаційна
21	Прийняття рішень щодо вибору нового автомобіля за критеріями замовник	Рекомендаційна
22	Підбір персоналу за певними критеріями	Експертна, оптимізаційна
23	Вибір навчальних курсів для підвищення ефективності кваліфікованих фахівців	Експертна, оптимізаційна
24	Вибір середовища для реалізації програмного забезпечення	Експертна
25	Формування ставок у букмекерській конторі на результати спортивних подій	Рекомендаційна, експертна

### 1.3. Порядок виконання та захисту курсової роботи

В рамках обраної теми курсової роботи з запропонованого переліку або індивідуальної теми, попередньо погодженої з викладачем, необхідно виконати наступні задачі:

- 1) вибрати практичну задачу для обраної теми, чітко сформулювати мету і задачу розробки;
- 2) сформулювати план роботи;
- 3) обрати середовище для виконання роботи (програмна модель предметної області для вирішення задачі), або розробити власне;

- 4) обґрунтувати доцільність використання технологій штучного інтелекту для вирішення задачі;
- 5) вибрати конкретну інтелектуальну технологію та обґрунтувати свій вибір;
- 6) програмно реалізувати обрану технологію;
- 7) застосувати реалізовану технологію штучного інтелекту для розв'язання поставленої задачі;
- 8) отримати результати та проаналізувати їх, за необхідності змінити параметри моделі;
- 9) провести дослідження з реалізованою системою штучного інтелекту;
- 10) підготувати пояснювальну записку (ПЗ) по проведеній роботі.

Студент виконує курсову роботу самостійно.

Демонстрація поточних результатів, обговорення питань по роботі та ін. відбувається в час консультації викладача або при наявності вільного часу за розкладом лабораторних робіт.

Для захисту студент попередньо надсилає оформлену пояснювальну записку на у відповідний каталог сайту дистанційної освіти (файл називати у форматі «*КРСШ\_РІК\_Прізвище.docx*»). В процесі захисту студент демонструє програмну реалізацію та відповідає на запитання по прийнятим в роботі рішенням, результатам та пов'язаному теоретичному матеріалу (3-5 питань).

При виконанні курсової роботи необхідно дотримуватись календарного плану:

Затвердження теми – 4 тиждень

Надання плану роботи – 6 тиждень

Подання ПЗ на розгляд – 13 тиждень

#### **1.4. Оформлення результатів курсової роботи**

За результатами виконання роботи готується пояснювальна записка – документ, оформлений згідно вимог діючих ДСТУ, що містить основні одержані результати. Викладення матеріалу в пояснювальній записці повинно бути коротким, ясным і прийнятним в технічній літературі. Опис відомих положень та рішень, що викладені в довідкових матеріалах, не допускається.

Основне завдання студента під час виконання курсової роботи – показати рівень володіння теоретичним та практичним матеріалами застосування технологій штучного інтелекту для вирішення поставленої задачі. Тому, у першу чергу, варто описувати принципові моменти – обґрунтування прийнятих рішень.

У пояснювальній записці мають бути висвітлені обсяги виконаної роботи, складність та особливості розв'язуваної задачі і використаних методів, елементи новизни, рівень практичної і теоретичної підготовки студента.

Пояснювальна записка – це єдиний документ, що характеризується цілісністю викладів від постановки задачі до аналізу отриманих результатів. Взаємозв'язок окремих частин записки повинен чітко проглядатися; попередні розділи визначають напрямок рішення наступних. Кожен розділ має закінчуватися короткими висновками.

Рекомендована структура пояснювальної записки:

1. Титульний аркуш

2. Вступ

3. Задача.

3.1. Постановка задачі – сформулювати мету роботи, суть та особливості задачі.

3.2. Мотивація та аналіз задачі – чим цікава задача, які її особливості свідчать про доцільність використання штучного інтелекту.

3.3. Формалізація задачі – виділення вхідних-вихідних параметрів, зав'язків між ними тощо

3.4. Середовище – вибір та опис програмного середовища моделювання предметної області або інтерфейсів взаємодії з апаратною частиною засобів інтелектуалізації, мова програмування, інші засоби

4. Моделі та методи штучного інтелекту.

4.1. Вибір технології штучного інтелекту – обґрунтування вибору, огляд можливих варіантів, що розглядалися

4.2. Розробка моделі – створення формальної моделі для розв'язку задачі на основі обраної технології.

4.3. Вибір або визначення параметрів алгоритму розв'язання задачі.

4.4. Практична реалізація – короткий огляд програмної реалізації моделі в обраному середовищі.

4.5. Результати вирішення задачі – наводяться кількісні результати та висновки щодо можливості та точності розв'язання задачі, бажано порівняти з відомими аналогами

5. Експериментальне дослідження розробленої системи штучного інтелекту

5.1. Планування експерименту – порівняння класичних підходів до розв'язку задачі з інтелектуальними, моделей різного рівня інтелектуальності, дослідження впливу параметрів моделі на результати.

5.2. Формування гіпотез та опис механізму їх перевірки.

5.3. Результати експерименту – отримані результати та їх значення

6. Висновки

7. Список використаної літератури

## **1.5. Система рейтингових (вагових) балів та критерії оцінювання курсової роботи**

Рейтингова оцінка здобувача за підсумками виконання курсової роботи з балів:

1) За змістовну складову. Ваговий бал – 60 .

2) За захист курсової роботи. Ваговий бал – 40.

Складові змістової складової представлені у таблиці 1.2.

Таблиця 1.2 Система оцінювання змістовної складової курсової роботи

Складова роботи	Кількість балів
1. Дотримання вимог календарного плану	10
2. Практична робота над темою,	30
Аналіз задачі, вибір технології штучного інтелекту	10
Практична реалізація/застосування технології штучного інтелекту	20
3. Оформлення пояснювальної записки,	20
Відповідність вимогам до структури та обсягів, ДСТУ	10
Якість оформлення та повнота подання інформації	10
<b>Разом</b>	<b>60</b>

Складові оцінювання захисту курсової роботи представлені у таблиці 1.3.

Таблиця 1.3 Система оцінювання захисту курсової роботи

Складова роботи	Кількість балів
1. Ступінь володіння теоретичним матеріалом	10
2. Ступінь обґрунтування прийнятих рішень	15
3. Якість відповідей на питання та вміння захищати свою думку	15
<b>Разом:</b>	<b>40</b>

Для отримання “зараховано” з першої проміжної атестації (6 тиждень) студент повинен обрати тему роботи та надати короткий план роботи. Для отримання “зараховано” з другої проміжної атестації (13 тиждень) студент повинен надати чорновий варіант пояснювальної записки без оформлення.

Сума вагових балів контрольних заходів протягом семестру складається з оцінок змістовного рейтингу  $R_1$  за захисту роботи  $R_2$ . Загальний рейтинг студента:  $R = R_1 + R_2$ . Максимальне значення змістовної шкали  $R_1 = 60$  балів. Максимальне значення шкали захисту  $R_2 = 40$  балів. Всього максимум  $R = 60 + 40 = 100$  балів. Для отримання студентом відповідних оцінок (ECTS та традиційних) його рейтингова оцінка  $R$  переводиться згідно з таблицею 1.4.

Таблиця 1.4. Відповідність рейтингових балів та інституціональної оцінки.

$R = R_1 + R_2$	Інституціональна оцінка
90...100	Відмінно
74...89	Добре
60...73	Задовільно
< 60	Не задовільно

### **Заохочувальні бали**

Студент має змогу отримати додаткові заохочувальні бали за проведення наукового пошуку, застосування сучасних наукових результатів в роботі та власне проведення актуальних наукових досліджень - надається від 1 до 10 заохочувальних балів, що додаються до оцінювання змістовної складової. Загальна сума змістовних балів за роботу не має перевищувати 60.

### **Політика щодо академічної доброчесності**

Усі курсові роботи перевіряються на наявність плагіату і допускаються до захисту відповідно до вимог дотримання академічної доброчесності.

## **1.6. Додаткова інформація з освітнього компонента**

Передбачена можливість зарахування сертифікатів проходження дистанційних чи онлайн курсів по технологіям штучного інтелекту у вигляді виконання проекту відповідного рівня за умови відповідності програми не менше ніж на 60%.

Остаточне рішення по кожному сертифікату приймається викладачем з урахуванням вказаних вимог.

## 2 ПРОЕКТУВАННЯ ІНТЕЛЕКТУАЛЬНОЇ СИСТЕМИ

### 2.1 Проектування бази знань на основі нечітких правил

Побудова нечіткої моделі інтелектуальної системи керування базується на формальному представленні характеристик об'єкту в термінах лінгвістичних змінних. В системі керування в якості лінгвістичних змінних розглядаються змінні входу і виходу системи. Ціль керування полягає у визначенні значень керуючих змінних (вхідних) змінних, реалізація яких забезпечує бажану поведінку чи бажаний стан об'єкту керування. Таким чином, нечітка модель системи керування може бути описана за допомогою апарату системи нечіткого виводу.

Для керування системами з вбудованими елементами штучного інтелекту в умовах невизначеності необхідно побудувати людино-машинний інтерфейс на основі якісних, вербальних категорій. Такі категорії визначаються в термінах нечітких множин. Для ефективного використання нечітких систем необхідно адекватно визначити нечіткі множини величин, побудувати правила виведення, правила агрегування виходів, здійснити перетворення чітких входів у нечіткі й нечітких виходів у чіткі. Забезпечити адекватність функцій належності нечітких величин можна їх динамічним підстроюванням за допомогою адаптивних методів.

Якість прийняття рішень в основному визначається базою нечітких правил. Такі правила визначаються експертним методом і тому можуть бути суб'єктивними, неповними або суперечливими. Подолання суперечливості правил і, відповідно, підвищення інтелектуального рівня системи нечіткого логічного виведення досягається поповненням і вдосконаленням бази правил у процесі навчання.

Розглянемо приклад того, як обробляються нечіткі правила виведення в експертній системі, що управляє вентилятором кімнатного кондиціонера. Завдання кондиціонера - підтримувати оптимальну температуру повітря в кімнаті, охолоджуючи його, коли жарко, і нагріваючи, коли холодно. Нехай, змінюючи швидкість обертання вентилятора, що проганяє повітря через охолоджуючий елемент, ми можемо змінювати температуру повітря, тоді алгоритм роботи кондиціонера може бути заданий наступними правилами:

- якщо температура повітря в кімнаті висока, то швидкість обертання вентилятора висока;
- якщо температура повітря в кімнаті середня, то швидкість обертання вентилятора середня;
- якщо температура повітря в кімнаті низька, то швидкість обертання вентилятора низька.

