

Міністерство освіти і науки України
Національний технічний університет
«Дніпровська політехніка»

Факультет інформаційних технологій
(факультет)

Кафедра системного аналізу та управління
(повна назва)

ПОЯСНЮВАЛЬНА ЗАПИСКА
кваліфікаційної роботи ступеня бакалавра

Здобувача вищої освіти Дробного Владислава Дмитровича
академічної групи 124-21-1
спеціальності 124 Системний аналіз
за освітньо-професійною програмою Системний аналіз
на тему: «Оптимізація логістичних процесів у системах доставки»

Керівники	Прізвище, ініціали	Оцінка за шкалою		Підпис
		рейтинговою	інституційною	
кваліфікаційної роботи	<i>к.т.н., доц. Мінєєв О.С.</i>			
розділів:				
Інформаційно- аналітичний	<i>к.т.н., доц. Мінєєв О.С.</i>			
Спеціальний розділ	<i>к.т.н., доц. Мінєєв О.С.</i>			
Рецензент				
Нормоконтролер	<i>к.ф.-м.н., доц. Хом'як Т.В.</i>			

Дніпро
2025

ЗАТВЕРДЖЕНО:
завідувач кафедри
Системного аналізу та управління
(повна назва)

_____ к.т.н., доц. Желдак Т.А.
(підпис) (прізвище, ініціали)

« _____ » _____ 20 _____ року

ЗАВДАННЯ
на кваліфікаційну роботу
ступеня бакалавра

здобувачу вищої освіти Дробному В. Д. академічної групи 124- 21-1
спеціальності: 124 Системний аналіз
за освітньо-професійною програмою Системний аналіз
на тему «Оптимізація логістичних процесів у системах доставки»
затверджену наказом ректора НТУ «Дніпровська політехніка» від 05.05.2025 р.
№336-с

Розділ	Зміст	Терміни виконання
1. Інформаційно-аналітичний розділ	<i>Проаналізувати логістичні процеси та реальну систему доставки. Визначити предметну область дослідження та проблему, що розв'язується. Обґрунтувати методи вирішення поставленої задачі.</i>	10.01.2025 – 01.03.2025
2. Спеціальний розділ	<i>Розв'язати поставлену задачу: розробити алгоритм та програмно реалізувати рішення для оптимізації маршрутизації транспортних засобів, яка необхідна для ефективного функціонування системи та використання наявних ресурсів.</i>	01.03.2025 – 10.06.2025

Завдання видано _____ доц. Мінеєв О.С.
(підпис) (прізвище, ініціали)

Дата видачі: 06.12.2024 р.

Дата подання до екзаменаційної комісії: _____

Прийнято до виконання _____ Дробний В. Д.
(підпис студента) (прізвище, ініціали)

РЕФЕРАТ

Пояснювальна записка: 70 с. 17 рис., 4 табл., 6 додатків, 15 джерел.

Об'єктом дослідження роботи є процес доставки посилок та вантажів: планування маршрутів, розподіл вантажів і посилок та управління транспортом.

Предметом дослідження є методи, завдяки яким досягається ефективність функціонування процесу доставки посилок та вантажів.

Метою даної кваліфікаційної роботи є розробка програмного рішення на основі одного з методів оптимізації, яке дає якісні результати розв'язку задач маршрутизації транспортних засобів та може бути інтегровано в більшість реальних систем для вирішення задач на практиці.

Методи дослідження: метод мурашиної колонії, локальний пошук 2-орт, методи системного аналізу для моделювання задачі маршрутизації транспортних засобів, об'єктно-орієнтоване програмування на мові Python для програмної реалізації.

В *інформаційно-аналітичному розділі* наведено аналіз об'єкту дослідження та визначення проблеми в ньому. Поставлено задачу для вирішення та обрано метод вирішення для її вирішення.

У *спеціальному розділі* розроблено алгоритм методу мурашиної колонії для вирішення задачі маршрутизації транспортних засобів. Програмно реалізовано рішення на основі розробленого алгоритму та проведено тестування та оцінку результатів, отриманих за допомогою розробленого програмного рішення.

