МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
«ДНІПРОВСЬКА ПОЛІТЕХНІКА»

С.А. Ус

ТЕОРІЯ ПРИЙНЯТТЯ РІШЕНЬ

МЕТОДИЧНІ РЕКОМЕНДАЦІЇ ДО ВИКОНАННЯ КУРСОВОЇ РОБОТИ

студентами спеціальності 124 «Системний аналіз»

Дніпро
НТУ «ДП»
2023

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
«ДНІПРОВСЬКА ПОЛІТЕХНІКА»

ФАКУЛЬТЕТ ІНФОРМАЦІЙНИХ ТЕХНОЛОГІЙ
Кафедра системного аналізу та управління

С.А. Ус

ТЕОРІЯ ПРИЙНЯТТЯ РІШЕНЬ

МЕТОДИЧНІ РЕКОМЕНДАЦІЇ ДО ВИКОНАННЯ КУРСОВОЇ РОБОТИ

студентами спеціальності 124 «Системний аналіз»

Дніпро
НТУ «ДП»
2023

Ус С.А. Теорія прийняття рішень. Методичні рекомендації до виконання курсової роботи студентами спеціальності 124 «Системний аналіз» / С.А. Ус ; М-во освіти і науки України, Нац. техн. ун-т «Дніпровська політехніка». – Дніпро : НТУ «ДП», 2023. – 62 с.

Автор
С.А. Ус, канд. фіз.-мат. наук, доц.

Затверджено до видання навчально-методичним відділом (протокол № 12 від 27.12.2022) за поданням науково-методичної комісії зі спеціальності 124 Системний аналіз (протокол № 6 від 25 жовтня 2022).

Методичні рекомендації мають на меті допомогти студентам у самостійному засвоєнні обов'язкової дисципліни «Теорія прийняття рішень» під час виконання курсової роботи.

Сформульовано вимоги до виконання й оформлення курсової роботи, подано рекомендації до розв'язування задач та критерії оцінювання роботи. Рекомендації орієнтовано на активізацію виконавчого етапу навчальної діяльності студентів.

Відповідальний за випуск завідувач кафедри системного аналізу та управління Т. А. Желдак, канд. техн. наук, доц.

ЗМІСТ

Вступ 4
1. Загальні вимоги до виконання курсової роботи 5
2. Зміст курсової роботи і структура пояснювальної записки 6
3. Критерії оцінювання курсової роботи 15
4. Короткі теоретичні відомості про багатокритерійні задачі оптимізації 15
5. Приклади виконання завдань 20
Завдання 1 20
Завдання 2 26
6. Перелік задач, рекомендованих для розв'язування 34
Варіанти завдання 1 34
Варіанти завдання 2 38
Контрольні питання 57
Список літератури 59
Додаток 1 60
Додаток 2 61

ВСТУП

Сучасне виробництво зосереджує в собі складні комплексні підприємства, обладнані потужною технікою. Планування їхньої діяльності й управління ними потребують від керівника будь-якого рангу вміння швидко та правильно приймати різні рішення. При цьому необхідно враховувати умови зростання обсягів виробництва, подальшого розвитку техніки, підвищення вимог до максимального використання надр і охорони довкілля, соціальні, економічні та інші фактори.

У цих умовах рішення, прийняті на основі особистого досвіду та інженерної інтуїції, можуть виявитися малоефективними, оскільки в них складно врахувати цілий ряд протидійних умов. Крім того, сучасне виробництво, як правило, потребує значних капітальних вкладень, що різко підвищує збитки від помилок у прогнозуванні й управлінні. У такій ситуації потрібне застосування технології прийняття рішень, котра базується на кількісних оцінках варіантів, сприяє уникненню або зменшенню впливу суб'єктивних факторів і при цьому передбачено врахування впливу різних неточно або невизначено описаних параметрів.

Метою курсової роботи є поглиблення теоретичних знань з дисципліни «Теорія прийняття рішень» та набуття практичних навичок у формалізованому описі практичних задач, побудові відповідних їм математичних моделей на основі різних підходів і припущень, а також у застосуванні методів прийняття рішень до їх розв’язування.

Курсова робота має сприяти досягненню таких спеціальних компетентностей, визначених в освітній програмі «Системний аналіз»:

К19 Здатність будувати математично коректні моделі статичних та динамічних процесів і систем із зосередженими та розподіленими параметрами, враховуючи невизначеність зовнішніх і внутрішніх факторів.

К20 Здатність визначати основні чинники, які впливають на розвиток фізичних, економічних, соціальних процесів, виокремлювати в них стохастичні та невизначені показники, формулювати їх у вигляді випадкових або нечітких величин, векторів, процесів і досліджувати залежності між ними.

К21 Здатність формулювати задачі оптимізації при проектуванні систем управління та прийняття рішень, а саме: математичні моделі, критерії оптимальності, обмеження, цілі управління; обирати раціональні методи та алгоритми розв’язування задач оптимізації та оптимального керування.

К22 Здатність до комп’ютерної реалізації математичних моделей реальних систем і процесів; проектувати, застосовувати і супроводжувати програмні засоби моделювання, прийняття рішень, оптимізації, обробки інформації, інтелектуального аналізу даних.

К23 Здатність використовувати сучасні інформаційні технології в комп’ютерній реалізації математичних моделей та прогнозування поведінки конкретних систем, а саме: об’єктно-орієнтований підхід до проектування

складних систем різної природи, прикладні математичні пакети, застосування баз даних і знань.

К24 Здатність організовувати роботу з аналізу та проектування складних систем, створення відповідних інформаційних технологій і програмного забезпечення.

Перелічені компетентності реалізуються через такі результати навчання:

ПР6 Знати й уміти застосовувати основні методи постановки та розв'язування задач системного аналізу в умовах невизначеності цілей, зовнішніх умов та конфліктів.

ПР7 Знати основи теорії оптимізації, оптимального керування, теорії прийняття рішень, уміти застосовувати їх на практиці для розв'язування прикладних задач управління і проектування складних систем.

ПР 9 Уміти створювати ефективні алгоритми для обчислювальних задач системного аналізу та систем підтримки прийняття рішень.

Курсову роботу виконують студенти 4-го курсу протягом II чверті.

Мета цих методичних рекомендацій – допомогти студенту у виконанні курсової роботи, набути навичок розв'язування практичних задач й аналізу оптимальних рішень.

1. ЗАГАЛЬНІ ВИМОГИ ДО ВИКОНАННЯ КУРСОВОЇ РОБОТИ

Мета курсової роботи – закріплення, поглиблення й узагальнення знань, засвоєних студентами під час вивчення нормативної дисципліни «Теорія прийняття рішень» та їхнього застосування в комплексному виконанні конкретних завдань аналізу й оптимізації виробничих процесів.

Курсова робота присвячена дослідженню та вивченню методів багатокритерійної оптимізації. Завдання до курсової роботи включає дві задачі. Перша – визначення множини ефективних розв'язків модельної багатокритерійної задачі. Друга – формулювання обраної для розрахунку змістової задачі, її розв'язування з використанням методів багатокритерійної оптимізації. Задачу студент обирає самостійно, наприклад, скориставшись матеріалами виробничої практики, або вона може бути запропонована викладачем (див. варіанти завдання 2). У першому випадку зміст й обсяг завдання належить узгодити із викладачем не пізніше перших двох тижнів чверті.

У результаті виконання курсової роботи має бути сформульовано змістову постановку обраної задачі з урахуванням кількох критеріїв; побудовано її концептуальну та математичну моделі. Задачу належить розв'язати трьома запропонованими методами багатокритерійної оптимізації. Додатково студент може розв'язати задачу, використовуючи інші підходи, вибір яких здійснюється з огляду на різні можливі способи її формалізації та розв'язування. На основі отриманих результатів студент має запропонувати

шляхи вирішення вихідної проблеми. Використання інших способів оцінюється додатковими балами.

Виконання курсової роботи передбачає покладання на студента таких обов'язків:

– обрати й узгодити з керівником тему;

– отримати завдання;

– самостійно виконувати курсову роботу, користуючись матеріалами виробничої практики, виданнями методичного та інформаційного забезпечення навчального процесу;

– систематично відвідувати консультації, які проводить керівник роботи;

– сприймати зауваження та вчасно виконувати методичні рекомендації керівника;

– подати курсову роботу на перевірку керівникові не пізніше ніж за тиждень до захисту;

– підготувати доповідь про основні положення курсової роботи;

– захистити роботу перед комісією.

2. ЗМІСТ КУРСОВОЇ РОБОТИ І СТРУКТУРА ПОЯСНЮВАЛЬНОЇ ЗАПИСКИ

Перелік обов'язкових складових пояснювальної записки та їх рекомендований обсяг подано в табл. 2.1. Повний обсяг пояснювальної записки не повинен перевищувати 50 сторінок тексту на папері формату А4. Оформлення курсової роботи має відповідати чинним стандартам [6,7].

Розглянемо послідовно кожну із складових пояснювальної записки до курсової роботи.

Завдання до курсової роботи включає формулювання її теми й перелік обраних методів дослідження.

Зміст розташовують на окремій сторінці записки і включають до нього такі елементи: вступ, послідовно перелічені назви всіх розділів, підрозділів, пунктів і підпунктів (якщо вони мають заголовки), висновки, перелік посилань, назви додатків і номери сторінок, де розміщено початок матеріалу.

Вступ теж починають на новій сторінці. Цей розділ роботи має відображати такі елементи:

– опис об'єкта дослідження;

– зв'язок вирішуваних у роботі питань з об'єктом діяльності системного аналітика;

– сучасний стан розгляду питання (аналіз відомих аналогів, ступінь вирішення проблем, технічні суперечності, прогалини знань у досліджуваній галузі, недотримання вимог до продуктів чи розробок наукового, організаційного або іншого характеру);

– мету роботи;

– обґрунтування актуальності теми.

Змістова постановка задачі подається у вигляді опису проблемної ситуації, де має бути відображено такі аспекти:

– цілі, яких необхідно досягти шляхом розв'язування задачі;
– наявні параметри й обмеження;
– дані, на базі яких належить розв'язувати задачу.

Таблиця 2.1

Складові пояснювальної записки до курсової роботи

№	Назва елемента роботи	Рекомендований обсяг, стор.
1	Титульний аркуш	1
2	Завдання до курсової роботи	1
3	Зміст	1
4	Вступ	1 – 2
5	Теоретичні відомості про використані в роботі методи	До 5
6	Завдання 1	3 – 5
6.1	Визначення області допустимих розв'язків і множини ефективних альтернатив у вихідному та критерійному просторах	
6.2	Розв'язування задачі методом послідовної поступки та головного критерію	
6.3	Аналіз результатів	
7	Завдання 2	
7.1	Змістова постановка задачі	1
7.2	Концептуальна модель	1
7.3	Опис процесу побудови математичної моделі	1 – 2
7.4	Математична модель	1
7.5	Обґрунтування вибору методів розв'язування задачі	1
7.6	Розв'язування задачі	до 10
7.7	Отриманий результат розв'язування задачі	1
7.8	Аналіз результатів	1 – 2
8	Висновки	1
9	Список використаних джерел	1
10	Додатки (не обов'язково)	

Приклад постановки задачі в курсовій роботі

Державне підприємство (ДП) «Добропіллявугілля» організоване в 1976 році на базі шахт м. Добропілля. Загальна виробнича потужність шести наявних шахт, які входять до нього, становить 5150 тис. тонн видобутого за рік вугілля, причому встановлена нормативна потужність дорівнює 4900 тис. тонн. Із шести шахт чотири визнано позакатегорійними щодо вмісту газу, а дві стосовно цього показника віднесено до третьої категорії. Усі шахти небезпечні через насиченість робочої зони пилом. У розробці перебуває 12 шахтопластів, їх середня потужність дорівнює 1,69 м. Зольність вугілля, яке видобувається на шахтах, становить 41,5 %.

Продукція шахт – вугілля марок Д, Г та ДГ, воно йде на коксування. Промислові запаси вугілля становлять 471,6 млн тонн. Середня глибина шахтової виробки дорівнює 394 м, максимальна – 900 м. Протяжність гірничих виробок перевищує 405 км, з них не відповідають вимогам правил безпеки (ПБ) – 48 км, це 11,8 %.

Останнім часом на шахтах значно підвищилась ефективність вугільного виробництва за рахунок застосування більш удосконалених видів кріплення типу ЗКД-90 в очисних вибоях та з уведенням у дію прохідницьких комбайнів П-110 для роботи в підготовчих вибоях. Усі шахти підприємства, за винятком "Добропільської" та "Алмазної", побудовано після 1950 років.

Крім вугільних шахт, до складу ДП входять 5 дочірніх підприємств: ДВАТ "Добропільська автобаза", ДВАТ "Добропільський РМЗ", ДВАТ "Добропіллявуглекомплект", ДВАТ "Вузол виробничо-технологічного зв'язку", ДП "Добропілляпостачзбут" і 12 структурних самостійних одиниць.

За рентабельністю п'ять ДП (крім шахти "Білицька") віднесені до другої групи. Шахта "Білицька", якій було надано протягом останнього року 2,5 млн грн держпідтримки, за показниками собівартості віднесена до третьої групи.

На ДП «Добропіллявугілля» існує частково автоматизована система управління підприємством (ЧАСУ), тобто управлінські завдання в окремих підрозділах виконують, користуючись простими комп'ютерними програмами.

Перед керівництвом підприємства постає завдання вибору: упровадити нові інтелектуальні системи управління – автоматизовану систему управління підприємством (АСУП) або інтегровану систему управління (ІСУ), чи залишити наявну.

Мета реорганізації системи управління – удосконалення роботи підприємства з огляду на економічні, соціальні та програмно-технічні вигоди. При цьому доводиться враховувати й потенційні витрати.

Концептуальна модель включає в себе докладний опис елементів задачі та зв’язків між ними, а також характеру цих зв’язків. Вона може бути подана у вигляді схем, графіків, словесного опису об’єкта.

Приклад 1. Описаний вище об’єкт (ДП «Добропіллявугілля») має зв’язки з іншими підприємствами, клієнтами та безпосередньо зі своїм персоналом. На

згадані контакти впливають певні економічні, соціальні та програмно-технічні чинники. Це, зокрема, часові параметри, фінансова стабільність, рентабельність продажів, величина доходу, інвестиційна та інноваційна діяльність, безпека й надійність виробництва, швидкість доступу до інформації, підвищення кваліфікації персоналу, створення нових служб, швидкість і якість виконання завдань, безпека системи, можливість обробки великого обсягу даних, зміна складності та дотримання єдності технічної платформи, упровадження нової техніки.

Унаслідок комплексного вирішення описаної проблеми побудовано ієрархії критеріїв для визначення потенційних вигід (подано на рис. 2.1) і витрат (показано на рис. 2.2).

Економічні чинники, що впливають на результат вибору, зосереджують у собі потенційні вигоди, пов'язані з виграшем часу, фінансовою стабільністю, збільшенням рентабельності продажів, підвищенням доходу, поліпшенням інвестиційної та інноваційної діяльності, що очікуються від впровадження нової системи управління (АСУП або ІСУ) порівняно з ЧАСУ.

Упровадження нової системи управління на підприємстві може сприяти додатковому залученню до участі у виробництві місцевого населення за рахунок створення нових служб, при цьому з’являється можливість поліпшити умови праці вже наявного персоналу, зокрема, полегшити його доступ до інформації в разі потреби, підвищити показники безпеки та надійності роботи шахт, а також кваліфікацію працівників.

Серед безумовних програмно-технічних вигід проекту – скорочення часу виконання завдань, поліпшення якості роботи, підвищення безпеки системи та можливість обробки великого обсягу даних.

Як і вигоди, витрати, пов'язані з вибором тієї чи іншої альтернативи реорганізації СУ, можна оцінювати під економічним і соціальним кутом зору, а також з огляду на програмно-технічні характеристики. В економічному аспекті враховують капітальні вкладення у впровадження СУ, витрати на її експлуатацію, на освоєння працівниками методів роботи з системою, а також час її окупності.

У передбаченні соціальних наслідків до уваги беруть можливість негативного ефекту від реорганізації багатьох служб, тобто неминучого звільнення працівників та необхідності в підвищенні кваліфікації персоналу.

У програмно-технічних витратах належить оцінити масштаби можливої шкоди від упровадження нової техніки, наприклад, порушення єдності технічної платформи, підвищення її складності.

Рис. 2.1. Ієрархія вигід реорганізації системи управління підприємством

Рис. 2.2. Ієрархія витрат на реорганізацію системи управління підприємством

Приклад 2. На Смолінській шахті в процесі видобутку уранової руди застосовують самотвердну закладну суміш, що включає в'язкі та інертні матеріали. Інертним наповнювачем для приготування суміші слугують відходи урановидобувної, металургійної та деревопереробної промисловості, продукти хімічної промисловості, зокрема хвости, доменний шлак, лігносульфонати, алюмокалієвий галун, а також доломітовий пил, природний ангідрид і вода. Необхідно визначити рецептуру закладної суміші, яка забезпечує її максимальну міцність. Для досягнення шуканого результату розглянемо два варіанти: задачу з чітко та з нечітко визначеними параметрами рівняння, яке характеризує залежність міцності суміші від її складових. При цьому щільність суміші повинна становити 1950 – 2096 кг/м^3, період початку її тужавіння має коливатися в межах 12 – 30 хв, допустимі значення деформації 1 – 4 мм, зчеплення 0,08 – 0,7 МПа. Досить важливим показником вважаємо також вартість готової суміші, яка не може перевищувати 30 грн/т. Відомі такі вимоги до складу суміші: вміст хвостів не повинен перевищувати 0,124 масової частки, а води (її використовують тільки як розчинник) – 0,23 масової частки. Вміст інших компонентів у масових частках передбачено такий: доломітовий пил 0,106 – 0,326, алюмокалієвий галун – 0,045 – 0,154, лігносульфонат – не більше 0,103, доменний шлак – не більше 0,472 та ангідрид – не більше 0,372.