Для того щоб система могла обробляти ці правила, треба налаштувати установки приналежності для нечітких підмножин, визначених на значеннях температури ( $t$ ) і швидкості обертання вентилятора ( $v$ ). Нехай температура

повітря в кімнаті знаходиться в межах від  $0^{\circ}\text{C}$  до  $60^{\circ}\text{C}$  - в іншому випадку кондиціонер навряд чи допоможе. Функцію приналежності для нечіткого підмножини «низька», певну на інтервалі зміни температури, можна задати, наприклад, так (рис. 1):

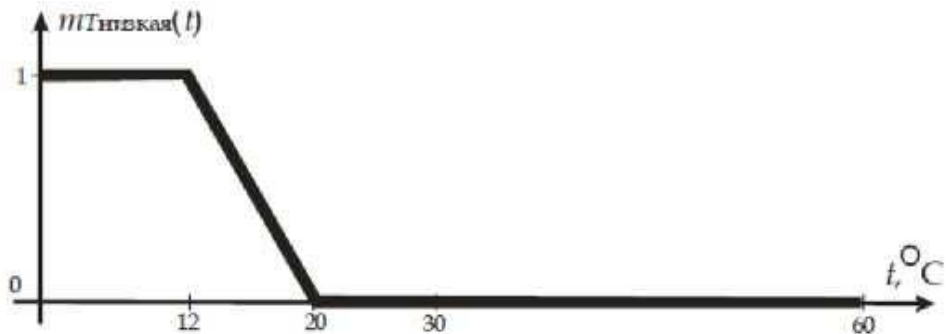
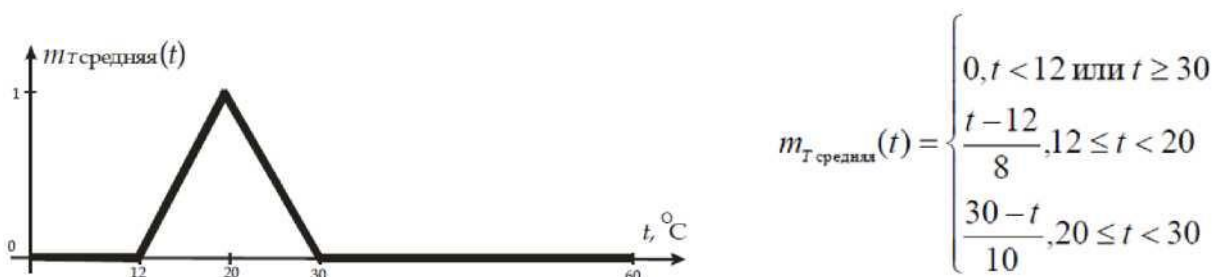


Рис. 1 - Нечітка множина «низька», визначена на множині значень температури

Якщо температура менше  $12^{\circ}\text{C}$ , то це - напевно низька температура для кімнати. Температуру вище  $20^{\circ}\text{C}$  ніяк не можна назвати низькою. У проміжку між цими значеннями функція приналежності лінійно убуває - зі збільшенням температури зменшується істинність твердження «температура повітря в кімнаті низька». Аналітично виражається наступним чином:

$$m_{T_{низкая}}(t) = \begin{cases} 1, & t \leq 12 \\ \frac{20-t}{8}, & 12 < t < 20 \\ 0, & t \geq 20 \end{cases}$$

Подібні міркування дозволяють нам налаштувати установки приналежності для решти множин: середня (рис. 2) і висока (рис. 3).



$$m_{T_{средняя}}(t) = \begin{cases} 0, & t < 12 \text{ или } t \geq 30 \\ \frac{t-12}{8}, & 12 \leq t < 20 \\ \frac{30-t}{10}, & 20 \leq t < 30 \end{cases}$$

Рис. 2. Нечітка множина «середня», визначена на множині значень температури



$$m_{T_{высокая}}(t) = \begin{cases} 0, & t < 20 \\ \frac{t-20}{10}, & 20 \leq t < 30 \\ 1, & t > 30 \end{cases}$$

Рис. 3. Нечітка множина «висока», визначена на множині значень температури

Визначимо нечіткі підмножини для швидкості обертання вентилятора. Нехай вона може змінюватися від 0 до 1000 об / хв. Цілком допустимим буде наступний варіант визначення функцій приналежності для нечітких підмножин низька, середня і висока (рис. 4, 5, 6).

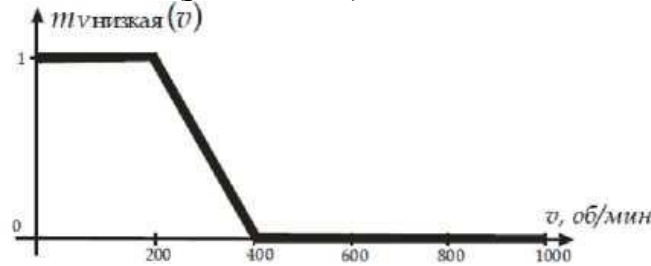


Рисунок 35 - Нечітка множина «низька», визначена на множині значень швидкості обертання вентилятора кондиціонера

$$m_{v_{низкая}}(v) = \begin{cases} 1, v < 200 \\ \frac{400 - v}{200}, 200 \leq v \leq 400 \\ 0, v > 400 \end{cases}$$

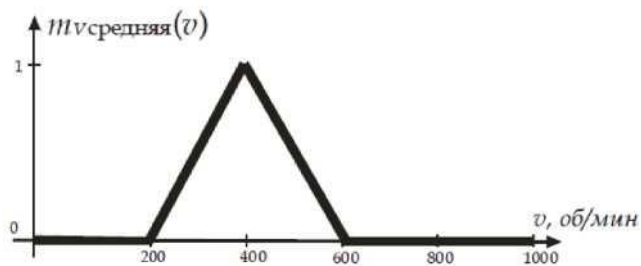


Рисунок 5 - Нечітка множина «середня», визначена на множині значень швидкості обертання вентилятора кондиціонера

$$m_{v_{средняя}}(v) = \begin{cases} 0, v < 200 \text{ или } v > 600 \\ \frac{v - 200}{200}, 200 \leq v < 400 \\ \frac{600 - v}{200}, 400 \leq v \leq 600 \end{cases}$$

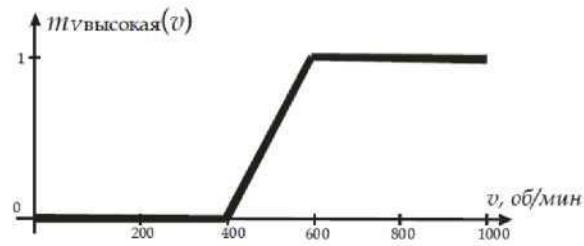


Рисунок 6 - Нечітка множина «висока», визначена на множині значень швидкості обертання вентилятора кондиціонера

$$m_{V_{\text{высокая}}}(v) = \begin{cases} 0, v < 400 \\ \frac{v - 400}{200}, 400 \leq v < 600 \\ 1, v \geq 600 \end{cases}$$

Розглянемо тепер, як нечітка експертна система визначає швидкість обертання вентилятора в залежності від температури повітря в кімнаті. Нехай ця температура дорівнює  $22^{\circ}\text{C}$ . Спочатку експертної системі треба визначити істинність лівих частин правил виведення при підстановці в них поточного значення температури. Для цього вона повинна знайти ступінь входження  $t = 22^{\circ}\text{C}$  в кожен із зазначених зліва нечітких підмножин. У лівих частинах правил вказані три підмножини, заданих на інтервалі значень температури: висока, низька і середня. Ступінь входження знаходимо, обчислюючи значення функцій приналежності кожного з підмножин від  $t = 22^{\circ}\text{C}$ :

$$m_{V_{\text{висока}}}(22) = 0,2;$$

$$m_{V_{\text{середня}}}(22) = 0,8;$$

$$m_{V_{\text{низька}}}(22) = 0$$

Значення істинності лівій частині кожного правила використовуються для модифікації нечіткої множини, зазначеного в його правій частині. На рис.38 зображено, як трансформуються множини, які знаходяться в правих частинах правил.

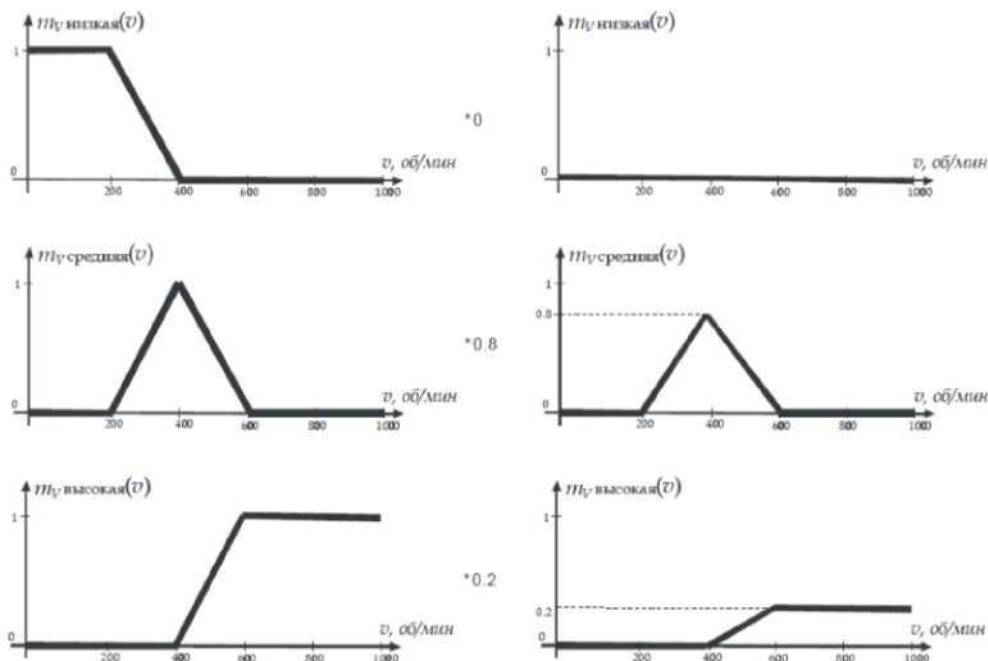


Рисунок 7 - Модификация нечетких подмножин, определенных на интервале зміни швидкості обертання вентилятора

Далі нечіткої експертної системі необхідно узагальнити результати дії всіх правил виведення, тобто зробити суперпозицію отриманих нечітких множин. Результат об'єднання нечітких множин показаний на рис 8.

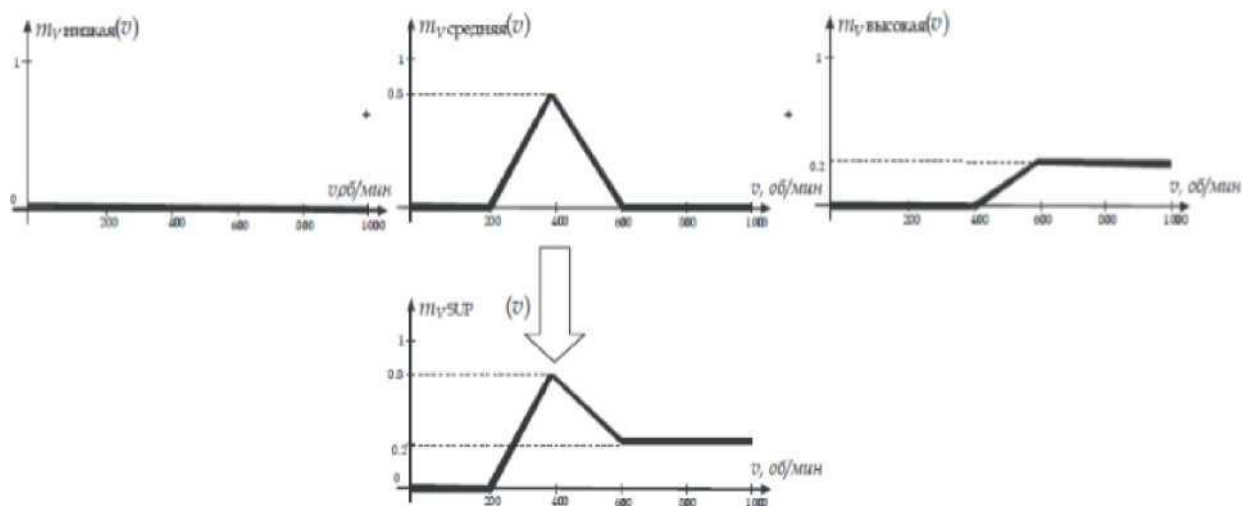


Рисунок 8. Результат суперпозиції нечітких множин

Тепер необхідно здійснити перехід від суперпозиції множин до скалярного значення. Скаляризації зробимо методом "центра ваги". Ілюстрація того, як виходить результат, представлена на рис.9.

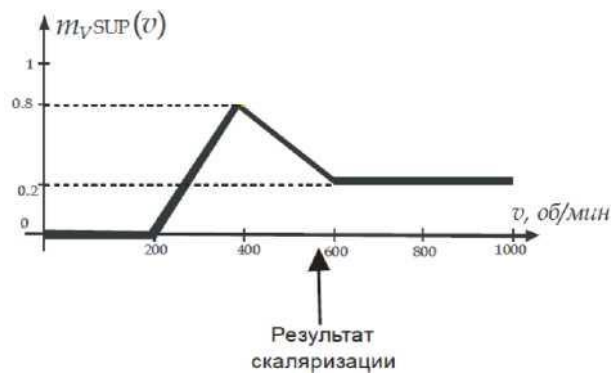


Рисунок 9 - Отримання скалярного значення швидкості обертання вентилятора методом «центру ваги»

Центр ваги фігури на рис.9 знаходиться в точці  $v = 520$ . Це і буде значенням швидкості обертання вентилятора, яке видасть експертна система при температурі повітря в кімнаті дорівнює  $22^{\circ}\text{C}$ . При інших значеннях температури функція приналежності узагальненого результату виконання всіх правил, зображена на рис.9, буде змінюватися.

