



УДК 622.2+658.5:519.1.51-3

## ІНТЕГРАЦІЯ МОДЕЛІ ЕОQ В СИСТЕМУ УПРАВЛІННЯ ГЕОМЕХАНІЧНИМИ РИЗИКАМИ ПІДГОТОВЧИХ ВИРОБОК ТА ОБҐРУНТУВАННЯ ЦИКЛІЧНОСТІ ПОСТАЧАННЯ КРІПІЛЬНИХ МАТЕРІАЛІВ

А.О. Хорольський<sup>1</sup>, О.Р. Мамайкін<sup>2</sup>, Я.І. Лотоцький<sup>3</sup>

<sup>1</sup>завідувач лабораторії проблем розробки родовищ, e-mail: [andreykh918@gmail.com](mailto:andreykh918@gmail.com)

<sup>2</sup>доцент кафедри гірничої інженерії та освіти, e-mail: [mamaykin@yahoo.com](mailto:mamaykin@yahoo.com)

<sup>3</sup>студент групи ГР-25-3, e-mail: [dd6933066@gmail.com](mailto:dd6933066@gmail.com)

<sup>1</sup>Відділення фізики гірничих процесів Інституту геотехнічної механіки ім. М.С. Полякова Національної академії наук України, Дніпро, Україна

<sup>2,3</sup>Національний технічний університет «Дніпровська політехніка», Дніпро, Україна

**Анотація.** Наведено результати геомеханічної інтерпретації задачі управління запасами про економічний розмір замовлення MOQ (Minimum Order Quantity) для організації циклу з доставки кріпильних матеріалів. Розроблено програмне забезпечення та проведено верифікацію підходу на основі моделювання впливу геомеханічних ризиків та вартості виконання замовлення на розмір партії доставки кріпильних матеріалів.

*Ключові слова:* модель MOQ, параметр, геомеханічний ризик, стійкість виробки, обсяг партії, доставка матеріалів, анкер.

## INTEGRATION OF THE EOQ MODEL INTO THE GEOMECHANICAL RISK ANAGEMENT SYSTEM OF DEVELOPMENT WORKINGS AND SUBSTANTIATION OF THE SUPPLY CYCLICITY FOR ROADWAY SUPPORT MATERIALS

Andrii Khorolskyi<sup>1</sup>, Oleksandr Mamaikin<sup>2</sup>, Yaroslav Lototskyi<sup>3</sup>

<sup>1</sup>Head of the Department of Field Development Problems, Branch for Physics of Mining Processes of the M.S. Poliakov Institute of Geotechnical Mechanics the NAS of Ukraine, Dnipro, Ukraine, e-mail: [andreykh918@gmail.com](mailto:andreykh918@gmail.com)

<sup>2</sup>Associate Professor of the Mining Engineering and Education Department, Dnipro University of Technology, Dnipro, Ukraine, e-mail: [mamaykin@yahoo.com](mailto:mamaykin@yahoo.com)

<sup>3</sup>Student of group GR-25-3, e-mail: [dd6933066@gmail.com](mailto:dd6933066@gmail.com)

**Abstract.** The results of a geomechanical interpretation of the inventory management problem concerning the Minimum Order Quantity (MOQ) for organizing the supply cycle of roadway support materials are presented. Specialized software has been developed, and the proposed approach has been verified by simulating various production capacities.

*Keywords:* MOQ model, parameter, geomechanical risk, roadway stability, lot size, materials delivery, rock bolt.

**Вступ.** Забезпечення стійкості виробок входить до класу стратегічних задач від яких буде напряду залежати ефективність функціонування шахти. Впродовж усього життєвого циклу підприємства відбувається пошук раціонального способу кріплення виробок. Вибір кріплення це не що інше, як компроміс між двома взаємовиключними задачами. Перша задача полягає в забезпеченні стійкості масиву гірських порід та збереженні перерізу виробок, а друга задача полягає в мінімізації витрат на проведення, спорудження, підтримку та погашення виробок.