Опис побудови математичної моделі. Формулюючи математичну модель, необхідно виділити змінні, регульовані особою, що приймає рішення (ОПР) і ті, значення яких не залежать від ОПР; описати визначені в концептуальній моделі залежності у вигляді функцій, нерівностей та (або) відношень.

Приклад 3 (відповідає концептуальній моделі, яка описана в прикладі 2). Для побудови математичної моделі позначимо через x_i частку i-го складового компонента суміші ($i = 1, n$). Припустимо, що c_i – ціна за одну тонну i-го компонента, b_i – показник щільності, d_i – показник тривалості початку тужавіння, f_i – показник деформації а g_i – показник зчеплення i-го компонента. Також позначимо через $\varphi(x)$, $\theta(x)$, $\delta(x)$ функції міцності, щільності й деформації суміші відповідно, через $\tau(x)$ – функцію, що описує період початку тужавіння суміші, $\psi(x)$ – функцію зчеплення, y – функцію, що описує вартість закладної суміші.

Тепер цільова функція має такий вигляд:

$$\varphi(x) \to \max.$$

Обмеження на вміст у суміші кожного компонента в загальному вигляді можна записати таким чином:

$$b_{i_\min} \le \theta(x) \le b_{i_\max}, \quad i = \overline{1, n};$$

$$d_{i_\min} \le \tau(x) \le d_{i_\max}, \quad i = \overline{1, n};$$

$$f_{i_\min} \le \delta(x) \le f_{i_\max}, \quad i = \overline{1, n};$$

$$g_{i_\min} \le \psi(x) \le g_{i_\max}, \quad i = \overline{1, n};$$

$$y = \sum_{i=1}^{n} c_i \cdot x_i \le y_{\max}, \quad i = \overline{1, n};$$

$$\sum_{i=1}^{7} x_i = 1,$$

де x_1 – вміст доломітового пилу, x_2 – вміст води, x_3 – вміст алюмокалієвого галуна, x_4 – лігносульфонатів, x_5 – доменних шлаків, x_6 – ангідриду x_7 – хвостів, а функції $\varphi(x)$, $\theta(x)$, $\tau(x)$, $\delta(x)$, $\psi(x)$ за результатами експериментальних досліджень описуються такими залежностями:

$$\varphi(x) = 47{,}31x_1 + 26{,}36x_2 + 93{,}76x_3 - 12{,}25x_6 + 33{,}41x_7;$$

$$\theta(x) = 2087{,}5x_1 + 1918{,}5x_2 + 2296{,}8x_3 + 1616{,}9x_4 + 1910{,}1x_5 + 2195{,}6x_6 + 2081{,}6x_7;$$

$$\tau(x) = 0{,}67x_2 - 0{,}55x_3 + 1{,}36x_4 + 0{,}54x_5 + 0{,}62x_6;$$

$$\delta(x) = 6{,}15x_2 - 7{,}75x_3 + 9{,}67x_4 + 6{,}23x_5;$$

$$\psi(x) = 0{,}45x_2 + 0{,}26x_5 + 1{,}48x_6.$$

Математичну модель належить виділити в тексті й записати окремо, відповідно до кожного з обраних методів розв'язування.

Обґрунтування вибору методів розв'язування відбувається з огляду на вид побудованої математичної моделі. При цьому необхідно встановити, до якого класу задач вона відноситься і які методи можуть бути застосовані для її розв'язання.

Вибір методів студент здійснює самостійно, узгодивши його з викладачем, орієнтуючись на перелік (див. табл. 2). Рекомендовано обирати їх із різних груп, обґрунтувавши застосування кожного в пояснювальній записці до курсової роботи.

Теоретичні відомості про застосовані в роботі методи розв'язування задач. Включають опис суті кожного з них на базі літературних джерел.

Розв'язування задачі. Розрахунки в курсовій роботі можуть бути проведені вручну або за допомогою стандартних програм чи з використанням самостійно розробленого програмного продукту. У пояснювальній записці необхідно відобразити процес розв'язування задачі з необхідним для його розуміння ступенем деталізації.

Отриманий результат розв'язування задачі належить сформулювати в доступному для ОПР вигляді та продемонструвати шлях вирішення поставленої в завданні проблеми.

Аналіз результатів і висновки. Висновки вміщують безпосередньо після викладу розділів курсової роботи, починаючи з нової сторінки.

У цьому розділі оцінюють результати роботи порівняно з аналогами, висвітлюють досягнутий ступінь новизни, їхнє практичне й наукове значення, прогнозують подальший розвиток об'єкта дослідження або розробки. При цьому виявляють, чи узгоджується результати розв'язку із реальними або очікуваними інтуїтивно даними, порівнюють результати, отримані різними

методами, і роблять висновки про можливість їх застосування. Текст висновків може поділятись на пункти.

Таблиця 2.2

Рекомендовані методи розв'язування задачі

Найменування	Рекомендована література
Обов'язкові	
1. Метод головного критерію у розв'язуванні задач багатокритерійної оптимізації	[8,10]
2. Метод послідовної поступки у розв'язуванні задач багатокритерійної оптимізації	[8,10]
3. Метод згортки у розв'язуванні задач багатокритерійної оптимізації	[8,10]
Додаткові	
1. Розв'язування задачі нечіткого математичного програмування на основі розкладання на множини рівня	[2, 3, 8,10],
2. Розв'язування задачі нечіткого математичного програмування на основі її зведення до задачі багатокритерійної оптимізації	[2,3, 8,10]
3. Метод аналізу ієрархій	[4]
4. Вибір альтернатив на основі заданих відношень переваги із урахуванням переваг на множині ознак (критеріїв)	[1,2, 8,10]
5. Метод послідовної редукції в розв'язуванні задачі МП з нечіткими параметрами	[2, 3]
6. Власний варіант методу	[1 – 5, 8 – 11]

Список використаних джерел. Перелік джерел, на які є посилання в основній частині пояснювальної записки, розташовують на окремій сторінці. Бібліографічні описи кожного джерела в переліку посилань подають у порядку, що відповідає його першій згадці в тексті пояснювальної записки. Порядкові номери описів у переліку одночасно являють собою посилання в тексті (т. з. номерні посилання). Оформлення бібліографічного списку виконується відповідно до вимог державного стандарту [6].

Додатки. У цій частині роботи зазвичай подають матеріал, що доповнює зміст пояснювальної записки, але не може бути послідовно розміщений в основній частині через великий обсяг.

Типи додатків: ілюстрації або таблиці доповнювального характеру; проміжні математичні докази й обчислення, формули, розрахунки; тексти програмного коду, вхідні дані великого обсягу.

3. КРИТЕРІЇ ОЦІНЮВАННЯ КУРСОВОЇ РОБОТИ

При оцінюванні курсової роботи враховуються такі ознаки:

– правильність і повнота розв'язування задач (50 балів);
– оригінальність постановки задачі та обраних методів (10 балів);
– вміння використовувати засоби ЕОМ для розв'язування задач (10 балів);
– захист курсової роботи (30 балів);
– правильне оформлення пояснювальної записки та своєчасне її подання (зниження балу в разі порушення).

4. КОРОТКІ ТЕОРЕТИЧНІ ВІДОМОСТІ ПРО БАГАТОКРИТЕРІЙНІ ЗАДАЧІ ОПТИМІЗАЦІЇ

У загальному випадку багатокритерійна задача оптимізації може бути записана таким чином:

$$f_i(x) \to \max,\ i \in I_1,$$
$$f_i(x) \to \min,\ i \in I_2,$$
$$x \in X.$$

В и з н а ч е н н я 1. Альтернатива x_0 називається *ефективною*, якщо на множині допустимих альтернатив X не існує жодної альтернативи x, яка задовольняє такі нерівності:

$$f_i(x) \geq f_i(x_0), \quad i \in I_1,$$
$$f_i(x) \leq f_i(x_0), \quad i \in I_2,$$

причому хоча б одна з них виконується як строга.

Іншими словами, ніяка інша альтернатива не може «поліпшити» значення жодної цільової функції, не погіршивши при цьому значення деякої іншої. Такі альтернативи ще називають *непокращуваними* за множиною цілей, або *оптимальними за Парето*.

Серед множини оптимальних за Парето альтернатив і слід шукати розв'язок задачі багатокритерійної оптимізації. Причому, яку саме альтернативу потрібно обирати, сказати не можна, необхідне додаткове дослідження.

Для розв′язування задачі багатокритерійної оптимізації можуть бути застосовані різні методи. Розглянемо деякі з них.

Метод головного критерію. Розглянемо задачу багатокритерійної оптимізації, у якій усі критерії мінімізуються й упорядковані за важливістю, а саме:

$$f_i(x) \to \min,\ i \in I,$$
$$x \in X,$$
$$f_1(x) \geq f_2(x) \geq \ldots \geq f_M(x).$$

Головна ідея методу полягає в тому, що вихідна багатокритерійна задача оптимізації замінюється однокритерійною із додатковими обмеженнями, які дозволяють у певному сенсі врахувати вимоги, описувані іншими критеріями.

Наведемо схему застосування методу.

1. Обирають один головний критерій $f_1(x)$, згідно з яким буде проводитися оптимізація.

2. Для менш важливих критеріїв $f_2(x), \ldots f_M(x)$ обчислюють (або обирають, враховуючи певні міркування) допустимі значення $\bar{f}_2, \ldots \bar{f}_M$.

3. Критерії $f_2(x), \ldots f_M(x)$ замінюють на обмеження такого вигляду:

$$f_i(x) \leq \bar{f}_i, \text{ коли } i \in I.$$

4. Замість вихідної, розглядають таку скалярну задачу:

$$f_1(x) \to \min,$$
$$f_i(x) \leq \bar{f}_i, \quad i \in I,$$
$$x \in X.$$

Перевагою описаного методу є те, що для його реалізації не потрібна кількісна оцінка пріоритетів критеріїв. А його недолік – складність встановлення допустимих рівнів значень критеріїв. У більшості випадків такий вибір буде суб'єктивним, тому, скажімо, коли критерії рівнозначні, за головний може бути обраний будь-який з них, але краще взяти той з них, для якого найскладніше задати допустимі значення.

Зауважимо також, що розв'язок, отриманий за допомогою цього методу, завжди буде слабко ефективним, а тоді, коли він єдиний, то й сильно ефективним.

Метод головного критерію може бути застосований також і до розв'язування задач, у яких критерії максимізуються. За цієї умови додаткові обмеження будуть такими: $f_i(x) \geq \bar{f}_i$.

У загальному випадку сформульована скалярна задача буде набувати такого вигляду:

$$
\begin{aligned}
&f_1(x) \to \text{opt},\\
&f_i(x) \ge \bar{f}_i, \quad i \in I_1,\\
&f_i(x) \le \bar{f}_i, \quad i \in I_2,\\
&x \in X.
\end{aligned}
$$

де I_1 – множина індексів, для яких цільові функції максимізуються; I_2 – множина індексів, для яких цільові функції мінімізуються.

Метод згортки. Розглянемо методи розв'язування, що полягають у зведенні початкової багатокритерійної задачі до скалярної шляхом застосування деякого узагальненого критерію. В основі кожного з цих методів лежить описана нижче схема.

1. Усі критерії нормують, тобто зводять до порівнянного безрозмірного вигляду.

Нормалізацію можна проводити різними способами [2, 8], найбільш поширеними серед них є наведені нижче перетворення.

$$
w_i^1(f_i(x)) = \begin{cases} \dfrac{f_i^{\max} - f_i(x)}{f_1^{\max} - f_i^{\min}}, \forall i \in I_1, \\ \dfrac{f_i(x) - f_i^{\min}}{f_1^{\max} - f_i^{\min}}, \forall i \in I_2; \end{cases} \tag{4.1}
$$

$$
w_i^2(f_i(x)) = \begin{cases} \dfrac{f_i^{\max} - f_i(x)}{f_1^{\max}}, \forall i \in I_1, \\ \dfrac{f_i(x) - f_i^{\min}}{f_i^{\max}}, \forall i \in I_2, \end{cases} \tag{4.2}
$$

тут $f_i^{\max}$ – максимальне, а $f_i^{\min}$ – мінімальне значення критерію $f_i(x)$ на множині допустимих альтернатив X, $\forall i \in I_1 \bigcup I_2$, I_1 – множина індексів, для яких цільові функції максимізуються, I_2 – множина індексів, для яких цільові функції мінімізуються.

2. Критерії «згортають» в одну цільову функцію, формуючи так званий узагальнений критерій, у якому враховано відносну важливість кожного з них за допомогою вагових коефіцієнтів, що мають задовольняти такі співвідношення:

$$
\alpha = (\alpha_1, \underset{j}{\alpha_2}, \dots, \alpha_n), \quad \alpha_i \ge 0, \quad i \in I, \quad \sum_{i \in I} \alpha_i = 1 .
$$

Унаслідок цього вихідна багатокритерійна задача зводиться до звичайної оптимізаційної з одним критерієм.

Серед найбільш поширених видів згортки такі:

1. Узагальнені критерії на основі середньозваженої функції, тобто

$$F = \left(\sum_{i=1}^{m} \alpha_i k_i^s \right)^{1/S},$$

тут k_i, $i = 1, 2, \ldots m$ – нормовані локальні критерії; α_i, $i = 1, 2, \ldots m$ – вагові коефіцієнти.

Серед цієї групи особливо виділяють узагальнений критерій такого вигляду:

$$F_\Sigma = \sum_{i=1}^{n} \alpha_i k_i.$$

Він являє собою лінійну згортку локальних критеріїв. Його особливістю є зручність використання, оскільки таке перетворення дозволяє зберігати лінійність вихідних функцій. Іншими словами, якщо вихідні критерії лінійні, то узагальнений також буде лінійним.

2. Мультиплікативна згортка, тобто $\Phi_\pi = \prod_{i=1}^{m} k_i^{\alpha_i}$.

3. У задачах, де мають місце одночасно критерії, що мінімізуються, і критерії, які максимізуються, дуже часто використовують критерій такого вигляду:

$$F = \frac{\sum_{i \in I_1} f_i(x)}{\sum_{i \in I_2} f_i(x)} .$$

Тут у чисельнику записано суму критеріїв, які максимізуються, а в знаменнику – суму критеріїв, що мінімізуються.

Недолік цього критерію полягає в існуванні явного припущення про те, що недостатній рівень одного показника може компенсуватися за рахунок іншого. Наприклад, низька продуктивність виробництва компенсується низькою вартістю товарів.

Метод послідовної поступки. Так само, як і метод головного критерію, він застосовується в тих випадках, коли критерії впорядковані за важливістю, але невідомі кількісні оцінки їх пріоритетів. Опишемо його в застосуванні до розв'язування задачі такого вигляду:

$$f_i(x) \to \min, i \in I,$$

$$x \in X,$$

$$f_1(x) \geq f_2(x) \geq \ldots \geq f_M(x).$$

Сутність методу послідовних поступок полягає в тому, що вихідна багатокритерійна задача замінюється послідовністю однокритерійних задач, область допустимих розв'язків яких звужується від задачі до задачі за допомогою додаткових обмежень, у яких враховано певні вимоги до критеріїв. При формулюванні кожної задачі стосовно важливішого критерію робиться

поступка, величина якої залежить від вимог задачі й оптимального розв'язку за цим критерієм.

Опишемо схему методу.

1. Розв'язують скалярну задачу оптимізації за найважливішим критерієм на всій множині допустимих альтернатив *X*, тобто

$$f_1(x) \to \min,$$
$$x \in X.$$

Унаслідок цього отримуємо оптимальне значення критерію $f_1(x)$: f_1^{min}.

2. Розв'язують задачу оптимізації, керуючись наступним за важливістю критерієм та враховуючи додаткове обмеження: $f_1(x) \le f_1^{\min} + \Delta_1$, де Δ_1 – допустима поступка за першим критерієм. Цю задачу можна записати таким чином:

$$f_2(x) \to \min,$$
$$f_1(x) \le f_1^{\min} + \Delta_1,$$
$$x \in X.$$

У результаті її розв'язування отримуємо оптимальне значення критерію $f_2(x)$: f_2^{min}.

Нехай після здійснення k кроків було отримано оптимальні значення критеріїв: $f_1^{\min}, f_2^{\min}, \ldots, f_k^{\min}$, тоді на $(k + 1)$-му кроці розв'язують таку задачу:

$$f_{k+1}(x) \to \min,$$
$$f_1(x) \le f_1^{min} + \Delta_1$$
$$f_2(x) \le f_2^{min} + \Delta_2,$$
$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$
$$f_k(x) \le f_k^{min} + \Delta_k,$$
$$x \in X$$

й одержують оптимальне значення критерію f_{k+1}^{min}.

Після розгляду всіх критеріїв розв'язок задачі буде відшуканий. Ним буде розв'язок останньої скалярної задачі.

Як бачимо, початкову багатокритерійну задачу було зведено до послідовного розв'язування низки скалярних задач, кількість яких буде дорівнювати числу критеріїв.

