

**Міністерство освіти і науки України**

**Національний технічний університет “Дніпровська Політехніка”**

Факультет інформаційних технологій

Кафедра системного аналізу та управління

**ПОЯСНЮВАЛЬНА ЗАПИСКА**

кваліфікаційної роботи ступеня бакалавра

Здобувача вищої освіти \_\_\_\_\_ Румянцева Павла Олексійовича

академічної групи \_\_\_\_\_ 124-21-2

спеціальності \_\_\_\_\_ 124 Системний аналіз

за освітньо-професійною програмою \_\_\_\_\_ Системний аналіз та управління

на тему: «Розробка заходів по оптимізації виробничої програми випуску меблів із застосуванням теорії ігор.»

Керівники	Прізвище, ініціали	Оцінка за шкалою		Підпис
		рейтинговою	інституційною	
кваліфікаційної роботи	доц. Одновол М.М.			
розділів:				
Інформаційно-аналітичний	доц. Одновол М.М.			
Спеціальний розділ	доц. Одновол М.М.			
Рецензент	д.т.н., проф. Алексєєв М.А.			
Нормоконтролер	к.ф.-м.н., доц. Хом'як Т.В.			

Дніпро

2025

ЗАТВЕРДЖЕНО:  
завідувач кафедри  
Системного аналізу та управління  
(повна назва)

\_\_\_\_\_ к.т.н., доц. Желдак Т.А.  
(підпис) (прізвище, ініціали)

« \_\_\_\_\_ » \_\_\_\_\_ 20\_\_ року

**ЗАВДАННЯ**  
**на кваліфікаційну роботу**  
**ступеня бакалавра**

здобувачу вищої освіти Румянцеву П.О. академічної групи 124- 21-2

спеціальності: 124 Системний аналіз

за освітньо-професійною програмою Системний аналіз

на тему «Розробка заходів по оптимізації виробничої програми випуску меблів із застосування теорії ігор»

затверджену наказом ректора НТУ «Дніпровська політехніка» від 05.05.2025 р.  
№336-с

Розділ	Зміст	Терміни виконання
1. Інформаційно-аналітичний розділ	<i>Проаналізувати структуру об'єкта дослідження. Визначити предметну область дослідження та проблему, що розв'язується. Обґрунтувати методи виконання поставлених завдань</i>	10.01.2025 – 01.03.2025
2. Спеціальний розділ	<i>Розв'язати поставлені задачі: розробити алгоритми та створити систему для оптимізації виробничого процесу, враховуючи різні фактори, які необхідні для вирішення задачі.</i>	01.03.2025 – 10.06.2025

Завдання видано \_\_\_\_\_ доц. Одновол.М.М  
(підпис) (прізвище, ініціали)

Дата видачі: 06.12.2024 р.

Дата подання до екзаменаційної комісії: 18.06.25 р. \_\_\_\_\_

Прийнято до виконання \_\_\_\_\_ Румянцев П.О.  
(підпис студента) (прізвище, ініціали)

## РЕФЕРАТ

Пояснювальна записка: 45 сторінок, 11 таблиць, 9 малюнків, 17 літературних джерел.

Об'єкт дослідження – виробниче підприємство ТОВ «Екотехнопласт» .

Предмет дослідження – виробнича програма ТОВ «Екотехнопласт».

Мета роботи – Розробка заходів по оптимізації виробничої програми випуску меблів із застосування теорії ігор

Практична цінність : визначення оптимальної виробничої програми підприємства за допомогою теорії ігор, яка є одним з головних інструментів аналізу економічних ситуацій, дає ясний і чіткий алгоритм їх дослідження і дозволяє отримати наочне рішення поставленої задачі.

У введенні розглянута актуальність завдання в умовах ринкових відносин.

Дана робота складається з двох розділів.

У першому розділі проводиться характеристика предметної області і дослідження прийнятності методу теорії ігор для вирішення поставленого завдання, приводиться інформаційне забезпечення для моделювання оптимального випуску продукції і формується постановка завдання.

У другому розділі проводиться вибір математичної моделі і її побудова, з попереднім визначенням можливих станів ринку і дослідженням споживчого попиту на меблі, а також рішення і представлення результатів рішення поставленої задачі.

ВИРОБНИЧА ПРОГРАМА, ТЕОРІЯ ІГОР, СПОЖИВЧИЙ ПОПИТ, СТРАТЕГІЯ, ЛІНІЙНЕ ПРОГРАМУВАННЯ, ПОДВІЙНА ЗАДАЧА, ГРА, ЦІНА ГРИ, РЕАЛІЗОВАНИЙ ПОПИТ, МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ.

## THE ABSTRACT

Explanatory note: 45 pages, 11 tables, 9 figures, 17 literary sources.

**Object of research** – the manufacturing enterprise LLC “Ekotekhnoplast”, which specializes in the production of furniture (tables, chairs) and terrace decking.

**Subject of research** – the production program of LLC “Ekotekhnoplast.”

**Purpose of the work** – to determine the optimal production program of the enterprise using methods of **game theory**.

**Practical value** – the use of game theory enables the identification of the most efficient production strategy for the enterprise. As one of the key tools for analyzing economic scenarios, game theory provides a clear and structured methodology for decision-making, allowing for a visual and reasoned solution to the posed optimization problem.

The **introduction** outlines the relevance of optimizing production in the context of modern market conditions and competitive dynamics in the furniture industry.

This work consists of **two main sections**:

- The **first section** describes the subject domain and evaluates the applicability of game theory methods for solving the defined task. It also presents the informational foundation required for modeling the optimal product mix and formally states the optimization problem.
- The **second section** is devoted to the selection and construction of the mathematical model, including the preliminary identification of possible market states and analysis of consumer demand for furniture and terrace decking. This section also presents the solution and interpretation of the obtained results.

PRODUCTION PROGRAM, GAME THEORY, CONSUMER DEMAND, STRATEGY, LINEAR PROGRAMMING, AMBIVALENT TASK, GAME, COST OF GAME, REALIZED DEMAND, MATHEMATICAL MODEL.

## ЗМІСТ

ВСТУП.....	6
1.ІНФОРМАЦІЙНО-АНАЛІТИЧНИЙ РОЗДІЛ.....	7
1.1 Аналіз предметної області.....	7
1.2 Постановка задачі.....	17
2.СПЕЦІАЛЬНИЙ РОЗДІЛ .....	17
2.1 Формулювання задачі .....	17
2.2 Інформаційне забезпечення для моделювання оптимального випуску продукції.....	18
2.3 Дослідження споживчого попиту на виробі підприємства .....	24
2.4 Вибір виду математичної моделі.....	35
2.5 Побудова математичної моделі.....	36
2.6 Дослідження математичної моделі.....	38
ВИСНОВКИ.....	41
ПЕРЕЛІК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ.....	42
ДОДАТКИ.....	43
Додаток А - Матеріали кваліфікаційної роботи бакалавра.....	43
Відгук керівника на кваліфікаційну роботу.....	44
Рецензія на кваліфікаційну роботу бакалавра.....	45

## ВСТУП

У сучасних умовах швидких змін економіки прогрес країни значною мірою залежить від темпів розвитку та зростання потенціалу промислових підприємств. У процесі планування виробництва меблів перед підприємствами часто постають задачі вибору найефективнішого плану виготовлення в умовах низки обмежень і вимог — зокрема щодо обсягів продукції, цінової політики, доступності сировини, фінансових ресурсів, логістики, завантаження обладнання й персоналу. Зазвичай метою підприємства є досягнення максимально можливого прибутку. За таких умов надзвичайно важливим стає правильне формування виробничого плану, адже його не оптимальність здатна приховано знижувати ефективність діяльності, навіть коли зовні виробничий процес виглядає успішним.

**Об'єкт дослідження** — ТОВ «Екотехнопласт».

**Предмет дослідження** — виробничий план підприємства. Метою практики є вивчення ринкових умов, попиту, його змін і методів адаптації підприємства до цих змін.

У зв'язку з цим основним завданням стає розробка такого виробничого набору меблів, який забезпечить максимізацію прибутку за наявних ресурсів.

Для досягнення мети необхідно розробити математичну модель стратегії випуску товарів на основі попиту ринку. Теорія ігор дозволяє аналізувати взаємодію між конкуруючими сторонами, прогнозувати їхню поведінку та приймати обґрунтовані стратегічні рішення в умовах невизначеності. Її універсальність робить її застосовною не лише в економіці, а й у політичних та соціальних процесах.

# 1. ІНФОРМАЦІЙНО-АНАЛІТИЧНИЙ РОЗДІЛ

## 1.1 Аналіз предметної області

Об'єкт дослідження — підприємство, що здійснює свою діяльність в умовах сучасної ринкової економіки. Вимоги ринку диктують необхідність швидкого реагування на зміну попиту, що змушує підприємство адаптувати виробничі процеси до актуальних потреб споживачів. У зв'язку з цим виникає потреба вирішувати низку взаємопов'язаних завдань, головне з яких — побудова ефективного виробничого плану. Йдеться про визначення такого асортименту меблів, виготовлення якого забезпечить максимальний рівень доходу для підприємства. Саме цей комплекс виробничих рішень і складає основу виробничого плану меблевого підприємства.

Відомо, що підприємство виготовляє декілька видів меблів, а дохід, що отримується від реалізації меблів кожного виду меблів, різний. Позначимо  $X_j$  - кількість одиниць меблів  $j$ -го вигляду запланованих до виробництва, а  $D_j$  - дохід, що отримується від реалізації меблів  $j$ -ого виду меблів,  $F(\bar{X})$  - план виготовлення (виробничий план меблевого підприємства). Цільова функція

матиме вигляд 
$$F(\bar{X}) = \sum_{j=1}^n D_j * x_j \rightarrow \max .$$

Оптимізація виробничого плану є одним із ключових аспектів системи управління виробництвом.

Адже від її якості залежить досягнення бажаних результатів у діяльності підприємства.

Для реалізації поставлених завдань існує низка методів, які детально описані в науковій літературі.[2] Кожен із них має свої сильні сторони та обмеження. Розглянемо деякі з них докладніше.

Значного поширення на практиці набула група економічних методів. Зокрема, ефективним є кількісний підхід, який спрямований на оптимізацію

виробничого плану в межах обраних напрямів діяльності, визначених у процесі стратегічного планування. Згідно з цим методом, підприємство формує свій господарський портфель — сукупність окремих виробничих напрямів і видів меблів, що виготовляються.

Загальноприйнятим критерієм ефективності такого плану є максимізація прибутку від реалізації продукції. У процесі планування визначаються оптимальні обсяги випуску й реалізації окремих позицій асортименту. Це передбачає зміну частки конкретних виробів у загальному обсязі виробництва. Орієнтиром для такого коригування є показники рентабельності. Вважається, що збільшення частки продукції з вищим рівнем рентабельності у виробничій програмі веде до зростання загального прибутку підприємства.

