УПРОЩЕННЫЙ РАСЧЕТ ЧАСТОТ ОСНОВНОГО ТОНА ПОПЕРЕЧНЫХ КОЛЕБАНИЙ БУРОВЫХ ВЫШЕК И ИХ ДИНАМИЧЕСКИЙ РАСЧЕТ НА ВЕТРОВУЮ НАГРУЗКУ

Ф.Л. Шевченко, Ю.В. Петтик, С.Н. Царенко, ГВУЗ «Донецкий национальный технический университет», Украина

В работе рассматривается актуальная задача приближенного расчета стержневых систем башенного типа на статические и динамические нагрузки от технологических и ветровых нагрузок. Полученные результаты можно использовать для динамических расчетов различных пространственных башенных стержневых систем с различными схемами закрепления.

Известно [1 - 3], что существующие методики расчета буровых вышек на прочность, устойчивость и колебания носят приближенный характер и содержат определенные упрощения.

Так, например, стандартной методики расчета ветровых нагрузок до настоящего времени нет, поэтому используют нормы и методики их определения для грузоподъемных кранов (ГОСТ 1475). При определении усилий в стержнях буровых вышек до сих пор их вычисляют построением диаграммы Кремоны или способом вырезания узлов ферм (с использованием сосредоточенной нагрузки вместо равномерно распределенной по площади боковых граней вышки). При этом, такой расчет можно выполнить методами сопротивления материалов, составив уравнение изогнутой оси стержня переменного сечения, как приведено в работе [4].

С другой стороны, в вопросах устойчивости буровых вышек нельзя использовать формулу Эйлера, так как она применима для стержней невесомых, постоянной жесткости. При этом расчеты на устойчивость стержней переменной жесткости от распределенной нагрузки или устойчивость стержневых систем на воздействие сосредоточенных сил известны. Однако, еще не решены задачи устойчивости пространственных стержневых систем при совместном воздействие сосредоточенных и распределенных нагрузок.

Аналогично в динамике буровых вышек не существует аналитических расчетов пространственных стержневых систем переменного сечения на поперечные колебания с учетом продольных распределенных нагрузок.

Поэтому, на данном этапе, разработка упрощенных прочностных расчетов пространственных стержневых систем на поперечные колебания и ветровую нагрузку представляет актуальную задачу.

Так, пространственные стержневые сооружения башенного типа часто используются в различных областях промышленности. Это могут быть ретрансляционные вышки, опоры линий электропередач, буровые вышки (рис. 1), копровые башни, градирни и многое другое.

При расчете таких сооружений на устойчивость возникают существенные трудности из-за сложности дифференциальных уравнений, описывающих математическую модель напряженно-деформированного состояния для принятой расчетной схемой. При этом нужно учесть, что такие расчеты на устойчивость сплошных стержней от воздействия собственного веса были выполнены еще А. Гринхилом [5] и А.Н. Динником [6]. Расчет на устойчивость стержневых систем переменного сечения от собственного веса в общем виде был приведен С.П. Тимошенко в [7]

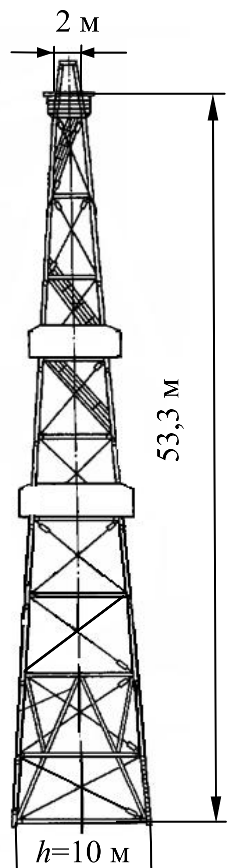

Рис. 1. Общий вид башенной вышки ВБ-53-320

и А.С. Вольмиром в [8]. В этих же работах, приведен расчет пространственных ферменных стержневых систем на устойчивость от сосредоточенной силы, приложенной на конце консольной башни. Однако, расчет пространственной стержневой башни на устойчивость при одновременном воздействии сосредоточенной силы и распределенной нагрузки появился совсем недавно.