Цей метод дає можливість враховувати пріоритети критеріїв й уникнути підвищення їхніх значень більше від деякого допустимого рівня, а тоді, коли критерії максимізуються, уникнути зниження їхнього рівня понад допустиме значення. Складність застосування методу зумовлено суб'єктивністю у

визначенні допустимих рівнів критеріїв. Зазвичай допустима поступка встановлюється експертами з огляду на оптимальне значення критерію та умови задачі .

Зауваження. Якщо критерій максимізується, то відповідне йому обмеження формулюють таким чином: $f_i(x) \geq f_i^{\max} - \Delta_i$, де Δ_i – допустима поступка за цим критерієм.

5. ПРИКЛАДИ ВИКОНАННЯ ЗАВДАНЬ

Завдання 1

Визначити множину ефективних альтернатив поданої нижче задачі багатокритерійної оптимізації. Дати її геометричну інтерпретацію. Розв'язати задачу методом послідовної поступки та головного критерію, вважаючи більш важливим перший критерій. Перевірити належність отриманих розв'язків до множини ефективних альтернатив.

$$f_1 = x_1 + 2x_2 \to \max,$$

$$f_2 = 2x_1 + x_2 \to \min,$$

$$-8x_1 + 5x_2 \leq 80, \tag{5.1}$$

$$5x_1 + 2x_2 \leq 54, \tag{5.2}$$

$$5x_1 + x_2 \geq 4, \tag{5.3}$$

$$-9x_1 + 6x_2 \geq -30, \tag{5.4}$$

$$x_1, x_2 \geq 0. \tag{5.5}$$

Розв'язування

Запропонована задача має тільки дві змінні, отже її можна розв'язати геометрично. Для цього спочатку побудуємо область допустимих розв'язків (ОДР).

Для побудови прямих, що описують обмеження, достатньо взяти дві точки (див. табл. 5.1).

З урахуванням обмеження про невід'ємність змінних (5.5), ОДР набуває вигляду, показаного на рис. 5.1. Як бачимо, вона являє собою багатокутник *ABCDEF*, на рисунку його позначено потовщеною лінією.

Таблиця 5.1

Вихідні дані для побудови ОДР

N	Пряма	координати	
		Точка 1	Точка 2
1	$-8x_1 + 5x_2 = 80$	(–1; 14,4)	(5; 24)
2	$5x_1 + 2x_2 \leq 54$	(2; 22)	(10; 2)
3	$5x_1 + x_2 \geq 4$	(–1; 9)	(2; –6)
4	$-9x_1 + 6x_2 \geq -30,$	(–1; –6,5)	(5; 2,5)

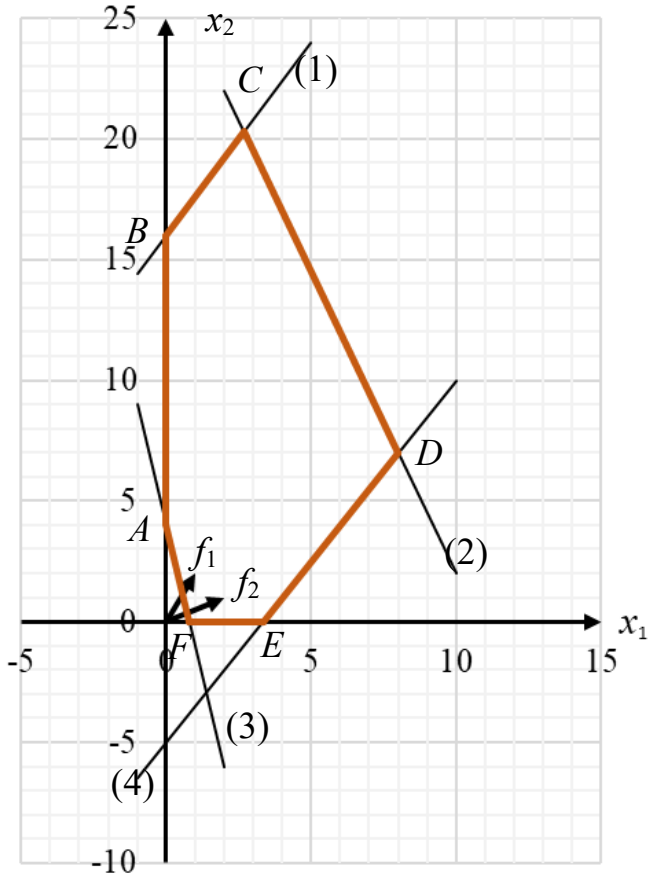

Рис. 5.1. Область допустимих розв'язків задачі

Таблиця 5.2

Координати вершин багатокутника у вихідному просторі

Точка	x_1	x_2
A	0	4
B	0	16
C	2,68	20,29
D	8	7
E	3,33	0
F	0,8	0

Відповідно до вигляду ОДР максимум функції $f_1 = x_1 + 2x_2$, досягається у точці *C* (2,68; 20,29), мінімум функції $f_2 = 2x_1 + x_2$, це точка *F* (0,8;0).

Аби побудувати множину ефективних альтернатив, перейдемо до критерійного простору. Для цього зведемо критерії до одного напряму оптимізації – максимуму. За цих умов у критерійному просторі множина ефективних альтернатив буде являти собою північно-східну межу області, за винятком горизонтальних і вертикальних частин та «провалів». Отже, критерії будуть мати такий вигляд:

$$f_1 = x_1 + 2x_2 \to \max,$$

$$f_2 = -2x_1 - x_2 \to \max.$$

Для переходу до критерійного простору складемо таку матрицю перетворень:

$$\begin{matrix} f_1 \\ f_2 \end{matrix} \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -2 & -1 \end{pmatrix}.$$

Далі обчислимо координати вершин багатокутника за таким правилом:

$$X' = AX,$$

тут *A* – матриця перетворень, $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -2 & -1 \end{pmatrix}$.

Наприклад, обчислимо координати вершини A (0; 4) в критерійному просторі, а саме:

$$A' = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -2 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 8 \\ -4 \end{pmatrix}.$$

Розраховані координати вершин ОДР у критерійному просторі показано в табл. 5.3.

Таблиця 5.3

Координати вершин ОДР у критерійному просторі

Точка	f_1	f_2
A_1	8	– 4
B_1	32	– 16
C_1	43,26	– 25,65
D_1	27,09	– 23,64
E_1	3,33	– 6,66
F_1	0,8	– 1,6

Тепер зобразимо ОДР в критерійному просторі (див. рис. 5.2).

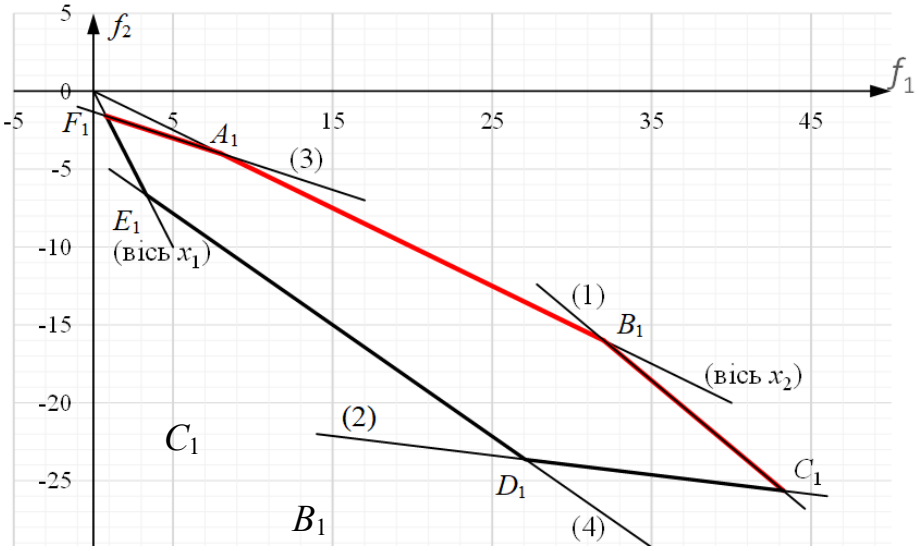

Рис. 5.2. Вигляд ОДР вихідної задачі в критерійному просторі

Тепер, скориставшись побудованим багатокутником, легко визначити множину ефективних альтернатив. Вона буде являти собою північно-східну межу ОДР, за винятком горизонтальних і вертикальних ліній та глибоких провалів. У цій задачі множина ефективних альтернатив – це ламана лінія $F_1A_1B_1C_1$. Її виділено на рисунку червоним кольором.

Тепер розв’яжемо задачу, використовуючи методи послідовної поступки та головного критерію і передбачаючи, що критерії впорядковані за важливістю (тобто перший критерій важливіший від другого).

Зауважимо, що для застосування цих методів не потрібні числові значення й кількісні оцінки важливості критеріїв.

Метод послідовної поступки. Запишемо вихідну задачу, а саме:

$$f_1 = x_1 + 2x_2 \to \max,$$
$$f_2 = 2x_1 + x_2 \to \min,$$
$$-8x_1 + 5x_2 \le 80,$$
$$5x_1 + 2x_2 \le 54,$$
$$5x_1 + x_2 \ge 4,$$
$$-9x_1 + 6x_2 \ge -30,$$
$$x_1, x_2 \ge 0.$$

За схемою застосування методу, спочатку необхідно розв'язати задачу за найбільш важливим критерієм, враховуючи всі її обмеження. Отже, на першому кроці це розв'язування такої задачі:

$$f_1 = x_1 + 2x_2 \to \max,$$
$$-8x_1 + 5x_2 \le 80,$$
$$5x_1 + 2x_2 \le 54,$$
$$5x_1 + x_2 \ge 4,$$
$$-9x_1 + 6x_2 \ge -30,$$
$$x_1, x_2 \ge 0.$$

ЇЇ розв'язком (див. вище) буде точка *C* (2,68; 20,29). Обчислимо значення функції f_1 в цій точці, а саме:

$$f_1(\mathrm{C}) = f_1(2{,}68;\ 20{,}29) = 2{,}68 + 2 \cdot 20{,}29 = 43{,}26.$$

Переходимо до другого кроку. Тепер необхідно визначити поступку за першим критерієм, яку особа, що приймає рішення (тут це той, хто розв'язує задачу), згодна зробити як відхід від цього найліпшого значення. Наприклад, оберемо поступку 5,26. Цей критерій максимізується. Отже, поступка означає, що ми згодні мати менше значення критерію, але не більше ніж на 5,26. Тепер необхідно додати до задачі другого етапу обмеження, яке описує цю вимогу, а саме:

$$x_1 + 2x_2 \ge 38. \qquad (*)$$

Тут число 38 – це різниця між максимальним значенням критерію і поступкою (38 = 43,26 – 5,26).

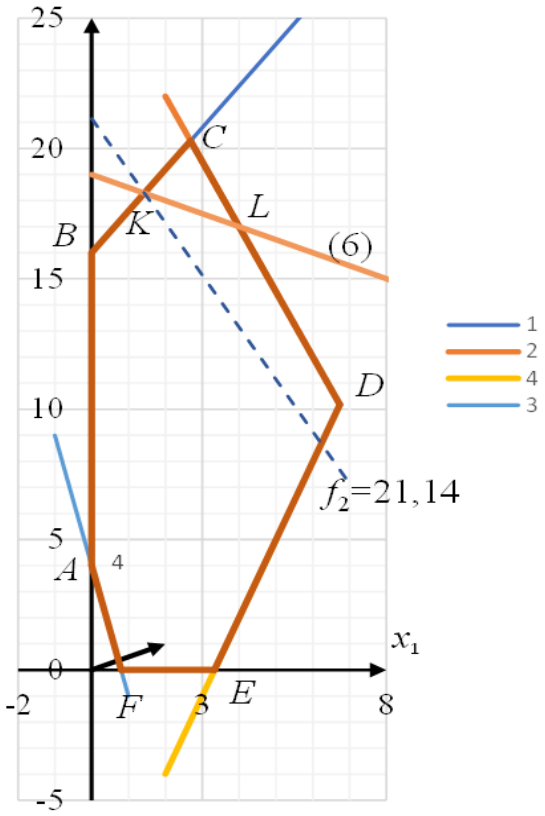

Рис. 5.3. Графічна інтерпретація розв'язування задачі другого кроку (метод послідовної поступки)

Отже, на другому етапі маємо таку задачу:

$$f_2 = 2x_1 + x_2 \to \min,$$
$$-8x_1 + 5x_2 \le 80,$$
$$5x_1 + 2x_2 \le 54,$$
$$5x_1 + x_2 \ge 4,$$
$$-9x_1 + 6x_2 \ge -30,$$
$$x_1 + 2x_2 \ge 38. \qquad (*)$$
$$x_1, x_2 \ge 0.$$

Розв'яжемо її геометрично (рис. 5.3).

Область допустимих розв'язків задачі другого кроку буде являти собою трикутник *KCL*. Мінімального значення функція f_2 набуває в точці *K* (1,43; 18,29). При цьому значення функції $f_2 = 21{,}14$, а значення функції $f_1 = 38$.

Отже, розв'язком задачі багатокритерійної оптимізації є точка *K* (1,43; 18,29). Зауважимо, що вона належить відрізку *BC*, отже, входить у множину ефективних альтернатив.

Метод головного критерію. Застосовуючи цей метод, ми маємо сформулювати скалярну задачу, де оптимізація буде проводитись тільки за одним (головним) критерієм. Решту критеріїв враховуємо через додавання додаткових обмежень.

В умовах задачі головний критерій – перший. Отже, для другого критерію необхідно записати обмеження. Враховуючи, що цей критерій потрібно мінімізувати, тип обмеження – «≤». Задамо порогове значення критерію. Припустимо, що експерт встановив його на рівні 14. Це означає, що величина критерію не має перевищувати (оскільки він мінімізується) 14. Отже, маємо таке обмеження:

$$2x_1 + x_2 \le 14. \qquad (**)$$

Тоді задача набуває такого остаточного вигляду:

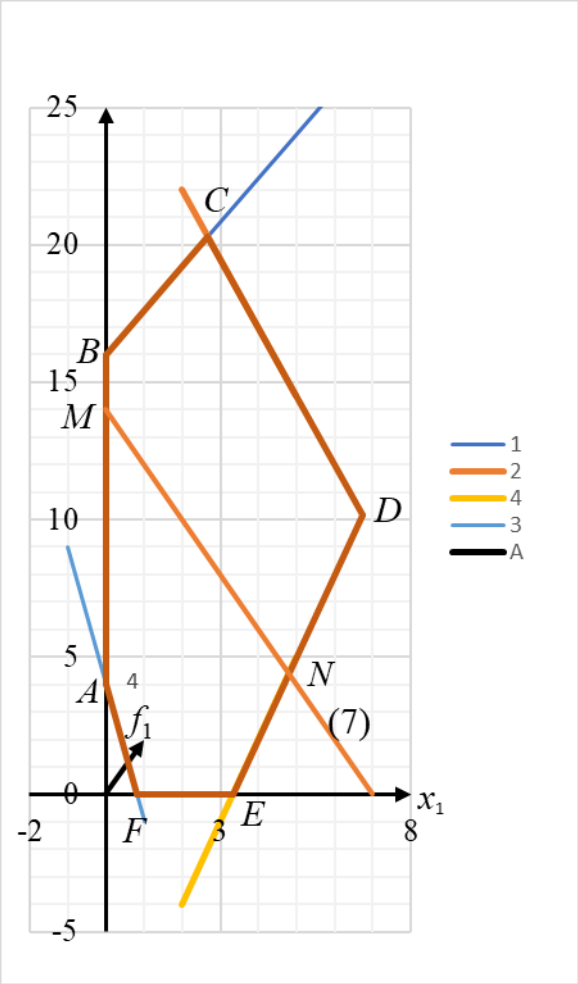

Рис. 4. Графічне подання розв'язування задачі методом головного критерію

$$
\begin{aligned}
f_1 = x_1 + 2x_2 &\to \max, \\
-8x_1 + 5x_2 &\le 80, \\
5x_1 + 2x_2 &\le 54, \\
5x_1 + x_2 &\ge 4, \\
-9x_1 + 6x_2 &\ge -30, \\
2x_1 + x_2 &\le 14. \qquad (**) \\
x_1, x_2 &\ge 0,
\end{aligned}
$$

Розв'яжемо цю задачу графічним методом (рис. 5.4). Областю допустимих розв'язків цієї задачі є багатокутник *AMNEF*. Максимального значення перший критерій набуває в точці *M* (0;14).

При цьому отримано такі значення цільових функцій: $f_1 = 28$, $f_2 = 14$.

Отже, тут розв'язком багатокритерійної задачі є точка *M* (0;14).

Зауважимо, що точка *M* перебуває на відрізку *AB*, і тому належить до множини ефективних альтернатив.

Порівняймо результати розв'язування задачі, отримані різними методами. Для цього запишемо їх у таблицю (табл. 5.4)

Таблиця 5.4

Результати розв'язування задачі двома методами

Метод	Координати розв'язку			Значення функції	
	точка	x_1	x_2	f_1 (max)	f_2 (min)
Послідовної поступки	*K*	1,43	18,29	38	21,14
Головного критерію	*M*	0	12	28	14

Як бачимо, альтернатива *K* краща від *M* з огляду на критерій f_1 і гірша за критерієм f_2. Отже, наші альтернативи не порівнянні, що відповідає властивостям ефективних альтернатив.