Практична цінність отриманих результатів полягає в тому, що запропоноване рішення можна інтегрувати в більшість систем доставки для вирішення задачі маршрутизації транспортних засобів на практиці для підвищення ефективності систем та оптимізації використання наявних ресурсів.

Ключові слова: МАРШРУТИЗАЦІЯ, ОПТИМІЗАЦІЯ, АЛГОРИТМ, МЕТОД МУРАШИНОЇ КОЛОНІЇ, ТРАНСПОРТУВАННЯ.

ABSTRACT

Explanatory note: 71 pages, 17 figures., 4 tables, 6 appendices, 15 references.

The object of research is the process of package and cargo delivery: route planning, cargo and parcel distribution, and transportation management.

The subject of research is the methods by which the efficiency of the parcel and cargo delivery process is achieved.

The purpose of this qualification work is to develop a software solution based on one of the optimization methods, which gives high-quality results for solving vehicle routing problems and can be integrated into most real systems to solve problems in practice.

Research methods: ant colony method, 2-opt local search, system analysis methods for modeling the vehicle routing problem, object-oriented programming in Python for software implementation.

The information-analytical section provides an analysis of the research object and the definition of the problem in it. The task is set and a solution method is chosen to solve it.

In the special section, an ant colony method algorithm is developed to solve the problem of vehicle routing. The solution based on the developed algorithm is programmatically implemented, and the results obtained using the developed software solution are tested and evaluated.

The practical value of the results obtained is that the proposed solution can be integrated into most delivery systems to solve the vehicle routing problem in practice to improve system efficiency and optimize the use of available resources.

Keywords: ROUTING, OPTIMIZATION, ALGORITHM, ANT COLONY OPTIMIZATION, TRANSPORTATION.

ЗМІСТ

ВСТУП	7
РОЗДІЛ 1 ІНФОРМАЦІЙНО-АНАЛІТИЧНИЙ	9
1.1 Теоретичні основи логістичних процесів.....	9
1.2 Характеристика та результати діяльності компанії «Нова Пошта»	11
1.3 Процес доставки відправлення.....	18
1.4 Проблема планування маршрутів	19
1.5 Аналіз складності задачі маршрутизації транспортних засобів	23
1.6 Відомі шляхи вирішення задачі маршрутизації	24
1.7 Висновок до розділу	28
РОЗДІЛ 2 СПЕЦІАЛЬНИЙ РОЗДІЛ	30
2.1 Мурашині алгоритми.....	30
2.2 Застосування поведінки мурах до задачі Комівояжера	34
2.3 Метод мурашиної колонії для задачі маршрутизації.....	37
2.4 Програмна реалізація методу мурашиної колонії	40
2.5 Тестування програми.....	43
2.6 Висновки до розділу	47
ВИСНОВКИ.....	49
СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ.....	51
ДОДАТОК А ВІДОМІСТЬ МАТЕРІАЛІВ КВАЛІФІКАЦІЙНОЇ РОБОТИ.....	53
ДОДАТОК Б ВІДГУК НА КВАЛІФАКАЦІЙНУ РОБОТУ	54
ДОДАТОК В РЕЦЕНЗІЯ НА КВАЛІФІКАЦІЙНУ РОБОТУ	55
ДОДАТОК Г БЛОК-СХЕМИ ОСНОВНИХ МЕТОДІВ ПРОГРАМИ.....	56

ДОДАТОК Д ЛІСТИНГ ПРОГРАМНОЇ РЕАЛІЗАЦІЇ МЕТОДУ МУРАШИНОЇ КОЛОНІЇ	59
ДОДАТОК Е ЛІСТИНГ ДЕМОНСТРАЦІЙНОЇ ПРОГРАМИ.....	63

Кваліфікаційна робота НТУ "ДП"

ВСТУП

Ефективна організація логістичних процесів та використання наявних ресурсів є вирішальним фактором для систем доставки. В сучасних умовах таких систем стає більше, а наявні розширюються, що ускладнює управління такими системами. Від якості організації логістичних процесів залежить не тільки фінансові результати, а й рівень задоволеності клієнтів та ефективність системи в цілому.

Оптимізація таких процесів може бути досягнута шляхом використання методів та технологій, які можна інтегрувати в існуючі системи для вирішення реальних задач логістики.