Подобная ситуация сложилась и с динамическим расчетом на поперечные колебания пространственных систем при учете продольных распределенных нагрузок. Поперечные колебания стержневых систем переменного сечения на поперечные колебания с учетом продольного усилия и распределенной продольной нагрузки впервые были представлены в статье [9].

Целью настоящей работы является разработка упрощенного расчета буровых вышек на поперечные колебания и динамический расчет на ветровую нагрузку.

Для реализации данной цели необходимо решить следующие задачи:

1. Выполнить расчет основного тона поперечных колебаний буровой вышки.

2. Выполнить динамический расчет буровой вышки на ветровую нагрузку.

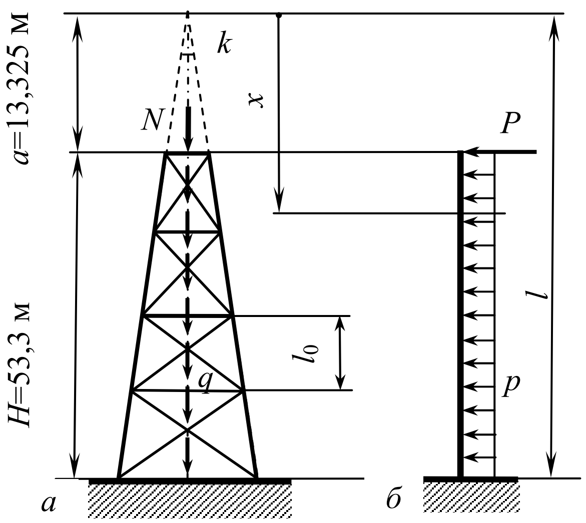

Рис. 2. Расчетная схема буровой башенной вышки

Сначала рассмотрим вопрос расчета частот основного тона поперечных колебаний буровой башенной вышки (рис. 1).

Исходные уравнения равновесия элемента стержня переменного сечения при поперечных колебаниях при постоянном продольном усилии N и отсутствии распределенной продольной нагрузки q для расчетной схемы (рис. 2 *а*) имеют вид:

$$M(x) = EJ\frac{x^2}{l^2}\cdot\frac{\partial^2 y(x)}{\partial x^2}, \tag{1}$$

$$\frac{\partial M(x)}{\partial x} = Q(x) - N\frac{\partial y(x)}{\partial x}, \tag{2}$$

$$\frac{\partial Q(x)}{\partial x} = -m\frac{\partial^2 y(x)}{\partial t^2}. \tag{3}$$

Дважды последовательно дифференцируя (1) получим:

$$\frac{\partial M(x)}{\partial x} = EJ\frac{2x}{l^2}\cdot\frac{\partial^2 y(x)}{\partial x^2} + EJ\frac{x^2}{l^2}\cdot\frac{\partial^3 y(x)}{\partial x^3},$$

$$\frac{\partial^2 M(x)}{\partial x^2} = EJ\frac{2}{l^2}\cdot\frac{\partial^2 y(x)}{\partial x^2} + 2EJ\frac{2x}{l^2}\cdot\frac{\partial^3 y(x)}{\partial x^3} + EJ\frac{x^2}{l^2}\cdot\frac{\partial^4 y(x)}{\partial x^4}.$$

Дифференцируя уравнение (2) с учетом выражения (3) получим

$$\frac{\partial^2 M(x)}{\partial x^2} = -m\frac{\partial^2 y(x)}{\partial t^2} - N\frac{\partial^2 y(x)}{\partial x^2},$$

и суммируя эти производные, получим:

$$EJ\frac{x^2}{l^2}\cdot\frac{\partial^4 y(x)}{\partial x^4} + EJ\frac{4x}{l^2}\cdot\frac{\partial^3 y(x)}{\partial x^3} + EJ\frac{2}{l^2}\cdot\frac{\partial^2 y(x)}{\partial x^2} - N\frac{\partial^2 y(x)}{\partial x^2} = -m\frac{\partial^2 y(x)}{\partial t^2}, \text{ т.е.}$$

$$x^2\cdot\frac{\partial^4 y(x)}{\partial x^4} + 4x\cdot\frac{\partial^3 y(x)}{\partial x^3} + 2\left(1 - \frac{Nl^2}{2EJ}\right)\cdot\frac{\partial^2 y(x)}{\partial x^2} = -\frac{ml^2}{EJ}\cdot\frac{\partial^2 y(x)}{\partial t^2}. \tag{4}$$

В виду сложности решения этого уравнения в специальной литературе по расчету и проектированию буровых вышек используются только приближенные расчеты [1 - 3].