Завдання 2

Сформулювати змістову постановку обраної задачі[1] у термінах багатокритерійної оптимізації; побудувати її концептуальну та математичну моделі; розв'язати описану багатокритерійну задачу методами згортки, головного критерію та послідовної поступки.

Змістова постановка задачі. У роботі кар'єру можуть бути використані три види комбайнів I, II, і III, які здатні виконувати три види робіт *A*, *B*, і *C*. Ресурси робочого часу кожного комбайна, їх продуктивність при виконанні різних робіт і вартість однієї години роботи (грн) відображено у табл. 5.1. Визначити оптимальне завантаження комбайнів, яке забезпечує максимальний сумарний обсяг виконаних робіт і їхню мінімальну вартість.

Таблиця 5.1

Вид комбайна	Продуктивність, q_{ij} м^3/год			Питома вартість, c_{ij} грн/год			Ресурс часу, год
	A	*B*	*C*	*A*	*B*	*C*	
I	30	20	40	2	4	2	400
II	20	30	50	3	2	5	300
III	60	40	20	5	3	6	280

Розв'язування

Побудова концептуальної моделі задачі

Сформулюємо такі гіпотези:

- Об'єктом моделювання є процес роботи кар'єру.
- Керовані змінні завдання: x_{ij} – час виконання *i*-м комбайном роботи *j*.
- Некеровані змінні: продуктивність комбайна кожного типу під час виконання певного виду робіт і питома вартість використання комбайна для тих самих робіт – це задані детерміновані величини, які не залежать від часу й умов зовнішнього середовища.
- Ресурс часу експлуатації кожного виду комбайнів також відомий і він не може бути зміненим у процесі роботи.
- Величина сумарних витрат, сумарна продуктивність комбайнів і витрати часу лінійно залежать від тривалості роботи кожного з них.
- Час використання комбайна на певній роботі є неперервною величиною.

Складемо математичну модель задачі. Для цього позначимо через x_{ij} час виконання *i*-м комбайном роботи *j*, тоді сумарний обсяг робіт, виконаних першим комбайном, можна записати таким чином:

$$30x_{11} + 20x_{12} + 40x_{13},$$

[1] Задачу обирають із переліку (див. п. 6 варіантів завдання 2) або вона може бути запропонована студентом та узгоджена з викладачем.

другим комбайном

$$20x_{21} + 30x_{22} + 50x_{23},$$

і третім

$$60x_{31} + 40x_{32} + 20x_{33}.$$

Сумарний обсяг роботи, виконаної всіма трьома комбайнами, буде таким:

$$f_1(x) = 30x_{11} + 20x_{12} + 40x_{13} + 20x_{21} + 30x_{22} + 50x_{23} + 60x_{31} + 40x_{32} + 20x_{33}.$$

Цей вираз описує першу цільову функцію.

Вартість j-ї роботи, коли її виконує i-й комбайн, буде описуватися виразом $c_{ij}x_{ij}$, де c_{ij} – питома вартість j-ї роботи, коли її виконує i-й комбайн. Отже, сумарна вартість усіх робіт, виконаних трьома комбайнами, буде описуватися таким виразом:

$$f_2(x) = 2x_{11} + 4x_{12} + 2x_{13} + 3x_{21} + 2x_{22} + 5x_{23} + 5x_{31} + 3x_{32} + 6x_{33}.$$

Це буде друга цільова функція.

Обмеження на час роботи комбайнів опишемо таким чином:

$x_{11} + x_{12} + x_{13} \le 400$ – для першого комбайна,

$x_{21} + x_{22} + x_{23} \le 300$ – для другого комбайна,

$x_{31} + x_{32} + x_{33} \le 280$ – для третього комбайна.

Враховуючи природні обмеження на змінну x_{ij}, остаточно формулюємо таку математичну модель:

$$f_1(x) = 30x_{11} + 20x_{12} + 40x_{13} + 20x_{21} + 30x_{22} + 50x_{23} + 60x_{31} + 40x_{32} + 20x_{33} \to \max;$$

$$f_2(x) = 2x_{11} + 4x_{12} + 2x_{13} + 3x_{21} + 2x_{22} + 5x_{23} + 5x_{31} + 3x_{32} + 6x_{33} \to \min;$$

$$x_{11} + x_{12} + x_{13} \le 400;$$

$$x_{21} + x_{22} + x_{23} \le 300;$$

$$x_{31} + x_{32} + x_{33} \le 280;$$

$$x_{11}, x_{12}, \dots x_{33} \ge 0.$$

Розв’яжемо складену задачу багатокритерійної оптимізації описаними вище методами.

Метод згортки. Оскільки критерії вихідної задачі мають різну розмірність, перш за все, необхідно їх нормалізувати. Для цього скористаємось формулами (4.1), (4.2).

Знайдемо спочатку максимальні й мінімальні значення кожного критерію на множині допустимих альтернатив.

Перший критерій.

Знайдемо його максимальне значення, а саме:

$$f_1(x) = 30x_{11} + 20x_{12} + 40x_{13} + 20x_{21} + 30x_{22} + 50x_{23} + 60x_{31} + 40x_{32} + 20x_{33} \to \max;$$

$$x_{11} + x_{12} + x_{13} \leq 400;$$

$$x_{21} + x_{22} + x_{23} \leq 300;$$

$$x_{31} + x_{32} + x_{33} \leq 280;$$

$$x_{11}, x_{12}, \dots x_{33} \geq 0.$$

Для розв'язування задачі скористаємось функцією «Розв'язувач» програми MS Excel.

Результати розв'язування подано нижче у вигляді табл. 5.2., де показано час x_{ij} виконання комбайнами кожної з робіт.

Таблиця 5.2

Вид комбайна	Вид роботи			Ресурс часу, год	
	A	*B*	*C*	використаний	обмеження
I	0	0	400	400	400
II	0	0	300	300	300
III	280	0	0	280	280

Максимальний обсяг роботи $f_1 = 47800$.

Аби знайти мінімальне значення функції, розглянемо таку задачу:

$$f_1(x) = 30x_{11} + 20x_{12} + 40x_{13} + 20x_{21} + 30x_{22} + 50x_{23} + 60x_{31} + 40x_{32} + 20x_{33} \to \min;$$

$$x_{11} + x_{12} + x_{13} \leq 400;$$

$$x_{21} + x_{22} + x_{23} \leq 300;$$

$$x_{31} + x_{32} + x_{33} \leq 280;$$

$$x_{11}, x_{12}, \dots x_{33} \geq 0.$$

Очевидно, що мінімальний обсяг роботи $f_1 = 0$.

Скориставшись формулою (4.1), нормалізуємо критерій, враховуючи, що він максимізується, а саме:

$$f_1^н(x) = \frac{47800 - (30x_{11} + 20x_{12} + 40x_{13} + 20x_{21} + 30x_{22} + 50x_{23} + 60x_{31} + 40x_{32} + 20x_{33})}{47800}.$$

Виконавши обчислення, отримуємо нормалізований критерій такого вигляду:

$$f_1^н(x) = 1 - 0{,}0006x_{11} - 0{,}0004x_{12} - 0{,}0008x_{13} - 0{,}0004x_{21} - 0{,}0006x_{22} -$$
$$- 0{,}001x_{23} - 0{,}0013x_{31} - 0{,}0008x_{32} - 0{,}0004x_{33}.$$

Аналогічно визначимо максимальні й мінімальні значення функції та нормалізуємо другий критерій, а саме:

$$f_2(x) = 2x_{11} + 4x_{12} + 2x_{13} + 3x_{21} + 2x_{22} + 5x_{23} + 5x_{31} + 3x_{32} + 6x_{33} \to \min(\max)$$

$$x_{11} + x_{12} + x_{13} \le 400;$$
$$x_{21} + x_{22} + x_{23} \le 300;$$
$$x_{31} + x_{32} + x_{33} \le 280;$$
$$x_{11}, x_{12}, \dots x_{33} \ge 0.$$

Використовуючи функцію «Розв'язувач» програми MS Excel, отримуємо значення часу x_{ij} виконання комбайнами кожної з робіт (табл. 5.3).

Таблиця 5.3

Вид комбайна	Вид роботи			Ресурс часу, год	
	A	*B*	*C*	використаний	обмеження
I	0	400	0	400	400
II	0	0	300	300	300
III	0	0	280	280	280

Максимальна вартість роботи $f_2 = 4780$, мінімальна вартість $f_2 = 0$.

Тоді, враховуючи що критерій $f_2(x)$ мінімізується, маємо такий вигляд нормалізованого критерію:

$$f_2^н(x) = \frac{2x_{11}+4x_{12}+2x_{13}+3x_{21}+2x_{22}+5x_{23}+5x_{31}+3x_{32}+6x_{33}}{4780},$$

тобто

$$f_2^н(x) = 0{,}0063x_{11} + 0{,}0042x_{12} + 0{,}0084x_{13} + 0{,}0042x_{21} + 0{,}0063x_{22} +$$
$$+0{,}0105x_{23} + 0{,}0126x_{31} + 0{,}0084x_{32} + 0{,}0042x_{33}.$$

Тепер задача багатокритерійної оптимізації набуває такого вигляду:

$$f_1^н(x) = 1 - 0{,}0006x_{11} - 0{,}0004x_{12} - 0{,}0008x_{13} - 0{,}0004x_{21} - 0{,}0006x_{22} -$$
$$- 0{,}001x_{23} - 0{,}0013x_{31} - 0{,}0008x_{32} - 0{,}0004x_{33} \to \min;$$

$$f_2^н(x) = 0{,}0063x_{11} + 0{,}0042x_{12} + 0{,}0084x_{13} + 0{,}0042x_{21} + 0{,}0063x_{22} +$$
$$+0{,}0105x_{23} + 0{,}0126x_{31} + 0{,}0084x_{32} + 0{,}0042x_{33} \to min,$$

$$x_{11} + x_{12} + x_{13} \le 400;$$
$$x_{21} + x_{22} + x_{23} \le 300;$$
$$x_{31} + x_{32} + x_{33} \le 280;$$
$$x_{11}, x_{12}, \dots x_{33} \ge 0.$$

Оскільки критерії нормалізовані, то цю задачу можна розв'язувати методом згортки. Вважатимемо, що експерти оцінили значущість критеріїв таким чином: $\alpha_1 = 0{,}7$, $\alpha_2 = 0{,}3$, тобто пріоритет першого критерію дорівнює 0,7, а другого – 0,3.

Обидва критерії лінійні, тому будемо використовувати лінійну адитивну згортку. Узагальнений критерій матиме такий вигляд:

$$F(x) = \alpha_1 f_1^н(x) + \alpha_2 f_2^н(x) = 0{,}7\,(1 - 0{,}0006x_{11} - 0{,}0004x_{12} - 0{,}0008x_{13} - 0{,}0004x_{21} -$$
$$- 0{,}0006x_{22} - 0{,}001x_{23} - 0{,}0013x_{31} - 0{,}0008x_{32} - 0{,}0004x_{33}) + 0{,}3\,(0{,}0063x_{11} +$$
$$+ 0{,}0042x_{12} + 0{,}0084x_{13} + 0{,}0042x_{21} + 0{,}0063x_{22} + 0{,}0105x_{23} + 0{,}0126x_{31} +$$
$$+ 0{,}0084x_{32} + 0{,}0042x_{33} - 1) = 0{,}4 - 0{,}00421x_{11} - 0{,}0028x_{12} - 0{,}00561x_{13} -$$
$$- 0{,}0027x_{21} - 0{,}00421x_{22} - 0{,}00701x_{23} - 0{,}00841x_{31} - 0{,}00561x_{32} - 0{,}0028x_{33},$$

а відповідна скалярна задача буде такою:

$$F(x) = 0{,}4 - 0{,}00421x_{11} - 0{,}0028x_{12} - 0{,}00561x_{13} - 0{,}0027x_{21} - 0{,}00421x_{22} -$$
$$- 0{,}00701x_{23} - 0{,}00841x_{31} - 0{,}00561x_{32} - 0{,}0028x_{33} \to \min;$$

$$x_{11} + x_{12} + x_{13} \le 400;$$
$$x_{21} + x_{22} + x_{23} \le 300;$$
$$x_{31} + x_{32} + x_{33} \le 280;$$
$$x_{11}, x_{12}, \dots x_{33} \ge 0.$$

Розв'яжемо її за допомогою функції «Розв'язувач» MS Excel. Запишемо знайдені значення x_{ij} часу виконання комбайнами кожної з робіт у табл. 5.4.

Таблиця 5.4

Вид комбайна	Вид роботи			Ресурс часу, год	
	A	*B*	*C*	використаний	обмеження
I	0	0	400	400	400
II	0	0	300	300	300
III	280	0	0	280	280

Оптимальне значення узагальненого критерію за результатами обчислень дорівнює (– 6,3), при цьому обсяг виконаної роботи становить 47800 м^3, а її вартість 3700 грн.

Метод головного критерію. Будемо розв'язувати задачу, враховуючи, що на думку експертів, перший критерій більш значущий, ніж другий.

Нормалізація при застосуванні цього способу розв'язування не потрібна.

Сформулюємо додаткові обмеження для другого критерію.

Припустимо, що максимально допустимий рівень витрат становить 2500 грн. Враховуючи , що другий критерій мінімізується, і, встановлюючи для нього порогове значення на рівні максимально допустимих витрат, формулюємо додаткове обмеження такого вигляду:

$$f_2(x) = 2x_{11} + 4x_{12} + 2x_{13} + 3x_{21} + 2x_{22} + 5x_{23} + 5x_{31} + 3x_{32} + 6x_{33} \le 2500.$$

Відповідна скалярна задача буде такою:

$$f_1(x) = 30x_{11} + 20x_{12} + 40x_{13} + 20x_{21} + 30x_{22} + 50x_{23} + 60x_{31} + 40x_{32} + 20x_{33} \to \max;$$

$$f_2(x) = 2x_{11} + 4x_{12} + 2x_{13} + 3x_{21} + 2x_{22} + 5x_{23} + 5x_{31} + 3x_{32} + 6x_{33} \le 2500;$$

$$x_{11} + x_{12} + x_{13} \le 400;$$

$$x_{21} + x_{22} + x_{23} \le 300;$$

$$x_{31} + x_{32} + x_{33} \le 280;$$

$$x_{11}, x_{12}, \dots x_{33} \ge 0.$$

Використовуючи функцію «Розв'язувач» MS Excel, розраховуємо значення x_{ij} часу виконання комбайнами кожної з робіт і відображаємо їх у табл. 5.5.

Таблиця 5.5

Вид комбайна	Вид роботи			Ресурс часу, год	
	A	*B*	*C*	використаний	обмеження
I	0	0	400	400	400
II	0	300	0	300	300
III	130	150	0	280	280

При цьому сумарний обсяг роботи $f_1(x) = 38800$ м^3, а її вартість $f_2(x) = 2500$ грн.

Метод послідовної поступки. Розв'яжемо задачу, враховуючи, що перший критерій більш важливий, ніж другий.

Спочатку розв'язуємо скалярну задачу за першим (більш важливим критерієм) на вихідній множині альтернатив, а саме:

$$f_1(x) = 30x_{11} + 20x_{12} + 40x_{13} + 20x_{21} + 30x_{22} + 50x_{23} + 60x_{31} + 40x_{32} + 20x_{33} \to \max;$$

$$x_{11} + x_{12} + x_{13} \le 400;$$

$$x_{21} + x_{22} + x_{23} \le 300;$$

$$x_{31} + x_{32} + x_{33} \le 280;$$

$$x_{11}, x_{12}, \dots x_{33} \ge 0.$$

Результати розв'язування задачі подано в табл. 5.6.

Таблиця 5.6

Вид комбайна	Вид роботи			Ресурс часу, год	
	A	*B*	*C*	використаний	обмеження
I	0	0	400	400	400
II	0	0	300	300	300
III	280	0	0	280	280

Максимальний обсяг роботи $f_1 = 47800$ м^3. Тепер робимо поступку за першим критерієм. Припустимо, що особа, яка приймає рішення, згодна зменшити обсяг роботи не більше ніж на 7800 м^3, тоді додаткове обмеження для нової задачі, враховуючи, що критерій максимізувався, буде мати такий вигляд:

$$f_1(x) = 30x_{11} + 20x_{12} + 40x_{13} + 20x_{21} + 30x_{22} + 50x_{23} + 60x_{31} + 40x_{32} + 20x_{33} \ge 40000.$$

З огляду на це задача на другому кроці буде такою:

$$f_2(x) = 2x_{11} + 4x_{12} + 2x_{13} + 3x_{21} + 2x_{22} + 5x_{23} + 5x_{31} + 3x_{32} + 6x_{33} \to \min;$$

$$f_1(x) = 30x_{11} + 20x_{12} + 40x_{13} + 20x_{21} + 30x_{22} + 50x_{23} + 60x_{31} + 40x_{32} + 20x_{33} \ge 40000;$$

$$x_{11} + x_{12} + x_{13} \le 400;$$

$$x_{21} + x_{22} + x_{23} \le 300;$$

$$x_{31} + x_{32} + x_{33} \le 280;$$

$$x_{11}, x_{12}, \dots x_{33} \ge 0.$$

У результаті розв'язування задачі отримаємо значення тривалості x_{ij} виконання комбайнами кожної з робіт, та запишемо їх у табл. 5.7.