На стадії проектування аналізуються різні типи кріплення, технології, матеріали та порівнюються за допомогою коефіцієнту доцільності  $k_d$ , який є сумою ймовірнісної надійності  $V$  та ймовірнісної ефективності  $k_{ef}$ , тобто  $k_d = V + k_{ef}$ . При цьому,  $V \rightarrow 1$ , адже  $V = 1 - P_{def}$ , де  $P_{def}$  – ймовірність вивалів, обривень за довжиною закріпленої виробки  $L$  обернено пропорційно до довжини вивалів/обривень  $l_{def}$ , тобто  $P_{def} = l_{def}/L$ . При  $V=1$  виробка є стійкою за усією довжиною  $L$ . Ймовірнісна ефективність оцінюється відношенням вартості запропонованого кріплення  $Q_{min}$  до еталонного  $Q_{et}$ , тобто  $k_{ef} = Q_{min}/Q_{et}$ ,  $k_{ef} \rightarrow 1$ . При  $k_{ef}=1$  вартість закріплення 1 метра пог. довжини є еталонною. Запропонований підхід, хоча і є раціональним, проте не враховує геомеханічні ризики. В роботі [1] наведено методологію вибору ресурсозберігаючих способів кріплення в складних гідрогеологічних умовах, однак не було приділено уваги сучасним технологічним рішенням, які описані в роботах [2, 3]. В роботах [4, 5] здійснено систематизацію сучасних видів кріплення та дано геомеханічне обґрунтування технології анкерного кріплення на шахтах Західного Донбасу, а в роботі [6] досліджено фільтраційну взаємодію водоносних горизонтів з виробленим простором. Незважаючи на системність та фундаментальність робіт [2-6] в жодній з них не було приділено увагу технологічним аспектам фізики гірничих процесів. В класичній літературі [7, 8] формалізовано задачі раціоналізації параметрів гірничого виробництва, вирішення яких досліджується через технологічні аспекти, що підтверджує доцільність застосування методів оптимізації для вирішення задач оперативного управління виробництвом.

Наявність апробованих методик [1, 6-8], технологічних рішень [2-5, 9] дозволяють перейти до наступної задачі проектування гірничого виробництва, яка полягає в обґрунтуванні циклічності поставки кріпильних матеріалів. Наведена задача є складовою системи управління геомеханічними ризиками в підготовчих виробках.

**Мета роботи** полягає в геомеханічній інтерпретації задачі управління запасами про економічний розмір замовлення (модель MOQ) для обґрунтування циклічності поставки кріпильних матеріалів у підготовчі виробки. Для цього здійснено співставлення технологічних параметрів у відповідності до



геомеханічних чинників та формалізовано завдання визначення мінімального обсягу партії доставки кріпильних матеріалів. За рахунок обґрунтування циклічності поставки зменшуються ризики деформації виробленого простору у підготовчих виробках.

**Матеріал і результат досліджень.** Перш ніж перейти до опису методики і результатів варто зрозуміти логіку процесу управління геомеханічними ризиками в системі керування станом гірського масиву. Управління станом гірського масиву є пошуком компромісу між найбільш надійним з точки зору геотехнології та економічно доцільним варіантом. Інакше кажучи, вибір більш надійного способу кріплення виробленого простору та відповідні йому організаційні заходи призводить до збільшення витрат, при цьому потенційно можуть бути зменшені геомеханічні ризики. В іншому випадку, при зменшенні витрат збільшується вірогідність виникнення геомеханічних порушень: зсувів, обвалення порід покрівлі, вивалів, тощо, а також збільшення водопритоку у виробки, раптовий прорив води у вироблений простір – при несприятливих гідрогеологічних умовах. Інакше кажучи, процес управління станом масиву гірських порід, як і інші технологічні процеси, є «змаганням» між природними явищами і відповідними їм процесами та технологічними чинниками та відповідними їм параметрами. Виходячи із цих припущень стає зрозумілою логіка організації поставки кріпильних матеріалів у підготовчі виробки. З одного боку є масив гірських порід та відповідні природні явища: опускання порід покрівлі, фільтрація води у вироблений простір, а з іншого боку – технологічні чинники: спосіб доставки матеріалів, транспортний ланцюжок, технологія зведення, тощо.

Задача організації поставки матеріалів полягає у визначенні мінімальної партії кріпильних матеріалів (в нашому випадку, анкерів), яку слід доставити у підготовчу виробку. Для цього використано модель управління запасами про мінімальний розмір замовлення (модель MOQ) [10], яку ще називають «формулою Вільсона». Це модель, яка шукає баланс між витратами на логістику (які падають при збільшенні партії) та витратами на зберігання (які ростуть при збільшенні партії).