Найдем уравнение изогнутой оси вышки переменного поперечного сечения с осевым моментом инерции площади поперечного сечения $J(x) = Jx^2/l^2$ при загружении ее сосредоточенной силой P на верхней площадке, рис. 2 *б*

$$\frac{d^2y(x)}{dx^2} = \frac{M(x)}{EJ(x)} = -\frac{Pl^2}{EJ}\cdot\frac{x-a}{x^2} = -\frac{Pl^2}{EJ}\cdot\left(\frac{1}{x} - \frac{a}{x^2}\right).$$

Интегрируя это уравнение, получаем

$$\frac{dy(x)}{dx} = -\frac{Pl^2}{EJ}\cdot\left(\ln x + \frac{a}{x}\right) + C.$$

Из условия $y'(l) = 0$ находим постоянную интегрирования $C = \frac{Pl^2}{EJ}\cdot\left(\ln l + \frac{a}{l}\right)$.

Интегрируя вторично, получаем

$$y(x) = -\frac{Pl^2}{EJ}\cdot\left[(\ln x - 1)x + a\ln x\right] + \frac{Pl^2x}{EJ}\cdot\left(\ln l + \frac{a}{l}\right) + D.$$

Из условия $y(l) = 0$ находим постоянную интегрирования D, которую можно определить по зависимости

$$D = -\frac{Pl^3}{EJ} + \frac{Pl^2a}{EJ}\cdot\ln l - \frac{Pl^2a}{EJ} = -\frac{Pl^3}{EJ}\left(1 - \frac{a}{l}(|\ln l - 1|)\right).$$

Тогда, уравнение изогнутой оси примет вид

$$y(x) = -\frac{Pl^2}{EJ}\cdot\left((\ln x - 1)x + a\ln x\right) + \frac{Pl^2}{EJ}\cdot\left(\ln l + \frac{a}{l}\right)x - \frac{Pl^3}{EJ}\left(1 - \frac{a}{l}(|\ln l - 1|)\right).$$

При $a = 0$, прогиб на конце консоли будет равен $y(0) = -\frac{Pl^3}{EJ}$.

Для вышки в виде усеченной пирамиды (рис. 2 *а*) прогиб верхней площадки можно определить по зависимости

$$y(a) = -\frac{Pl^2}{EJ}\cdot\left((\ln a - 1)a + a\ln a\right) + \frac{Pl^2}{EJ}\cdot\left(\ln l + \frac{a}{l}\right)a - \frac{Pl^3}{EJ}\left(1 - \frac{a}{l}(|\ln l - 1|)\right) =$$

$$= -\frac{Pl^2a}{EJ}\cdot + \frac{Pl^2}{EJ}\cdot\left(\ln l + \frac{a}{l}\right)a - \frac{Pl^3}{EJ}\left(1 - \frac{a}{l}(|\ln l - 1|)\right).$$

С учетом размеров вышки ВБ-53-320 (a=13,325 м; l=66,625 м; H=53,3 м; a=0,2l) находим прогиб на верхней площадке вышки

$$y(a) = -\frac{Pl^3}{EJ}(0{,}83586 - 0{,}87982 + 0{,}36018) = 0{,}31622\frac{Pl^3}{EJ}. \qquad (5)$$

Приближенное значение частоты основного тона колебаний вышки с учетом сосредоточенной массы на верхней площадке можно найти по известной формуле с учетом коэффициента приведения массы буровой вышки

$$\omega = \sqrt{\frac{1}{\delta_{11}M}} = \sqrt{\frac{EJ}{0{,}316\cdot l^3\cdot mH\xi}}.$$

Коэффициент приведения массы можно найти по известной формуле [10]

$$\xi = \frac{H^3}{\lambda^4\delta_{11}EJ}. \qquad (6)$$

здесь коэффициент $\lambda = 1{,}889 - 2{,}761\cdot k$, приведенный в работе [6], полученный для вышки ВБ-53-320 с уклоном опорных стоек k=0,0754; $\lambda = 1{,}681$.