Актуальність теми полягає в тому, що з кожним роком все більше клієнтів надають перевагу онлайн покупкам, що збільшує попит на послуги доставки. Через це бізнеси, основною діяльністю яких не є доставка, вимушені адаптуватися до таких умов шляхом запровадження послуг доставки всередині бізнесу або користуватися послугами компаній доставки.

Метою кваліфікаційної роботи є розробка програмного рішення на основі одного з методів оптимізації, яке дає якісні результати розв'язку задач маршрутизації транспортних засобів та може бути інтегровано в більшість реальних систем для вирішення задач на практиці.

Об'єктом дослідження кваліфікаційної роботи є процес доставки посилок та вантажів, а саме: планування маршрутів, розподіл вантажів і посилок та управління транспортом.

Предметом дослідження є методи, завдяки яким досягається ефективність функціонування процесу доставки посилок та вантажів.

Методи дослідження. Для оптимізації процесу доставки в кваліфікаційній роботі розглядається метод мурашиної колонії із застосуванням локального пошуку, який реалізовано програмно на мові програмування Python. Такий метод

можна зручно інтегрувати в існуючі системи та гнучко модифікувати для використання методу до задач з великою кількістю обмежень.

Практична цінність полягає в тому, що отримане програмне рішення можна інтегрувати в реальні системи для вирішення практичних задач. Крім того, отримане рішення в майбутньому можна модифікувати або вдосконалити, задля досягнення більшої ефективності та якості результатів.

РОЗДІЛ 1 ІНФОРМАЦІЙНО-АНАЛІТИЧНИЙ

1.1 Теоретичні основи логістичних процесів

У сучасному світі, де люди все більше використовують послуги доставки, вирішальна роль логістичних процесів у діяльності компанії не викликає сумнівів. Нині клієнти очікують швидкої та надійної доставки, часто бажаючи отримати товар того ж дня або на наступний день. Щоб задовольняти зростаючі вимоги клієнтів і зберігати конкурентоспроможність, компанії дедалі частіше застосовують сучасні технології для забезпечення ефективної та бездоганної логістики, а також високоякісного обслуговування. Компанії та підприємства з добре налагодженою логістикою підвищують продуктивність і конкурентні переваги за рахунок зниження операційних витрат, підвищення ефективності та надання якісного обслуговування клієнтам [1].

Логістичні процеси охоплюють усі види діяльності від отримання продукту до його остаточної доставки кінцевому споживачеві. В основному можна виділити три процеси:

- Сортування – розподіл вантажів та посилок за визначеними критеріями (напрямок доставки, розмір, вага, тип вантажу, тощо). Сортування мінімізує помилки доставки та прискорює обробку вантажів;
- Зберігання – організація та розміщення товарів на складах для тимчасового утримання до моменту подальшого переміщення або відправлення. Ефективне зберігання забезпечує швидкий доступ до вантажів та зберігає їх у належному вигляді;
- Транспортування – фізичне переміщення вантажу з місця зберігання або сортування до місця доставки або проміжного пункту.

Транспортування є ключовим у забезпеченні своєчасної доставки та впливає на задоволеність клієнтів;

Мета полягає в тому, щоб доставити необхідну кількість вантажу у потрібний час, у потрібне місце і за попередньо узгодженою ціною. Першим кроком до забезпечення ефективної доставки є чітке управління всіма видами діяльності, пов'язаними з логістичними процесами. Компанії повинні забезпечити належний розподіл ресурсів між усіма складовими елементами своєї мережі доставки [1].

Існує багато компаній, які спеціалізуються на послугах доставки, забезпечуючи перевезення вантажів різної складності та масштабу. Основна діяльність таких компаній зосереджена виключно на доставці, а їх послуги використовують як фізичні особи, так і бізнеси, які забезпечують дохід таких компаній. Можна виділити наступні види доставки:

- Міжнародна доставка: передбачає перевезення товарів між країнами, до того ж, в залежності від країни та вантажу може бути використано різні види транспорту. Таку доставку можуть виконувати авіаційним, морським, залізничним та вантажним транспортом. Зазвичай виконується доставка в сортувальний центр, звідки вже здійснюється доставка до відповідного міста або регіону.
- Міжміська доставка: спрямована на переміщення вантажів між містами та регіонами. В цьому випадку також здійснюється доставка до сортувального центру, але такий центр розташований в регіоні доставці. Після сортування вантаж зазвичай доставляється у відповідне поштове відділення, де клієнт може отримати свою посылку.
- Кур'єрська доставка: масштаб такої доставки є невеликим. Тут доставка відбувається в межах одного міста, а сам вантаж доставляється напряму клієнту.