Основна мета моделі – знайти такий обсяг замовлення  $Q$ , при якому загальні річні витрати  $T$  будуть мінімальними. Цільова функція загальних витрат  $T$  записується у вигляді

$$T = \frac{DK}{Q} + \frac{hQ}{2} + PD, \quad (1)$$

де:  $D$  – річна потреба (одиниць);

$K$  – вартість одного замовлення;

$h$  – річна вартість утримання одиниці;

$P$  – ціна за одиницю товару;

$Q$  – обсяг замовлення (змінна, яку ми оптимізуємо).

Наприклад, в нас є мінімальний обсяг партії  $Q=10$  рам, якому відповідають великі витрати на логістику  $K$ , адже зростають витрати на доставку, розвантаження/навантаження. На противагу, є максимальний обсяг партії  $Q=500$  рам, якому відповідають менші витрати на логістику  $K$ , але при цьому зростають геомеханічні ризики, адже зростає час на завантаження/розвантаження, доставку цієї великої партії, а в цей час відбувається опускання порід покрівлі.

Кожному складнику рівняння (1) відповідає крива. Точка перетину  $DK/Q$  та  $hQ/2$  визначають мінімальний, він же оптимальний, рівень замовлення. На рис. 1 показано розрахункову схему до визначення оптимального обсягу кріпильних матеріалів.

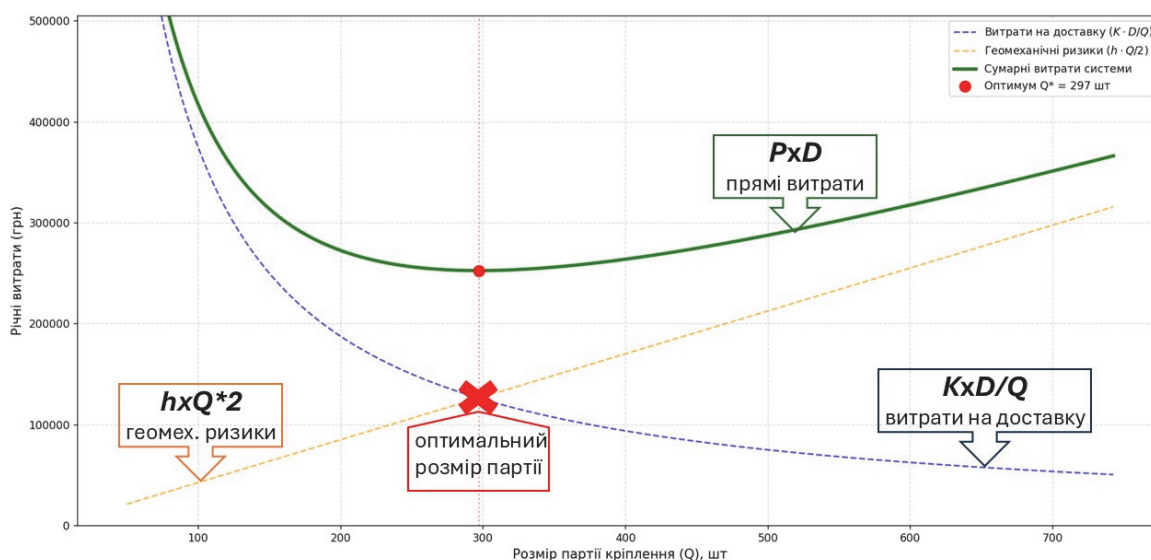


Рис. 1. – Розрахункова схема до визначення мінімального обсягу партії

Як видно з аналітичного виведення (1), оптимальне значення  $Q^*$  досягається в точці, де похідна функції дорівнює нулю, що приводить нас до формули Вілсона

$$Q^* = \sqrt{\frac{2DK}{h}}. \quad (2)$$

У відповідності до (1)-(2) розглянемо кожен чинник та дамо інтерпретацію (табл. 1).

Таблиця 1 – Геомеханічна інтерпретація задачі про мінімальний розмір замовлення

Параметр (у відповідності до рівняння (1))	Геомеханічний зміст	Опис впливу на стійкість виробки
потреба $D$	швидкість проведення підготовчої виробки, м/доб.	визначає темпи оголення покрівлі; чим вище темпи тим більше потреба в матеріалах
вартість циклу $K$	трудомісткість та час встановлення	час доставки кріпильних матеріалів анкерів/рам до підготовчого вибою, організаційні операції
одиниця $P$	несуча здатність кріплення (кН/м)	ціна за раму або анкер; чим вище несуча здатність тим більше витрати
зберігання $h$	деградація стійкості виробки	функція втрати стійкості виробленого простору в залежності від затримок зведення

У геомеханічному виразі  $h$ ,  $P$  набувають фізичного змісту як функції релаксації напружень та несучу здатність.