С учетом указанных значений λ и δ_{11} получаем коэффициент приведения массы $\xi = 0{,}202$ для вышки в виде усеченной пирамиды, чему соответствует частота основного тона колебаний

$$\omega = \sqrt{\frac{175{,}7 \cdot 10^9}{0{,}316 \cdot 66{,}625^3 \cdot 750 \cdot 53{,}3 \cdot 0{,}202}} = 15{,}26 \text{ с}^{-1}.$$

Это приближенное значение частоты основного тона колебаний вышки практически совпадает с результатами динамического расчета уравнения (4) методом Бубнова-Галеркина $\omega = 15{,}34$ с$^{-1}$.

Если принять коэффициент приведения массы усеченной вышки таким же, как для консоли постоянной жесткости ξ=0,2426 [10], то получим ω=13,9 с$^{-1}$.

Зная частоту основного тона колебаний ω, можно выполнить приближенный динамический расчет стержневой системы (вышки) на вынужденные колебания с известной частотой возмущения θ. Для этого результаты статического расчета нужно умножить на динамический коэффициент

$$\nu = \frac{1}{1 - \theta^2 / \omega^2}. \tag{7}$$

Рассмотрим вторую задачу динамического расчета буровой вышки на ветровую нагрузку.

Выполним приближенный динамический расчет для исходных данных при ветровой нагрузке интенсивностью $p = 500$ *Н*/м^2 и для заданной частоты возмущения θ=10 с$^{-1}$.

Прежде всего, найдем уравнение изогнутой оси консоли переменного сечения, загруженной равномерно распределенной по высоте горизонтальной нагрузкой интенсивностью *p*, рис. 2 *б*.

Изгибающий момент от равномерного давления ветра на единицу площади боковой поверхности вышки будет равен

$$M(x) = p\frac{2kx \cdot x}{2} \cdot \frac{x}{3} - p\frac{2ka^2}{2}\left(x - \frac{2}{3}a\right) = kp\left(\frac{x^3}{3} - a^2 x + \frac{2}{3}a^3\right). \tag{8}$$

Дифференциальное уравнение изогнутой оси стержня (оси вышки) будет иметь вид

$$\frac{d^2 y(x)}{dx^2} = \frac{M(x)}{EJ(x)} = \frac{M(x) l^2}{EJx^2} = \frac{kpl^2}{EJ} \cdot \left(\frac{x}{3} - \frac{a^2}{x} + \frac{2}{3}\frac{a^3}{x^2}\right).$$

Отсюда, интегрируя получаем

$$\frac{dy(x)}{dx} = \frac{kpl^2}{EJ} \cdot \left(\frac{x^2}{6} - a^2 \ln x - \frac{2}{3}\frac{a^3}{x}\right) + C.$$

Из условия $y'(l) = 0$ находим постоянную интегрирования

$$C = \frac{kpl^2}{EJ} \cdot \left(-\frac{l^2}{6} + a^2 \ln l + \frac{2}{3}\frac{a^3}{l}\right) + C.$$

Интегрируя вторично, получаем уравнение изогнутой оси консоли

$$y(x) = \frac{kpl^2}{EJ} \cdot \left(\frac{x^3}{18} - a^2(\ln x - 1)x - \frac{2}{3}a^3 \ln x - \frac{l^2}{6}x + a^2 x \ln l + \frac{2}{3}\frac{a^3 x}{l}\right) + D. \tag{9}$$

Из условия защемления стержня $y(l) = 0$ находим постоянную D

$$D = \frac{kpl^2}{EJ} \cdot \left(\frac{l^3}{9} - a^2 l + \frac{2}{3}a^3 \ln l - \frac{2}{3}a^3\right). \tag{10}$$

При x=a по формуле (9) с учетом постоянной $D = 88{,}17 \cdot 10^{-3} kp\dfrac{l^5}{EJ}$ находим прогиб на верхней площадке вышки

$$y(a) = (-24{,}76 + 88{,}17) \cdot 10^{-3} \frac{kpl^5}{EJ} = 63{,}4 \cdot 10^{-3} \frac{kpl^5}{EJ} = 1{,}77 \cdot 10^{-2} \text{ м},$$

(для вышки ВБ-53-320: k=4/53,3; l=66,625 м; EJ=175,7·10^9 Нм^2; p=500 Н/м^2).