$P = a_0 + a_1V$ ,  $C = b_0 + b_1V$ ,  $\Pi = V * (a_0 + a_1V) - b_0 - b_1V \rightarrow \max$ , де  $P$  - ціна меблів, грн.,  $V$  - об'єм реалізації меблів в натуральному виразі, шт.,  $a_0, a_1$  - постійні коефіцієнти, значення яких визначаються за допомогою методу найменших квадратів:  $C = b_0 + b_1V$ , де  $C$  - загальні витрати, грн.,  $b_0$  - рівень постійних витрат,  $b_1$  - рівень змінних витрат на одиницю меблів.

Розраховується функція рентабельності меблів

$$R = \frac{V(a_0 + a_1V) - b_0 - b_1V}{b_0 + b_1V} * 100\%$$

і сила дії операційного важеля.

Операційний важіль - кількісна оцінка зміни прибутку залежно від зміни об'ємів реалізації меблів або відношення внеску на покриття постійних витрат до величини прибутку, причому, в точці  $V_{\Pi} = -\frac{(a_0 - b_1)}{2a_1}$  функція сили дії операційного важеля досягає свого мінімуму. У контексті вирішуваної задачі це означає, що мінімальному значенню сили дії операційного важеля відповідає максимально можливий розмір прибутку від реалізації меблів, а також легко побачити, що функції прибутку  $\Pi$  і сили дії операційного важеля  $N$  мають

екстремуми, то ці екстремуми досягаються при однакових об'ємах реалізації меблів.

Даний метод дозволяє розрахувати підприємницький ризик підприємства, а також при орієнтації на силу дії операційного важеля визначити оптимальну з погляду ефекту структуру меблів, що виготовляється.

Проте окрім переваг є один істотний недолік, який полягає в тому, що найбільшому значенню рентабельності не відповідає максимально можливий розмір прибутку, оскільки функції прибутку і рентабельності мають максимуми при різних об'ємах реалізації меблів. Перед підприємством постає дилема: або вибрати виробничий план меблевого підприємства, що забезпечує максимальний дохід, або – забезпечуючи максимальну рентабельність продукції.

Один з методів, який можна розглянути застосовано до поставленого завдання, стратегічна матриця консультативної групи Бостона. Матриця консультативної групи Бостона - є методом планування збалансованого портфеля товарів або послуг.

Матриця консультативної групи Бостона (рисунок 1.1) працює при наступних припущеннях:

1. Організація з великим досвідом виробництва товару, найімовірніше, матиме найнижчі витрати на це і має право розраховувати на отримання більших доходів від даного товару.
2. Існує високий ступінь кореляції між часткою на ринкової ситуації і тривалою рентабельністю організації.

Фахівці вважають, що для незбалансованого портфеля характерна наявність дуже великого числа "собак" або проблемних товарів" і/або дуже малого числа "зірок" і "дійних корів. Проте організації мають різні переваги відносно формування "портфеля товарів".

З часом товари змінюють свої місця в матриці. Вдалі товари мають характерний життєвий цикл: вони починають з категорії "проблемні товари", переходять в "зірки", потім в "дійні корови" і врешті-решт стають "собаками". Тому організація повинна спостерігати не тільки за поточним положенням товару в

пайовій матриці, але і за напрямом руху товару. Кожен товар повинен розглядатися з урахуванням займаної ним позиції торік і місця, де він, можливо, знаходитиметься в наступні п'ять років, якщо організації продовжать нинішню стратегію. Можна виділити, що цей метод дозволяє ухвалити рішення виготовлення яких товарів потрібно починати і розширювати, яких підтримувати, а яких знижувати, які товари виводити з ринкової ситуації, з тим, щоб підтримувати обіг грошей в організації.

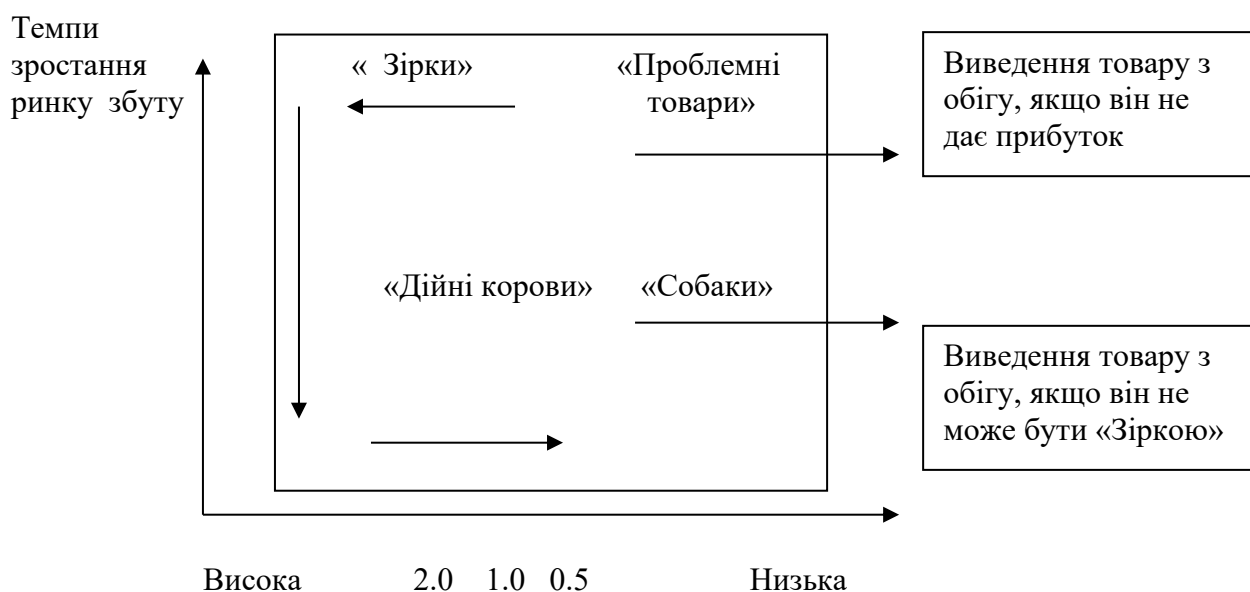


Рисунок 1.1 - Матриця консультативної групи Бостона

Ця матриця також використовується для складання перспективного плану виготовлення кожного товару з урахуванням матриць товарів конкурентів. Також матриця допомагає виконанню двох функцій: ухваленню рішень про намічені позиції на ринкової ситуації і розподілу стратегічних грошових коштів між СЗХ в майбутньому. Практика використання матриці БКГ показала, що вона вельми корисна при виборі між різними зонами господарювання, визначенні стратегічних позицій, а також для розподілу стратегічних ресурсів на найближчу перспективу. Але досвід також показав, що матриця БКГ застосовна лише за вельми специфічних умов. Це явні достоїнства методу. Але метод не позбавлений ряду недоліків, серед яких високий ступінь кореляції між часткою

на ринкової ситуації і тривалою рентабельністю організації, а також різні переваги підприємств відносно формування "портфеля товарів".

Задача визначення оптимальної плану виробництва меблів розглядалася методами прийняття рішень.

Один з методів носить назву метод головного критерію.

Суть цього методу полягає в тому, що особа, що ухвалює рішення виділяє головний критерій (далі  $f_1(X)$ ), а на решту критеріїв накладає вимоги, щоб вони були не менші заданих їм мінімальних (порогових) значень  $t_i$ . Тоді багатокритерійне завдання зводиться до однокритеріальної задачі:

$$\begin{aligned} f_1(\mathbf{X}) &\Rightarrow \max, \\ f_i(\mathbf{X}) &\geq t_i, i = \overline{2, m}, \\ \mathbf{X} &\in D. \end{aligned}$$

Метод має істотний негативний аспект: якщо це завдання вирішуване, то її рішення завжди є слабо ефективним, а якщо воно єдине, то і ефективним. Слід відмітити, що цей висновок не залежить від вибору головного критерію.

Ще один відомий метод багатокритерійної оптимізації це метод лінійної згортки.

Відомо, якщо особа що ухвалює рішення може не тільки ранжувати критерії, але і дати порівняльну кількісну оцінку значущості (важливості) критеріїв, рішення багатокритерійної задачі зводиться до звичайної задачі з одним критерієм, в якості якого береться узагальнений показник вигляду:

$$F(\mathbf{X}) = \sum_{i=1}^m C_i f_i(\mathbf{X}), \text{ де } C_i - \text{ позитивні числа, що відображають ваги критеріїв в}$$

структурі переваг . При груповому прийнятті рішень  $C_i$  знаходяться по індивідуальних вагах одних з методів обробки експертних оцінок, а точка максимуму функції  $F(x)$  при позитивних  $C_i$  є ефективною.

Важливо відмітити, що при вирішенні завдань приведеним способом при визначенні вагів виникають великі утруднення. Одна справа – розташувати

критерії по важливості, і зовсім інше - оцінити на скільки або в скільки один критерій важливіший за інше. Також невідомий зв'язок між значеннями вагів і значеннями критеріїв в точці максимуму  $F(x)$ . Дуже часто ця залежність виявляється істотно нелінійною (навіть у лінійних завданнях), включаючи зони нечутливості значень  $f_i$  до зміни  $C_i$ . Тому для отримання рішення, задовольняючого особу що ухвалює рішення, доводиться максимізувати  $F(x)$

для декількох наборів  $C_i$ . Також слід відмітити, що в згортку 
$$F(\mathbf{X}) = \sum_{i=1}^m C_i f_i(\mathbf{X})$$

доцільно всі критерії приводити до одних одиниць вимірювання. З цією метою краще представляти критерії у відносних одиницях, беручи за базове максимальне або бажане значення.

Проте стандартність задачі, до якого зводиться початкова багатокритерійна проблема явна перевага методу головного критерію.

Також в багатьох джерелах приведений метод максимізації згортки.

При цьому, особа приймаюча рішення повинна задати ваги  $C_i$  всім критеріям, але узагальнений критерій записується у вигляді 
$$F(x) = \min_i C_i f_i(X)$$

.Тоді багатокритерійне завдання зводиться до максимізації  $F(X)$  на  $X \in D_\epsilon$ . Якщо ввести нову змінну  $x_0$ , то це завдання перетвориться до вигляду

$F(X) = x_0 \Rightarrow \max$ ; Можна виділити, що цей метод дозволяє ухвалити рішення виготовлення яких товарів потрібно починати і розширювати, яких підтримувати, а яких знижувати, які товари виводити з ринкової ситуації, з тим, щоб підтримувати обіг грошей в організації.  $x_0, i = 1, n$ , який зручніший для вирішення.