Іншими словами  $h$  це втрати від очікування.

Переходячи до програмної реалізації, ми фактично моделюємо цю систему, де точка мінімуму функції  $T$  є ідеальним управлінським рішенням, що дозволяє бізнесу витратити найменшу кількість ресурсів.

Програмна реалізація здійснена в середовищі Python IDLE та використано бібліотеки NumPy, Matplotlib. Для пошуку розміру партії кріплення слід заповнити вхідний блок даних у вигляді відповідних значень  $D$ ,  $P$ ,  $K$ ,  $h$ . В результаті виконання програми визначається мінімальний розмір партій кріплення, яке слід доставити до підготовчого вибою, а також розраховується вартість доставки. Фізичний зміст полягає в тому, що ми визначаємо розмір партії, який мінімізує геомеханічні ризики та є прийнятним з позиції витрат на логістику. На рис. 2 показано програмну реалізацію.

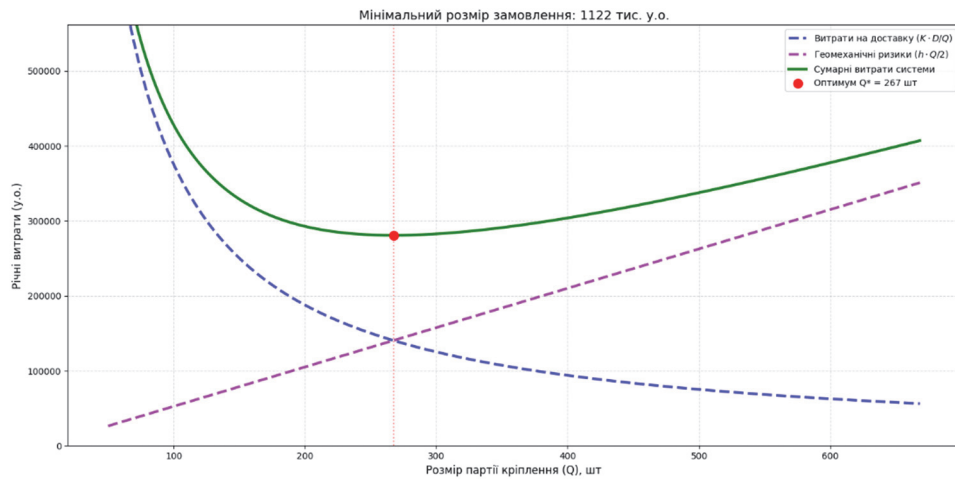


Рис. 2. – Програмна реалізація

Нами було проведено імітаційне моделювання впливу геомеханічних ризиків  $h$  на величину мінімального розміру партії (рис. 3) та отримано залежність  $Q^*(h)$ .