Хоча кожен вид доставки включає в себе і сортування і зберігання, найважливішим процесом є транспортування, а саме планування маршрутів доставки. Планування маршрутів доставки має надзвичайно важливе значення з огляду на кілька ключових чинників. По-перше, ефективно планування підвищує задоволеність клієнтів, забезпечуючи своєчасну доставку, тим самим відповідаючи їхнім потребам. По-друге, воно оптимізує процес доставки вантажів, значно підвищуючи загальну ефективність системи. Крім того, планування маршрутів відіграє вирішальну роль у мінімізації операційних витрат завдяки підвищенню ефективності використання палива та наявних транспортних засобів [2].

Планування маршрутів – це процес визначення найкращих маршрутів для доставки. Причому, на процес планування можуть впливати різні фактори: наявність транспортних засобів та їх вантажопідйомність, часові межі в які необхідно виконати доставку, наявність декількох пунктів відправлення та інші. Метою такого планування є забезпечити оптимальні маршрути з точки зору загальної відстані та кількості використаних транспортних засобів [2].

Незважаючи на вид доставки та обраний транспорт, неефективне планування призведе до негативних наслідків, які включають в себе неефективне використання наявних ресурсів (кількість транспорту, пального, кількість залучених працівників), повільну доставку через занадто довгі маршрути, а в деяких випадках навіть затримки, через неврахування різного роду обмежень (наприклад, вантаж повинен бути доставлений в чітко визначений час).

Для кращого розуміння систем доставки та масштабу проблеми є доречним розглянути одну з таких систем. Одним із найвідоміших і найпопулярніших представників сфери доставки в Україні є компанія «Нова Пошта», яка забезпечує широкий спектр логістичних послуг для фізичних осіб та бізнесу.

1.2 Характеристика та результати діяльності компанії «Нова Пошта»

«Нова Пошта» – українська компанія, заснована у 2001 році, що забезпечує послуги експрес-доставки документів, вантажів і посилок як для приватних осіб, так і для бізнесу. Наразі «Нова Пошта» очолює ринок логістики в Україні, гарантуючи зручну та доступну доставку для всіх клієнтів. Мета компанії полягає в тому, щоб спростити процес доставки для повсякденного життя і бізнесу. Для цього команда «Нової Пошти» розробляє нові продукти та послуги, спираючись на передовий міжнародний досвід і стандарти, а також впроваджуючи сучасні технології та інноваційні підходи [3].

Щоб гарантувати доставку посилок клієнтам протягом доби, компанія активно автоматизує свої процеси та вкладає кошти в сучасні термінали. У наслідок надзвичайних подій в Україні зазнали пошкоджень сортувальні депо та термінали в Харкові, Миколаєві, Дніпрі, Чернігові й Полтаві, а також десятки відділень компанії [3].

Попри це, компанія не зупиняється на досягнутому: вона відновлює зруйновані об'єкти та будує нові автоматизовані термінали. Так, у 2022 році запрацювали інноваційні термінали в Дніпрі та Запоріжжі, а в 2023 році розпочалося будівництво логістичних хабів у Києві й Одесі. На кінець 2024 року «Нова Пошта» налічує 110 сортувальних терміналів і депо в містах-мільйонниках та обласних центрах, які здатні обробляти від 8,5 до 50 тисяч посилок щогодини. Приблизно третина таких терміналів компанії вже оснащена роботизованими системами, які оптимізують сортування дрібних посилок і вантажів. В планах – відкриття ще семи в Чернівцях, Тернополі, Хмельницькому, Надвірній, Львові, Умані та Херсоні [3].