Наибольший изгибающий момент при $x = l$ (a=0,2) согласно (8) будет равен

$$M(l) = kpl^3\left(\frac{1}{3} - 0{,}2^2 + \frac{2}{3}0{,}2^3\right) = 0{,}2987 \cdot 0{,}0750 \cdot 500 \cdot 66{,}625^3 = 3{,}315 \cdot 10^6 \text{ Нм.}$$

Изгибные напряжения в опорных стойках буровой вышки будут равны

$$\sigma = \frac{M(l)}{J} \cdot \frac{h}{2} = \frac{3{,}315 \cdot 10^6}{175{,}7 \cdot 10^9} \cdot 5 \cdot 2 \cdot 10^{11} = 18{,}87 \cdot 10^6 \text{ Па.}$$

По зависимости (6) находим динамический коэффициент $\nu = \frac{1}{1 - \theta^2/\omega^2} = \frac{1}{1 - (10/15{,}3)^2} = 1{,}746$ и рассчитываем для заданных условий динамическое напряжение $\sigma_д = \sigma \cdot \nu = 32{,}9$ МПа.

К этому напряжению нужно добавить статическое напряжение от грузоподъемности вышки 3200 кН и ее собственного веса равного 400 кН, т.е. $\sigma_{ст} = \frac{3600 \cdot 10^3}{4 \cdot 87{,}85 \cdot 10^{-4}} = 102{,}45 \cdot 10^6$ Па, учитывая что, площадь поперечного сечения одной опорной стойки вышки F=87,85 см^2.

Выводы

1. Впервые применен, для стержневых пространственных систем переменной жесткости, известный в строительной механике, упрощенный способ вычисления основной частоты поперечных колебаний методом приведения масс. Задача решена на примере буровой башенной вышки ВБ-53-320.

2. Впервые, на примере буровой башенной вышки ВБ-53-320, применен аналитический метод ее расчета на прочность от ветровой нагрузки, который не требует вычисления усилий в стержнях конструкции.

3. Полученные результаты можно использовать для динамических расчетов различных пространственных башенных стержневых систем с различными схемами закрепления.

Список литературы

1. Поляков Г.Д., Булгаков Е.С., Шумов Л.А. Проектирование, расчет и эксплуатация буровых установок. – М.: Недра, 1983.– 318 с.

2. Дудля Н.А. Проектирование буровых машин и механизмов: учебник. – Киев: Вища шк., 1990.– 272 с.

3. Кирсанов А.Н., Зинченко В.П., Кардыш В.Г. Буровые машины и механизмы. – М.: Недра, 1981. – 448 с.

4. Шевченко Ф.Л., Царенко С.Н. Общие и различные свойства балок и ферм // Сучасне промислове та цивільне будівництво. – Макіївка, ГААС, 2011. – Том 7, №4. – С. 215-223.

5. Динник А.Н. Приложение функций Бесселя к задачам теории упругости. Избранные труды. – К.: АН УССР, 1955. – Том 2. – 220 с.

6. Динник А.Н. Продольный изгиб, кручение. Изд. АН СССР, М.: 1955. – 392 с.

7. Тимошенко С.П. Устойчивость стержней, пластин и оболочек. – М.: Наука, гл. ред. физ.-мат. лит. 1971. – 807 с.

8. Вольмир А.С. Устойчивость деформируемых систем. - М.: Наука, гл. ред. физ.-мат. лит. 1967. – 983 с.

9. Улитин Г.М., Царенко С.Н. Поперечные колебания металлических башенных конструкций с учетом переменной жесткости и продольных нагрузок // Всеукраїнський науково-технічний журнал «Вібрації в техніці та технологіях». – Вінниця, 2012. – №2(66). С. 90-94.

10. Шевченко Ф.Л., Царенко С.Н. Задачи по сопротивлению материалов / Учебное пособие. – Донецк, 2009, – 343 с.