Таблиця 5.7

Вид комбайна	Вид роботи			Ресурс часу, год	
	A	*B*	*C*	використаний	обмеження
I	0	0	400	400	400
II	0	300	0	300	300
III	190	90	0	280	280

При цьому обсяг виконаної роботи становить 40000 м^3, а її вартість 2620 грн.

Оскільки всі критерії розглянуто, то цей результат буде розв'язком вихідної багатокритерійної задачі.

Зведемо результати всіх обчислень у табл. 5.8.

Таблиця 5.8

Метод розв'язуваня	Час роботи комбайнів, год									Значення критеріїв	
	x_{11}	x_{12}	x_{13}	x_{21}	x_{22}	x_{23}	x_{31}	x_{32}	x_{33}	$f_1(x)$	$f2(x)$
Згортки	0	0	400	0	0	300	280	0	0	47800	3700
Головного критерію	0	0	400	0	300	0	130	150	0	38800	2500
Послідовної поступки	0	0	400	0	300	0	190	90	0	40000	2620

Вочевидь, отримано три ефективних розв'язки задачі багатокритерійної оптимізації. Який з них використовувати, має вирішити особа, яка приймає рішення, залежно від того, що саме вона вважає головнішим: зменшення вартості чи збільшення обсягу робіт.

6. ПЕРЕЛІК ЗАДАЧ, РЕКОМЕНДОВАНИХ ДЛЯ РОЗВ'ЯЗУВАННЯ

Варіанти завдання 1

1. $f_1(x_1,x_2) = \frac{1}{2}x_1 + x_2 \to \min;$

$f_2(x_1,x_2) = 2x_1 - x_2 \to \min;$

$$\begin{cases} x_1 + 5x_2 \geq 5, \\ x_1 + x_2 \leq 7, \\ -4x_1 + 5x_2 \geq -20, \\ x_1 - 2x_2 \geq -2, \\ x_1, x_2 \geq 0. \end{cases}$$

2. $f_1(x_1,x_2) = 5x_1 + \frac{1}{2}x_2 \to \max;$

$f_2(x_1,x_2) = x_1 - 2x_2 \to \min;$

$$\begin{cases} x_1 + 12x_2 \geq 5, \\ -3x_1 + 3x_2 \geq -24, \\ 4x_1 + 10x_2 \leq 50, \\ 5x_1 - 12x_2 \geq -35, \\ x_1, x_2 \geq 0. \end{cases}$$

3. $f_1(x_1,x_2) = x_1 + 2x_2 \to \max;$

$f_2(x_1,x_2) = x_1 - 2x_2 \to \max;$

$$\begin{cases} x_1 + 3x_2 \leq 3, \\ 7x_1 + 5x_2 \leq 35, \\ 2x_1 + 4x_2 \leq -8, \\ -4x_1 + 6x_2 \leq 24, \\ x_1, x_2 \geq 0. \end{cases}$$

4. $f_1(x_1,x_2) = -3x_1 + 4x_2 \to \min;$

$f_2(x_1,x_2) = x_1 + x_2 \to \min;$

$$\begin{cases} x_1 + 5x_2 \geq 5, \\ 5x_1 + 15x_2 \leq 75, \\ -4x_1 + 5x_2 \geq -20, \\ x_1 - 2x_2 \geq -2, \\ x_1, x_2 \geq 0. \end{cases}$$

5. $f_1(x_1,x_2) = 3x_1 + x_2 \to \min;$

$f_2(x_1,x_2) = 2x_1 - x_2 \to \max;$

$$\begin{cases} \frac{1}{2}x_1 + 3x_2 \geq \frac{3}{2}, \\ -\frac{1}{2}x_1 + 3x_2 \geq -\frac{3}{2}, \\ 3x_1 + 10x_2 \leq 30, \\ -3x_1 + 9x_2 \leq 27, \\ x_1, x_2 \geq 0. \end{cases}$$

6. $f_1(x_1,x_2) = x_1 + 2x_2 \to \max;$

$f_2(x_1,x_2) = 2x_1 - x_2 \to \min;$

$$\begin{cases} x_1 + 6x_2 \geq 6, \\ x_2 \leq 3, \\ -\frac{3}{2}x_1 + \frac{9}{2}x_2 \geq -\frac{27}{4}, \\ 11x_1 + 7x_2 \leq 77, \\ x_1, x_2 \geq 0. \end{cases}$$

7. $f_1(x_1,x_2) = 3x_1 + x_2 \to \max;$

$f_2(x_1,x_2) = x_1 - 5x_2 \to \max;$

$$\begin{cases} \frac{1}{2}x_1 + 2x_2 \geq 1, \\ 6x_1 + 10x_2 \leq 60, \\ -2x_1 + x_2 \geq -2, \\ -3x_1 + 5x_2 \leq 15, \\ x_1, x_2 \geq 0. \end{cases}$$

8. $f_1(x_1,x_2) = 2x_1 - 3x_2 \to \min;$

$f_2(x_1,x_2) = x_1 + x_2 \to \max;$

$$\begin{cases} 2x_1 + 4x_2 \geq 8, \\ 4x_1 + 8x_2 \leq 32, \\ x_1 \leq 7, \\ x_2 \leq 2, \\ x_1, x_2 \geq 0. \end{cases}$$

9. $f_1(x_1,x_2) = x_1 + 2x_2 \to \max;$

$f_2(x_1,x_2) = 2x_1 - x_2 \to \min;$

$$\begin{cases} x_1 \leq 8, \\ 5x_1 + 7x_2 \geq 35, \\ -3x_1 + \frac{9}{2}x_2 \geq -\frac{27}{2}, \\ x_1 - 3x_2 \geq -12, \\ x_1, x_2 \geq 0. \end{cases}$$

10. $f_1(x_1,x_2) = x_1 + 2x_2 \to \max;$

$f_2(x_1,x_2) = 2x_1 - x_2 \to \min;$

$$\begin{cases} -8x_1 + 5x_2 \leq 29, \\ 5x_1 + 2x_2 \leq 54, \\ x_1 + 4x_2 \geq 4, \\ -9x_1 + 3x_2 \geq -30, \\ x_1, x_2 \geq 0. \end{cases}$$

11. $f_1(x_1,x_2) = \frac{1}{2}x_1 + x_2 \to \max;$

$f_2(x_1,x_2) = -6x_1 + x_2 \to \min;$

$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 \geq 6, \\ 9x_1 + 6x_2 \leq 54, \\ -\frac{7}{2}x_1 + \frac{9}{2}x_2 \geq -\frac{63}{4}, \\ 3x_1 - 4x_2 \geq -12, \\ x_1, x_2 \geq 0. \end{cases}$$

12. $f_1(x_1,x_2) = x_1 + \frac{3}{2}x_2 \to \max;$

$f_2(x_1,x_2) = 3x_1 + x_2 \to \min;$

$$\begin{cases} x_1 \leq 6, \\ x_1 + 6x_2 \geq 6, \\ x_1 + 2x_2 \leq 12, \\ x_1 - x_2 \geq -1, \\ x_1, x_2 \geq 0. \end{cases}$$

13. $f_1(x_1,x_2) = 3x_1 + x_2 \to \max;$

$f_2(x_1,x_2) = 2x_1 - x_2 \to \min;$

$$\begin{cases} x_1 + 6x_2 \geq 6, \\ -\frac{1}{3}x_1 + 3x_2 \geq -1, \\ -x_1 + \frac{5}{2}x_2 \leq \frac{5}{2}, \\ 7x_1 + 11x_2 \leq 77, \\ x_1, x_2 \geq 0. \end{cases}$$

14. $f_1(x_1,x_2) = x_1 - x_2 \to \min;$

$f_2(x_1,x_2) = 4x_1 + x_2 \to \max;$

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 \geq 4, \\ 8x_1 + 12x_2 \leq 96, \\ 3x_1 - 4x_2 \leq 12, \\ -5x_1 + 2x_2 \leq 10, \\ x_1, x_2 \geq 0. \end{cases}$$

15. $f_1(x_1,x_2) = 5x_1 + 2x_2 \to \min;$

$f_2(x_1,x_2) = -3x_1 + \frac{5}{2}x_2 \to \min;$

$$\begin{cases} x_1 \le 6, \\ 2x_1 + 2x_2 \ge 4, \\ 8x_1 + 12x_2 \le 96, \\ 3x_1 - 4x_2 \le 12, \\ x_1, x_2 \ge 0. \end{cases}$$

16. $f_1(x_1,x_2) = 6x_1 + 5x_2 \to \max;$

$f_2(x_1,x_2) = x_1 - x_2 \to \max;$

$$\begin{cases} 7x_1 - 4x_2 \ge -48, \\ 4x_1 + 5x_2 \ge 40, \\ 7x_1 - 5x_2 \le 15, \\ 4x_1 + 3x_2 \le 73, \\ x_1, x_2 \ge 0. \end{cases}$$

17. $f_1(x_1,x_2) = 2x_1 - x_2 \to \max;$

$f_2(x_1,x_2) = -3x_1 + 7x_2 \to \min;$

$$\begin{cases} 5x_1 - 3x_2 \ge -30, \\ 3x_1 + 4x_2 \ge 32, \\ 2x_1 - 5x_2 \le 6, \\ 7x_1 + 6x_2 \le 162, \\ x_1, x_2 \ge 0. \end{cases}$$

18. $f_1(x_1,x_2) = x_1 + 2x_2 \to \max;$

$f_2(x_1,x_2) = 2x_1 - 5x_2 \to \min;$

$$\begin{cases} x_1 - 2x_2 \ge -10, \\ 3x_1 + 5x_2 \ge 36, \\ x_1 - 3x_2 \le 14, \\ 4x_1 + 5x_2 \le 90, \\ x_1, x_2 \ge 0. \end{cases}$$

19. $f_1(x_1,x_2) = 2x_1 + \frac{1}{2}x_2 \to \max;$

$f_2(x_1,x_2) = x_1 - x_2 \to \min;$

$$\begin{cases} -2x_1 + 2x_2 \ge -14, \\ x_1 + 3x_2 \ge 7, \\ x_1 - x_2 \le 5, \\ x_2 \le 3, \\ x_1, x_2 \ge 0. \end{cases}$$

20. $f_1(x_1,x_2) = x_1 + x_2 \to \max;$

$f_2(x_1,x_2) = -7x_1 + 7x_2 \to \min;$

$$\begin{cases} -2x_1 + 2x_2 \ge -8 \\ -3x_1 + x_2 \ge -14 \\ 2x_1 + 2x_2 \ge 4 \\ -\frac{1}{2}x_1 + 3x_2 \le \frac{21}{2}, \\ x_1, x_2 \ge 0. \end{cases}$$

21. $f_1(x_1,x_2) = 3x_1 + 5x_2 \to \max;$

$f_2(x_1,x_2) = 2x_1 + x_2 \to \min;$

$$\begin{cases} 2x_1 - 3x_2 \ge -20, \\ 4x_1 + 3x_2 \ge 32, \\ 2x_1 - 5x_2 \le 24, \\ 4x_1 + 7x_2 \le 116, \\ x_1, x_2 \ge 0. \end{cases}$$

22. $f_1(x_1,x_2) = 7x_1 + 8x_2 \to \max;$

$f_2(x_1,x_2) = 2x_1 + x_2 \to \min;$

$$\begin{cases} 4x_1 - 3x_2 \ge -16, \\ 4x_1 + 5x_2 \ge 48, \\ 2x_1 - 3x_2 \le 32, \\ 6x_1 + 7x_2 \le 160, \\ x_1, x_2 \ge 0. \end{cases}$$

23. $f_1(x_1,x_2) = 3x_1 + 2x_2 \to \max;$

$f_2(x_1,x_2) = -x_1 + 7x_2 \to \min;$

$$\begin{cases} -\frac{1}{3}x_1 + 3x_2 \geq -1, \\ -x_1 + \frac{5}{2}x_2 \leq \frac{5}{2}, \\ 7x_1 + 11x_2 \leq 77, \\ x_1 \geq 3, \\ x_1, x_2 \geq 0. \end{cases}$$

24. $f_1(x_1,x_2) = x_1 + 2x_2 \to \max;$

$f_2(x_1,x_2) = 2x_1 + x_2 \to \min;$

$$\begin{cases} 2x_1 + 10x_2 \geq 20, \\ x_1 - 3x_2 \geq -12, \\ 3x_1 + \frac{5}{2}x_2 \leq \frac{27,}{2} \\ x_1 \leq 2, \\ x_1, x_2 \geq 0. \end{cases}$$

25. $f_1(x_1,x_2) = 7x_1 + 6x_2 \to \max;$

$f_2(x_1,x_2) = -x_1 + x_2 \to \min;$

$$\begin{cases} 5x_1 - 2x_2 \geq -24, \\ x_1 + 2x_2 \geq 16, \\ x_1 - 4x_2 \leq -8, \\ 4x_1 + 3x_2 \leq 82, \\ x_1, x_2 \geq 0. \end{cases}$$

26. $f_1(x_1,x_2) = 7x_1 + 2x_2 \to \max;$

$f_2(x_1,x_2) = -4x_1 + 5x_2 \to \min;$

$$\begin{cases} 4x_1 - 3x_2 \geq -24, \\ x_1 + 2x_2 \geq 12, \\ 3x_1 - 4x_2 \geq 16, \\ 4x_1 + 5x_2 \leq 104, \\ x_1, x_2 \geq 0. \end{cases}$$

27. $f_1(x_1,x_2) = 8x_1 - 7x_2 \to \max;$

$f_2(x_1,x_2) = 2x_1 - x_2 \to \min;$

$$\begin{cases} 5x_1 - 4x_2 \geq -14, \\ x_1 + x_2 \geq 8, \\ 2x_1 - 5x_2 \leq 32, \\ 3x_1 + 4x_2 \leq 94, \\ x_1, x_2 \geq 0. \end{cases}$$

28. $f_1(x_1,x_2) = x_1 + 5x_2 \to \max;$

$f_2(x_1,x_2) = -5x_1 + 7x_2 \to \min;$

$$\begin{cases} 3x_1 - 4x_2 \geq -40, \\ 3x_1 + 7x_2 \geq 56, \\ 3x_1 - 3x_2 \leq 22, \\ 5x_1 + 6x_2 \leq 136, \\ x_1, x_2 \geq 0. \end{cases}$$

29. $f_1(x_1,x_2) = 2x_1 + 3x_2 \to \max;$

$f_2(x_1,x_2) = 2x_1 - x_2 \to \min;$

$$\begin{cases} \frac{5}{3}x_1 - x_2 \geq -10, \\ x_1 + \frac{4}{3}x_2 \geq \frac{32}{3}, \\ x_1 - \frac{5}{2}x_2 \leq 3, \\ 7x_1 + 6x_2 \leq 162, \\ x_1, x_2 \geq 0. \end{cases}$$

30. $f_1(x_1,x_2) = x_1 + 2x_2 \to \max;$

$f_2(x_1,x_2) = 7x_1 + 9x_2 \to \min;$

$$\begin{cases} 7x_1 - 8x_2 \geq -12, \\ 5x_1 + 2x_2 \geq 30, \\ 3x_1 - 8x_2 \leq 48, \\ 3x_1 + 4x_2 \leq 84, \\ x_1, x_2 \geq 0. \end{cases}$$

Варіанти завдання 2

1. На шахті «Добропільська» функціонує три видобувних дільниці. Видобуте на кожній з них вугілля має різний вміст сірки, а також різні показники вологості й зольності (табл. 6.1). Стосовно кожної з дільниць відомі значення максимально можливого й мінімально необхідного обсягу видобутку, а також витрати на видобуток однієї тони сировини (табл. 6.1). Необхідно, з огляду на характеристики вугілля, що видобувається на кожній дільниці, скласти план робіт таким чином, аби витрати на видобуток були мінімальними, його обсяг максимальним, і виконувалися б усі вимоги споживачів до якості сировини (вони подані в табл. 6.2).

Таблиця 6.1

Характеристики вугілля, % та показники роботи дільниці	Номер дільниці		
	1	2	3
Зольність	49	37	23
Вологість	7	8	10
Вміст сірки	1,8	2,1	3
Витрати, грн	1184,210	1381,777	1083,515
Максимальний обсяг видобутку, тис. т	1650	1090	1270
Мінімальний обсяг видобутку сировини, тис. т	1200	600	530

Таблиця 6.2

Якість вугілля	Зольність, %	Вологість, %	Вміст сірки, %
Експлуатаційна	39,5	–	–
Середня	–	8,2	2,16
Не більше	47,4	9,8	2,6

2. Авіакомпанія для організації пасажирських перевезень між центром Ц і чотирма містами М1, М2, М3, М4 має у своєму розпорядженні три групи літаків. Перша група складається з 10 чотиримоторних, друга – з 25 двомоторних літаків нового зразка і третя – з 40 двомоторних літаків старого зразка. Дані про кількість пасажирів, що може бути перевезена одним літаком певного типу кожним маршрутом протягом одного місяця, і пов'язані з цим експлуатаційні витрати на 1 літак (тис. грн) відображено в табл. 6.3. Кількість пасажирів, яких потрібно перевозити на кожному маршруті протягом місяця,

становить відповідно 40, 50, 40, 30 тис. людей, а вартість одного квитка дорівнює 200, 150, 180 і 300 грн. Необхідно розподілити літаки серед маршрутів, виходячи з умови досягнення максимального прибутку авіакомпанії та максимальної кількості перевезених пасажирів.