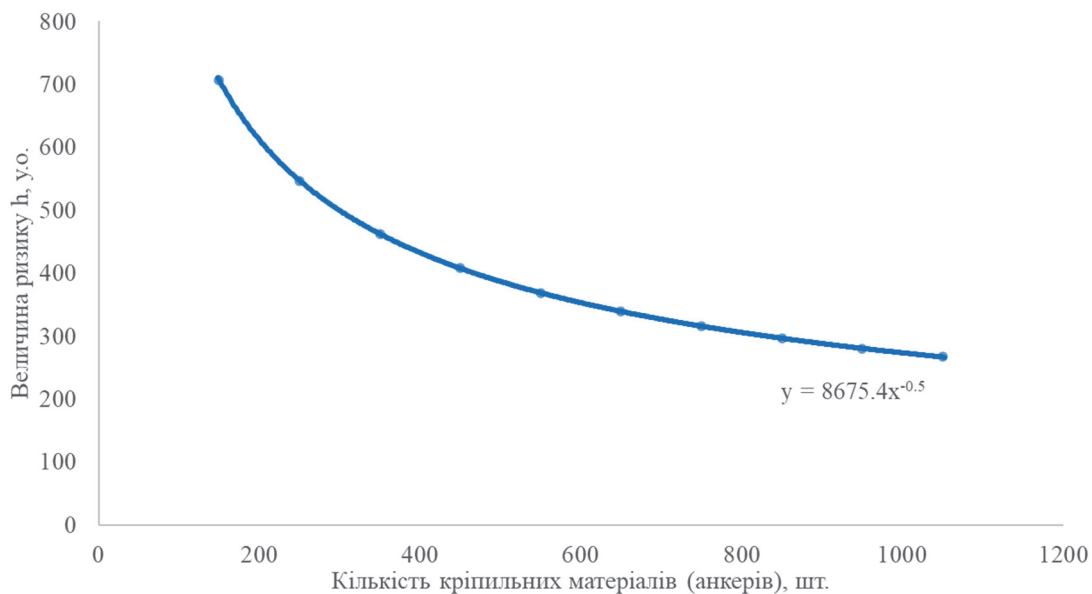


Рис. 3. – Залежність розміру партії доставки від геомеханічних ризиків

Залежність  $Q^*(h)$  є класичною оберненою степеневою залежністю. Показник степеню «0.5» свідчить про те, що система є адаптивною. При найменшому зростанні небезпеки  $h \rightarrow \max$  система прагне до стабільності (підвищення стійкості виробленого простору), що призводить до зменшення партії поставки матеріалів  $Q^* \rightarrow \min$ , інакше кажучи відбувається скорочення накопичених матеріалів у підземному просторі. Стан  $h \rightarrow \infty$ ,  $Q^* \rightarrow 0$  відповідає безперервній поставці. Стан  $h \rightarrow 0$ ,  $Q^* \rightarrow \infty$ , хоча і є математично можливим, але є нереальним для умов шахти, адже при зменшенні небезпеки зменшується потреба в матеріалах.

За результатами імітаційного моделювання впливу вартості доставки  $K$  на величину партії  $Q^*$  встановлено, що функція  $Q^*(K)$  є степеневою з показником ступеню «0.5» (рис. 4), тобто зі зростанням вартості доставки зменшується доцільність укрупнення партії доставки.

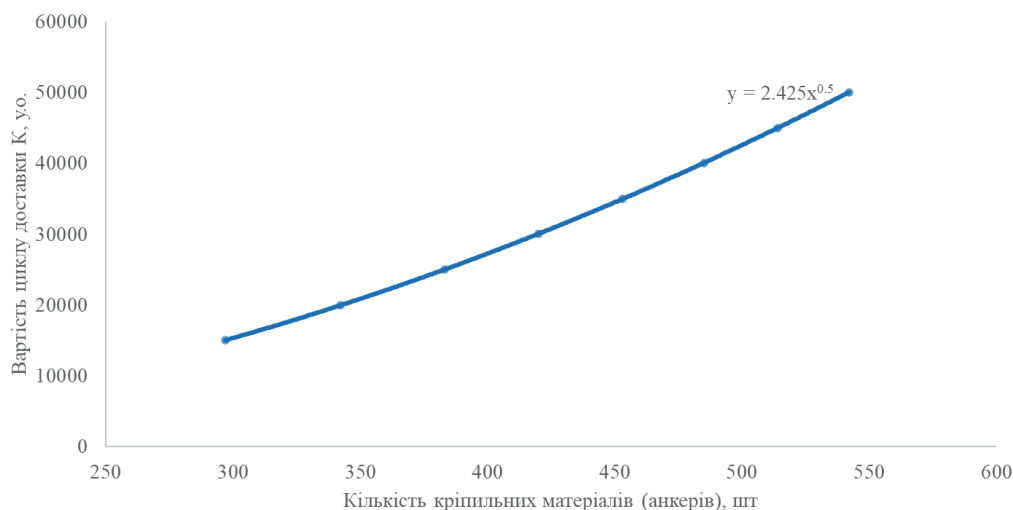


Рис. 4. – Залежність розміру партії доставки від вартості циклу доставки

В загальному випадку кількість кріпильних матеріалів  $Q^*$  як функцію залежності від геомеханічних ризиків  $h$  та вартості доставки  $K$  можна записати функціональним рівнянням  $Q^*(K, h)$

$$Q^*(K, h) = \sqrt{2D} \cdot \frac{K^{0.5}}{h^{0.5}}, \quad (3)$$

при  $Q^* \sim K^{0.5}$  отримаємо функцію  $Q(K)$   $Q^*(K) = a \cdot K^b$  де  $b=0.5$ .

В рівнянні (3) ми показник геомеханічного ризику  $h$  помістили в знаменник, що дозволило в загальній моделі врахувати стримуючий вплив гірничо-геологічних умов на збільшення обсягу партії.