### Приклад реалізації інтелектуальної системи за допомогою системи MATLAB

1. Задання нечітких функцій приналежності. У прикладному пакеті Fuzzy logic toolbox програми MATLAB створимо новий проект і поставимо нечіткі функції приналежності для температури як вхідні параметри (рис.10).

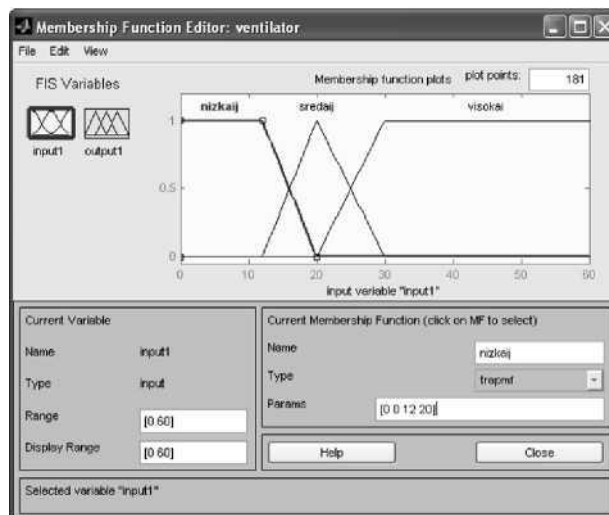


Рисунок 10 - Вікно завдання нечітких функцій приналежності для значень температури

Задамо нечіткі функції приналежності для швидкості обертання вентилятора як вхідні параметри (рис.11).

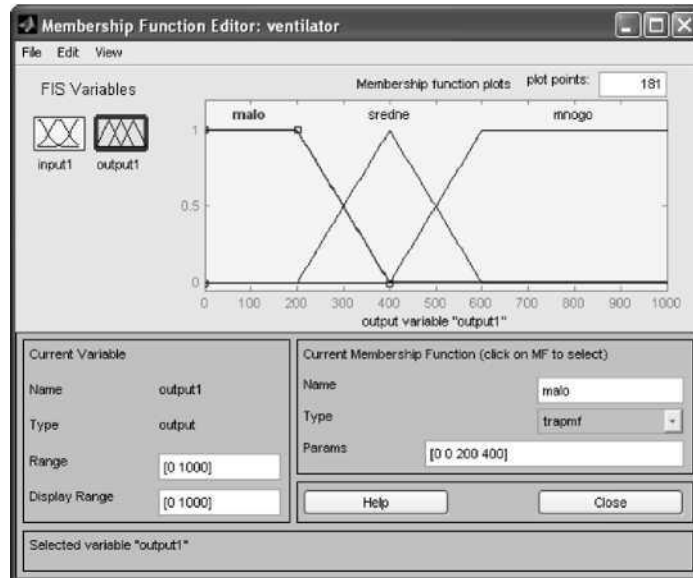


Рисунок 11 - Вікно задання нечітких функцій приналежності для значень швидкості обертання вентилятора

1. Задання правил виведення. Правила виведення в створеній комп'ютерній моделі нечіткі правила виведення задаються за допомогою вкладки Edit ^ Rules. Вікно редактора після завдання правил виведення матиме вигляд, представлений на рис. 12.

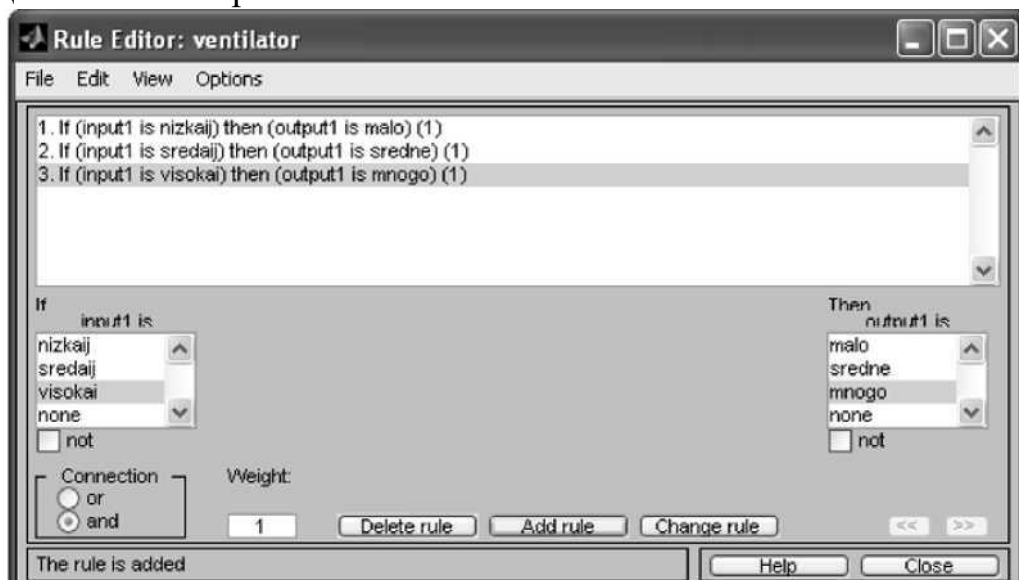


Рисунок 12 - Задання правил виведення

2. Отримання відгуку системи. Послідовність обробки нечітких знань для конкретного значення температури можна переглянути у вікні перегляду

правил View ^ Rules. На рис.13 представлена послідовність обробки нечітких знань для температури  $t = 22 \text{ }^\circ\text{C}$ , при цьому вентилятор кондиціонера повинен обертатися зі швидкістю  $v = 520 \text{ об / хв}$ .

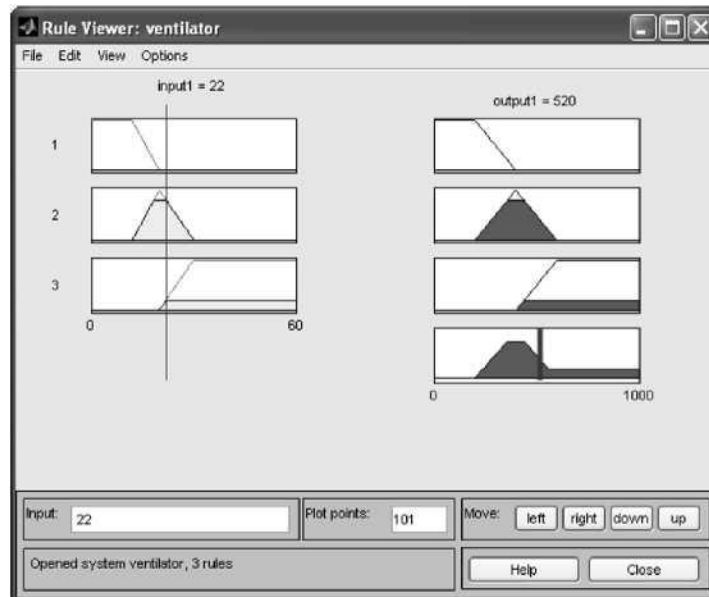


Рисунок 13 - Обробка нечітких знань в експертній системі

Залежність швидкості обертання кондиціонера від температури для даної моделі можна переглянути за допомогою команди View ^ Surface (рис.14).

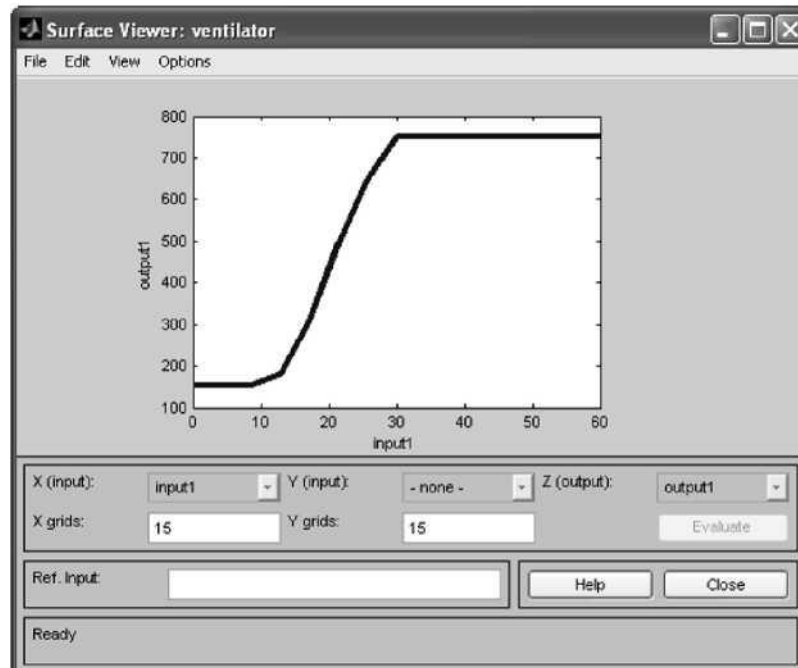


Рисунок 14 - Відгук системи

## Як вирішувати індивідуальне завдання на основі нечітких множин

Приклад 1. Побудова системи нечіткого керування процесом прийому на роботу у фірму нових співробітників.

Нехай, у фірми є дві вакансії: програміст і системний адміністратор. Тому система нечіткого виведення має дві вихідні лінгвістичні змінні  $Y_1$ ,  $Y_2$  з множинами-носіями у вигляді відрізків  $[0...1]$ , які інтерпретується як імовірність прийняття деякої особи на роботу відповідно на першу чи другу посаду.

Вхідні змінні мають характеризувати особу, яка подала резюме про себе в фірми з метою влаштуватися на роботу. Наприклад,  $x_1$  - досвід роботи в сфері комп'ютерних технологій,  $x_2$  - освіта,  $x_3$  - ділові якості спілкування.

Менеджер по кадрам даної фірми розробив такі прості правила прийому на роботу:

1. Якщо досвід роботи високий і професійна освіта висока, то ймовірність прийняття на посаду програміста висока
2. Якщо досвід роботи високий і ділові якості гарні, то ймовірність прийняття на посаду системного адміністратора висока
3. Якщо досвід роботи і освіта високі, а ділові якості гарні, то ймовірність прийняття на роботу даної особи висока на обидві посади
4. Якщо досвід роботи невеликий, але освіта та ділові якості високі, тоді можливо прийняти на роботу таку особу в якості системного адміністратора
5. Якщо особа не має освіти і досвіду роботи, тоді прийняття її на роботу малоймовірне на обидві посади
6. Якщо професійна освіта висока, але досвід роботи і ділові якості невеликі тоді можна прийняти цю особу на посаду програміста і малоймовірно її прийняти на посаду системного адміністратора
7. Якщо освіти у особи немає, тоді малоймовірно її прийняття на роботу
8. Якщо особа не має досвіду роботи і її ділові якості не високі, тоді малоймовірно її прийняття на роботу на обидві посади
9. Якщо освіта особи висока, досвід роботи невеликий, то можливо прийняття її на роботу на посаду програміста
10. Якщо особа не має освіти і ділових якостей, то прийняття її на роботу малоймовірне на обидві посади
11. Якщо особа не має освіти, досвід і її ділові якості невисокі, тоді малоймовірно її прийняття на роботу на обидві посади
12. Якщо ділові якості особи невеликі, освіта професійна і досвід роботи високі, тоді малоймовірно її прийняти на посаду системного адміністратора і можливо її прийняти на посаду програміста.

Для розробки системи слід виконати наступні кроки.