Таблиця 6.3

Тип літака	Кількість пасажирів на маршруті / експлуатаційні витрати, тис. грн			
	Ц – М1	Ц – М2	Ц – М3	Ц – М4
I	320/1,2	300/0,8	190/1,5	250/1,6
II	200/1,4	250/1,5	170/2,0	260/2,9
III	225/1,0	300/1,1	200/1,8	320/1,7

3. Збагачувальна фабрика отримує 4 види вугілля в таких кількостях: 400, 250, 350 і 100 тис. т. Унаслідок змішування цих чотирьох компонентів у різних пропорціях утворюється три сорти концентрату: *А* (1 : 1 : 1 : 1), *Б* (3 : 1 : 2 : 1) і *В* (2 : 2 : 1: 3). Вартість 1 тис. т концентрату дорівнює 120, 100 і 150 грн відповідно. Скласти оптимальний план випуску продукції, що забезпечує досягнення її максимальної сумарної вартості й максимальної кількості.

4. У роботі підприємства може бути задіяно п'ять технологічних процесів: *Т*1, *Т*2, *Т*3, *Т*4, *Т*5, причому кількість одиниць продукції, випущеної із застосуванням кожного з них за одиницю часу, відповідно дорівнює 300, 260, 320, 400 і 450 шт. У технологічному процесі враховуються такі виробничі чинники: кількість сировини, енергозатрати, витрати на заробітну платню й накладні витрати. Їх величини при роботі протягом одиниці часу в застосуванні до різних технологій зведено в табл. 6.4. Визначити виробничу програму, яка максимізує випуск продукції і потребує мінімальної кількості електроенергії.

Таблиця 6.4

Виробничі ресурси	Витрати на різні технології					Ліміт ресурсу
	*Т*1	*Т*2	*Т*3	*Т*4	*Т*5	
Сировина, т	15	20	15	14	18	2000
Електроенергія, кВт	0,2	0,3	0,15	0,25	0,3	300
Накладні витрати, грн	4	5	6	3	2	1000
Зарплатня, грн	6	3	4	6	3	1600

5. Механічний завод у виробництві трьох типів деталей (I, II та III) використовує токарні, фрезерувальні й стругальні верстати. При цьому обробку

деталей кожного типу можна вести трьома різними технологічними способами *T*1, *T*2 і *T*3. У табл. 6.5 подано норми часу для обробки деталі на відповідному верстаті кожним технологічним способом, а також часові ресурси (у верстато-годинах) кожної групи обладнання. Прибуток від продажу кожного виду виробу становить відповідно 22, 18 й 30 грн. Скласти оптимальний план завантаження виробничих потужностей, який забезпечує максимальний прибуток за умови мінімального використання токарних верстатів.

Таблиця 6.5

Тип верстата	Норми часу на обробку деталей, год									Ресурс часу, год
	I			II			III			
	*T*1	*T*2	*T*3	*T*1	*T*2	*T*3	*T*1	*T*2	*T*3	
Токарний	1	0,9	1,1	1,2	1,5	–	0,9	–	–	200
Фрезерувальний	0,8	0,8	1,3	0,9	1,1	1,3	1,1	0,8	–	400
Стругальний	–	0,7	0,7	0,7	–	1,3	1,3	0,6	–	300

6. В умовах попередньої задачі за наявності додаткових умов, коли між кількістю деталей, які випускаються, має виконуватися співвідношення комплектності 1 : 2 : 1, скласти оптимальний план завантаження виробничих потужностей, що забезпечує виготовлення максимального числа комплектів при максимальній вартості продукції.

7. Користуючись умовами задачі 5, скласти оптимальний план завантаження виробничих потужностей, який забезпечує максимальний прибуток при мінімальній кількості випуску деталей другого типу.

8. Для виготовлення сплаву зі свинцю, цинку та олова певного складу використовується сировина у вигляді п'яти сплавів з тих самих металів, що мають різний склад і вартість (табл. 6.6). Визначити, яку кількість сплаву кожного виду потрібно взяти, щоб виготовити при мінімальній собівартості максимальну кількість сплаву, який містить олова – від 40 до 60 % і цинку – від 20 до 30 %, враховуючи, що наявні ресурси сплавів I – V становлять 20, 25, 15, 30, 20 кг відповідно.

Таблиця. 6.6

Тип сплаву	Вміст металу, %			Питома вартість, грн/кг
	Свинець	Цинк	Олово	
I	25	30	45	8
II	10	80	10	17
III	30	30	40	10
IV	40	25	35	12
V	10	70	20	15

9. Деталі *А*, *Б*, *В* можна обробити на трьох верстатах (I, II, III). У табл. 6.7 подано норми витрат часу на обробку верстатом відповідної деталі,

витрати на одну годину роботи верстата і граничний час його роботи. Вважаючи, що кожна деталь може оброблятися на будь-якому з верстатів, скласти оптимальну виробничу програму, враховуючи такі критерії: максимум випуску товарної продукції *Т*; мінімальну собівартість продукції *В*.

Таблиця 6.7

Верстати	Норма часу обробки, год			Витрати на годину роботи, грн	Час роботи верстата, год
	А	*Б*	*В*		
I	0,3	0,1	0,2	30	50
II	0,5	0,2	0,4	20	60
III	0,4	0,5	0,3	15	40

10. Використовуючи дані табл. 6.7 і вважаючи, що кожна деталь послідовно обробляється на всіх верстатах, скласти виробничу програму, яка при мінімальних витратах забезпечує максимальну завантаженість обладнання, враховуючи умови комплектності 3 : 2 : 1.

11. Розв'язати задачу 10 за умови, що кожна деталь може оброблятися на будь-якому з верстатів.

12. Нафтопереробний завод отримує 4 види напівфабрикатів: 400 тис. л алкілату, 250 тис. л крекінг-бензину, 350 тис. л бензину прямої перегонки і 100 тис. л ізопентану. Унаслідок змішування цих чотирьох компонентів у різних пропорціях утворюється три сорти авіаційного бензину: бензин *А* (5 : 2 : 1 : 1) , бензин *Б* (3 : 1 : 2 : 1) і бензин *В* (2 : 2 : 1 : 3). Вартість 1 тис. л бензину дорівнює 12000 грн, 20000 грн і 25000 грн відповідно.

Скласти план виробництва бензину, який забезпечить досягнення максимальної вартості всієї продукції та її максимального об'єму.

13. Користуючись умовами попередньої задачі, скласти оптимальний план виробництва бензину з метою забезпечення максимального використання компонентів і максимальної вартості продукції.

14. Підприємство має намір закупити вугілля певної якості. Для оцінювання пропозицій у виборі марок вугілля використовують такі критерії: вміст сірки, золи, вихід летких сполук, калорійність, обсяг запасу на складі, вартість.

Оцінки кожної з марок вугілля відповідно до перелічених критеріїв відомі. У розгляді беруть участь п'ять марок вугілля М1, М2, М3, М4, М5 з такими характеристиками:

М1 – довгополуменеве рядове вугілля (розмір частинок 0 – 300 мм) із нормальним вмістом сірки (0,3 %), середнім вмістом золи (14 %), великим виходом летких сполук і недостатньо високою калорійністю. Ціна за одну тонну прийнятна.

М2 – довгополуменеве дрібно-велике вугілля (25 – 200 мм) з нормальним вмістом сірки (0,4 %), малим вмістом золи (10,3 %), великим виходом летких сполук (43 %) і недостатньо високою калорійністю. Ціна за одну тонну прийнятна.

М3 – слабоспікне вугілля (6 – 13 мм) з нормальним вмістом сірки (0,3 %), середнім вмістом золи (15 %), середнім виходом летких сполук (24,6 %) і досить високою калорійністю. Ціна за одну тонну прийнятна.

М4 – довгополуменеве коксівне вугілля (13 – 100 мм) з нормальним вмістом сірки (0,25 %), середнім вмістом золи (16 %), високим виходом летких сполук (45,7 %) і достатньою калорійністю. Ціна за одну тонну прийнятна.

М5 – рядове шахтове вугілля (100 – 300 мм) з нормальним вмістом сірки (0,3 %), високим вмістом золи (18,5 %), низьким виходом летких речовин (14 %) і досить високою калорійністю. Ціна за одну тонну прийнятна.

Основні характеристики цих марок вугілля зведено в табл. 6.8.

Скласти рейтинг марок вугілля, використовуючи описані вище критерії. Визначити, яку кількість вугілля кожної марки необхідно закупити для виготовлення суміші заданої якості за мінімальною ціною.

Таблиця 6.8

Дані для оцінювання якості вугілля

Марка	Характеристики					
	Вміст сірки, %	Вміст золи, %	Вихід летких сполук, %	Калорійність, ккал/кг	Запас, т	Вартість за тонну, грн
М1	0,3	14	41,4	6100	2500	240
М2	0,4	10,3	43	6450	3450	280
М3	0,3	15	24,6	7450	5600	300
М4	0,2	16	45,7	6500	4300	210
М5	0,3	18,5	14	7350	1600	150

15. Підприємство має намір закупити вугілля для виготовлення паливної суміші певної якості. До складу суміші висуваються такі вимоги: вміст сірки не більше 2 %, золи не більше 14 %, вихід летких сполук не більше 25 %, калорійність не менше 6500 ккал/кг. Відомості про характеристики кожної з марок вугілля та їхні запаси на складі подано в табл. 6.8.

Визначити, яку кількість вугілля кожної марки необхідно закупити для виготовлення максимального об’єму паливної суміші заданої якості за мінімальною ціною.

16. Відкрите акціонерне товариство "Полтавський ГЗК" працює на базі родовищ Кременчуцької магнітної аномалії. Сировина для комбінату надходить із Горішньоплавнівського та Лавриківського родовищ. Найважливішим технологічним процесом у відкритій розробці руди є перевезення гірничої маси. Транспортні витрати становлять близько половини загальних витрат на видобуток корисної копалини. На комбінаті запроваджено комбінований тип

перевезень – сукупність залізничного, автомобільного й конвеєрного транспорту. Автомашини, завдяки своїй маневреності й мобільності, доставляють гірничу масу з робочої зони кар'єру до перевантажувальних пунктів, а далі в пункти призначення продукт перевозиться іншими видами транспорту.

У структурі основних виробничих фондів автогосподарства на кар'єрні самоскиди припадає близько 80 % капіталовкладень. Із цієї причини підвищення ефективності основних виробничих фондів неможливе без збільшення річного обсягу перевезень автотранспортними засобами шляхом запровадження змінного графіка роботи самоскидів, скорочення їхніх простоїв під час технічного обслуговування й ремонту, а також без поліпшення якості управління виробничими процесами в автогосподарстві. Усе перелічене реально досягти за умови доброго виробничо-технічного забезпечення підприємства.

Оскільки виникла необхідність у збільшенні обсягів видобутку руди, довелося при заглибленні кар'єру (–240 м) розширити його борти. Це зумовило часткову реорганізацію ЦПТ (циклічно-потокової технології), що передбачає попереднє дробіння й переміщення конвеєрним транспортом гірничої маси з низьких горизонтів на поверхню кар'єру. Щоб скоротити довжину маршрутів і зберегти обсяги перевезень, потрібно було облаштувати додаткову кількість перевантажувальних пунктів. Але для уникнення простоїв залізничних комплексів на перевантажувальних пунктах необхідно збільшити кількість технологічних самоскидів. З огляду на описані умови, розв’яжіть задачу вибору марки й типу самоскида серед наявних альтернативних варіантів. Зробіть необхідні припущення.

17. Підприємство виготовляє і продає фарбу таких видів: морозостійку (I), водостійку (II), для фарбування шпалер (III), для покриття скла (IV).

У виробництві фарби використовують три вихідні продукти: *A*, *B*, *C*. Дані про витрати сировини на виготовлення 1 т кожного виду фарби, наявні запаси продуктів на складі та про виручку від реалізації 1 т фарби наведено в табл. 6.9.

Таблиця 6.9

Дані для розрахунку виробництва фарби

Початковий продукт	Витрати продуктів у т на 1 т фарби				Запаси продуктів на складі, т
	I	II	III	IV	
A	0,1	0,1	0,4	0,1	1,6
B	0,3	0,1	0,3	0,4	2,1
C	0,2	0,3	0,2	0,1	1,8
Дохід від реалізації 1 т фарби	5000	4000	3000	7000	

Визначити, яку кількість фарби кожного виду необхідно виробити підприємству, аби отримати максимальний прибуток, за умови, що витрати на

1 т фарби кожного виду не перевищували б 3000, 2000, 1000 та 5000 грн відповідно, а в сумі були б мінімальними.

18. Перед підприємством стоїть завдання вибору найкращого постачальника молочної продукції. Для оцінювання комерційних пропозицій претендентів використовуються такі критерії: якість продукції, вартість і надійність постачання, фінансовий стан підприємства, рівень сервісу.

Оцінки постачальників стосовно кожного із названих критеріїв відомі. Потрібно скласти рейтинг претендентів і вибрати оптимальний варіант. Розглядається шість підприємств (П1, П2, ПЗ, П4, П5, П6) з такими характеристиками:

П1 – велике підприємство, що добре зарекомендувало себе на ринку, ціни на його продукцію значно перевищують ті, що встановлені іншими виробниками. Високий рівень гнучкості постачання, якісне обслуговування. Добра якість продукції. Серед недоліків – географічна віддаленість і значні транспортні витрати.

П2 – новий постачальник на ринку, який не встиг зарекомендувати себе. Фінансовий стан стійкий. Ціни порівняно невисокі, якість продукції дуже добра. Розташоване поблизу підприємства-споживача, що значно скорочує терміни поставок.

ПЗ – невелике підприємство, що динамічно розвивається. Фінансовий стан фірми можна характеризувати як стійкий. Особливу увагу на підприємстві приділяють якості продукції. До недоліків треба віднести великі терміни постачання та перебої в транспортуванні сировини. Вартість продукції порівняно висока за рахунок значних транспортних витрат.

П4 – відносно низька ціна (на 10 – 12 % нижча від вартості продукції інших постачальників), але має місце віддаленість від фірми-споживача. Фінансовий стан відносно стабільний. Налагоджено мережу постачання, хороше обслуговування. Якість продукції задовільна.

П5 – високий показник якості й свіжості продуктів. Географічна віддаленість, великі терміни поставок. Високий рівень обслуговування, відносно високі, але прийнятні ціни. Стабільний фінансовий стан.

П6 – хороша репутація, налагоджено розподільну мережу, різноманітний асортимент продукції, рекламна та інформаційна підтримка. Показник свіжості досить високий. Стабільний фінансовий стан. Вартість постачання продукції трохи перевищує вартість транспортування в постачальника П1.

Кількісний вимір показників роботи можливих постачальників молочної продукції зведено в табл. 6.10.

Таблиця 6.10

Кількісні характеристики критеріїв вибору постачальника

Постачальник	Вартість одиниці продукції, грн	Вартість доставки, грн	Термін поставок, діб
П1	5,4	38	3
П2	4,7	30	1
П3	5,1	36	2
П4	4,1	32	2,5
П5	4,8	35	4,5
П6	5,2	39	2

19. Молодому співробітникові підприємства «Лідер», належить вибрати місце стажування з огляду на такі критерії: вартість стажування, сума, яку зобов'язується сплатити за стажування підприємство, тривалість стажування, надання тимчасового помешкання, кількість місць стажування, рівень підготовки. Можливі варіанти подано в табл. 6.11

Таблиця 6.11

Характеристики можливих місць стажування співробітника за критеріям вибору

Назва країни	Вартість стажування, EUR	Частка суми, яку сплачує за стажування підприємство, %	Тривалість стажування, місяць	Наявність тимчасового помешкання	Кількість місць стажування	Рівень підготовки
Франція	2000	50	3	надається	5	добрий
Німеччина	4000	65	4	надається	9	відмінний
Італія	1500	50	5	не надається	6	добрий
Швеція	5000	90	6	надається	7	добрий
Швейцарія	6500	30	2	надається на перший тиждень	2	відмінний

Беручи до уваги перелічені критерії, необхідно вибрати одне з місць стажування.

20. Для оздоблення стін будинку бригада штукатурів може використовувати три різні технології T_1, T_2, T_3. Для кожної з них знадобиться спеціальна суміш, у складі якої три компоненти P_1, P_2, P_3, змішані в певних пропорціях.

Вартість і продуктивність робіт з використанням кожної технології, а також склад відповідної суміші, подано в табл. 6.12. Необхідно визначити

тривалість використання технологій T_1, T_2, T_3, що дозволить забезпечити максимальний обсяг виконаних робіт і мінімальну їх вартість.

Зауважимо, що за згодою керівництва сумарну вартість робіт дозволено збільшити в деяких межах (вона не повинна перевищувати 9000 грн).

Таблиця 6.12

Якісні характеристики оздоблювальних технологій

Назва технології	Масові частки складових суміші			Витрата, кг/м^2	Продуктивність праці бригади, м^2/год	Вартість робіт грн/ м^2
	P_1	P_2	P_3			
T_1	0,4	0,1	0,5	10	4	12
T_2	0,375	0	0,625	8	5	15
T_3	0	0,5	0,5	8	6	22
Наявні ресурси, кг	1000	900	2500			

21. Господиня збирається консервувати продукти. Вона може використовувати банки об'ємом 0,5; 0,75; 1; 1,5 і 3 л. Відомо, які продукти буде законсервовано, та деякі додаткові характеристики. Потрібно визначити, яку кількість банок кожного об’єму належить використати для консервування кожного продукту, щоб усі вони пішли в хід, а всі плани господині щодо заготівель було виконано.