Таким чином в запропонованій роботі виконано геомеханічну інтерпретацію задачі про визначення мінімального рівня замовлення та встановлено залежності впливу геомеханічних ризиків та вартості виконання замовлення на розмір обсягів кріпильних матеріалів, які будуть доставлені до підготовчих виробок.

**Висновки.** Було запропоновано геомеханічну інтерпретацію задачі управління запасами про мінімальний розмір замовлення, що дозволило її інтегрувати в систему управління ризиками. В результаті імітаційного моделювання отримано степеневі залежності впливу вартості робіт з доставки



$Q^*(K)$  та геомеханічного ризику  $Q^*(h)$  на розмір партії матеріалів, які слід доставити в підготовчий вибір  $Q^*$  з показниками ступеня 0,5 та -0,5 відповідно. Зазначені ступеневі показники свідчать про адаптивну стійкість запропонованої моделі, а система управління геомеханічними ризиками демонструє високу чутливість до чинників безпеки (швидкість опускання покрівлі, фільтрація) та помірну (сублінійну) реакцію на зміну економічних параметрів, що є оптимальним для умов глибоких горизонтів.

## ЛІТЕРАТУРА

1. Lousada, S., Delehan, S., & Khorolskyi, A. (2024). Application of dynamic programming models for improvement of technological approaches to combat negative water leakage in the underground space. *Water*, 16(14), 1952.
2. Бондаренко, В.І., Ковалевська, І.А., Симанович, Г.А., Цівка, Є.С., & Шека, І.В. (2022). Обґрунтування ефективності використання кріплення з вуглепластику для гірничих виробок на шахтах Західного Донбасу. *Збірник Наукових Праць НГУ*, 68, 30–42. <https://doi.org/10.33271/crpnmu/68.030>
3. Kovalevska, I.A., Bondarenko, V.I., Symanovych, H.A., Sheka, I.V., & Tsivka, Ye.S. (2022). Modeling the rational parameters for innovative fastening systems in mine workings using composite materials. 15th International Congress on Rock Mechanics and Rock Engineering & 72nd Geomechanics Colloquium – Challenges in Rock Mechanics and Rock Engineering, 1538-1543.
4. Pochepov, V.M., Mamaikin, O.R., Sheka, I.V., Krukovskyi, O.P., Lapko, V.V., & Ashcheulova, O.M. (2024). Tool for management and planning of the fuel and energy complex taking into account the production potential of coal-mining enterprises. *IOP Conference Series: Earth and Environmental Science*, (1415), 012045. <https://doi.org/10.1088/1755-1315/1415/1/012045>.
5. Bondarenko, V.I., Sheka, I.V., Khorolskyi, A.O., Salieiev, I.A., Kovalevska, I.A., & Stoliarska, O.V. (2025). Substantiation of rational parameters for composite support in mine workings. *Naukovyi Visnyk Natsionalnoho Hirnychoho Universytetu*, 3, 58-64. <https://doi.org/10.33271/nvngu/2025-3/058>
6. Symanovych, H., Krasnyk, V., Odnovol, M., Snihur, M., & Sheka, I. (2025). Optimization of rational parameters for fastening and protection systems of mine workings in conditions of occurrence of unpredictable rock pressure manifestations. *Mining of Mineral Deposits*, 19(2), 107-120. <https://doi.org/10.33271/mining19.02.107>
7. Grinev, V. G., Cherepovsky, P. V., & Deulenko, A. I. (2014). The technological aspect of the formation of coal production from the position of market models. *Fiziko-tehnicheskkiye problemy gornogo proizvodstva*, (17), 117-125.
8. Grinev, V. G. (2008). Ocenka perspektiv povysheniya jeffektivnosti poluchenija konechnoj produkcii iz uglja. *Fiziko-tehnichni problemi girnichogo virobniictva*, 11, 126-135.
9. Krukovska, V., Krukovskyi, O., Vynohradov, Y., Demin, V., & Holovin, M. (2025, April). Numerical simulation of aggressive mine water effect on the long-term serviceability of metal support in mine workings. In *IOP Conference Series: Earth and Environmental Science* (Vol. 1491, No. 1, p. 012058). IOP Publishing.
10. Öztürk, H., & Konstantaras, I. (2025). EOQ model with defective products, batch shipment and partial backorders. *Annals of Operations Research*, 351(3), 1941-1988.