Крок 1. Визначити вхідні і вихідні змінні. Очевидно, що для СНВ у якості вхідних змінних потрібно взяти

- 1) досвід роботи  $x_1$  з множиною-носієм від 0 до 30 років;
- 2) освіту особи  $x_2$  з множиною-носієм, наприклад,  $[0,10]$ ;
- 3) ділові якості  $x_3$  з множиною-носієм  $[0,1]$ .

Далі слід задати терми цих змінних. Наприклад, для вхідної змінної **досвіду** роботи можуть бути задані наступні терми: «немає», «невеликий», «високий»

Крок 2. Фазифікація вхідних змінних. На цьому кроці слід задати функції належності для всіх термів вхідних змінних, а в якості області визначення - їх множини-носії

Крок 3. Задати функції належності термів вихідних змінних (ймовірність прийняття на посаду)

Крок 4. Ввести правила у базу правил.

Крок 5. Використання моделі. Для цього розглянути приклад роботи системи керування при різних значеннях вхідної змінної. Для цього слід відкрити вікно правил *View* → *Rules* і переглянути можливі значення вихідної змінної прийняття рішення про прийом на роботу в залежності від зміни значень вхідних змінних.

Приклад 2. Нечітка модель керування кондиціонером повітря в приміщенні.

Нехай, в приміщенні встановлений кондиціонер, який дозволяє регулювати (нагрівати чи охолоджувати) температуру. Найбільш комфортні умови складаються при встановленні деякої заданої комфортної температури. Задача полягає у розробці системи нечіткого виведення, яка б змогла автоматизувати роботу кондиціонера при коливанні температури приміщення через різні зовнішні дестабілізуючі фактори.

Досвід використання побутових кондиціонерів показує деяку інертність в процесі нагріву чи охолодження повітря. Наприклад, після включення режиму «холод», відбувається нагнітання холодного повітря, через що температура в приміщенні поступово спадає.

При цьому, при виключенні цього режиму, температура все рівно деякий час продовжує знижуватися. Аналогічна картина спостерігається при включенні режиму «тепло». Щоб врахувати цю властивість, потрібно задати як вхідну змінну не тільки температуру приміщення, але і швидкість її зміни. В такому випадку, досвід показує адекватність наступних правил керування кондиціонеру:

1. Якщо температура повітря дуже тепла і швидкість зміни температури додатня, то потрібно включити режим «холод», повернувши регулятор кондиціонеру на великий кут вліво.

2. Якщо температура повітря дуже тепла, а швидкість зміни температури від'ємна, тоді необхідно включити режим «холод», повернувши регулятор кондиціонеру на невеликий кут вліво.

3. Якщо температура повітря тепла, а швидкість зміни температури додатня, тоді потрібно включити режим «холод», повернувши регулятор кондиціонеру на великий кут вліво.

4. Якщо температура повітря тепла, а швидкість зміни температури від'ємна, тоді потрібно включити режим «холод», повернувши регулятор кондиціонеру слід вимкнути.

5. Якщо температура повітря дуже холодна, а швидкість зміни

температури від'ємна, тоді потрібно включити режим «тепло», повернувши регулятор кондиціонеру на великий кут вправо.

6. Якщо температура повітря дуже холодна, а швидкість зміни температури додатня, тоді потрібно включити режим «тепло», повернувши регулятор кондиціонеру на невеликий кут вправо.

7. Якщо температура повітря холодна, а швидкість зміни температури від'ємна, тоді потрібно включити режим «тепло», повернувши регулятор кондиціонеру на великий кут вліво.

8. Якщо температура повітря холодна, а швидкість зміни температури додатня, тоді потрібно виключити кондиціонер.

9. Якщо температура повітря дуже тепла, а швидкість зміни температури дорівнює 0, тоді потрібно включити режим «холод», повернувши регулятор кондиціонеру на великий кут вліво.

10. Якщо температура повітря тепла, а швидкість зміни температури дорівнює 0, тоді потрібно включити режим «холод», повернувши регулятор кондиціонеру на невеликий кут вліво.

11. Якщо температура повітря дуже холодна, а швидкість зміни температури дорівнює 0, тоді потрібно включити режим «тепло», повернувши регулятор кондиціонеру на великий кут вправо.

12. Якщо температура повітря холодна, а швидкість зміни температури дорівнює 0, тоді потрібно включити режим «тепло», повернувши регулятор кондиціонеру на невеликий кут вправо.

13. Якщо температура повітря в нормі, а швидкість зміни температури додатня, тоді потрібно включити режим «холод», повернувши регулятор кондиціонеру на невеликий кут вліво.

14. Якщо температура повітря в нормі, а швидкість зміни температури від'ємна, тоді потрібно включити режим «тепло», повернувши регулятор кондиціонеру на невеликий кут вправо.

15. Якщо температура повітря в нормі, а швидкість зміни температури дорівнює 0, тоді потрібно виключити кондиціонер.

16. Тому, для розробки системи слід виконати наступні кроки.

Крок 1. Визначити вхідні і вихідні змінні. Очевидно, що для СНВ у якості вхідних змінних потрібно взяти температуру повітря в приміщенні та швидкість її зміни. У якості вихідної змінної слід взяти кут повороту регулятора кондиціонеру.

Далі слід задати терми цих змінних. Наприклад, для 1 вхідної змінної - «повітря дуже холодне», «повітря холодне», «повітря в нормі», «повітря тепле», «повітря дуже тепле»

Крок 2. Фазифікація вхідних змінних. На цьому кроці слід задати функції належності для всіх термів вхідної змінної, а в якості області визначення - інтервал можливої температури повітря та її швидкості. Наприклад, в градусах Цельсія від - 10 до 40.

Крок 3. Задати функції належності термів вихідної змінної (кута повороту регулятора кондиціонеру) з інтервалом в області визначення від -90 до 90 гр.

Крок 4. Ввести правила у базу правил.

Крок 5. Використання моделі. Для цього розглянути приклад роботи системи керування при різних значеннях вхідної змінної.

## 2.2. Розробка експертної системи на основі теореми Байєса

### Підготовка бази знань

Одним з найпростіших способів побудови експертних систем є використання системи логічного висновку на основі теореми Байєса про повну ймовірність. Вона призначена для проведення консультації з користувачем в якій-небудь прикладній області (на яку налаштована завантажена база знань) з метою визначення вірогідності можливих результатів і використовує для цього набір оцінок правдоподібності деяких передумов, що отримується від користувача.

На першому етапі створення бази знань необхідно сформулювати знання про дану область у вигляді двох наборів:

$Q = \{q_j\}$  - набір питань (симптомів, свідчень);

$V = \{v_i\}$  - набір варіантів результату(варіантів рішення),

а також двох матриць вірогідності :  $P_y = \{p_{y_{ij}}\}$  і  $P_n = \{p_{n_{ij}}\}$  розміром  $m \times n$ , де  $p_{y_{ij}}$  - вірогідність отримання позитивної відповіді на  $j$ - й питання, якщо  $i$ - й результат вірний;  $p_{n_{ij}}$  - вірогідність отримання негативної відповіді на  $j$ - й питання, якщо  $i$ - й результат вірний;  $n$  і  $m$  - кількості питань і результатів відповідно. Крім того, кожному результату ставиться у відповідність апріорна вірогідність цього результату  $P$ , тобто вірогідність результату у разі відсутності додаткової інформації.

В процесі роботи ЕС вирішувач, користуючись цими наборами і матрицями і теоремою Байєса, визначає апостеріорну вірогідність кожного результату, тобто вірогідність, скоректовану відповідно до відповіді користувача на кожне питання :

- при позитивній відповіді

$$P_{\text{апостер.}} = \frac{P_{y_{ij}} \cdot P_i}{P_{y_{ij}} \cdot P_i + P_{n_{ij}} \cdot (1 - P_i)}$$

- при негативній відповіді

$$P_{\text{апостер.}} = \frac{(1 - P_{y_{ij}}) \cdot P_i}{(1 - P_{y_{ij}}) \cdot P_i + (1 - P_{n_{ij}}) \cdot (1 - P_i)}$$

- при відповіді «не знаю» апостеріорна вірогідність рівна апріорною.

Тобто вірогідність правильності деякої гіпотези за наявності певних підтверджуючих свідчень обчислюється на основі апріорної вірогідності цієї гіпотези без підтверджувальних свідчень з урахуванням вірогідності здійснення свідчень за умов, що гіпотеза вірна або невірна.

Початкова інформація оформляється у вигляді текстового файлу з розширенням з наступною структурою:

Опис бази знань, ім'я автора, коментар і так далі  
(можна в декілька рядків; ця інформація виводиться після завантаження бази знань; ця секція закінчується після першого порожнього рядка)

Питання № 0 (будь-який текст, що закінчується перенесенням рядка)

Питання № 1

Питання № 2

...

Питання № N (після останнього питання слідує один порожній рядок, і друга секція закінчується)

Результат № 0, P [ , i, P<sub>y</sub>, P<sub>n</sub> ]

Результат № 1, P [ , i, P<sub>y</sub>, P<sub>n</sub> ]

Результат № 2, P [ , i, P<sub>y</sub>, P<sub>n</sub> ]

...

Результат № M, P [ , i, P<sub>y</sub>, P<sub>n</sub> ]

У останній секції розташовуються результати і елементи матриць вірогідності, що їм відповідають. Кожен результат задається в окремому рядку, перерахування закінчується з кінцем файлу.

Структура рядка з рішенням наступна. На початку задається результат, вірогідність якого міняється відповідно до цього правила. Це текст, що включає будь-які символи, окрім ком. Після першої коми вказується апіорна вірогідність цього результату P. Після цього через кому йде ряд полів, що повторюються і складаються з трьох елементів. Перший елемент i - номер питання, яке стосується до даного результату. Наступні два елементи P<sub>yj</sub> і P<sub>nj</sub> - відповідно до вірогідності отримання відповіді «Так» на це питання, якщо можливий результат вірний і невірний. Ці дані вказуються для кожного питання, пов'язаного з цим результатом.

Слід звернути увагу, що далеко не кожен рядок результату має містити оцінки кожного з питань – а лише тих, які безпосередньо стосуються цього результату. Тому в рядках результатів може бути різна кількість повторюваних комбінацій – лише по визначальних для даного результату питаннях.

Примітка:  $P \leq 0.00001$  вважається рівною нулю, а  $P \geq 0.99999$  - одиниці, тому не слід вказувати такі значення - результат з подібною апіорною вірогідністю оброблятися не буде.

Слід врахувати, що поява у базі знань апостеріорної ймовірності P<sub>yi</sub> або P<sub>ni</sub> зі значенням 1 або 0 призведе до передчасного сходження роботи системи до одного з результатів, вірогідність якого стане дорівнювати 1. Всі решта відповідей, навіть якщо вони будуть не відповідати даному результату, не зможуть його погіршити показник і вивести з одиничного значення. Відтак, при оцінці апостеріорних ймовірностей P<sub>yi</sub> та P<sub>ni</sub> краще користуватися значеннями від 0,01 до 0,99 (краще від 0,1 до 0,9 – для більш м'яких розрахунків).

**Розглянемо приклад рядка результатів:**

Грип, 0.01, 1,0.9,0.1, 2,0.99,0.01, 3,0.8,0.2

Тут сказано: існує апіорна вірогідність  $P = 0,01$  того, що будь-яка навмання узята людина хворіє на грип.

Першому питанню ( $i = 1$ ) відповідає запис «1,0.9,0.01». Звідси слідує значення  $P_{y_{i1}} = 0,9$  і  $P_{n_{i1}} = 0,01$ , які означають, що якщо у пацієнта грип, то він в дев'яти випадках з десяти відповідає «Так» на це питання, а якщо у нього немає грипу, він відповідає «Так» лише в одному випадку із ста (тобто цей симптом зустрічається досить рідко при інших хворобах). Відповідь «Так» підтверджує гіпотезу про те, що у нього грип. Відповідь «Ні» дозволяє припустити, що людина на грип не хворіє.