Розглядають чотири види продукції (П1, П2, П3, П4) з такими характеристиками:

П1 – заготівля огірків середнього розміру – одна з найскладніших у приготуванні позиція, проте смак цієї консерви добре оцінено членами родини. Необхідно заготувати максимальну кількість саме їх, причому число банок об’ємом 0,5 і 0,75 л не повинно перевищувати 10 штук (у них закладуть маленькі огірки).

П2 – консервування помідорів. Заплановано заготувати томатний сік, лечо або цілі помідори. Зрозуміло, що в хід підуть банки всіх видів. Враховуючи потреби сім’ї, необхідно виготовити більше 30 літрів помідорних консервів.

П3 – заготівля варення, для чого підійде багато видів овочів і фруктів. Літраж банок при фасуванні цього продукту не має значення. Заплановано приготувати понад 25 літрів смачного варення.

П4 – асорті з овочів, дуже популярний вид консервів, для якого підходять різноманітні банки. Заплановано виготовити цього продукту більше 20 літрів.

Наявну кількість банок різного об’єму подано нижче.

Літраж банок	0,5	0,75	1	1,5	3
Наявна кількість банок	50	10	15	30	20

22. Припустимо, $X = \{x_1, x_2, x_3, ... x_{11}\}$, являє собою множину категорій споживачів і визначена таким чином:

за місцем проживання: x_1 – мешканці Дніпропетровська, x_2 – мешканці районних центрів, x_3 – жителі сіл;

за місцем отримання повної середньої освіти: x_4 – школа, x_5 – технікум, x_6 – спеціалізований ліцей;

за оцінками в шкільному атестаті: x_7 – відмінники, x_8 – ті, чиї знання оцінено добре й відмінно;

за перевагами особистих захоплень: x_9 – спортсмени, x_{10} – прихильники точних наук, x_{11} – гуманітарії.

Відомо також така множина університетів $Z = \{z_1, z_2, z_3, z_4\}$, причому

z_1 – НТУ «Дніпровська політехніка» ;

z_2 – Дніпровський національний університет імені Олеся Гончара;

z_3 – Дніпровський державний медичний університет;

z_4 – Дніпровський державний аграрно-економічний університет.

Університети оцінюються за певними ознаками. Припустимо, множина ознак $Y = \{y_1, y_2, y_3, y_4\}$, де

y_1 – територіальне розташування ЗВО;

y_2 – бренд ЗВО;

y_3 – відповідність обраній спеціальності;

y_4 – схвальні відгуки близьких.

Необхідно визначити зони впливу університетів на відповідні категорії абітурієнтів, враховуючи перелічені ознаки.

23. Компанія для організації вантажних перевезень між центром і чотирма філіями, що розташовані в різних місцях, має у своєму розпорядженні 30 автомобілів. Кількість одиниць товару, яку може перевезти кожен автомобіль за один рейс, і пов'язані з цим витрати, обсяг яких залежить від запитів конкретної філії, подано в табл. 6.13. Мінімальна кількість товару, яку потрібно доставити за місяць у кожну філію, становить, відповідно 4, 5, 3 та 4 тис. од. Величина прибутку від перевезення одиниці товару також зумовлена напрямком перевезення і дорівнює 20, 15, 18 і 30 грн відповідно. Кожен автомобіль може здійснити за місяць 20 рейсів. Потрібно розподілити автомобілі серед маршрутів, виходячи з умов максимізації прибутку компанії та мінімізації витрат на рейси. Обидва критерії вважати рівнозначними.

Таблиця 6.13

Вихідні дані для розподілу автомобілів за маршрутами

Кількість товару/експлуатаційні витрати, шт / грн			
Філія 1	Філія 2	Філія 3	Філія 4
40/200	60/400	45/350	60/700

24. Друкарня ВАТ «Видавництво «Зоря» випускає товари народного споживання (ТНС): зошити, альбоми для малювання, щоденники учнівські,

бланки шкільної документації (табелі та ін.), папір, блокноти, книги, папки, бланки грамот, дипломів, інші ТНС. Витрати паперу на виготовлення кожного виду продукції різні, їх подано в табл. 6.14. У випуску всіх видів продукції задіяні такі чинники: електроенергія, людські ресурси, витратні матеріали. У собівартість одиниці продукції закладено таке співвідношення затрат: 10 % – електроенергія, 50 % – людські ресурси, 5 % – амортизаційні відрахування, 10 % – витратний матеріал. Споживання ресурсів не повинно перевищувати їх запасів. Кількісні характеристики ресурсів, що витрачаються на виготовлення одиниці продукції, та відповідні їм граничні суми витрат наведено в табл. 6.14. Крім того, відомо величини прибутку від одиниці продукції кожного виду (див. табл. 6.14). Для задоволення потреб ринку в продукції підприємства друкарня повинна щодня випускати зошитів не менше 2000 шт., альбомів для малювання – 20 шт., грамот, дипломів –15 шт., папок та інших ТНС – 50 і 70 шт. відповідно. При цьому виробничі потужності обладнання не дозволяють виготовляти більше 5000 зошитів на день.

Необхідно скласти такий план виробництва ТНС, виконання якого забезпечить максимальний прибуток, а загальна витрата електроенергії на виготовлення продукції буде мінімальною.

Таблиця 6.14

Вихідні дані до складання плану виробництва ТНС для друкарні

Найменування чинника	Вид продукції (витрати у грн)										Граничні витрати, грн
	зошит	альбом	щоденник	табель	фасований папір	книги	папка	блокнот	грамоти, дипломи	інше	
Електроенергія	0,098	0,095	0,098	0,089	0,085	0,084	0,089	0,095	0,059	0,099	7000
Людський ресурс	0,359	0,157	0,188	0,053	0,51	0,504	0,34	0,357	0,154	0,059	6380
Амортизація	0,349	0,475	0,049	0,445	0,043	0,242	0,044	0,147	0,030	0,049	3450
Папір	0,98	0,95	0,98	0,895	0,85	0,95	0,84	0,689	0,59	0,99	Не обме-жений
Витратні матеріали	0,098	0,095	0,098	0,090	0,085	0,084	0,189	0,095	0,059	0,130	1940
Прибуток	0,294	0,285	0,294	0,269	0,255	0,285	0.252	0,267	0,177	0,297	

25. Кондитерська фабрика «Самарська», як один із найбільших вітчизняних виробників елітних солодощів, щодня постачає продукцію споживачам на всій території України. Вантажі відправляють двома караванами фур. У табл. 6.15 подано відомості про кількість транспортних засобів різних

типів для щоденного комплектування караванів, вантажопідіймальність кожного засобу та ціну перевезення тонни вантажу. Визначити оптимальне число караванів фур кожного типу для перевезення максимальної кількості вантажу.

Таблиця 6.15

Вихідні дані для здійснення щоденної схеми перевезень солодощів

Тип транспортного засобу за ознакою вантажопідіймальності	Кількість автомашин	Тип каравану		Місткість, т	Вартість перевезення тонни вантажу, грн	
		1	2		I караван	II караван
Малої	50	4	6	5	15	17
Середньої	65	6	8	7	18	20
Великої	31	3	2	15	13	14

26. Нехай у момент часу T_0 маємо множину $\{C_1, C_2, .. C_т\}$ кредитних запитів, і кожен з них може бути прийнятий банком до виконання. Щодо всякого кредитного запиту відомі такі умови: розмір позики R_k, яку бажано отримати позичальнику в момент часу T_0; графік повернення позичених грошей з урахуванням відсотків за наданий кредит. У цьому графіку враховано розмір майбутніх платежів Y_k, які здійснює позичальник у моменти часу T_k, $k = 1, 2, ... l$. Передбачимо, що r – процентна ставка банку за використання кредитних ресурсів у разі задоволення i-го запиту, m – відсоткова ставка в момент r^*, яку розраховують за схемою складних відсотків, тобто $R_k = (1 + r)nT_0 - 1$, $k = 1, 2, ... , l$. За умови виконання банком i-го кредитного запиту, а також при повному своєчасному погашенні кредиту його чистий дохід D можна обчислити за такою формулою:

$$D_i = -Q_i + \sum_{k=1}^{l} \frac{V_k}{1 + R_k}.$$

Оскільки кредитні ресурси банку обмежені, виникає завдання вибору запитів для розміщення їх у кредитному портфелі. Необхідно сформувати такий його вміст, що забезпечує банку максимальний сумарний дохід від наявних в момент часу T_0 кредитних ресурсів з урахуванням ризиків неплатоспроможності позичальників і можливості збільшення в разі потреби кредитних ресурсів.

27. Потрібно вибрати один із трьох маршрутів перевезення меблевої продукції заводу «Прогрес» від підприємства до ж/м «Червоний Камінь» з урахуванням обмежень і вибраних критеріїв.

28. Маємо три елітних житлових комплекси: *A* – «Парковий», *B* – «Вежі», *C* – «Альбіон», які зведено різними будівельними компаніями. Кожен з них оцінюється за п’ятьма характеристиками:

– територіальна привабливість району;

– умови житлового кредитування;

– якість і вартість послуг, пов’язаних з експлуатацією житла;

– перспектива зростання вартості квартир;

– панорама, яка відкривається з вікон комплексу.

Експертами визначено відносну важливість кожної з цих характеристик і відношення переваг між комплексами за кожною характеристикою. Необхідно вибрати житловий комплекс, який найбільшою мірою задовольняє задані вимоги споживача.

29. Підприємству «Флешгер» необхідно вибрати радіостанції, на яких буде проводитися рекламна кампанія його продукції, та розподілити між ними рекламний бюджет у розмірі 1 200 000 грн. За рішенням експертів для аналізу були вибрані такі радіостанції: «Мелодія», «Хіт ФМ», «Люкс ФМ», «Українське радіо», «Авторадіо», «Наше радіо».

Необхідно сформувати інтегровані характеристики кожного з перелічених ЗМІ за такими критеріями як рейтинг серед слухачів, вартість виготовлення рекламного ролика, середня ціна за 15 секунд ефірного часу, зона покриття і частота виходу в ефір рекламних блоків, вміст й організація рекламного пакета. За цими критеріями необхідно вибрати найбільш ефективні радіостанції для проведення рекламної кампанії, а також визначити максимально прийнятну кількість випущених на кожній радіостанції роликів у складі кожного рекламного пакета.

30. Підприємство випускає латунь звичайного, спеціального й декоративного призначення, ціна її реалізації становить 3, 4,5 і 6 грн за кілограм кожного виду відповідно. Виробнича потужність підприємства дозволяє виготовляти (протягом планового періоду) не більше 500 кг звичайної латуні, 600 кг спеціальної та 250 кг декоративної. Обов'язкові компоненти сплавів – мідь, цинк, свинець і нікель. За технологією декоративна латунь повинна містити не менше 7 % нікелю, 49 % міді й не більше 29 % свинцю; спеціальна – не менше 3 % нікелю, 71 % міді, 9 % цинку і не більше 21 % свинцю. У звичайному сплаві компоненти включено без обмежень.

Виходячи з необхідності задоволення потреб ринку в асортименті, передбачити можливість його корегування за окремими (або навіть за всіма) показниками, побудувати моделі для формулювання таких екстремальних задач: максимізувати обсяг реалізованої продукції; максимізувати прибуток.

31. Об'єкт аналізу – виробництво трембелів (плічок для одягу) в кількості 3000 штук на тиждень (6 робочих днів). У виготовленні продукції задіяно 2 види сировини: пластмаса й дерево. Пластмасові трембелі реалізують споживачам по 3 грн за штуку, а дерев'яні – по 6 грн. Маса пластмасового трембеля становить 0,1 кг, дерев'яного – 0,2 кг. На складі наявний залишок пластмаси в 50 кг. Крім того, відомо, що максимальний тижневий обсяг

замовлення обох видів сировини становить 400 кг, причому розмір поставок дерева може бути й меншим. Пластмасові трембелі вважаються пріоритетнішими для виробництва через нижчу собівартість і менші затрати праці, що своєю чергою, дозволяє підвищити обсяги випуску трембелів. При замовленні сировини встановлено такі обмеження: пластмаси має бути в 1,5 раза більше, ніж дерева. Потрібно знайти оптимальну кількість замовленої сировини, за якою продажна вартість трембелів була б найвищою.

32. У ході планування діяльності підприємства "Полтавський ГЗК" на наступний рік для зниження витрат на заміну обладнання кар'єрних великовантажних машин керівництвом підприємства було вирішено частково оновити парк цих транспортних засобів. Із цією метою було розглянуто такі моделі машин: самоскид Komatsu HD785-8, Sany SRT95, Volvo A60H, Scania G-440 8×4 XT, MAN TGS 41.480 8×8-WW.

Аналіз пропонованих засобів здійснювали три експерти, які оцінювали варіанти за такими показниками: вантажопідіймальність, потужність двигуна, маневреність, економічність. Довіру до думок експертів визначено таким чином: $\lambda_1 = 0{,}5$; $\lambda_1 = 0{,}1$; $\lambda_1 = 0{,}4$ (λ_i – рівень довіри до i-го експерта). Необхідно визначити модель машини, яку слід обрати для заміни (відновлення) парку транспортних засобів.

33. Автоматизована система складання плану ліквідації аварій на гірничому підприємстві налаштована на вибір найбільш безпечного маршруту для евакуації людей з місця аварії та прибуття допомоги на місце її виникнення, а також на організацію оперативної частини плану припинення небезпечної ситуації. У процесі вибору враховуються дані про різні показники стану тієї чи іншої гірничої виробки.

Відомо, що ефективність вирішення проблем, які виникають у процесі ліквідації аварії, залежить від своєчасного прибуття рятувального підрозділу в потрібне місце, а значить, від вибору найкоротших у часі маршрутів їх прямування. До того ж належить враховувати й інші критерії, що оцінюють безпеку людей (загазованість, високу температуру середовища і под.).

34. Підприємству «Міленіум Фло» необхідно розробити оптимальну рекламну стратегію. У зв’язку з цим розглянуто 5 варіантів випуску реклами продукції в таких медійних засобах: 11-й канал, Інтер, СТБ, 9-й канал, 1+1. Керівник відділу реклами спирається у своєму виборі на такі показники: рейтинг телеканалу, вартість проведення рекламної акції, зона покриття й частота виходу в ефір рекламних блоків. Пріоритети перелічених критеріїв він оцінює таким чином: 0,5, 0,2, 0,1 та 0,2.

35. У заводській лабораторії вивчають доменний і коксовий гази. Склад кожного газу визначено й записано в табл. 6.16. У ході лабораторних досліджень виявилось, що при змішуванні газів у деяких співвідношеннях кількість тепла, яка виділяється сумішшю при згорянні, була більшою, ніж та що має місце внаслідок згоряння окремо доменного чи коксового газу. До того ж спостерігалось, що після підвищення вмісту в складі суміші CO_2 кількість

виділеної теплоти при згорянні збільшується, а коли підвищити вміст N_2 – то зменшується. Необхідно визначити процентний склад суміші, яка має найбільшу тепловіддачу.

Таблиця 6.16

Вміст компонентів у досліджуваних газах, %

Назва компонента	Назва газу	
	доменний	коксовий
CO_2	15	3
H_2	2	59
CH_4	0,3	27
CO	27	7
N_2	55,5	0
O_2	0,2	1
інші	–	3

36. Підприємство виробляє три види продукції: дозиметри, спектрометри, радіометри. Експертами визначено відносну важливість кожної характеристики продукції та з'ясовано переваги серед товарів за кожним показником. Необхідно встановити, який вид продукції найбільшою мірою задовольняє задані характеристики.

37. Виробничий комплекс «Марина» випускає морозиво трьох видів: «Десертне» – № 1, «Вершкове» – № 2, «Молочне» – № 3. Попит на морозиво № 2 вищий, ніж на морозиво № 1, від чого, своєю чергою, залежать обсяги виробництва кожного з цих видів продукції. До того ж відомо, що попит на морозиво № 3 трохи нижчий, ніж на морозиво № 1. У рецептурі приготування всіх видів морозива використовують таку сировину: незбиране молоко, сухе молоко, цукор, емульгатори й стабілізатори (ем./ст.) 1-го сорту, для виробництва морозива № 3, емульгатори і стабілізатори (ем./ст.) 2-го сорту для виробництва морозива № 1, № 2, інші інгредієнти.

Співвідношення основних видів складових у готовій продукції має бути таким:

Морозиво № 1: незбиране молоко – 30 % сухе молоко; – 20 %; цукор – 20 %; емульгатори й стабілізатори 2-го сорту – 20 %.

Морозиво № 2: незбиране молоко – 30 %; сухе молоко – 20 %; цукор – 20 %; емульгатори й стабілізатори 2-го сорту – 20 %.

Морозиво № 3: незбиране молоко – 35 %; сухе молоко – 15 %; цукор – 20 %; емульгатори й стабілізатори 1-го сорту – 20 %.

На складі підприємства наявні такі ресурси: незбиране молоко (1200 кг), сухе молоко (100 кг), цукор (900 кг), емульгатори й стабілізатори 1-го (300 кг); емульгатори й стабілізатори 2-го сорту (500 кг); кількість інших інгредієнтів у

даному випадку не має значення. Прибуток від продажу кілограма морозива № 1 становить 2,5 грн, № 2 – 2,5 грн, № 3 – 2,6 грн.

Необхідно розробити план випуску продукції, який забезпечить максимальний прибуток від її продажу.