Максимізна згортка має ті ж недоліки, що і попередня, але відрізняється тим, що максимально збільшує мінімальний доданок в, сприяючи відносному зближенню значень критеріїв, а перевага- стандартність задачі формованою даною багатокритерійною проблемою.

Останнім із методів у цій групі є метод послідовних поступок. Його суть

полягає у послідовній оптимізації кількох критеріїв, розташованих за ступенем їхньої важливості. Спочатку максимізують перший, найпріоритетніший критерій. Після цього визначають допустимий рівень відхилення від його максимуму — так звану поступку — і переходять до оптимізації другого критерію, враховуючи обмеження на перший. Далі аналогічно визначається поступка по другому критерію, після чого здійснюється максимізація третього критерію за умови, що значення перших двох не виходять за межі встановлених поступок. Така процедура повторюється для кожного наступного критерію. У результаті оптимальним вважається рішення, отримане в процесі пошуку умовного максимуму останнього за пріоритетністю критерію. Таким чином, метод послідовних поступок реалізує поетапну максимізацію окремих цільових функцій з відповідним коригуванням допустимих меж.

Проте цей підхід має певний недолік — неправильне визначення величини поступки може призвести до неефективного або неточного результату.

Серед методів, що часто застосовуються у виробничих задачах, слід також відзначити метод динамічного програмування.

Динамічне програмування — це метод оптимізації, орієнтований на задачі, що мають багатокрокову або багатоетапну структуру. У таких задачах процес прийняття рішень поділяється на серію взаємопов'язаних етапів, де результати попередніх кроків впливають на подальші. Цей підхід дозволяє систематично шукати оптимальні рішення шляхом розбиття задачі на підзадачі, ефективно використовуючи попередні обчислення для досягнення глобального результату.

Тоді для того, щоб задати виробничий план меблевого підприємства, яка давала б найбільший валовий дохід, необхідно максимізувати наступну цільову

функцію: 
$$\sum_{i=1}^m c_i \int_0^T q_{iN_i}(t) dt - Z_p \rightarrow \max$$
 , де  $Z_p$  — постійні витрати виробництва ,

$a_i$  — змінні витрати на виготовлення однієї одиниці меблів виду  $i$ ,  $d_i$  — ціна реалізації меблів одиниці меблів виду  $i$  ( $i = \overline{1, m}$  ). Тут  $c_1 = d_i - a_i$  . При цьому зазначається, що: дохід, отриманий від реалізації кожного виду меблів,

вимірюється в однакових одиницях; прибуток від продажу конкретного виду меблів не залежить від того, скільки ресурсів було виділено на виготовлення інших видів; загальний дохід є сумою прибутків від кожної позиції асортименту. Динаміка надходження матеріальних і сировинних ресурсів, задана у задачі як безперервна функція часу, на практиці часто визначається фінансовими потоками підприємства — зокрема кредитами, доходами від продажу меблів, нерозподіленими прибутками тощо. У такому випадку формулювання задачі змінюється: на вхід виробничої системи, яка виготовляє  $m$  найменувань меблів, надходить фінансовий потік  $U(t)$ . Це швидке узгодження структури задачі з реальними умовами можна вважати однією з переваг методу.

Розглянувши ряд відомих науці методів можна відмітити, що, застосовуючи їх до поставленої задачі визначення оптимальної плану виробництва меблів, кожен метод має деякі недоліки.

Тому звернемо увагу на так звану теорію ігор. Обґрунтовувавши своє рішення тим, що при вирішенні економічних задач часто доводиться аналізувати ситуації, в яких стикаються інтереси двох або більш конкуруючих сторін, що переслідують різні цілі, що особливо характерно в умовах ринкової економіки. Виникаючі ситуації називаються конфліктними, а математичною теорією конфліктних ситуацій є теорія ігор.

Теорія ігор – це розділ дослідження операцій, орієнтована на побудову формальних моделей прийняття оптимальних рішень в ситуації конкурентної взаємодії, строго регламентованої матрицею виграшів і програшів.[6]

При цьому постановка задачі виглядає так:

$$\sum_{i=1}^m y_i^* \rightarrow \min,$$

$$\sum_{i=1}^m a_{ij} y_i^* \geq 1, j = \overline{1, n},$$

$$y_i^* \geq 0, i = \overline{1, m},$$

$$\sum_{i=1}^n x_j^* \rightarrow \max,$$

$$\sum_{i=1}^n a_{ij} x_j^* \geq 1, j = m,$$

$x_j^* \geq 0, j = \overline{1, n}$ , де  $a_{ij}$  - елемент матриці гри - величина, яку перший гравець виграв, а другий програє;  $m, n$  – кількість можливих стратегій першого та другого гравця;  $x_j, y_i$  – шукані елементи векторів за допомогою яких обчислюються вектори стратегій гравців.

За допомогою теорії ігор підприємство отримує можливість передбачити ходи своїх партнерів і конкурентів. Теорія ігор дає змогу формулювати оптимальні стратегії для кожного учасника конфліктної взаємодії, а також застосовується для розв'язання задач, у яких цільова функція залежить від невизначених або змінних факторів.

Розглянувши різні методи і проаналізувавши недоліки і переваги кожного методу можна зробити висновок, що для вирішення поставленої задачі прийнятним є метод теорії ігор.

Виробниче підприємство ТОВ «Екотехнопласт» планує до виготовлення три види меблів: стільці, столи, терасна дошка. Прибуток від реалізації меблів виробів визначається попитом, який у свою чергу залежить від декількох станів ринкової ситуації. Прогноз показав, що для кожного виду меблів і станів ринкової ситуації дохід може бути заданий деякою матрицею А :

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} \end{pmatrix}$$

Необхідно визначити таку виробничий план меблевого підприємства підприємства ТОВ «Екотехнопласт», при якій доходи підприємства будуть найбільшими.

## 2. СПЕЦІАЛЬНИЙ РОЗДІЛ

### 2.1 Формулювання задачі

Згідно постановці задачі відомо, що виробниче підприємство ТОВ «Екотехнопласт» планує до випуску три види меблів: стільці, столи, терасна дошка. Прибуток від реалізації виробів визначається попитом, який у свою чергу залежить від деяких можливих станів ринку.

Визначивши прибуток для кожного виду меблів і станів ринку отримали деяку матрицю  $A$ :

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} \end{pmatrix}.$$

Необхідно визначити оптимальну виробничу програму підприємства ТОВ «Екотехнопласт».

Для умов ринкової економіки характерні ситуації, в яких стикаються інтереси двох і більш конкуруючих сторін, що переслідують різні цілі. Такого роду ситуації називаються конфліктними і вирішуються за допомогою теорії ігор. На виробничих підприємствах теорія ігор може застосовуватися для вибору оптимальних рішень, наприклад, при створенні раціональних запасів сировини, матеріалів, напівфабрикатів, вибору оптимальної виробничої програми.

Тому поставлену задачу можна розглянути як гру. При цьому гра – це дійсний або формальний конфлікт, в якому є щонайменше два гравці і кожен прагне до виграшу. Рішення подібної задачі вимагає встановлення кількості гравців, виявлення можливих стратегій і виграшів.

У даній задачі в якості гравців виступають ринок і підприємство, що виробляє меблі. Однозначний опис вибору гравця в кожній з можливих ситуацій, при якому він робить свій хід, називається стратегією.

Визначення виробничої програми підприємства ТОВ «Екотехнопласт» в даному випадку є стратегією, а виграшом - максимальний прибуток підприємства.

Важливими є поняття оптимальної стратегії, ціни гри і середнього виграшу. Ці поняття знаходять віддзеркалення у визначенні вирішення гри: стратегії  $U^*$  і  $W^*$  першого і другого гравця відповідно називаються їх оптимальними стратегіями, а число  $V$  - ціною гри, якщо для будь-яких стратегій  $U$  першого гравця і будь-яких стратегій  $W$  другого гравця виконуються нерівності де  $V$  означає середній виграш (математичне очікування) першого гравця, якщо першим і другим гравцями обрані відповідно стратегії  $U$  і  $W$  .[7]

## **2.2 Інформаційне забезпечення для моделювання оптимального випуску продукції**

Інформаційне забезпечення, розроблено спеціально для ТОВ «Екотехнопласт» , представлено у вигляді електронної таблиці, дані з якої можна використовувати при рішенні поставленої задачі. Електронна таблиця включає таблиці Клієнти, Продукція, Обсяги виробництва, Витрати сировини, , Ціна реалізації, Об'єми реалізації, Устаткування.

Таблиця 2.1 містить список клієнтів-покупців підприємства, їх назву, юридичну адресу, а також код співпраці. Клієнтами підприємства є меблеві магазини.

На підприємстві випускається меблі трьох видів, столи, стільці, терасна дошка.

Таблиця 2.1

### Клієнти

код клієнта	Назва	Юр.адреса	Код співпраці
001	Епіцентр	вул. Полярна, 20-Д, м. Київ	0001
002	Нова Лінія	просп. Бандери, 11-А, м. Київ	0002
003	Стіл і Стілець	просп. Поля, 72, м. Дніпро	0003
004	12 Стільців	вул. В. Васильківська, 100, м. Київ	0004
005	ProMeбли	просп. Слобожанський, 37, м. Дніпро	0005
006	Mebelok	просп. Хмельницького, 22, м. Дніпро	0006
007	MatroLuxe	вул. Руденка, 53, м. Дніпро	0007
008	Світ Матраців	вул. Руденка, 53, м. Дніпро	0008
009	Вагонка-Рубас	вул. 25 Садова, м. Київ	0009
010	КорайSebe	вул. Володимирська, 49, м. Київ	0010
011	8meбли	вул. Саксаганського, 121, м. Київ	0011

Таблиця 2.2 містить інформацію про види меблів, що випускаються підприємством ТОВ “Екотехнопласт” .

Таблиця 2.2

### Продукція

Код товару	Найменування продукції	Характеристика (тип / розмір)
1001	Стілець Орегон 01	Кухонний, 450×530×960
1002	Стілець Сідней 02	Кухонний, 460×530×890
1003	Стілець Бостон	Кухонний, 450×530×960
2001	Стіл Орегон	Обідній, 1100(+400)×900×750
2002	Стіл Мемфіс	Обідній, 1200(+400)×750×750
2003	Стіл Сіетл	Обідній, 1100(+350)×700×750
3001	Терасна дошка Classic	150×25×2200, порожниста

Стільці виготовляються з використанням фанери, металевого каркасу, меблевої фурнітури, поролону та оббивної тканини. Столи виготовляються з металевого каркасу, МДФ-плити, меблевої фурнітури та покриваються декоративною ПВХ-плівкою. Терасна дошка виготовляється з деревно-полімерного композиту (ДПК), до складу якого входять деревна мука, поліетилен, барвники та абразивні компоненти.

Витрати сировини на виробництва продукції вказані в Таблиці 2.3.