Мережа точок обслуговування «Нової Пошти» за останні роки зростає більш ніж на 10 000 одиниць і тепер нараховує 37 210 відділень та поштоматів (автоматизовані пункти видачі та відправки посилок, що складаються з комірок різного розміру та працюють без участі оператора) по всій Україні. У 2024 році компанія відкрила 1 747 нових відділень і встановила 8 410 поштоматів. Станом на початок 2025 року, загальна кількість точок сервісу становить 13 208

відділень і 24 002 поштомати, більшість з яких розташовані в приміщеннях і житлових комплексах, а решта – на вулицях [3].

Наразі послуги компанії доступні в понад 10 000 населених пунктах України. Навіть у складних умовах війни «Нова Пошта» продовжує розвивати мережу на прифронтових територіях: за 2024 рік там з'явилося 1 214 нових точок, найбільше – у Харківській, Дніпропетровській та Запорізькій областях [3].

У 2024 році на розширення мережі відділень і поштоматів компанія спрямувала 1,8 млрд грн – це на 35% більше ніж у попередньому році. Частина цих коштів, а саме 32 млн грн, пішла на створення першого в Україні безбар'єрного відділення в Києві, яке забезпечує комфорт для всіх груп населення. На 2025 рік заплановано інвестувати ще 1,2 млрд грн, щоб до кінця року відкрити 11 000 нових точок сервісу, включно з поштоматами, відділеннями та пунктами обслуговування на базі інших бізнесів [3].

За 2024 рік «Нова Пошта» доставила 480 млн відправлень, що на 16% перевищує показники 2023 року. Середня швидкість доставки по Україні становить 23 години [3].

Компанія постійно вдосконалює свої продукти й послуги, запроваджує нові пропозиції, розвиває адресну доставку та забезпечує якісний зворотній зв'язок із клієнтами, оперативно вирішуючи їхні питання [3].

Основними напрямками діяльності компанії є надання комплексу логістичних послуг, а саме:

- Експрес доставка різноманітних відправлень – від важливих документів до об'ємних великогабаритних вантажів;
- Поштово-кур'єрські послуги підприємствам, організаціям та окремим громадянам;
- Якісне пакування відправлень для забезпечення їхньої безпеки під час транспортування;
- Послуги з обробки вантажів, що охоплює розвантаження, складування та надійне зберігання;

- Інша допоміжна діяльність у сфері транспорту;

«Нова Пошта» – це сучасна поштово-вантажна компанія, яка робить доставку зручною та доступною для кожного клієнта, пропонуючи різні способи доставки – у відділеннях, через поштомати або прямо за вказаною адресою. Компанія спеціалізується на логістичних послугах, забезпечуючи транспортування як невеликих посилок, так і великих за розміром вантажів. Послуги компанії відкривають можливості для тисяч підприємців, дозволяючи їм будувати та розвивати свій бізнес не лише на території України, а й за кордоном [3].

Фінансові результати роботи компанії за 2024 рік які наведено у таблиці 1.1, є відображенням результатів діяльності компанії в сфері експрес доставки документів, посилок та великогабаритних вантажів [4].

Ключові конкурентні переваги компанії на ринку включають:

- Доступність послуг;
- Зручність та простота у користуванні сервісами;
- Високий рівень мобільності та наявність розгалуженої мережі покриття;
- Оперативність і надійність доставки;
- Впровадження сучасних технологій та цифровізація послуг;
- Конкурентоспроможна вартість сервісів.

Комбінація наведених факторів, разом із зростаючим попитом на послуги, дозволили компанії не зменшити суттєво фінансовий результат в порівнянні з 2023 роком, а навпаки збільшити його.

Таблиця 1.1

Фінансові результати за 2024 та 2023 роки (тис. грн)

Категорія доходу	2024	2023	Прирість, %
Дохід від реалізації продукції	44 779 857	36 468 879	23%
Фінансові доходи	2 953 039	2 706 514	9%

Продовження табл. 1.1

Операційні доходи	785 654	581 274	35%
Всього	48 518 550	39 756 667	22%

У 2024 році спостерігається суттєве зростання чистого доходу від реалізації продукції, робіт і послуг порівняно з 2023 роком. Загальний приріст чистого доходу становить 22%, а найбільший приріст демонструють операційні доходи – 35%. Основним джерелом доходів компанії є реалізація продукції, що за 2024 рік збільшилося на 23% в порівнянні з 2023 роком. Фінансові доходи також демонструють приріст, але незначний в порівнянні з іншими категоріями – всього 9%.