При позитивній відповіді «Так» (+1) на перше питання апостеріорна вірогідність для даного прикладу складе:

$$P_{\text{апостер.}} = \frac{P_{y_{ij}} \cdot P_i}{P_{y_{ij}} \cdot P_i + P_{n_{ij}} \cdot (1 - P_i)} = \frac{0.01 \cdot 0.9}{0.01 \cdot 0.9 + (1 - 0.01) \cdot 0.01} = 0,47619.$$

При негативній відповіді «Ні» (- 1) на перше питання апостеріорна вірогідність для даного прикладу складе:

$$P_{\text{апостер.}} = \frac{(1 - P_{y_{ij}}) \cdot P_i}{(1 - P_{y_{ij}}) \cdot P_i + (1 - P_{n_{ij}}) \cdot (1 - P_i)} = \frac{(1 - 0.9) \cdot 0.01}{(1 - 0.9) \cdot 0.01 + (1 - 0.9) \cdot (1 - 0.01)} = 0,00102.$$

При відповіді «Не знаю» (0) апостеріорна вірогідність результату рівна апіорною:  $P_{\text{апостер.}} = P_i$ .

При проміжній відповіді  $h$  (від - 1 до 0 і від 0 до +1) апостеріорна вірогідність розраховується з урахуванням міри упевненості приналежності ознаки і розраховується лінійною інтерполяцією від значень ствердних відповідей «Так», «Ні», «Не знаю».

При негативній відповіді (-1;0) :

$$P_{\text{апостер.}} = P_i + (P_i - P_{\text{апостер.}}(\text{неE})) \cdot h$$

Наприклад, при відповіді  $h = - 0.6$ :

$$P_{\text{апостер.}} = 0.01 + (0.01 - 0.00102) \cdot (-0.6) = 0,00461.$$

При негативній відповіді(0;+1) :

$$P_{\text{апостер.}} = P_i + (P_{\text{апостер.}}(\text{E}) - P_i) \cdot h$$

Наприклад, при відповіді  $h = +0.6$  :

$$P_{\text{апостер.}} = 0.01 + (0.47619 - 0.01) \cdot 0.6 = 0,28971.$$

Для другого питання маємо запис «2, 0.99, 0.1». Тобто, якщо у людини грип, то цей симптом обов'язково має бути ( $P_{y_{i2}} = 0.99$ ) присутнім і він обов'язково відповідає «Так». Відповідний симптом може мати місце і за відсутності грипу ( $P_{n_{i2}} = 0.1$ ), але це маловірогідно.

**Примітка:** При великій кількості питань немає необхідності в кожному рядку останньої секції перераховувати їх всі, тим більше якщо відповідь на яке-небудь питання не впливає на вірогідність цього результату.

Описаний підхід реалізує програма Mini ES, яка перебирає питання у файлі й спираючись на викладені розрахункові формули, визначає найбільш ймовірний результат.

### 3. НЕЧІТКІ МНОЖИНИ В ІНТЕЛЕКТУАЛЬНИХ СИСТЕМАХ

Системи нечіткого логічного виведення мають велике значення для багатьох типів застосування теорії нечітких множин, зокрема у нечітких контролерах або нечітких експертних системах та ін. Вони базуються на конструкціях логічних правил типу «якщо ..., то ...», де умова й висновок (наслідок) виражені набором вербальних характеристик, описаних за допомогою нечітких множин.

Саме для формалізації процесу мислення людини в ході прийняття рішень, на чому базуються інтелектуальні, зокрема, експертні системи, з початку 1970-х років американським вченим Лотфі Заде було запропоновано використовувати нечітку логіку. Пізніше цей напрям набув поширення і дав початок створенню окремої галузі штучного інтелекту, що має назву «м'які обчислення» (soft computing). Було помічено, що наближені міркування формують здатність людини розуміти природну мову, розпізнавати складні образи (наприклад, почерк), приймати рішення в складному й невизначеному середовищі.

Також Л. Заде ввів у наукову термінологію одне з головних понять нечіткої логіки – поняття лінгвістичної змінної.

#### 3.1. Лінгвістична змінна та її опис через нечітку множину

*Нечіткою змінною* називається трійка  $\langle \alpha, X, A \rangle$ , де  $\alpha$  – ім'я змінної;  $X$  – універсальна множина (область визначення  $\alpha$ ),  $A$  – нечітка підмножина множини  $X$ , яка описує обмеження [тобто  $\mu_A(x)$ ] на значення нечіткої змінної  $\alpha$ .

Нехай універсальна множина  $X$  – це цілі числа від 1 до 10. Опишемо нечітку змінну «малі числа» таким чином:

$$\alpha - \text{«малі числа»}; X = \{1, 2, \dots, 10\}; \mu_A(x) = \frac{1}{x}, x \in X.$$

*Лінгвістичною змінною* називається набір параметрів  $\langle \beta, T, X, G, M \rangle$ , у якому  $\beta$  – назва лінгвістичної змінної;  $T$  – множина її значень (базова множина лінгвістичної змінної), що являє собою найменування нечітких змінних, областю визначення кожної з яких є множина  $X$ ;  $G$  – синтаксична процедура, яка дозволяє оперувати елементами базової множини  $T$ , зокрема, генерувати нові терми (значення); множина  $T \cup G(T)$ , у якій  $G(T)$  – набір згенерованих термів, називається розширеною базовою множиною лінгвістичної змінної;  $M$  – семантична процедура, яка дозволяє перетворити кожне нове значення лінгвістичної змінної, створене через процедуру  $G$ , у нечітку змінну, тобто сформувати відповідну нечітку множину.

Щоб уникнути великої кількості символів, літеру  $\beta$  використовують як ім'я самої змінної, а також для позначення її значень. Один і той самий символ використовують також для позначення нечіткої множини та її назви, наприклад термін «*молодий*» зосереджує в собі значення лінгвістичної змінної  $\beta = \text{«вік»}$  та водночас є нечіткою множиною  $M$  («*молодий*»).

Надання символів кількох значень у їх тлумаченні припускає обов'язкове врахування контексту.

Нехай експерт визначає товщину продукції, що випускається, за допомогою таких понять: «мала», «середня» і «велика». При цьому мінімальна товщина виробу становить 10 мм, максимальна – 80 мм.

Формалізувати цей опис можна за допомогою лінгвістичної змінної  $\langle \beta, T, X, G, M \rangle$ , де  $\beta$  – товщина виробу;  $T = \{\text{«мала»}, \text{«середня»}, \text{«велика»}\}$ ;  $X$  – інтервал  $[10; 80]$ ;  $G$  – формування нових термів допомогою зв'язків «і», «або» та модифікаторів типу «дуже», «не», «злегка» та інших, наприклад, «невелика або середня товщина», «дуже мала товщина» і т. д.;  $M$  – процедура опису на інтервалі  $X = [10; 80]$  таких нечітких підмножин:  $A_1 = \text{«мала»}$ ,  $A_2 = \text{«середня»}$ ,  $A_3 = \text{«велика»}$ , а також нечітких множин для термів із процедури  $G(T)$  відповідно до правил трансляції нечітких зв'язків і модифікаторів «і», «або», «дуже», «не», «злегка» та інших операцій над нечіткими множинами, наприклад,  $A \cap B$ ,  $A \cup B$ ,  $\bar{A}$ ,  $\text{CON}A = A^2$ ,  $\text{DIL}A = A^{0.5}$  та ін.

Поряд з розглянутими вище основними значеннями лінгвістичної змінної «товщина виробу» ( $T = \{\text{«мала»}, \text{«середня»}, \text{«велика»}\}$ ) допустимими будуть також значення, залежні від області їх перебування на множині  $X$ . Зокрема, лінгвістична змінна «товщина продукту» може відповідати величинам нечітких чисел «близько 20 мм», «близько 50 мм», «близько 70 мм», тобто мати вигляд набору нечітких чисел.

На рис. 3.1 показано можливий вигляд графіків функцій належності нечітких множин «мала товщина», «середня товщина», «велика товщина».

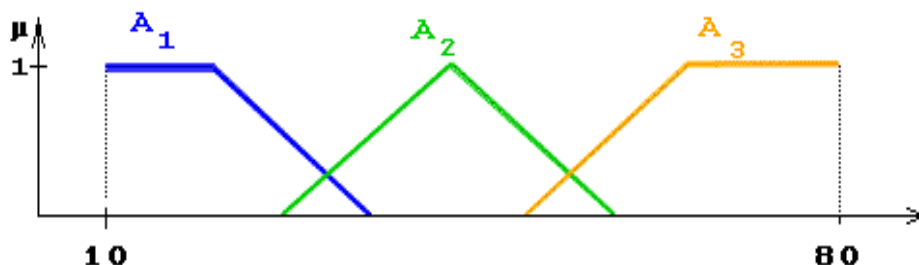


Рис. 3.1. Графіка функцій належності нечітких множин: «мала товщина» =  $A_1$ , «середня товщина» =  $A_2$ , «велика товщина» =  $A_3$ .

### 3.2. Нечіткі висловлювання та операції з ними

Нечіткими висловлюваннями будемо називати такі висловлювання, що описуються одним із поданих нижче способів:

1.  $\langle \beta \in \beta' \rangle$ , де  $\beta$  – найменування нечіткої змінної,  $\beta'$  – її значення, якому відповідає нечітка множина на універсальній множині  $X$ .

Наприклад, у висловлюванні <тиск великий> лінгвістична змінна «тиск» набуває значення «великий», для якого на деякій універсальній множині, що також має назву базової шкали  $X$ , задано відповідну нечітку множину.

2.  $\langle \beta \in t\beta' \rangle$ , де  $t$  – модифікатор, якому відповідають слова «дуже», «більше або менше», «набагато більше» та ін.

Наприклад: <тиск дуже великий>, <швидкість набагато більша від середньої> і подібні.

3. Складені висловлювання, створені з описаних у пунктах 1 і 2, та сполучників «і», «або», «якщо .., то ...», «якщо .., то .., інакше».

*Базовою шкалою* називається об'єктивна рангова або інтервальна шкала, на значеннях якої задається нечітка множина.

Зазвичай базова шкала містить одиниці вимірювання і зосереджує в собі той чи інший фізичний сенс.

Той факт, що значення фіксованої лінгвістичної змінної відповідають нечітким множинам однієї і тієї самої універсальної множини  $X$ , дозволяє ототожнювати модифікатори «дуже», «не дуже» та «не» з такими операціями: посилення властивості  $CON A = A^2$ , послаблення властивості  $DIL A = A^{0.5}$ , доповнення  $\bar{A}$ , а сполучники «і» та «або» – з операціями перетину та об'єднання нечітких множин.

При цьому слід пам'ятати, що названі операції стосуються виключно функції належності нечіткої множини, але в жодному разі не об'єктивної базової шкали.

Експертом було встановлено для лінгвістичної змінної «вік» одне із значень «похилий», описане нечіткою множиною, тобто  $A = \left\{ \frac{60}{0,6}; \frac{70}{0,8}; \frac{80}{0,9}; \frac{90}{1} \right\}$ . Тоді

змінна типу, наприклад, «вік» = «дуже похилий» на тій самій базовій множині  $X$  виводиться таким чином:  $CON(A) = A^2 = \sum_i \frac{\mu_i^2}{x_i}$ , тобто значення «дуже

похилий» для змінної «вік» матиме такий вигляд:  $A^2 = \left\{ \frac{60}{0,36}; \frac{70}{0,64}; \frac{80}{0,91}; \frac{90}{1} \right\}$ .

Наведений приклад показує дві властивості операцій над нечіткими множинами, що описують значення лінгвістичних змінних. По-перше, значення на базовій шкалі об'єктивні й жодна операція з нечіткими множинами не змінює їх. По-друге, використання модифікаторів може суттєво змінити належність того чи іншого конкретного об'єкта тій чи іншій лінгвістичній змінній. Наприклад, людину віком 60 років за умовами задачі скоріше за все можна віднести до множини «вік» зі значенням «похилий», адже її показник  $\mu_A = 0,6 > 0,5$ . Водночас, ця сама людина вже не підпадає під інше визначення: «вік» = «дуже похилий», адже показник  $\mu_{A^2} = 0,36 < 0,5$ . При цьому належність людини віком 90 років до згаданих множин не зазнає змін.