Таблиця 2.3

### Витрати сировини

Назва продукції	Сировина	Одиниця виміру	Витрата на одиницю продукції
Стілець Орегон 01	Фанера	кг	2.0
Стілець Орегон 01	Фурнітура	шт	4
Стілець Орегон 01	Метал	кг	1.5
Стілець Орегон 01	Поролон	м <sup>2</sup>	0.3
Стілець Орегон 01	Тканина	м <sup>2</sup>	0.5
Стіл Орегон	Метал	кг	3.5
Стіл Орегон	Фурнітура	шт	6
Стіл Орегон	МДФ	м <sup>2</sup>	1.2
Стіл Орегон	ПВХ плівка	м <sup>2</sup>	0.8
TardeX Classic	Деревна мука	кг	5.0
TardeX Classic	Поліетилен	кг	2.0
TardeX Classic	Барвник	кг	0.1
TardeX Classic	Абразив	кг	0.05

Підприємство реалізує столи та стільці в одиницях товару, а терасну дошку в м.кв , а відпускна ціна реалізації може коректуватися з урахуванням сучасних ринкових умов, вказана в таблиці 2.4 .

Таблиця 2.4

**Відпускна ціна**

Назва продукції	Ціна реалізації, грн
Стілець Орегон 01	2101.00
Стілець Сідней 02	2113.00
Стілець Бостон	1551.00
Стіл Орегон	7925.00
Стіл Мемфіс	7557.00
Стіл Сіетл	6175.00
TardeX Classic	2548.00

Таблиця 2.5

**Устаткування для виробництва меблів**

Устаткування	Продуктивність, од./людозміну
Формувальний верстат (стілці)	20
Прес (столи)	15
Обрізний верстат	25
Шліфувальна машина	30
Верстат для ПВХ-плівки	18
Екструдер для терасної дошки	12
Охолоджуючий транспортер	20

Підприємство продає вироблювану продукцію своїм клієнтам по відпускних цінах . Об'єми реалізації за 2022-2024 рік представлені в таблиці 2.6, 2.7

Таблиця 2.6

**Таблиця продажів меблів за роками**

Місяць	2022	2022	2023	2023	2024	2024
	Столи	Стільці	Столи	Стільці	Столи	Стільці
Січень	12	48	18	72	20	80
Лютий	18	72	27	108	30	120
Березень	16	64	50	200	56	224
Квітень	9	36	28	112	31	124
Травень	7	28	21	84	24	96
Червень	5	20	17	68	19	76
Липень	9	36	27	108	30	120
Серпень	3	12	10	40	11	44
Вересень	23	92	70	280	78	312
Жовтень	17	68	51	204	57	228
Листопад	5	20	15	60	17	68
Грудень	9	36	27	108	30	120

Таблиця 2.7

**Продажі терасної дошки (м<sup>2</sup>) за 2022–2024 роки**

<b>Рік</b>	<b>2024</b>	<b>2023</b>	<b>2022</b>
<b>Місяць</b>			
<b>Січень</b>	14258.52	12832.67	8555.11
<b>Лютий</b>	30572.75	27515.48	18343.65
<b>Березень</b>	405062.56	364556.3	81012.51
<b>Квітень</b>	117175.145	105457.63	23435.03
<b>Травень</b>	105001.699	94501.53	21000.34
<b>Червень</b>	95727.716	86154.94	19145.54
<b>Липень</b>	122958.21	110662.39	24591.64
<b>Серпень</b>	137169.024	123452.12	27433.8
<b>Вересень</b>	84449.862	76004.88	16889.97
<b>Жовтень</b>	73759.055	66383.15	14751.81
<b>Листопад</b>	52998.847	47698.96	10599.77
<b>Грудень</b>	35716.228	32144.61	7143.25

Дані в таблицях оновлюються і коректуються з урахуванням змін в ринковому попиті, впровадженням інноваційних технологій ,що дозволяють зменшити витрати сировини на виробництво, дані про розміри прибутку і об'ємах реалізації оновлюються за кожен розрахунковий період. Таблиця, що містить інформацію про клієнтів, доповнюється при співпраці з новими підприємствами і компаніями.

**2.3 Дослідження споживчого попиту на вироби підприємства**

У межах постановки задачі доцільно визначити потенційні стани ринку, орієнтуючись на аналіз динаміки попиту на меблеву продукцію. У сучасних умовах господарювання дослідження ринкового попиту є одним із ключових завдань для стабільного функціонування підприємства. Постійний моніторинг змін попиту та здатність оперативно реагувати на ці зміни (тобто

виробнича гнучкість) виступають критичними факторами конкурентоспроможності. В сучасній ринковій економіці для підприємства важливіше не лише виготовити продукцію, а забезпечити її ефективну реалізацію, зайнявши конкретну нішу. Саме тому особливе значення сьогодні мають маркетингові підрозділи, які аналізують канали збуту та вивчають споживчу поведінку.

Протягом останніх років на меблевому ринку України, як і загалом у світі, спостерігається зростаючий інтерес до багатофункціональних та компактних виробів, що пояснюється урбанізаційними тенденціями, розвитком сегменту малогабаритного житла та зростанням популярності меблів для відкритих просторів — зокрема, терасної дошки. Водночас, споживачі дедалі більше орієнтуються на співвідношення ціни і якості, а також екологічні характеристики продукції.

На споживчий попит впливають такі фактори (рисунок 2.1):

- сезонність (наприклад, активізація продажів терасної дошки у весняно-літній період);
- наявність разових клієнтів, що не мають постійного постачальника;
- кількість постійних клієнтів, зокрема роздрібних торгових мереж;
- активність будівельного сектору, реновацій житла, розвитку приватного будівництва;
- ціноутворення на меблі та супутню продукцію, особливо в умовах економічної нестабільності.

У межах даної задачі нас передусім цікавить реалізований попит — тобто фактичний обсяг продукції, проданої підприємством, що задовольнив потреби споживачів.

Вивчення реалізованого попиту може здійснюватися двома основними способами:

1. методами прямої реєстрації обсягів продажів;
2. методами балансового аналізу (зокрема, за допомогою товарного балансу).

До методів реєстрації відносяться як облік продажів через товарні накладні, етикетки чи рахунки-фактури, так і фіксація реалізації за допомогою електронних касових систем. Ці інструменти дозволяють оперативно збирати статистику та коригувати виробничу програму з урахуванням фактичного попиту.

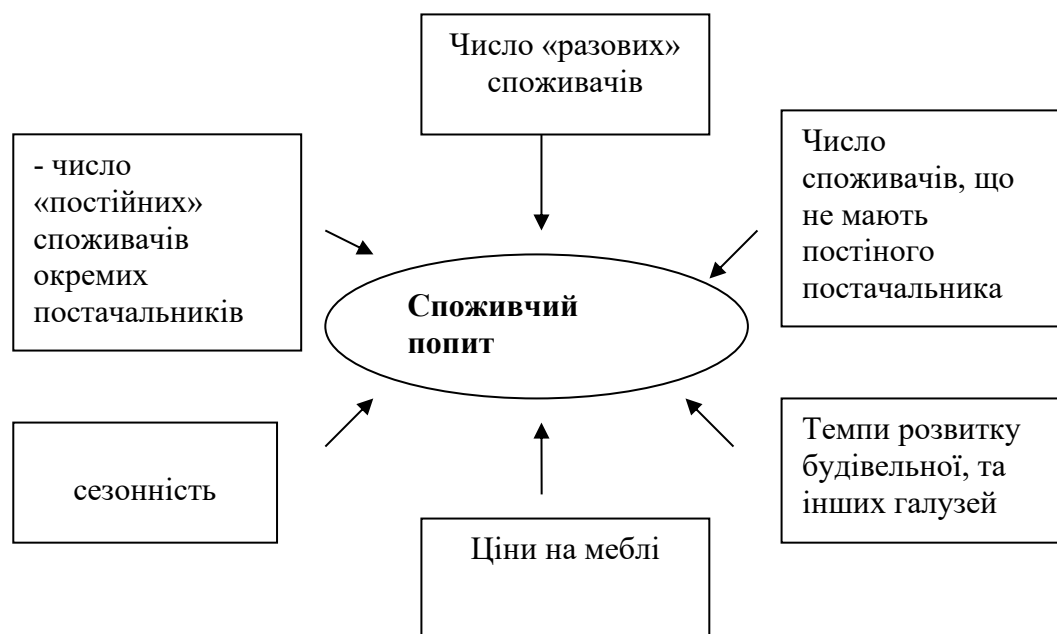


Рисунок 2.1 - Чинники, що впливають на споживчий попит

У торгових точках, що спеціалізуються на продажу меблів та товарів для дому, одним із зручних інструментів для фіксації реалізації є товарні етикетки, ярлики-вкладиші або фіскальні чеки. Окрім обов'язкових реквізитів (наприклад, артикул та ціна), вони можуть містити додаткові характеристики продукції — такі як модель, матеріал, колір або стиль. Після завершення робочого дня відповідальні працівники торгового залу або відділу продажу підсумовують кількість реалізованих одиниць товару, фіксують їх у відповідному журналі чи базі даних, класифікуючи за видами меблів та асортиментними ознаками. У разі потреби ці дані передаються до відділу маркетингу або аналітики для подальшого аналізу.

Використання автоматизованих систем обліку продажу, зокрема електронних касових апаратів, дозволяє оперативно збирати та обробляти інформацію про

реалізацію продукції у деталізованому асортименті. За допомогою сучасного програмного забезпечення можна узагальнювати дані про обсяги продажів за типами продукції, моделями, кольорами тощо, що значно полегшує управління складськими запасами та адаптацію виробничої програми.

Разом із тим, застосування таких методів ще стикається з певними труднощами, зокрема через неповне впровадження міжнародної системи штрихового кодування у вітчизняних виробників. Однак, у тих випадках, коли штрих-коди використовуються, дані про продажі фіксуються автоматично в момент здійснення покупки й одразу потрапляють до центральної бази даних, де можуть бути проаналізовані в реальному часі.

У практиці роботи з роздрібними партнерами та мережами ТОВ «Екотехнопласт» також застосовується балансовий метод для аналізу реалізованого попиту. Його суть полягає у використанні формули товарного балансу, яка дозволяє розрахувати залишки продукції, обсяг реалізації та потреби у новому виробництві на підставі вхідних і вихідних товарних потоків:  $P = O_n + П + O_k$ , де  $P$  - реалізований попит,  $O_n$  - залишок товарів на початок періоду обліку,  $П$  - надходження товарів за період обліку,  $O_k$  - залишок на кінець періоду обліку .

початкові дані для аналізу попиту зазвичай отримують із бухгалтерських звітів, карток складського обліку, а також з даних внутрішнього документообігу. На основі цієї інформації розраховують обсяги продажу меблів і терасної дошки за певний звітний період. Однак слід зазначити, що такий підхід досить трудомісткий і малоефективний у контексті оперативного контролю — наприклад, при необхідності щоденного чи щотижневого аналізу реалізації, що є критично важливим для комерційної діяльності та гнучкого планування виробництва.