38. Підприємство для виготовлення чотирьох видів продукції використовує 5 типів устаткування, а також комплектувальні вироби. Крім того, виробнича технологія передбачає виконання певних складально-налагоджувальних робіт. Норми всіх видів витрат на виготовлення кожного з виробів, суму готівкового фонду кожного з ресурсів, величину прибутку від реалізації одиниці продукції кожного виду та обмеження на можливий випуск продукції 2-го й 3-го виду наведено в табл. 6.17.

Потрібно розробити план випуску продукції, що забезпечить максимальний прибуток від її реалізації. Обмеження на використання п'ятого виду обладнання вважати нечітким.

Таблиця 6.17

Вихідні дані для складання плану випуску продукції (задача 38)

Види витрат і ресурсів		Норми витрат на виготовлення одного виробу, грн				Загальний обсяг витрат, грн
		1	2	3	4	
Обладнання	Першого типу	550	0	620	0	64270
	Другого типу	40	30	20	20	4800
	Третього типу	86	110	150	52	22360
	Четвертого типу	160	92	158	128	26240
	П'ятого типу		158	30	50	7900
Комплектувальні вироби, шт.		3	4	3	3	520
Складально-налагоджувальні роботи, люд.-год		4,5	4,5	4,5	4,5	720
Прибуток від реалізації одного виробу, грн		315	278	573	370	
Обсяг випуску, шт.	мінімальний		40			
	максимальний			120		

39. Дослідити проблему вибору одного з варіантів системи вимірювання (контролю параметра) в різних умовах. При цьому рекомендується брати до уваги такі критерії: вартість, точність, універсальність, габарити, рівень автоматизації, надійність, діапазон вимірювання, швидкість вимірювань.

Конкретну мету й умови проведення вимірів, для яких обирають систему й відповідні пріоритети критеріїв, студент формулює самостійно або з огляду на такі рекомендації:

– вимірювання проводиться в процесі виконання науково-дослідних робіт, коли потрібна максимальна точність результату;

– контроль параметра здійснюють у реальних виробничих умовах;

– вимірювання супроводжують випробування досліджуваного об’єкта.

40. Здійснити вибір одного з варіантів проекту розвитку регіону, скориставшись такими критеріями:

– економічними: розмір витрат на будівництво нових об’єктів та очікуваний прибуток;

– соціальними: можливість формування інфраструктури, створення нових робочих місць, налагоджування зв’язків, зміни статусу, поліпшення комфорту й безпеки;

– екологічними: вплив на довкілля, естетичний вигляд та інші.

Пріоритети критеріїв студент обирає самостійно з огляду на конкретну мету розвитку регіону, наприклад:

– розширення виробничих потужностей;

– поліпшення екологічної ситуації;

– розвиток інфраструктури.

41. Вивчити можливості вибору одного з кандидатів на посаду. У процесі вибору рекомендовано враховувати такі критерії: освіта, досвід роботи за фахом, комунікабельність, авторитет, вік, стан здоров’я, здатність приймати рішення.

Посаду (вид діяльності), на яку здійснюється вибір кандидатів, студент визначає самостійно або орієнтується на рекомендовані, наприклад, це може бути вакансія керівника (начальника відділу, заступника директора і т. д.) чи виконавця (бухгалтера, менеджера, оператора і под.)

42. Комерційно-транспортна фірма (дистриб’ютор) закуповує однотипний товар у різних постачальників, а також транспортує його та реалізовує покупцям. Припустимо, що в співробітництві задіяно M постачальників та N покупців. Відомі граничні можливості кожного з них, причому ці дані описані нечітко.

Крім того, дистриб’ютор має у своєму розпорядженні інформацію про такі показники:

– ціну придбання одиниці товару в кожного постачальника t_i, $i = 1, 2, \ldots, M$;

– ціну продажу одиниці готової продукції s_j, $j = 1, 2, \ldots, N$.

– питомі транспортні витрати c_{ij}, $i = 1, 2, \ldots, M$, $j = 1, 2, \ldots, N$.

– обов'язковий обсяг пропозиції за контрактом p_i, $i = 1, 2, \ldots, M$;

– обов'язковий обсяг попиту за контрактом q_j, $j = 1, 2, \ldots, N$.

– ціну одиниці товару, який закуповується поза контрактом, k_i, $i = 1, 2, \ldots, M$;

– ціну одиниці товару, який продається поза контрактом, r_j, $j = 1, 2, \ldots, N$.

Необхідно визначити, якими мають бути обсяги продукції x_{ij}, $i = 1, 2, \ldots, M$, $j = 1, 2, \ldots, N$, закупленої в кожного з постачальників і проданої кожному із споживачів, щоб мінімізувати транспортні витрати й максимізувати прибуток дистриб'ютора.

43. Підприємство використовує кілька виробничих приміщень. Кожне з них характеризується відмітними від інших параметрами (розміри, застосована система освітлення, рівень забрудненості атмосфери, відбивна здатність поверхні, вимоги до освітлення та економії ресурсів). Для освітлення цих приміщень можуть бути використані кілька видів ламп, що мають різні технічні параметри. Необхідно зробити раціональний вибір джерела світла для кожного приміщення з огляду на перелічені вище характеристики, тобто необхідно визначити, який вид ламп найбільшою мірою задовольняє всі вимоги.

44. На Запорізькому залізорудному комбінаті в процесі видобутку корисної копалини застосовують самотвердну суміш, яка складається з в'язких та інертних матеріалів. Інертним заповнювачем у приготуванні такої суміші слугують відходи енергетичного, металургійного й гірничого виробництва, зокрема доменні шлаки (x_1), хвости ЦГЗК (x_2), вапняно-доломітні матеріали (x_3), пісок (x_4) та суглинок (x_5). Необхідно розробити такий склад суміші, щоб її вартість була мінімальною, а міцність відповідала нормативним умовам (має становити 20 – 60 кг/см^2), води повинно міститися приблизно 20 % від в'язких складових, а цементу, вапняно-доломітного матеріалу й піску приблизно 65, 9, 35 і 18 % від інертних компонентів у суміші відповідно.

Враховувати, що залежність міцності суміші від її складових описується такою функцією: $\varphi(x) = 467x_1 + 380x_2 - 54x_3 + 87x_4 - 120x_5 - 23{,}25$.

45. Для проведення закладних робіт на гірничому підприємстві використовують кілька видів сумішей, що характеризуються такими ознаками: вартість виготовлення, міцність, основність, усадка, вміст горючих компонентів, пористість. Кожна з цих ознак має певний пріоритет. Необхідно вибрати оптимальний склад суміші, відповідний заданим пріоритетам.

46. Покупець вибирає одну з п'яти моделей пральних машин, оцінюючи кожну за такими ознаками: вартість, потужність, економічність, габаритні розміри, маса завантажуваної білизни. Сформулюйте й розв'яжіть задачу вибору альтернативи за нечіткими відношеннями переваги. Зробіть необхідні припущення.

Формулювання решти задач визначені тематично.

47. *Рейтинг клієнта* (який з клієнтів частіше купує мої товари? Хто з потенційних клієнтів найбільш перспективний?)

48. *Аналіз ризиків* (наприклад, вкладення в який із розглянутих керівництвом банку проектів найменш ризиковані?)

49. *Розподіл ресурсів.* Керівництво заводу розглядає перспективні проекти розвитку. Для них створюється модель рейтингової шкали. У підсумку кожному проекту приписується частка від одиниці. Ці частки показують, який відсоток від наявних ресурсів (сировини, грошей тощо) треба вкласти в кожен проект.

50. *Планування від досягнутого.* Беручи до уваги дані про основні фонди, кадри, сировину, інфраструктуру, партнерів, конкурентів, кон'юнктуру ринку, вплив держави, наявну фінансову підтримку, складають рейтинг можливостей формування певного становища підприємства через рік. При цьому мають на увазі такі ситуації: все залишиться як є, банкрутство, бум основного виробництва, перепрофілювання, збільшення експорту, захоплення або втрата ринків тощо. Коли рейтинг таких можливостей відомий, то вживають заходи для підтримання позитивних тенденцій і для уникнення негативних.

51. *Планування бажаного майбутнього*. Рейтинг найбільш перспективних шляхів розвитку регіону відомий. Керівникам потрібно оцінити заходи, яких треба вжити, щоб реалізувати найбільш перспективні сценарії поліпшення ситуації.

52. *Комбіноване планування*. У визначенні пріоритетів діяльності результати планування від досягнутого та планування бажаного майбутнього враховують як рівноцінні.

53. *Прийняття кадрових рішень.* Передбачено складання рейтингу співробітників фірми з урахуванням критерією «корисність за останній місяць», у якому враховано такі фактори: компетентність, комунікабельність, участь у проектах, котрі принесли прибуток і под. Переможці рейтингу можуть бути заохочені керівництвом.

54. *Вирішення конфліктів.* Керівники корпорації, по-різному оцінюючи ситуацію, схиляються до реалізації різних проектів і не можуть дійти згоди в цих питаннях. Директор не вважає за потрібне приймати авторитарних рішень. З урахуванням специфіки діяльності корпорації необхідно скласти (можливо спільними зусиллями) рейтинг проектів і вибрати за його допомогою такий, що влаштовує всіх.

55. *Пошук істотних факторів.* Припустимо, що рейтинг як основу прийняття рішень складено. Відкидаємо деякі фактори. Якщо зміст рейтингу в принципі не змінився, то відкинуті критерії несуттєві. Визначення істотних факторів особливо актуальне для вирішення масштабних проблем та для процесу стратегічного планування.

56. *Завдання вибору*. Вибір місця роботи серед декількох наявних варіантів з урахуванням таких факторів як, наприклад, розмір зарплати, необхідність або ні відряджень, відстань від дому, можливість професійного зростання, соціальні гарантії, відповідність набутій спеціальності та ін.

57. *Визначення зон впливу.* Існує кілька підприємств, що виробляють однотипну продукцію, і деяка множина споживачів цієї продукції. Відомо критерії, за якими споживачі обирають продукцію того чи іншого підприємства, і важливість цих критеріїв для кожного споживача, а також відповідність продукції цим критеріям. Необхідно визначити зони впливу кожного підприємства на споживачів (множину обслуговуваних ним людей).

58. *Планування діяльності підприємства*. Скориставшись даними про наявні виробничі потужності, запаси сировини, кількість замовлень і под., скласти програму діяльності, виконання якої забезпечить максимальний прибуток (повне використання сировини, максимальний рівень задоволення замовлень та ін.)

Контрольні питання

1. Сформулюйте загальну постановку задачі багатокритерійної оптимізації.
2. Які альтернативи називають ефективними за Парето?
3. Які властивості ефективних альтернатив ви знаєте?
4. Які методи пошуку ефективних альтернатив ви знаєте?
5. З якою метою виконують нормалізацію критеріїв при розв'язуванні багатокритерійних задач?
6. Які способи нормалізації критеріїв ви знаєте?
7. У чому полягають методи згортки в застосуванні до розв'язування багатокритерійних задач?
8. Які етапи передбачає застосування методу згортки.
9. Які види згорток ви знаєте?
10. Назвіть переваги й недоліки методів типу згортки?
11. Чи є обов'язковою нормалізація критеріїв при використанні методів згортки?
12. Чи потрібні кількісні значення переваг критеріїв у разі застосування методів згортки?
13. У чому полягає сутність методу головного критерію розв'язування багатокритерійних задач?
14. Перелічіть переваги й недоліки застосування методу головного критерію?
15. Чи є обов'язковою нормалізація критеріїв при використанні методу головного критерію до розв'язування багатокритерійних задач?
16. Чи потрібні кількісні значення переваг критеріїв у застосуванні методу головного критерію до розв'язування багатокритерійних задач?
17. Яка сутність методу послідовної поступки розв'язування багатокритерійних задач?
18. Які існують переваги і в чому полягають труднощі застосування методу послідовної поступки до розв'язування багатокритерійних задач?

19. Чи є обов’язковою нормалізація критеріїв при використанні методу послідовної поступки?

20. Чи потрібні кількісні значення переваг у разі застосування методу послідовної поступки?

21. Чи забезпечують методи згортки, послідовної поступки та головного критерію визначення єдиного оптимального розв’язку багатокритерійної задачі?

22. Чи забезпечує застосування цих методів отримання ефективного розв’язку багатокритерійної задачі?

23. Яким чином можна враховувати пріоритети критеріїв?

24. Назвіть методи врахування жорсткого пріоритету критеріїв, у чому полягає їх сутність?

25. Назвіть методи врахування гнучкого пріоритету критеріїв, у чому полягає їх сутність?

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Ус С. А. Моделі й методи прийняття рішень: навч. посіб. / С. А. Ус, Л. С. Коряшкіна; М-во освіти і науки України, Нац. техн. ун-т «Дніпровська політехніка». – 2-ге вид. випр. – Дніпро : НТУ «ДП», 2018. – 302 с.

2. Ус, С.А. Задачі вибору. Методичні рекомендації до виконання практичних робіт та індивідуальних завдань з дисципліни «Теорія прийняття рішень» студентами спеціальності 124 – системний аналіз / С.А. Ус, М-во освіти і науки України, Нац. техн. ун-т «Дніпровська політехніка». – Дніпро : НТУ «ДП», 2022. – 31 с.

3. Ус С.А. Теорія прийняття рішень. Методичні рекомендації до виконання курсової роботи студентами спеціальності 124 «Системний аналіз» / С.А. Ус ; М-во освіти і науки України, Нац. техн. ун-т «Дніпровська політехніка». – Дніпро : НТУ «ДП», 2023. – 62 с.

5. Желдак Т.А. Нечіткі множини в системах управління та прийняття рішень: навч. посіб. / Т.А. Желдак, Л.С. Коряшкіна, С.А. Ус, за редакцією С.А. Ус ; М-во освіти і науки України, Нац. техн. ун-т «Дніпровська політехніка». – Дніпро : НТУ «ДП», 2020. – 387 с.

6. Математичні моделі і методи прийняття рішень для сталого розвитку / О.В. Трифонова, Л.В.Тимошенко, С.А. Ус. – М-во освіти і науки України, Нац. техн. ун-т «Дніпровська політехніка». – Дніпро : НТУ «ДП», 2023. – 240 с.

7. Елементи теорії нечітких множин. Методичні рекомендації до виконання індивідуальних завдань з дисципліни «Нечітка математика»» / Т.А. Желдак, Л.С. Коряшкіна, С.А. Ус, М-во освіти і науки України, Нац. техн. ун-т «Дніпровська політехніка». – Дніпро : НТУ «ДП»,, 2022. – 47 с.

8. Us S., Serhieiev O. An algorithm for solving a two-stage continuous-discrete location problem for medical logistics optimization. System technologies. 2023. Vol. 5, no. 148. P. 71–85. URL: https://doi.org/10.34185/1562-9945-5-148-2023-07

9. Тимошенко Л.В., Ус С.А. Когнітивне моделювання в управлінні підприємницькою структурою як еколого-економічною системою // Економічний вісник НГУ, 2020 №4 (72), с. 89-100 DOI: https://doi.org/10.33271/ebdut/72.089

10. K. Ishchenko, S. Us, O. Ishchenko, D. Koba. New methodical approaches to justify selection explosive for destruction of solid rocks / E3S Web of Conferences Volume 109 (2019) International Conference Essays of Mining Science and Practice Dnipro, Ukraine, June 25-27, 2019 A. Bulat, O. Voloshyn, B. Liu, Y. Kryzhanivskyi and V. Heyets (Eds.) / Article Number 00032. DOI https://doi.org/10.1051/e3sconf/201910900032 Published online 09 July 2019

Додаток 1

Зразок оформлення титульного аркуша пояснювальної записки до курсової роботи

Міністерство освіти і науки України
Національний технічний університет
«Дніпровська політехніка»

ПОЯСНЮВАЛЬНА ЗАПИСКА

до курсової роботи
на тему:
Розв'язування задач багатокритерійної оптимізації

Виконав
студент гр. _____
ПІБ

_____
(підпис)

Перевірив
Посада, ПІБ

_____ (підпис)

Дніпро
2023

Додаток 2

ЗАВДАННЯ ДО КУРСОВОЇ РОБОТИ

Тема: Розв’язування задач багатокритерійної оптимізації

Виконавець: <ПІБ>

Завдання:

1. Визначити область ефективних розв’язків модельної багатокритерійної задачі згідно із варіантом.
2. Розв’язати задачу методами головного критерія та послідовної поступки, упевнитись, що розв’язки є ефективними.
3. Сформулювати задачу в завданні 2 з використанням термінології об’єкта дослідження.
4. Скласти концептуальну та математичну моделі задачі.
5. Розв’язати задачу методами багатокритерійної оптимізації
6. Провести аналіз результатів і зробити висновки.

Термін видачі завдання:

Термін попереднього подання пояснювальної записки:

Остаточний термін захисту пояснювальної записки:

Завдання видав

Світлана Альбертівна **Ус**

ТЕОРІЯ ПРИЙНЯТТЯ РІШЕНЬ
Методичні рекомендації
до виконання курсової роботи
студентами спеціальності
124 Системний аналіз

Редактор О.Н. Ільченко

Підписано до друку 26.04.2023. Формат 30х42/4.
Папір офсет. Ризографія. Ум. друк. арк. 3,5.
Обл.-вид. арк. 4,5 Тираж 50 пр. Зам. №

НТУ «Дніпровська політехніка»
49005, м. Дніпро, просп. Д. Яворницького.