Подібні тонкі нюанси встановлення нечітких значень лінгвістичних змінних часто використовуються в інтелектуальних системах, зокрема в експертних, для якомога повнішого опису предметної області й стратегій прийняття рішень у ній.

Повернемося до прикладу 3.2, де для лінгвістичної змінної  $\beta$  – «товщина виробу» ми креслили таку базову множину:  $T = \{\text{«мала»}, \text{«середня»}, \text{«велика»}\}$ , а на інтервалі  $X = [10; 80]$  було визначено нечіткі множини  $A_1, A_2, A_3$ , що відповідають базовим значенням «мала товщина», «середня товщина», «велика товщина». У цьому випадку висловлюванню «товщина виробу дуже мала» відповідає така нечітка множина:  $CON A = A^2$ ; висловлюванню «товщина виробу не велика або середня» –  $A_2 \cup \bar{A}_3$ , висловлюванню «товщина виробу не мала і не велика» –  $\bar{A}_1 \cap \bar{A}_3$ .

На рис. 3.2. показано графік функції належності чіткого значення товщини нечіткій множині, що відповідає значенню лінгвістичної змінної «мала або середня», за умовами прикладу 3.2.

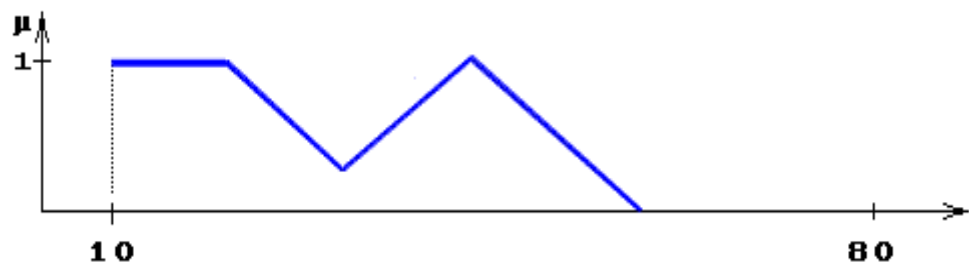


Рис. 3.2. Графік функції належності чіткого значення товщини нечіткій множині «мала або середня» =  $A_1 \cup A_2$ .

Висловлювання типу «товщина виробу набагато більша за середню» або «товщина виробу близька до середньої» потребують використання нечітких відношень  $R_1$  («набагато більше, ніж») та  $R_2$  («близько до»), заданих на декартовому добутку  $X \times X$ . Тоді цим висловлюванням будуть відповідати нечіткі множини  $AR_1$  і  $AR_2$ , індуковані нечіткими відношеннями  $R_1$  і  $R_2$ .

За аналогією можна визначити багатовимірні лінгвістичні змінні. Розглянемо випадок з двома лінгвістичними змінними.

Припустимо, що  $\langle \alpha, T_\alpha, X, G_\alpha, M_\alpha \rangle$  та  $\langle \beta, T_\beta, Y, G_\beta, M_\beta \rangle$  – лінгвістичні змінні, а висловлюванням  $\langle \alpha \in \alpha' \rangle$ ,  $\langle \beta \in \beta' \rangle$  відповідають нечіткі множини  $A$  і  $B$ , визначені на множинах  $X$  та  $Y$  відповідно.

Складені нечіткі висловлювання, наведені в пункті 3, що пов'язують значення лінгвістичних змінних  $\alpha$  і  $\beta$ , можна звести до висловлювань з пункту 1, скориставшись двовимірною лінгвістичною змінною  $(\alpha, \beta)$ , значенням якої будуть відповідати нечіткі множини на декартовому добутку  $X \times Y$ .

Нагадаємо, що нечіткі множини  $A$  і  $B$ , задані на множинах  $X$  і  $Y$ , породжують на декартовому добутку  $X \times Y$  нечіткі множини  $A'$  і  $B'$ , що мають назву *циліндричних продовжень* множин  $A$  і  $B$ , при цьому їхні функції належності  $\mu_{A'}(x, y) = \mu_A(x)$  за будь-якого значення змінної  $y$ , а  $\mu_{B'}(x, y) = \mu_B(y)$  за всякого значення змінної  $x$ , коли  $(x, y) \in X \times Y$ .

Нечіткі множини, що відповідають таким складеним висловлюванням:  $\langle \alpha \in \alpha' \cap \beta \in \beta' \rangle$  і  $\langle \alpha \in \alpha' \cup \beta \in \beta' \rangle$ , визначаються за наведеним вище правилами шляхом перетворення до вигляду, описаного в п. 1 визначення 3.3, які будуть справедливим за умови, що змінні не взаємодіють, тобто в множинах  $X$  та  $Y$  елементи не пов'язані будь-якою функціональною залежністю.

### 3.3. Нечітке логічне виведення

Відомо, що булівське логічне виведення базується на таких тавтологічних висловлюваннях:

- модус поненс:  $(A \& (A \rightarrow B)) \rightarrow B$ ;
- модус толенс:  $((A \rightarrow B) \& \bar{B}) \rightarrow \bar{A}$ ;
- силогізм:  $((A \rightarrow B) \& (B \rightarrow C)) \rightarrow (A \rightarrow C)$ ;
- контрапозиція:  $(A \rightarrow B) \rightarrow (\bar{B} \rightarrow \bar{A})$ .

*Нечітким логічним виведенням* називається результат висновку у вигляді нечіткої множини, що відповідає поточним значенням вхідних змінних з використанням нечіткої бази знань і нечітких операцій.

Отримати висновок у вигляді нечіткої множини можна, застосовуючи так зване *композиційне правило виведення Заде* [26]: «Якщо відоме нечітке відношення  $R$  між вхідною  $X$  та вихідною  $Y$  змінними, то коли нечітке значення вхідної змінної  $x = A$ , то нечітке значення вихідної змінної знаходять таким чином:

$$y = A \circ R, \quad (3.1)$$

де  $\circ$  – знак максимінної композиції».

*Максимінною композицією* нечітких відношень  $A$  і  $B$ , заданих на декартових добутках  $X \times Z$  і  $Z \times Y$ , називається таке відношення:  $G = A \circ B$  на множині  $X \times Y$ , функція належності якого має вигляд  $\mu_G(x, y) = \sup_{z \in Z} \min\{\mu_A(x, z), \mu_B(z, y)\}$ , якщо  $(x, y) \in X \times Y$ ,  $(x, z) \in X \times Z$ , а  $(z, y) \in Z \times Y$ .

Зі скінченними множинами  $X, Y, Z$  таку матрицю нечіткого відношення  $G = A \circ B$  одержують як максимінний добуток матриць  $A$  і  $B$ . Причому таку операцію виконують шляхом звичайного множення матриць, до того ж операцію поетапного множення замінюють знаходженням мінімуму, а обчислення суми матриць – пошуком максимуму.

Візьмемо такі нечіткі множини  $A = \left\{ \frac{1}{0,1}; \frac{2}{0,2}; \frac{4}{0,4}; \frac{8}{0,8} \right\}$  та

$B = \left\{ \frac{10}{0,3}; \frac{20}{0,5}; \frac{30}{0,8} \right\}$ , на яких задано таке нечітке правило: «якщо  $x = A$ , то  $y = B$ ».

Знайти значення вихідної змінної  $y$ , коли  $x = C = \left\{ \frac{1}{0,2}; \frac{2}{0,6}; \frac{4}{0,7}; \frac{8}{0,3} \right\}$ .

*Розв'язування*

Розрахуємо нечітке відношення, що відповідає правилу  $R$ , тобто якщо  $x = A$ , то  $y = B$ , застосовуючи операцію визначення мінімуму, а саме:

$$R = \begin{bmatrix} 0,1 & 0,1 & 0,1 \\ 0,2 & 0,2 & 0,2 \\ 0,3 & 0,4 & 0,4 \\ 0,3 & 0,5 & 0,8 \end{bmatrix}$$

Далі за формулою (3.1) розрахуємо нечітке значення вихідної змінної з огляду на такі умови:

– коли  $y = 10$ ,  $\mu_G = \max\{\min(0,1; 0,2); \min(0,2; 0,6); \min(0,3; 0,7); \min(0,3; 0,3)\} = \max\{0,1; 0,2; 0,3; 0,3\} = 0,3$ ;

– якщо  $y = 20$ ,  $\mu_G = \max\{\min(0,1; 0,2); \min(0,2; 0,6); \min(0,4; 0,7); \min(0,5; 0,3)\} = \max\{0,1; 0,2; 0,4; 0,3\} = 0,4$ ;

– коли  $y = 30$ ,  $\mu_G = \max\{\min(0,1; 0,2); \min(0,2; 0,6); \min(0,4; 0,7); \min(0,8; 0,3)\} = \max\{0,1; 0,2; 0,4; 0,3\} = 0,4$ .

Висновком буде така нечітка множина:  $y = 10/0,3 + 20/0,4 + 30/0,4$ .

Для використання викладеного методу нечіткого логічного виведення в базах знань інтелектуальних систем необхідно описати предметну область у вигляді набору нечітких предикатних правил такого вигляду:

$$R_i : \text{Якщо } x \in A_i, \text{ то } y \in B_i, i = \overline{1, n}, \quad (3.2)$$

де  $x$  – вхідна змінна,  $y$  – змінна виведення,  $A_i, B_i$  – нечіткі множини, що мають сенс значень лінгвістичної змінної.

У загальному випадку логічне виведення здійснюється в чотири етапи:

1. *Уведення нечіткості* (фазифікація, fuzzification). Функції належності, обчислені на базі вхідних змінних, застосовуються до їхніх фактичних значень для встановлення ступеня істинності кожної передумови у кожному із правил.

2. *Пошук логічного висновку*. Обчислене значення істинності передумов кожного із правил застосовується для отримання висновків із них. Це зумовлює появу однієї нечіткої підмножини, призначеної кожній змінній висновку стосовно кожного правила. Найчастіше для отримання логічного висновку використовуються тільки операції  $\min$  (мінімум) чи  $\text{prod}$  (множення). Коли виконуються операції мінімуму, то функція належності висновку «відтинається» по висоті, що відповідає обчисленому ступеню істинності передумови правила. У разі використання операції множення функція належності висновку масштабується за допомогою обчисленого ступеня істинності передумови правила.

3. *Побудова композиції*. Усі нечіткі підмножини, призначені кожній змінній висновку (у всіх правилах), об'єднують, щоб сформувати одну нечітку підмножину для всіх змінних висновку. При цьому зазвичай виконують операції  $\max$  (максимум) чи  $\text{sum}$  (сума). У першому випадку комбінований висновок нечіткої підмножини конструюється як поелементний максимум стосовно всіх нечітких підмножин. Коли виконують операцію підсумовування, то комбінований висновок нечіткої підмножини формується як поелементна сума

стосовно всіх нечітких підмножинах, призначених правилами логічного висновку.

4. Зведення до чіткості (дефазифікація, defuzzification). Виконують тоді, коли потрібно перетворити нечіткий набір висновків у чітке число. Існує декілька методів зведення до чіткості, деякі з яких будуть розглянуті нижче.

Нехай деяка система описується такими нечіткими правилами:

$R_1$  : якщо  $x \in A$ , то  $\omega \in D$  ;

$R_2$  : якщо  $y \in B$ , то  $\omega \in E$  ;

$R_3$  : якщо  $z \in C$ , то  $\omega \in F$  ,

де  $x$ ,  $y$  та  $z$  – імена вхідних лінгвістичних змінних;  $\omega$  – ім'я лінгвістичної змінної висновку,  $A$ ,  $B$ ,  $C$ ,  $D$ ,  $E$  та  $F$  – задані функції належності.

Графічну інтерпретацію процедури одержання логічного висновку показано на рис. 3.3. Передбачається, що задано конкретні (чіткі) значення вхідних змінних  $x_0$ ,  $y_0$  та  $z_0$ .

