Богданов В’ячеслав[1], Назаренко Володимир[2], Кіпніс Олександр[3]

[1]завідувач відділу, доктор фізико-математичних наук, академік НАН України, Інститут механіки ім. С.П Тимошенка НАН України, м. Київ, Україна, e-mail: Bogdanov@nas.gov.ua

[2]в.о. директора, доктор технічних наук, академік НАН України, Інститут механіки ім. С.П Тимошенка НАН України, м. Київ, Україна, e-mail: nazvm1@gmail.com

[3]старший науковий співробітник, кандидат фізико-математичних наук, Інститут механіки ім. С.П Тимошенка НАН України, м. Київ, Україна, e-mail: a.l.kipnis@gmail.com

СТИСК КУСКОВО-ОДНОРІДНОЇ ПІВПЛОЩИНИ З ДВОХ РІЗНИХ ВИСОКОЕЛАСТИЧНИХ МАТЕРІАЛІВ ВЗДОВЖ МІЖФАЗНОЇ ЗОНИ ГЛАДКОГО ПРОКОВЗУВАННЯ

Анотація. В рамках лінеаризованої теорії стійкості деформівних тіл розглянуто задачу плоскої деформації про стиск вздовж міжфазної зони гладкого проковзування кусково-однорідного конструкційного тіла, яке являє собою напівобмежену підкладку, жорстко з’єднану з шаром тонкого покриття. Визначені критичні деформації, що відповідають початку руйнування та вивчено характер їх залежності від фізико-механічних та геометричних параметрів задачі; досліджено вплив структури пружних потенціалів високоеластичних компонентів тіла на критичні параметри навантаження.

Ключові слова: матеріал з покриттям, зона проковзування, межа поділу середовищ

Вступ. Ефективним методом дослідження таких некласичних задач механіки руйнування, в яких тіла знаходяться в умов стиску вздовж площин розташування тріщин, є використання співвідношень лінеаризованої теорії стійкості деформівних тіл у поєднанні з критеріями руйнування, розвиненими в її рамках [1]. При цьому в низці випадків застосування такого підходу допускає можливість одержати розв’язальні рівняння в загальному вигляді для тіл, виконаних зі стисливих або нестисливих високоеластичних матеріалів з довільною структурою їх пружних потенціалів, а конкретизація моделей матеріалів відбувається лише на фінальному етапі чисельного дослідження цих рівнянь.

Представлене дослідження присвячене визначенню критичних параметрів навантаження кусково-однорідного напівобмеженого тіла при його стиску вздовж зони гладкого проковзування, розташованої на прямолінійній меші поділу двох різних високоеластичних матеріалів. Умови гладкого проковзування визначають найслабший тип зв'язку між компонентами кусково-однорідного тіла [2].

Постановка задачі. Інтегральне рівняння Фредгольма першого роду. В умовах плоскої деформації в рамках статичної задачі розглянемо

кусково-однорідне конструкційне тіло, що складається з напівобмеженого однорідного тіла (підкладка), яке з'єднано з шаром тонкого покриття. Межа поділу середовищ містить дефект довжиною 2a у вигляді зони гладкого проковзування; поза зоною проковзування матеріали жорстко з'єднані між собою; межа тіла $x_2\ h$ є вільною від напружень (рис. 1).

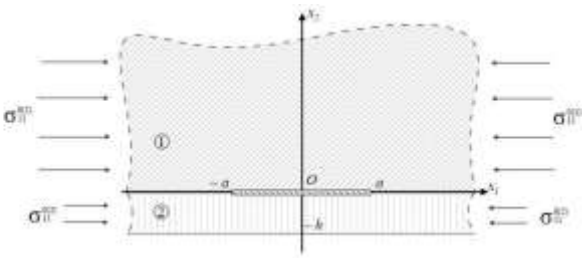


Рис. 1. – кусково-однорідна півплощина при стиску вздовж міжфазної зони гладкого проковзування довжиною 2a

Граничні умови відповідної лінеаризованої задачі теорії стійкості [1] мають вигляд:

$$t_{22}^{(2)}=0,\ u_1^{(2)}=0\ \ (x_2=-h,\ 0\le|x_1|<\infty);$$

$$t_{22}^{(1)}=t_{22}^{(2)},\ t_{21}^{(1)}=t_{21}^{(2)},\ u_1^{(1)}=u_1^{(2)}\ \ (x_2=0,\ 0\le|x_1|<\infty);$$

$$t_{21}^{(2)}=0\ \ (x_2=0,\ |x_1|\le a),\ u_2^{(1)}=u_2^{(2)}\ \ (x_2=0,\ |x_1|>a).$$

де $t_{kl}^{(\ )i}$, i, k, l =1,2 – збурення компонент несиметричного тензору напружень Піоли – Кірхгофа $\bar{t}$, $\bar{u}^{(\ )i}$ – вектор збурення переміщень.