Сучасний підхід до вивчення попиту передбачає використання електронних обчислювальних засобів. При цьому облік продажу ведеться на основі руху товару: надходження від постачальників, даних інвентаризації, повернень,

залишків на складах тощо. Це дозволяє швидко формувати аналітичні звіти щодо обсягів реалізації та структури попиту.

Кількісною характеристикою реалізованого попиту виступає фактична кількість проданої продукції (Таблиця 2.8).

На основі цих даних побудовано графіки динаміки споживчого попиту, що відображають тенденції змін протягом аналізованого періоду (рисунки 2.2, 2.3, 2.4)

Таблиця 2.8

### Продажі продукції ТОВ «Екотехнопласт» за 2022–2024 роки

Місяць	Стол и 2022	Стільці202 2	Дошка 2022(м.кв )	Стол и 2023	Стільці202 3	Дошка 2023(м.кв )	Стол и 2024	Стільці202 4	Дошка 2024(м.кв )
Січень	12	48	8555.11	18	72	12832.67	20	80	14258.52
Лютий	18	72	18343.65	27	108	27515.48	30	120	30572.75
Березен ь	16	64	81012.51	30	120	364556.30	30	120	480562.56
Квітень	9	36	23435.03	28	112	105457.63	31	124	117175.15
Травень	7	28	21000.34	21	84	94501.53	24	96	105001.70
Червень	5	20	19145.54	17	68	86154.94	19	76	95727.72
Липень	9	36	29454.61	27	108	110662.93	30	120	122958.21
Серпень	3	12	27433.80	10	40	123452.12	11	44	137169.02
Вересен ь	23	92	16889.97	70	280	76004.88	78	312	84449.86
Жовтен ь	17	68	14751.81	51	204	66383.15	57	228	73795.05
Листопа д	5	20	10997.31	15	60	47698.96	18	72	52998.85
Грудень	9	36	7143.25	27	108	32144.61	30	120	35716.23
Разом	133	532	278162.93	341	1364	1147365.2 0	378	1512	1350385.6 2

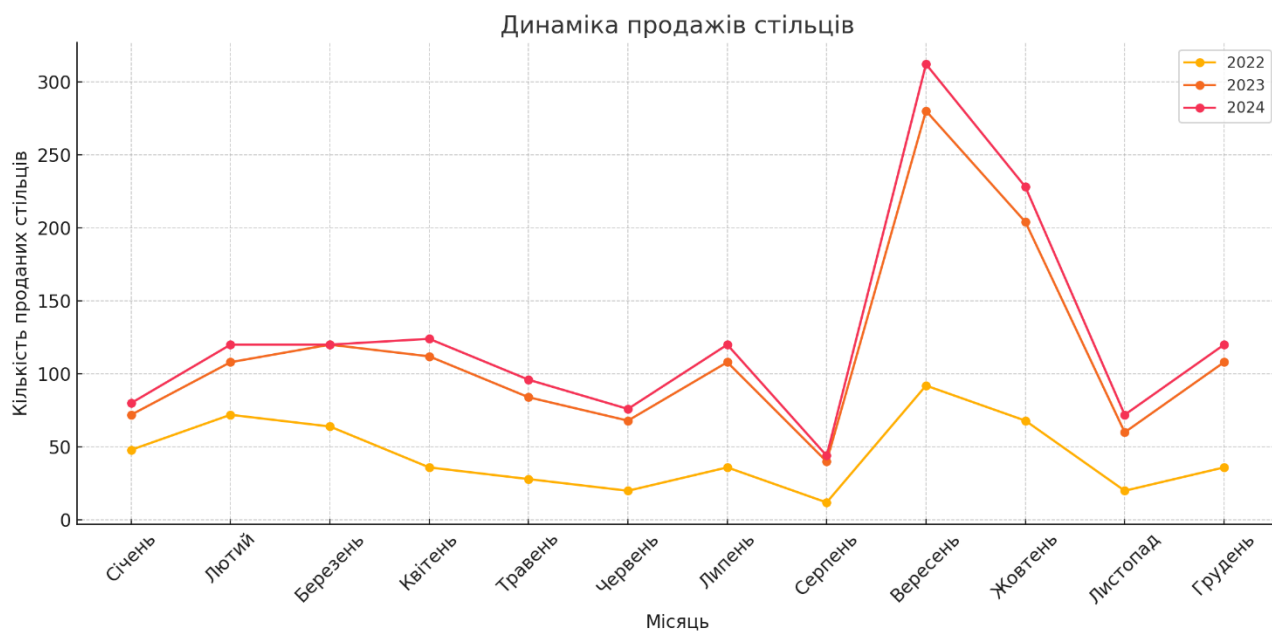


Рисунок 2.2 - Об'єми реалізації стільців

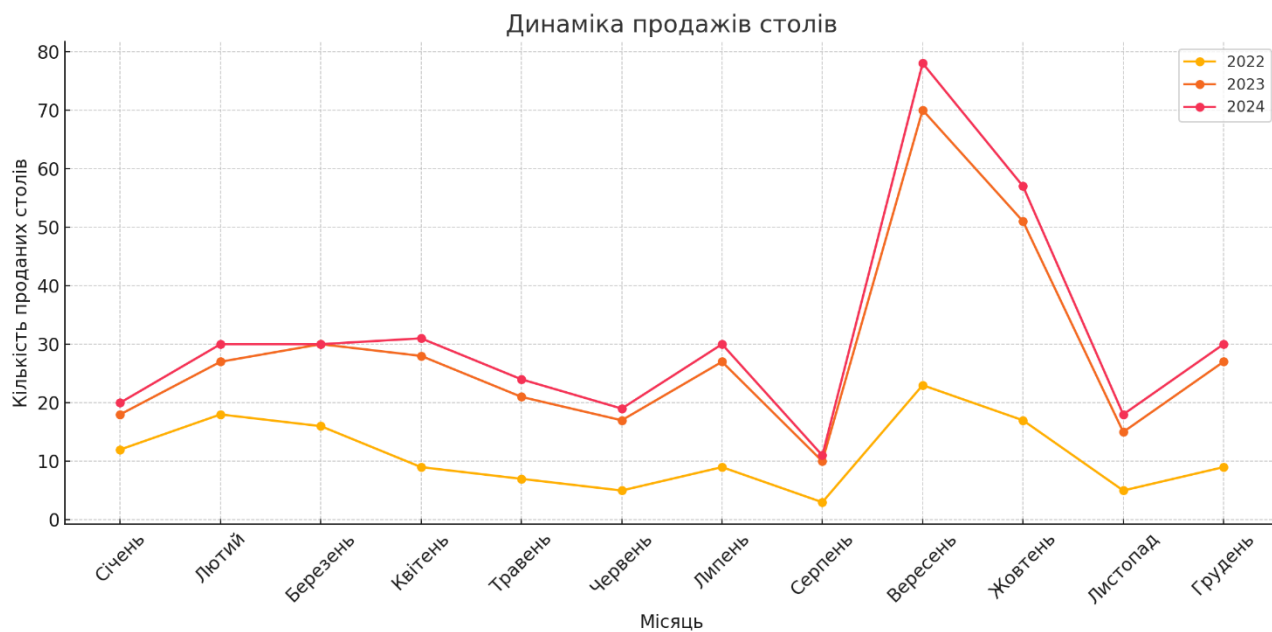


Рисунок 2.3 - Об'єми реалізації столів

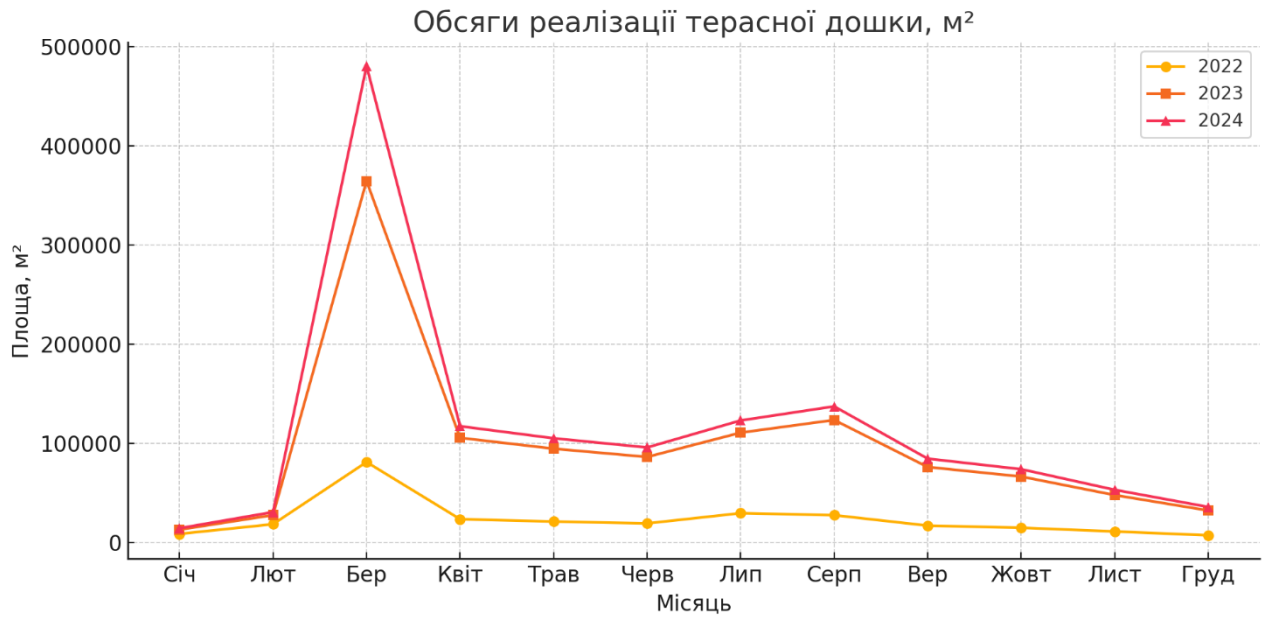


Рисунок 2.4 - Об'єми реалізації терасної дошки

У процесі аналізу реалізації продукції ТОВ «Екотехнопласт» за останні три роки було встановлено, що обсяги продажів істотно варіюються залежно від виду продукції та пори року. Зокрема, мінімальні місячні показники для столів і стільців становили відповідно 3 та 12 одиниць, тоді як максимальні сягали 78 столів і 312 стільців. У випадку з терасною дошкою обсяги продажів коливалися від приблизно 7 тис. м<sup>2</sup> до понад 480 тис. м<sup>2</sup>.