Таблиця 1.2

Операційні доходи компанії за 2024 та 2023 роки (тис. грн)

Категорія доходу	2024	2023
Дохід від реалізації товарів та інших оборотних активів	293 779	291 894
Дохід від оренди\суборенди	200 536	121 813
Дохід від реалізації інших послуг	123 020	52 124
Послуги аутстафінгу	49 938	-
Отримані штрафи, пені, неустойки	42 694	39 909
Дохід від дострокового розірвання договорів оренди	31 737	42 393
Дохід від операційної курсової різниці	18 249	17 617
Зміни резерву очікуваних кредитних збитків та знецінення авансів виданих	13 223	-
Інші операційні доходи	12 478	15 524
Всього	785 654	581 274

Причиною такого великого зростання операційних доходів є збільшення доходів від оренди та суборенди, майже вдвічі збільшився дохід від реалізації інших послуг та поява нових статей доходів, таких як послуги аутстафінгу та зміни резерву очікуваних кредитних збитків та знецінення авансів виданих, яких не було у 2023 році.

Компанія переважно витрачає кошти на реалізацію продукції та послуг, оскільки це є основною діяльністю компанії та головним джерелом доходів (див. табл. 1.1). Ці витрати відіграють центральну роль у фінансовій структурі компанії, адже саме завдяки їм забезпечується основний потік надходжень, що дозволяє компанії функціонувати та розвиватися. Детальний розподіл витрат за цією категорією наведено в таблиці 1.3, а також на рисунках 1.1 та 1.2.

Таблиця 1.3

Витрати на реалізацію продукції за 2024 та 2023 роки (тис. грн)

Категорія витрат	2024	2023
Зарплата та пов'язані з нею витрати	9 214 938	7 913 909
Винагорода партнерам	8 242 716	6 809 500
Матеріальні витрати на паливо	2 466 647	3 350 707
Автопослуги	8 801 419	5 945 416
Амортизація	2 818 729	2 136 698
Обслуговування та ремонт основних засобів	728 545	571 833
Компенсація комунальних витрат	762 110	518 613
Оренда	738 624	471 305
Послуги зв'язку	184 466	152 581
Послуги обрешетування	171 287	151 233
Послуги аутсорсингу	286 356	127 161
Інші витрати	868 872	476 081
Всього	35 284 709	28 625 037