Сформульовану задачу з використанням загальних представлень розв'язків лінеаризованих рівнянь рівноваги через гармонічні потенціальні функції [1] зведено до задачі на власні значення для інтегрального Фредгольма першого роду вигляду [3]

$$\int_0^1 K(\xi,\eta)g(\eta)\,d\eta=\text{const},\ \ \beta=h/a,\ \ 0\le\xi<1,\ \ 0\le\eta\le1$$

відносно невідомої безрозмірної функції $g(\ )$□ і невідомої константи const, яка пов'язана з додатковою умовою:

$$\int_0^1 g(\eta)\left(1-\eta^2\right)d\eta=0\,.$$

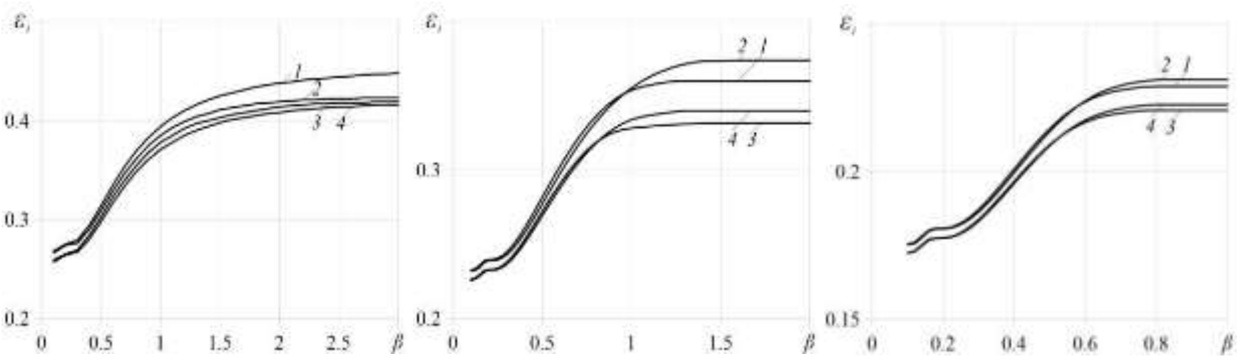
Ядро інтегрального рівняння $K(\xi,\eta)$ є відомою функцією, вигляд якої залежить від комбінації співвідношень між коренями характеристичних рівнянь, що відповідають пружному потенціалу кожного з матеріалів кусково-однорідного тіла [1].

Деякі числові результати. Числове дослідження одержаної задачі на власні значення проведено методом Бубнова – Гальоркіна.

В якості прикладу розглянемо випадок, коли кусково-однорідне тіло є нестисливим, а складові матеріали тіла описуються потенціалом Трелоара [4] або потенціалом Бартенєва – Хазановича [5]. Розглянуто всі чотири можливі випадки комбінацій цих пружних потенціалів; відповідні позначення кривих на наведені нижче:

Номер кривої	Пружний потенціал матеріалу "1"	Пружний потенціал матеріалу "2"
1	Трелоара	Трелоара
2	Трелоара	Бартенєва – Хазановича
3	Бартенєва – Хазановича	Трелоара
4	Бартенєва – Хазановича	Бартенєва – Хазановича

На рис. 2 зображено залежності критичних деформацій $\varepsilon 1$ від геометричного параметра $\beta = h/a$ значеннях відношення жорсткостей матеріалів тіла $g = \mu^{(2)}/\mu^{(1)} = 1; 1.5; 3$.



(а) *(б)* *(в)*

Рис. 2 – залежності $\varepsilon_1(\beta)$ для різних комбінацій пружних потенціалів для нестисливих тіл: *(а)* – $g = 1$; *(б)* – $g = 1.5$; *(в)* – $g = 3$.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Guz, A. N. (1999). Fundamentals of the Three-Dimensional Theory of Stability of Deformable Bodies. Springer.

2. Guz, I.A., Menshykova, M., & Soutis, C. (2016) Internal instability as a possible failure mechanism for layered composites. Phil Trans R Soc A 374:20160019.

3. Bogdanov, V. L., Nazarenko, V. M., & Kipnis, A. L. (2025). Compression of a semi-bounded body with a coating layer along the interface sliding zone. ZAMM – Journal of Applied Mathematics and Mechanics, 105(1).

4. Treloar, L. R. G. (1955). Large elastic deformations in rubber-like materials. In IUTAM Colloquium (pp. 208–217).

5. Bartenev, G.M., & Khazanovich, T.N. (1960) On the law of highly elastic deformations of network polymers. Vysokomolekulyarnyye Soyedineniya 2(1):21–28