Для подальшого аналізу шкалу обсягів реалізації кожної продукції було поділено на три умовні діапазони:

- низький рівень — для показників, що знаходяться в нижній третині спостережуваного діапазону;
- середній рівень — середній інтервал значень;
- високий рівень — найвищі значення реалізації.

На основі цієї класифікації було оцінено, з якою частотою кожен місяць протягом трьох років потрапляв до відповідного інтервалу для кожного виду

продукції. Це дозволило виокремити періоди низького, середнього та високого попиту, що є основою для подальшого моделювання ринку та формування виробничої стратегії підприємства. Підсумкові дані наведено в таблиці 2.9.

Таблиця 2.9

### Частота попадання місяців у діапазони

Місяць	Низький	Середній	Високий
Січень	9	0	0
Лютий	7	2	0
Березень	3	4	2
Квітень	7	2	0
Травень	9	0	0
Червень	9	0	0
Липень	7	2	0
Серпень	9	0	0
Вересень	5	0	4
Жовтень	5	2	2
Листопад	9	0	0
Грудень	7	2	0

У процесі аналізу ринкових тенденцій варто враховувати зовнішні чинники, які мали безпосередній вплив на обсяги реалізації продукції. 2022 рік став першим роком повномасштабної війни в Україні, що призвело до масштабних збоїв у логістичних ланцюгах, уповільнення будівельної активності, зміни поведінки споживачів і загального зниження купівельної спроможності. З цієї причини показники реалізації 2022 року не можуть розглядатися як репрезентативні для визначення стабільних ринкових трендів.

З метою об'єктивнішої оцінки попиту було прийнято рішення знизити вплив 2022 року на аналітичні висновки, залишивши лише найрепрезентативніші

значення реалізації. Це дало змогу уникнути перекосів у класифікації місяців та сформувати більш точну структуру ринку.

На основі оновлених даних було виокремлено три стани ринку:

- Перший стан (низький попит) охоплює ті місяці, в яких найбільше значень реалізації потрапляло в нижній діапазон. До цієї групи належать: січень, лютий, квітень, травень, червень, липень, серпень, листопад, грудень.
- Другий стан (середній попит) включає місяці з переважанням середніх показників реалізації — березень, жовтень.
- Третій стан (високий попит) виявлений лише у вересні, коли найбільша кількість реалізацій потрапила до верхнього діапазону. Саме у цей період спостерігалася максимальна ринкова активність, зокрема зростання попиту на меблі та терасну дошку.

Відповідна класифікація за рівнями попиту представлена у таблиці 2.10.

Таблиця 2.10

### Стан ринку

Стан ринку	Місяці
Перший стан	січень, лютий, квітень, травень, червень, липень, серпень, листопад, грудень
Другий стан	березень, жовтень
Третій стан	вересень

Враховуючи ділення на три періоди (стани ринку) розглянемо гістограми, що наочно представляють об'єми реалізації меблів трьох типів по кожному з періодів( рисунок 2.5,2.6,2.7) :

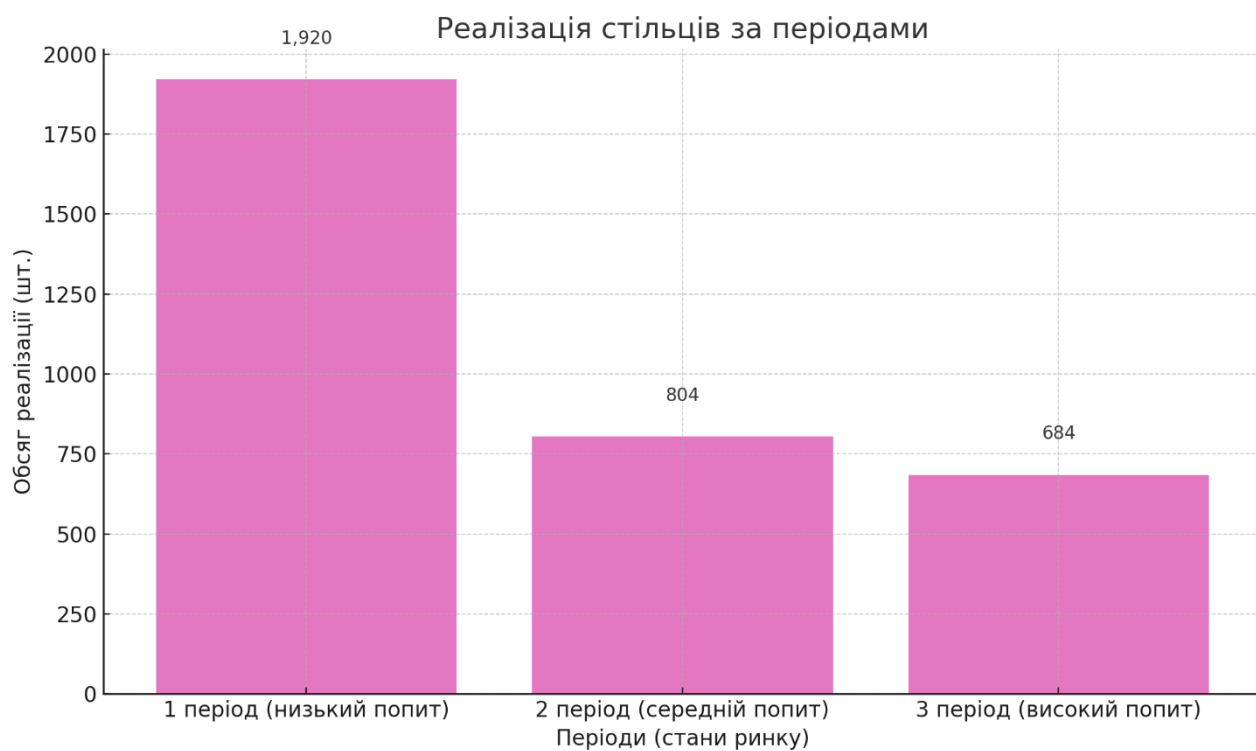


Рисунок 2.5 - Об'єми реалізації стільців по періодам

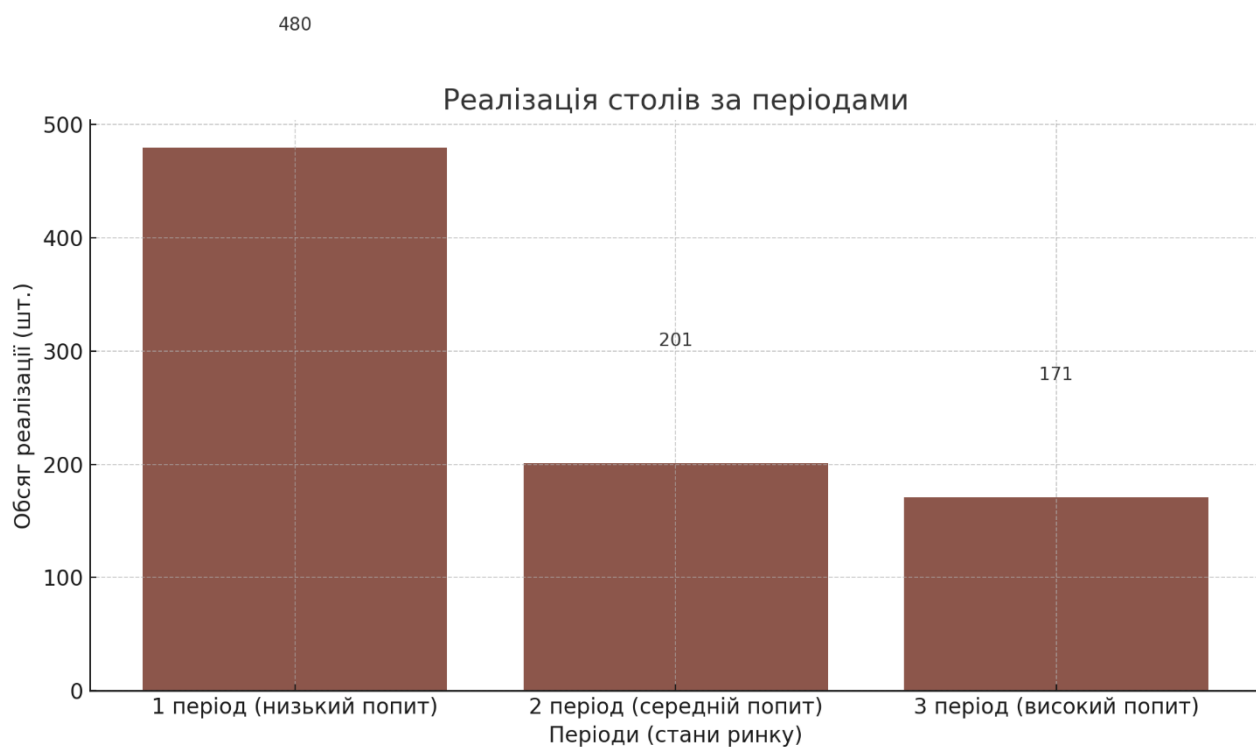


Рисунок 2.6 - Об'єми реалізації столів по періодам

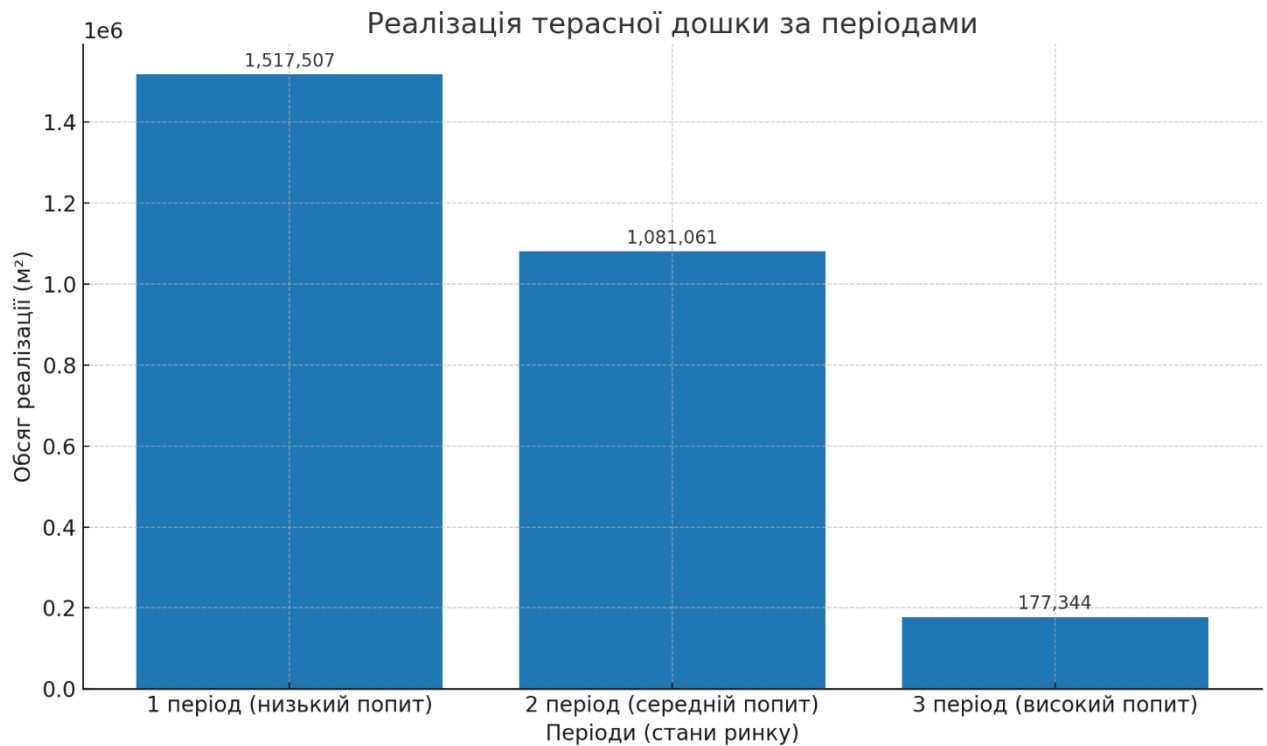


Рисунок 2.7 - Об'єми реалізації терасної дошки по періодам

Розглянемо докладніше 2024 рік. Для наочності представимо матрицю об'ємів реалізації електродів і прибутку для трьох станів ринку(таблиця 2.11, таблиця 2.12).