На першому етапі, скориставшись значеннями змінних і виходячи з функцій належності  $A$ ,  $B$ ,  $C$ , знаходять ступені істинності  $\mu_A(x_0)$ ,  $\mu_B(y_0)$  та  $\mu_C(z_0)$  передумов кожного з наведених трьох правил.

На другому етапі відбувається «відсічення» функцій належності висновків стосовно правил  $D$ ,  $E$  та  $F$  на рівнях  $\mu_A(x_0)$ ,  $\mu_B(y_0)$  та  $\mu_C(z_0)$  відповідно.

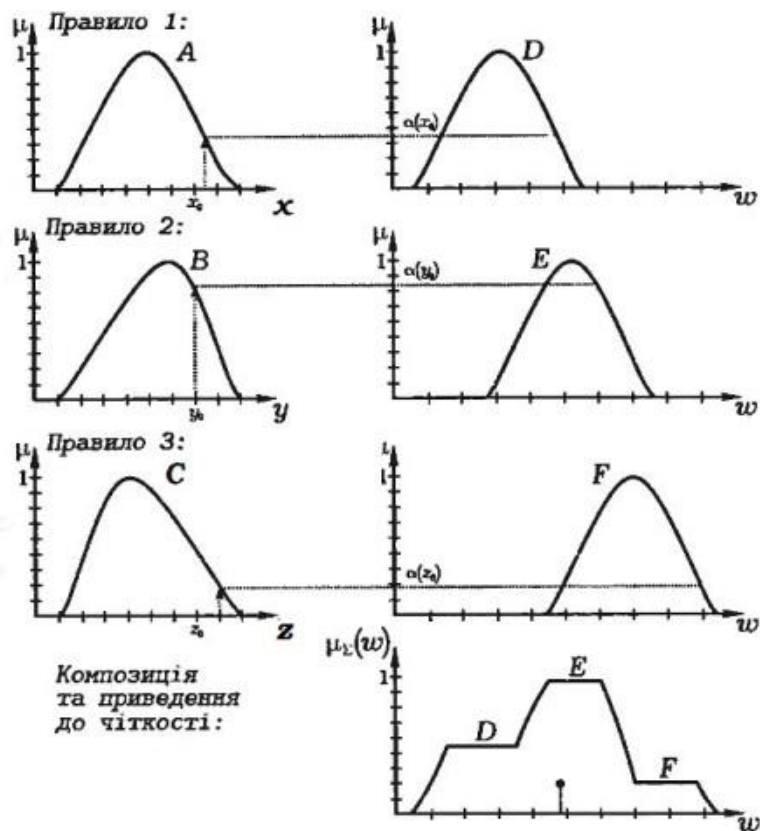


Рис. 3.3. Графічна інтерпретація процедури логічного виведення стосовно трьох правил

На третьому етапі розглядають функції належності, відсічені перед цим, і здійснюють їхнє об'єднання за допомогою операції  $\max$ , внаслідок чого утворюється комбінована нечітка підмножина, що описується функцією належності  $\mu_{\Sigma}(\omega)$  і відповідає логічному висновку з вихідної змінної  $\omega$ .

Нарешті, на четвертому етапі обчислюють за потреби чітке значення вихідної змінної, наприклад, застосовуючи метод центра мас, за яким чітке значення вихідної змінної знаходять як центр маси фігури, обмеженої кривою  $\mu_{\Sigma}(\omega)$ , а саме:

$$\omega_0 = \frac{\int \omega \cdot \mu_{\Sigma}(\omega) d\omega}{\int \mu_{\Sigma}(\omega) d\omega}. \quad (3.3)$$

### 3.4. Алгоритми логічного виведення

Відомо декілька алгоритмів логічного виведення, які реалізують другий етап отримання висновку. Залежно від змісту задачі кожен з них має певні переваги й недоліки. Розглянемо їх детально.

Далі для простоти вважатимемо, що базу знань для логічного виведення організують тільки два нечіткі правила такого вигляду:

$R_1$  : якщо  $x \in A_1$  і  $y \in B_1$ , то  $z \in C_1$ ;

$R_2$  : якщо  $x \in A_2$  і  $y \in B_2$ , то  $z \in C_2$ ,

де  $x$  та  $y$  – імена вхідних лінгвістичних змінних;  $z$  – ім'я лінгвістичної змінної висновку,  $A_1, B_1, C_1, A_2, B_2$ , та  $C_2$  – деякі задані на відповідних базових шкалах функції належності.

Нижче охарактеризуємо декілька способів отримання чіткого значення параметра  $z_0$  на основі наявної інформації і чітких значень змінних  $x_0$  та  $y_0$ .

#### *Алгоритм Мамдані (Mamdani).*

Цей алгоритм (найчастіше вживаний завдяки своїй простоті) може бути застосований до системи в поданому вище прикладі 3.5, а його графічну інтерпретацію наведено на рис. 3.4, де враховано поставлені умови задачі. У зв'язку з цим його можна описати у вигляді таких кроків:

1. Уведення нечіткості. Визначають ступені істинності передумов кожного правила, тобто  $\mu_{A_1}(x_0)$ ,  $\mu_{A_2}(x_0)$ ,  $\mu_{B_1}(y_0)$  та  $\mu_{B_2}(y_0)$ .

2. Отримують логічний висновок шляхом знаходження рівнів «відсікання» передумов кожного з правил за допомогою операції логічного множення, а саме:

$$\mu_{R_1} = \mu_{A_1}(x_0) \wedge \mu_{B_1}(y_0) \text{ та } \mu_{R_2} = \mu_{A_2}(x_0) \wedge \mu_{B_2}(y_0)$$

де через « $\wedge$ » позначена операція логічного множення («та»).

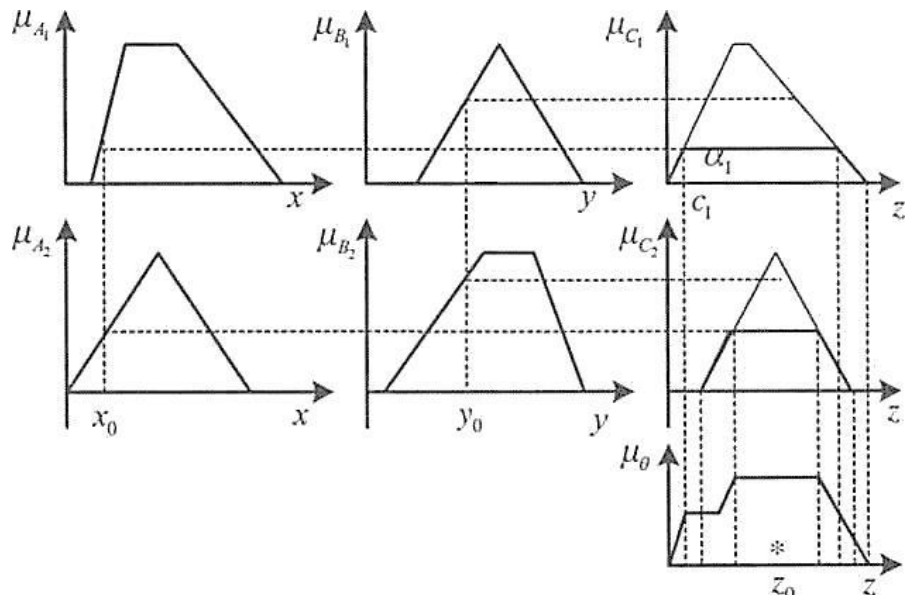


Рис. 3.4. Графічна інтерпретація нечіткого логічного виведення за алгоритмом Мамдані

Потім знаходять «відсічені» функції належності, тобто

$$\mu_1(z) = \mu_{R_1} \wedge \mu_{C_1}(z) \text{ та } \mu_2(z) = \mu_{R_2} \wedge \mu_{C_2}(z).$$

3. Створення композиції. Виконують об'єднання знайдених відсічених функцій з використанням операції логічного підсумовування («або», позначено як  $\vee$ ), що зумовлює одержання підсумкової нечіткої підмножини для змінної виходу з такою функцією належності:

$$\mu_{\Sigma}(z) = \mu_{R_1} \vee \mu_{R_2} = (\mu_{R_1} \wedge \mu_{C_1}(z)) \vee (\mu_{R_2} \wedge \mu_{C_2}(z)).$$

4. Зведення до чіткості з метою одержання значення лінгвістичної змінної  $z_0$ , наприклад, методом центра мас.

#### **Алгоритм Сугено і Такагі (Sugeno & Takagi).**

Відмінною ознакою цього алгоритму є те, що замість функції належності вихідної змінної (трикутної чи лінійної, як раніше), розглядається функціональна залежність вихідної змінної від комбінації вхідних. Для спрощення задамо, що така залежність лінійна. Відтак, два правила, що ілюструють алгоритм нечіткого логічного виведення за методом Сугено і Такагі, набувають такого вигляду:

$$R_1 : \text{якщо } x \in A_1 \text{ і } y \in B_1, \text{ то } z_1 = a_1x + b_1y;$$

$$R_2 : \text{якщо } x \in A_2 \text{ і } y \in B_2, \text{ то } z_2 = a_2x + b_2y.$$

З урахуванням цього алгоритм Сугено і Такагі складається з описаних нижче кроків. Його графічну інтерпретацію подано на рис. 3.5.

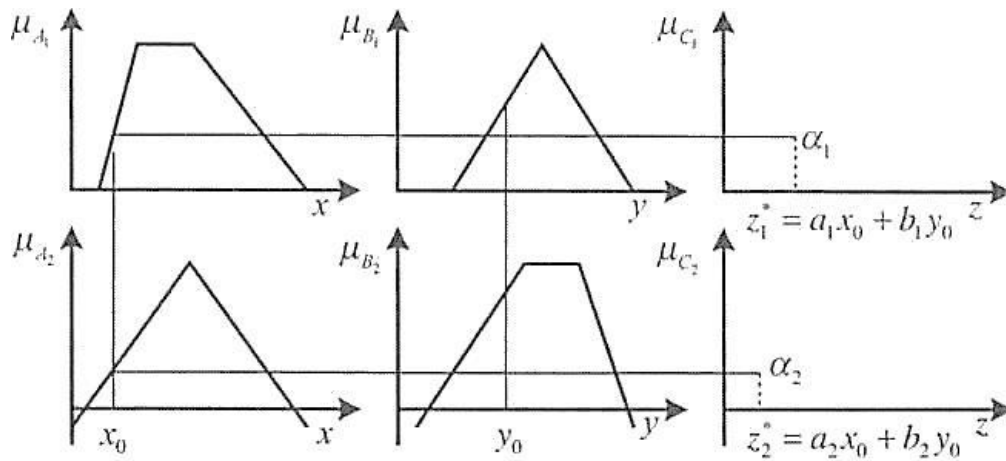


Рис. 3.5. Графічна інтерпретація нечіткого логічного виведення за алгоритмом Сугено і Такагі

1. Уведення нечіткості. Аналогічно до алгоритму Мамдані встановлюють ступені істинності передумов кожного з правил, тобто  $\mu_{A_1}(x_0)$ ,  $\mu_{A_2}(x_0)$ ,  $\mu_{B_1}(y_0)$  та  $\mu_{B_2}(y_0)$ .

2. Отримання нечіткого висновку шляхом розрахунку достовірності за такими виразами:  $\alpha_1 = \mu_{A_1}(x_0) \wedge \mu_{B_1}(y_0)$  та  $\alpha_2 = \mu_{A_2}(x_0) \wedge \mu_{B_2}(y_0)$ , та індивідуальних значень вихідних змінних у правилах, тобто  $z_1 = a_1x_0 + b_1y_0$  та  $z_2 = a_2x_0 + b_2y_0$ .