Таблиця 2.11

**Об'єми реалізації для трьох станів ринку**

Тип продукції	Одиниця виміру	1 період	2 період	3 період
Столи	шт.	213	87	78
Стільці	шт.	852	348	312
Терасна дошка	м <sup>2</sup>	711578	554357	84449

### Матриця прибутку

Тип продукції	1 період	2 період	3 період
Столи	368 526	259 514	118 715
Стільці	711 750	915 476	252 756
Терасна дошка	160 157 266	124 771 115	19 007 411

## 2.4 Вибір виду математичної моделі

Згідно з постановкою завдання, виробниче підприємство ТОВ «Екотехнопласт» планує здійснювати випуск трьох видів продукції: столів, стільців та терасної дошки. Прибуток від реалізації цієї продукції залежить від попиту, який, у свою чергу, змінюється залежно від певних станів ринку (низький, середній, високий попит). Як було зазначено вище, з урахуванням цих ринкових умов можна сформулювати задачу у вигляді гри.

Такі задачі розв'язуються методами теорії ігор, зокрема лінійного програмування, що дозволяє знаходити оптимальні виробничі стратегії за умов невизначеності ринку.

Загальний вигляд задачі лінійного програмування:

Задача лінійного програмування полягає у визначенні максимального (або мінімального) значення цільової функції прибутку:

$$F = c_1x_1 + c_2x_2 + \dots + c_nx_n , \quad (2.1)$$

За умов:

$$a_{i1}x_1 + a_{i2}x_2 + \dots + a_{in}x_n \leq b_i, \quad (2.2)$$

$$x_j \geq 0, j = 1..k, k \leq n , \quad (2.3)$$

де  $a_{ij}, b_i, c_j$ , - постійні числа, а  $x_j$  - шукані значення. Функція  $F$ , що дорівнює (2.1) називається цільовою функцією, вирази (2.2) і (2.3) – обмеженнями. Значення,  $j=1..n$ , що задовольняють обмеженням (2.2), (2.3) утворюють область припустимих рішень і називаються припустимими. Припустиме рішення, при якому цільова функція  $F$  набуває екстремального значення, називається оптимальним.

Кожній задачі лінійного програмування можна певним чином зіставити деяку іншу задачу (лінійного програмування), названу подвійною або зв'язаною по відношенню до початкового або прямого завдання. В даному випадку вона буде складена щодо другого гравця.

## 2.5 Побудова математичної моделі

Провівши аналіз споживчого попиту на продукцію підприємства ТОВ «Екотехнопласт», було визначено, що матриця прибутку має наступний вигляд:

Матриця прибутку  $A$ :

(рядки — тип продукції: столи, стільці, терасна дошка;  
стовпці — стани ринку: 1 — низький попит, 2 — середній попит, 3 — високий попит

$$A = \begin{pmatrix} 368526 & 259514 & 118715 \\ 711750 & 915476 & 252756 \\ 160157266 & 124771115 & 19007411 \end{pmatrix}$$

Слід зазначити, що для того, щоб число  $V$  було ціною гри, а  $U^*$  і  $W^*$ -оптимальними стратегіями, необхідно і достатнє виконання нерівностей :

$$\sum_{i=1}^m a_{ij} \times u_i \geq V, \quad j = \overline{1, n}, \quad (2.4)$$

$$\sum_{j=1}^m a_{ij} \times w_j \geq V, \quad i = \overline{1, m}, \quad (2.5)$$

де  $a_{ij}$ -елемент матриці гри,  $V$  – ціна гри,  $u_i, w_j$  – елементи векторів стратегій  $U^*$  та  $W^*$ .

За допомогою цієї теореми можна вирішити будь-яку задачу теорії ігор, будь-якого розміру  $n \times m$ , заздалегідь перетворивши її до задачі лінійного програмування.

Розглянемо гру  $m \times n$ , визначувану матрицею:

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} \end{pmatrix}$$

Розділимо обидві частини нерівності (2.4) на  $V$ :

$$\sum_{i=1}^m a_{ij} \times \frac{u_i^*}{V} \geq 1, \quad j = \overline{1, n}, \quad (2.6)$$

де  $a_{ij}$  – елемент матриці гри,  $u_i$  – елемент вектору стратегій  $U^*$ ,  $V$  – ціна гри.

Позначимо  $\frac{u_i^*}{V} = y_i^*, i = \overline{1, m}$ . тоді:  $\sum_{i=1}^m a_{ij} \times y_i^* \geq 1, j = \overline{1, n}, y_i \geq 0, i = \overline{1, m}$ , де  $a_{ij}$  –

елемент матриці гри,  $u_i$  – елемент вектору стратегій  $U^*$ ,  $V$  – ціна гри,  $y_i$  – елемент вектору за допомогою якого визначається стратегія гравця  $U^*$ .

Використовуючи введене позначення, перепишемо умову  $\sum_{i=1}^m u_i^* = 1$  у вигляді

$\sum_{i=1}^m y_i^* = \frac{1}{V}$ , де  $u_i$  – елемент вектору стратегій  $U^*$ ,  $V$  – ціна гри,  $y_i$  – елемент

вектору за допомогою якого визначається стратегія гравця  $U^*$ . Оскільки перший гравець прагне отримати максимальний виграш, то він повинен прагнути забезпечити мінімум величині  $\frac{1}{V}$ . Маємо завдання лінійного програмування:

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^m y_i^* &\rightarrow \min, \\ \sum_{i=1}^m a_{ij} \times y_i^* &\geq 1, j = \overline{1, n}, \\ y_i^* &\geq 0, i = \overline{1, m}. \end{aligned} \quad (2.7)$$

Міркуючи аналогічно відносно другого гравця, можна скласти задачу, подвійну до приведеної вище:

$$\sum_{i=1}^m x_j^* \rightarrow \max ,$$

$$\sum_{i=1}^m a_{ij} \times x_j^* \leq 1, j = \overline{1, m} , \quad (2.8)$$

$$x_j^* \geq 0, j = \overline{1, n} ,$$

де  $a_{ij}$  – елемент матриці гри,  $m, n$  – кількість можливих стратегій першого та другого гравця;  $x_j, y_i$  – шукані елементи векторів за допомогою яких обчислюються вектори стратегій гравців. [11]

Використовуючи вирішення пари подвійних задач, отримаємо вираз для визначення стратегій і ціни гри :

$$V = \frac{1}{\sum_{j=1}^n x_j^*} = \frac{1}{\sum_{i=1}^m y_i^*} , \quad (2.9)$$

$$u_i^* = Vy_i^*, i = \overline{1, m} , \quad (2.10)$$

$$w_j^* = Vx_j^*, j = \overline{1, n} , \quad (2.11)$$

де  $x_j^*, y_i^*$  – знайдені елементи векторів за допомогою яких обчислюються вектори стратегій гравців,  $V$  – ціна гри,  $u_i^*, w_j^*$  – елементи вектору стратегій  $U^*$  та  $W^*$ . [11]

## 2.6 Дослідження математичної моделі

Застосовуючи до даної задачі підхід теорії ігор, розглянемо матрицю прибутку  $A$ , яка описує взаємозв'язок між видами продукції та можливими станами ринку:

$$A = \begin{pmatrix} 368526 & 259514 & 118715 \\ 711750 & 915476 & 252756 \\ 160157266 & 124771115 & 19007411 \end{pmatrix}$$

Це гра розміром  $3 \times 3$  з двома гравцями:

Нижня ціна гри визначається як

$$\alpha = \max_i (\min_j a_{ij}) \quad , \quad (2.12)$$

а верхня

$$\beta = \min_j (\max_i a_{ij}) \quad , \quad (2.12)$$

де  $a_{ij}$ -елементи матриці гри, тоді згідно (2.12) та (2.13) :

$$\alpha = \max \left( \min_j a_{ij} \right) = \max(118715, 252756, 19007411) = \mathbf{19007411}$$

$$\beta = \min \left( \max_i a_{ij} \right) = \min(160157266, 124771115, 19007411) = \mathbf{19007411}$$

При цьому значенні  $\alpha = \beta = 19007411$ , що вказує на наявність сідлової точки. Це означає, що підприємство може застосовувати оптимальну стратегію у чистому вигляді, і пошук рішень у змішаних стратегіях не є необхідним.

Однак, для повноти дослідження побудуємо подвійну пару задач лінійного програмування, які дозволяють перевірити та закріпити принцип побудови стратегій.

Складемо першу задачу лінійного програмування у вигляді:

$$F_1 = x_1 + x_2 + x_3 \rightarrow \max$$

За умов:

$$368526x_1 + 259514x_2 + 118715x_3 \leq 1$$

$$711750x_1 + 915476x_2 + 252756x_3 \leq 1$$

$$160157266x_1 + 124771115x_2 + 19007411x_3 \leq 1$$

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, x_3 \geq 0$$

Двоїста задача має вигляд:

$$F_2 = y_1 + y_2 + y_3 \rightarrow \min$$

При умовах:

$$368526 \cdot y_1 + 711750 \cdot y_2 + 160157266 \cdot y_3 \geq 1$$

$$259514 \cdot y_1 + 915476 \cdot y_2 + 124771115 \cdot y_3 \geq 1$$

$$118715 \cdot y_1 + 252756 \cdot y_2 + 19007411 \cdot y_3 \geq 1$$

$$y_1 \geq 0, y_2 \geq 0, y_3 \geq 0$$

Знайдемо рішення прямої і подвійної задачі симплекс методом.

$$F_1 = x_1 + x_2 + x_3 \rightarrow \max ,$$

При

$$368526x_1 + 259514x_2 + 118715x_3 + x_4 = 1 ,$$

$$711750x_1 + 915476x_2 + 252756x_3 + x_5 = 1 ,$$

$$160157266x_1 + 124771115x_2 + 19007411x_3 + x_6 = 1 ,$$

$$x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6 \geq 0 .$$

Пряма задача має рішення  $X^* = (0; 0; 1)$ , а подвійна:  $Y^* = (0; 0; 1)$ .

Отже, за формулою (2.9) ціна гри  $V = 19007411$ .

За формулами (2.10) та (2.11) обчислимо оптимальну стратегію гравця:

$$u_1^* = V \cdot y_1^* = 0 ;$$

$$u_2^* = V \cdot y_2^* = 0 ;$$

$$u_3^* = V \cdot y_3^* = 1 ;$$

Тоді  $U^* = (0 ; 0 ; 1)$ .

$w_1^* = V^* x_1 = 0$  ;

$w_2^* = V^* x_2 = 0$  ;

$w_3^* = V^* x_3 = 1$  ;

Тоді  $W^* = (0 ; 0 ; 1)$ .

Для нас особливу цінність має стратегія третього гравця — стратегія  $U^*$ , яка визначає оптимальну виробничу програму підприємства (рисунок 2.8).

Згідно з результатами математичного моделювання та аналізу реалізованого прибутку, частка столів і стільців у загальному доході підприємства є незначною (менше 0,2%). У той час як терасна дошка забезпечує понад 99% виручки, виробництво іншої продукції призводить лише до розпорошення ресурсів. Відмова від випуску столів і стільців дозволить не лише спростити виробничий цикл, але й підвищити загальну рентабельність підприємства за рахунок фокусування на найприбутковішому сегменті — композитній терасній дошці.

Відповідно до цієї стратегії, з метою отримання максимального гарантованого прибутку незалежно від стану ринку, підприємству доцільно зосередити виробництво виключно на терасній дошці. Саме цей вид продукції забезпечує найстабільніший і найвищий економічний результат.



Рисунок 2.8 - Графічне відображення оптимальної виробничої програми

## ВИСНОВКИ

У кваліфікаційній роботі бакалавру було розроблено оптимальну виробничу програму для підприємства ТОВ «Екотехнопласт», що спеціалізується на виготовленні столів, стільців і терасної дошки.

Об'єктом дослідження виступає реальне виробниче підприємство ТОВ «Екотехнопласт».

Мета роботи — оптимізація виробничої програми підприємства з використанням методів теорії ігор.

У процесі аналізу предметної області було встановлено, що теорія ігор є ефективним інструментом для ухвалення управлінських рішень в умовах невизначеного попиту. Задачу було подано у вигляді гри двох гравців — підприємства (виробника) та ринку (попиту). Для задачі сформовано математичну модель, яка розв'язувалася методом лінійного програмування.

Значну увагу приділено дослідженню сезонного попиту на продукцію підприємства. На основі даних реалізації за три роки було виділено три стани ринку: з низьким, середнім та високим попитом. Це дозволило побудувати матрицю прибутку, яка була використана в грі для визначення оптимальної стратегії.

У результаті дослідження встановлено, що оптимальною виробничою стратегією є зосередження на випуску терасної дошки, яка забезпечує стабільний та максимальний прибуток у будь-якому ринковому сценарії. Побудована матриця гри має сідлову точку, що підтверджує можливість реалізації стратегії в чистому вигляді.

Таким чином, математичне моделювання дало змогу обґрунтовано визначити ефективну структуру виробництва продукції, яка дозволить підприємству підвищити рентабельність і конкурентоспроможність на ринку.

## СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Кваліфікаційна робота бакалавра [Електронний ресурс] : методичні рекомендації для здобувачів ступеня бакалавра освітньо-професійної програми «Системний аналіз» зі спеціальності 124 Системний аналіз / уклад.: Т.А. Желдак, Т.В. Хом'як, А.В. Малієнко ; М-во освіти і науки України, Нац. техн. ун-т «Дніпровська політехніка». – Дніпро : НТУ «ДП», 2025. – 32 с.
2. Таха, Н. А. (2017). Operations Research: An Introduction. Pearson Education. – 30 с
3. Федулова Л.І., Іванова Н.Ю. Маркетинг : навч. посіб. — К. : КНЕУ, 2020. — 296 с.
4. Ромат Є.В. Маркетинг : підручник. — Харків : Основа, 2019. — 416 с.
5. Kotler, P., & Keller, K. L. (2016). Marketing Management (15th ed.). Pearson.
6. Tadelis, S. (2013). Game Theory: An Introduction. Princeton University Press.
7. Kalai, E. (2000). Game Theory and Economic Modelling. MIT Press.
8. Москалюк В.І. Теорія прийняття рішень та ігрові моделі : навч. посібник. — Львів : ЛНУ, 2015. — 188 с.
9. Гаркавенко С.С. Маркетинг : підручник. — К. : Лібра, 2002. — 502 с.
10. Winston, W. L. (2004). Operations Research: Applications and Algorithms. Cengage Learning.
11. Герасимчук З.В., Мельничук І.В. Математичне програмування : навч. посібник. — Львів : ЛНУ, 2011. — 172 с.
12. Аналіз розвитку української меблевої галузі у 2023 році [Електронний ресурс]. — Режим доступу: <https://uafm.com.ua/rozvytok-ukrayinskoyi-meblevoyi-galuzi-u-2023-rotsi/>
13. ERP-системи для меблевого виробництва: функціональність й особливості виробничого планування та контролю [Електронний ресурс]. — Режим доступу: <https://softinform.com.ua/erp-dlya-mebliv>
14. Optimizing Production Scheduling and Supply Chain [Електронний ресурс]. — Режим доступу: <https://www.demanddriventech.com/production-scheduling-supply-chain/>
15. Utilization of computer simulation for optimization of furniture production [Електронний ресурс]. — Режим доступу: <https://bioresources.cnr.ncsu.edu/issues/vol18-issue2/>
16. MRP: короткий посібник [Електронний ресурс]. — Режим доступу: <https://skyplanner.com.ua/blog/mrp-guide/>
17. Sales and operations planning (S&OP) [Електронний ресурс]. — Режим доступу: [https://en.wikipedia.org/wiki/Sales\\_and\\_operations\\_planning](https://en.wikipedia.org/wiki/Sales_and_operations_planning)

## ДОДАТКИ

## Додаток А

№ з/п	Позначення				Найменування	Кількість аркушів	Примітки		
1									
2					Документація				
3									
4	САУ.КР.25.44.ПЗ				Пояснювальна записка	45	Формат А4		
5									
6	САУ.КР.25.44.ДМ				Демонстраційний матеріал	14	Презентація на CD-R		
7									
8	САУ.КР.25.44.КР				Копія роботи	1	Диск CD-R		
9									
10									
11									
12									
13									
14									
15									
16									
17									
18									
					САУ.КР.25.44.ДА.ПЗ.				
Змін.	Аркуш	№ докум.	Підпис	Дата					
Розроб.		Румянцев П.О.			<b>Матеріали кваліфікаційної роботи</b>	Літ.	Аркуш	Аркушів	
К. розд.		Одновол М.М.							
Керівн.		Одновол М.М.				НТУ «ДП», 12; 124-21-2			
Н.контр.		Хом'як Т.В.							
Зав. каф.		Желдак Т.А.							

**Відгук**  
**на кваліфікаційну роботу бакалавра**  
здобувача вищої освіти групи 124 – 21 – 2  
спеціальності 124 Системний аналіз  
Румянцева Павла Олексійовича

Тема кваліфікаційної роботи:

Розробка заходів по оптимізації виробничої програми випуску меблів із застосуванням теорії ігор

Обсяг кваліфікаційної роботи: 45 сторінок

Мета кваліфікаційної роботи:

Підвищення ефективності підприємства шляхом провадження математичних моделей оптимізації.

Актуальність роботи:

Полягає в тому, що задача своєчасного оновлення програми випуску продукції є основною складовою успішної діяльності підприємства, яке працює на нестабільному ринку.

Тема кваліфікаційної роботи безпосередньо пов'язана з об'єктом діяльності бакалавра спеціальності 124 Системний аналіз, оскільки у роботі використовується методика математичного моделювання та обчислювальних методів для розрахунку параметрів моделей.

Практичне значення:

Полягає в підвищенні ефективності підприємства за рахунок оптимального використання ресурсів

Висновки підтверджують актуальність проведеної роботи.

Оформлення пояснювальної записки та демонстраційного матеріалу виконано згідно нормативним вимогами.

Роботу виконано самостійно, відповідно до завдання та у повному обсязі.

У роботі відзначено такі недоліки:

Вибір виду математичної моделі виконано без порівняльного аналізу з існуючими методиками

Кваліфікаційна робота в цілому заслуговує оцінку: Добре (85 балів)

З урахуванням висловлених зауважень автор заслуговує присвоєння кваліфікації «бакалавр з системного аналізу».

Керівник,

Доц. Одновол М.М.

---

**Рецензія**  
**на кваліфікаційну роботу бакалавра**  
здобувача вищої освіти групи 124 – 21 – 2  
спеціальності 124 Системний аналіз  
Румянцева Павла Олексійовича

Тема кваліфікаційної роботи:

Розробка заходів по оптимізації виробничої програми випуску меблів із застосуванням теорії ігор

Обсяг кваліфікаційної роботи: 45 сторінок.

Висновок про відповідність кваліфікаційної роботи завданню та освітньо-професійній програмі спеціальності

Кваліфікаційна робота відповідає завданню та освітньо-професійній програмі спеціальності 124 Системний аналіз.

Загальна характеристика кваліфікаційної роботи, ступінь використання нормативно-методичної літератури та передового досвіду кваліфікаційна робота виконана з достатнім рівнем використання нормативно-методичної літератури та передового досвіду в галузі оптимального планування виробничих процесів.

Позитивні сторони кваліфікаційної роботи:

Автором запропоновано оригінальний підхід по розробці математичної моделі з використанням теорії ігор для визначення стратегії виробництва продукції

Основні недоліки кваліфікаційної роботи:

Вибір виду математичної моделі виконано без порівняльного аналізу з існуючими методиками

Кваліфікаційна робота в цілому заслуговує оцінки: Добре (85 балів)

З урахуванням висловлених зауважень автор заслуговує присвоєння кваліфікації «бакалавр з системного аналізу».

Рецензент,

Д.т.н., професор

\_\_\_\_\_ / М.О. Алексєєв