3. Перехід до чіткості шляхом обчислення чіткого значення вихідної змінної як зваженого середнього величин  $z_1$  та  $z_2$  за формулою (3.3), а саме:

$$z_0 = \frac{\alpha_1 z_1 + \alpha_2 z_2}{\alpha_1 + \alpha_2}. \quad (3.4)$$

### 3.5. Методи зведення до чіткості

В алгоритмах дефазифікації з попереднього розділу ми використовували найпоширеніший метод зведення до чіткості – так званий центроїдний, або *метод центра мас*. У ньому передбачено, що чітке значення вихідної величини (назвемо її для загальності  $z$ ) знаходять у загальному випадку за такою формулою:

$$z_0 = \frac{\int z \cdot \mu_{\Sigma}(z) dz}{\int \mu_{\Sigma}(z) dz}. \quad (3.5)$$

Коли ж випадок дискретний, то вона набуває вигляду формули (3.4).

Утім такий підхід не єдиний, що застосовується у функціонуванні інтелектуальних експертних систем та в прийнятті рішень.

Метод першого максимуму (First-of-Maxima) передбачає, що чітку величину вихідної змінної в ході нечіткого виведення знаходять як найменше

значення, за якого досягається максимум підсумкової нечіткої множини (див. рис. 3.6, а). Математично це можна описати таким чином:

$$z_0 = \min \left\{ z \mid \mu_C(z) = \max_U \mu_c(U) \right\} \quad (3.6)$$

Інший підхід, який має назву метод середини максимуму (Middle-of-Maxima) полягає в тому, що, на відміну від методу центра мас, в обчисленні чіткого значення нечіткої вислідної множини мають брати участь не всі числа базової шкали (універсальної множини  $U$ , на якій задано цю нечітку множину), а лише ті, де вона дорівнює максимальному значенню функції належності (див. рис. 3.6, б).

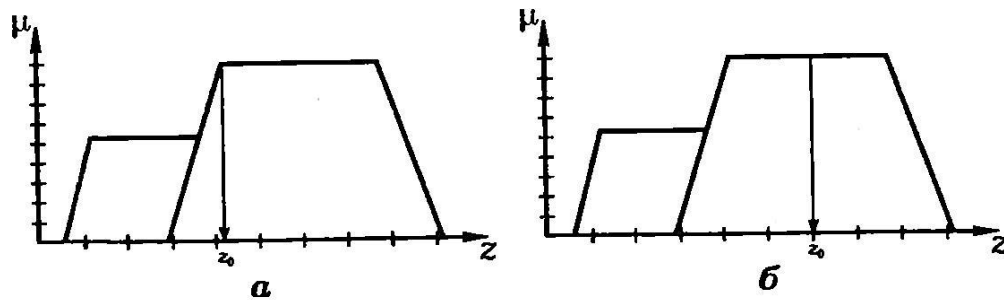


Рис. 3.6. Ілюстрація до застосування методів зведення множини до чіткості: а – метод першого максимуму; б – метод середини максимуму

Отже, чітке значення знаходять за такою формулою:

$$z_0 = \frac{\int_G z \cdot dz}{\int_G dz}, \quad (3.7)$$

де  $G$  – підмножина елементів, які максимізують функцію  $\mu_\Sigma(z)$ .

Для дискретного варіанта визначення вихідної нечіткої множини формула (3.7) набуває такого вигляду:

$$z_0 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n z_i \quad (3.8)$$

Метод критеріального максимуму (Max-Criterion) передбачає, що чітке значення вихідної величини вибирається довільно серед множини елементів, для яких функція  $\mu_C(z)$  досягає максимуму, тобто

$$z_0 = \text{rand} \left\{ z \mid \mu_C(z) = \max_U \mu_c(U) \right\} \quad (3.9)$$

Нарешті, останній із розглянутих методів зведення до чіткості – метод висотної дефазифікації (Height defuzzification), пропонує відсікання від вислідної нечіткої множини, що описує вихідну змінну, усіх елементів області визначення  $U$ , функція належності яких менша, ніж деякий рівень належності  $\alpha$ . Частини множини, де функція  $\mu_C(z) < \alpha$ , у розрахунок не беруть, а чітке значення знаходять відповідно до такого виразу:

$$z_0 = \frac{\int_{C_\alpha} z \cdot \mu_C(z) dz}{\int_{C_\alpha} \mu_C(z) dz}, \quad (3.10)$$

де  $C_\alpha$  – нечітка множина  $\alpha$ -рівня.

**Приклад 3.** Проілюструємо особливості аналізу нечітких експертних висновків на прикладі розрахунку можливого фінансування деякого проекту. Припустимо, що у фінансуванні проекту беруть участь чотири організації, про які нам відома така інформація:

Організація А – абсолютно надійна й стабільна, сума фінансування буде становити 100 ум. од.

Організація В – стабільна, можливе фінансування проекту в сумі від 70 до 140 ум. од., причому існує більша впевненість у тому, що сума буде становити від 100 до 120 ум. од.

Організація С – стабільна, але ненадійна, існує велика впевненість, що сума фінансування проекту буде становити від 100 до 200 ум. од., але можливо, що його не буде зовсім.

Організація Д – ненадійна й нестабільна, напевно проект не профінансує, а якщо профінансує, то в розмірі 20 – 30 ум. од., причому впевненість у наданні коштів зменшується зі зростанням суми.

Необхідно встановити найбільш можливу загальну суму фінансування, найменш імовірну і т. д.

Різні джерела фінансування подамо у вигляді нечітких множин, які будемо інтерпретувати нечіткими інтервалами, заданими п'ятіркою елементів  $(\underline{m}, \bar{m}, \alpha, \beta, h)$ , де  $\underline{m}$  – ліве модальне значення,  $\bar{m}$  – праве модальне значення,  $\alpha$  – лівий коефіцієнт скошеності графіка,  $\beta$  – правий коефіцієнт скошеності графіка,  $h$  – висота графіка.

Нечіткі величини зобразимо за допомогою графіків функцій належності (див. рис. 3.7), де кожен фрагмент відображає ймовірність фінансування проекту окремою організацією.

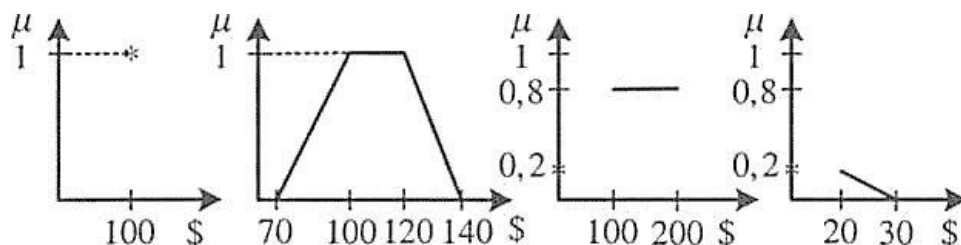


Рис. 3.7. Графічне подання нечітких множин до прикладу 3.6

Зауважимо, що нечітка величина  $M = M_i \oplus M_j$ , яка складається з нечітких множин  $M_i$  та  $M_j$ , відповідних трапецієподібних кривих, являє собою також

нечітку множину, що утворює подібну криву. Параметри цієї множини можна визначити за такими формулами:

$$h = \min(h_i, h_j); \quad \alpha = h \left( \frac{\alpha_i}{h_i} + \frac{\alpha_j}{h_j} \right); \quad \beta = h \left( \frac{\beta_i}{h_i} + \frac{\beta_j}{h_j} \right);$$

$$\underline{m} = \underline{m}_i + \underline{m}_j - \alpha_i - \alpha_j + \alpha; \quad \overline{m} = \overline{m}_i + \overline{m}_j + \beta_i + \beta_j - \beta.$$

Нечіткі множини, у яких враховано умови цього прикладу, виразимо відповідно до даних рис. 3.7 таким чином:

$$A = (100, 100, 0, 0, 1);$$

$$B = (100, 120, 30, 20, 1);$$

$$C = C_1 \cup C_2 = (100, 200, 0, 0, 0, 8) \cup (0, 0, 0, 0, 0, 2);$$

$$D = D_1 \cup D_2 = (0, 0, 0, 0, 0, 8) \cup (20, 20, 0, 10, 0, 2).$$

Можливі чотири варіанти фінансування проекту, а саме:

$$S_1 = A \oplus B \oplus C_1 \oplus D_1; \quad S_2 = A \oplus B \oplus C_1 \oplus D_2; \quad S_3 = A \oplus B \oplus C_2 \oplus D_1 \quad \text{та}$$

$$S_4 = A \oplus B \oplus C_2 \oplus D_2.$$

Розрахувавши за вищенаведеними формулами значення множин  $S_1, S_2, S_3, S_4$ , виконуємо нечітке виведення й отримуємо значення вислідної нечіткої множини  $S$ , графік якої наведено на рис 3.8.

Отже,  $S = (294, 424, 24, 16, 0, 8) \cup (296, 456, 614, 0, 2) \cup (176, 236, 6, 4, 0, 2) \cup (196, 256, 6, 14, 0, 2)$ .

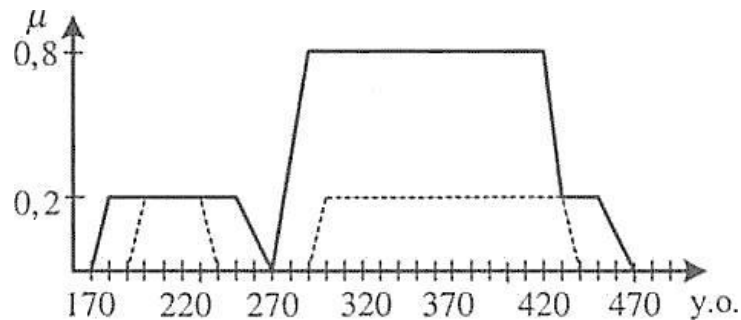


Рис. 3.8. Графічне подання вислідної нечіткої множини за умовами прикладу 3

З огляду на одержаний результат, область найбільш можливого фінансування (з максимальною достовірністю 0,8) перебуває в діапазоні 294 – 424 ум. од. Перевищення цієї суми може мати місце, але впевненість у цьому зменшується пропорційно її зростанню до 470 ум. од.

Існує деяка впевненість у тому, що надходження коштів не перевищить, 176 – 256 ум. од. (з достовірністю 0,2). У будь-якому випадку обсяг фінансування не буде меншим від 170 ум. од. та більшим від 470 ум. од.

#### 4. РЕКОМЕНДОВАНА ЛІТЕРАТУРА

1. Желдак Т.А. Нечіткі множини в системах управління та прийняття рішень: навч. посіб. / Т.А. Желдак, Л.С. Коряшкіна, С.А. Ус, за редакцією С.А. Ус; МОН України, НТУ «Дніпровська політехніка». – Дніпро: НТУ «ДП», 2020. – 387 с.
2. Спеціальні розділи математики: конспект лекцій [Текст] / В.І.Вербицький. - Х.: «ХНАДУ», 2017. - 45 с. (електр.вид)
3. Захарчук А. Г. Методи нечіткої ЛОГІКИ для обробки даних в мережі Інтернету Речей / Захарчук А. Г. - Київ, 2019.
4. Штогріна О. С. Інформаційна технологія створення та використання баз нечітких знань із застосуванням метаграфів / Штогріна О. С. - Київ, 2016.
5. Елементи теорії нечітких множин. Методичні рекомендації до виконання індивідуальних завдань з дисципліни «Нечітка математика» студентами спеціальності 124 Системний аналіз / Т.А. Желдак, Л.С. Коряшкіна, С.А. Ус; М-во освіти і науки України, Нац. техн. ун-т «Дніпровська політехніка». – Дніпро : НТУ «ДП», 2022. – 46 с. <https://ir.nmu.org.ua/handle/123456789/162621>

Навчальне видання

**Желдак** Тімур Анатолійович  
**Гаранжа** Дмитро Миколайович

## **СИСТЕМИ ШТУЧНОГО ІНТЕЛЕКТУ**

**Методичні рекомендації до виконання курсової роботи**  
для здобувачів ступеня бакалавра  
спеціальності 124 Системний аналіз

Видано в авторській редакції.

Електронний ресурс.  
Підписано до видання 28.08.2025. Авт. арк. 1,56.

Національний технічний університет «Дніпровська політехніка».  
49600, м. Дніпро, просп. Д. Яворницького, 19