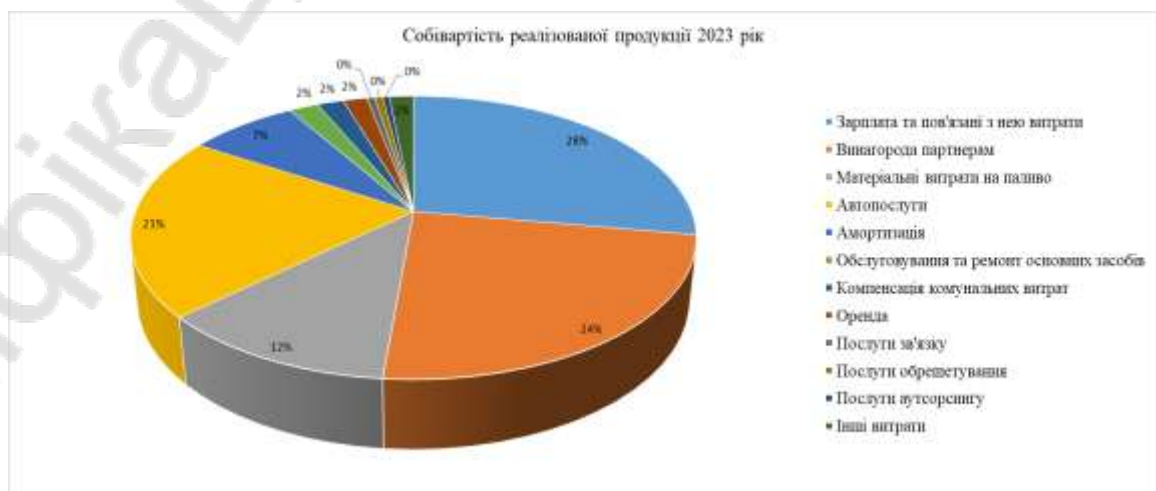


Рисунок 1.1 – Витрати на реалізацію продукції за 2023 рік

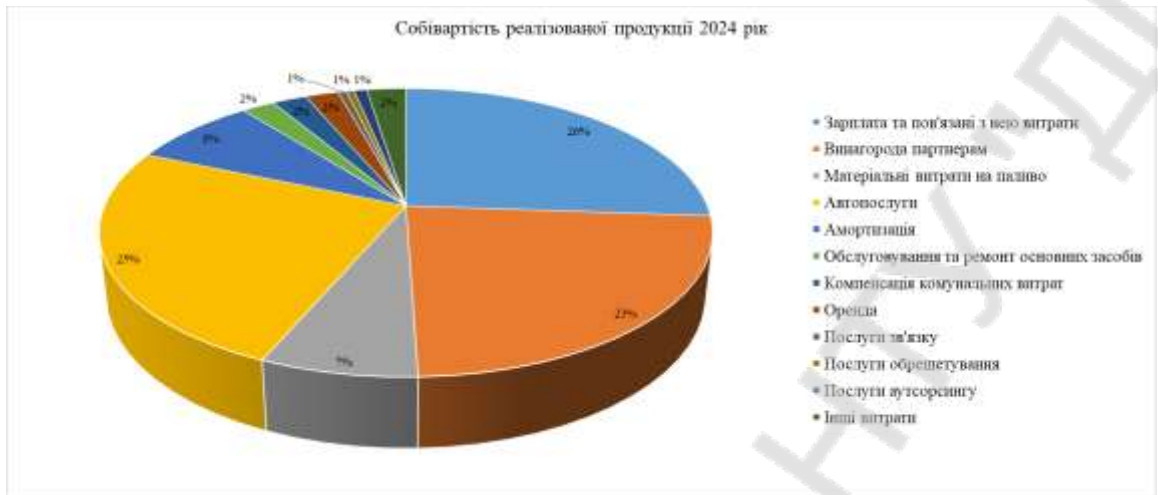


Рисунок 1.2 – Витрати на реалізацію продукції за 2023 рік

Порівнюючи витрати на собівартість реалізації продукції, можна відмітити, що витрати у 2024 році збільшилися на 23% у порівнянні з 2023 роком. Основними причинами збільшення витрат стали збільшення витрат на зарплату, винагороду партнерам та автопослуги.

З рисунку 1.2 видно, що за 2024 рік однією з найбільших категорій за обсягом витрат є «Автопослуги», а також доволі значну частку витрат визначає категорія «Матеріальні витрати на паливо». Враховуючи вагому частку витрат, пов'язаних із транспортуванням і забезпеченням логістики, особливого значення набуває оптимізація логістичних процесів. Оптимізація таких процесів та їх удосконалення дозволить не лише суттєво зменшити витрати за вищеописаними категоріями, а й підвищити загальну ефективність діяльності компанії, що дозволить збільшити прибутковість та конкурентоспроможність. До того ж, до витрат на транспортування частково відноситься категорія витрат «Зарплата та пов'язані з нею витрати». Неспроможність ефективно планувати маршрути та розподіляти вантажі по наявних транспортних засобах, може призвести до збільшення кількості транспортних засобів для доставки, що у свою чергу потребує більшої кількості водіїв, для виконання доставки.

У 2025 році компанія підвела підсумки досягнення цілей 2024 року. Загалом кількість відправлень у 2024 році перевищила 480 млн посилок та вантажів, що на 16% більше порівняно з попереднім роком [4].

Індекс споживчої лояльності (NPS) за підсумками року склав 80,8%. Завдяки впровадженню стратегії розширення точок доступу для клієнтів, на кінець грудня 2024 року кількість відділень, пунктів видачі та поштоматів склала більше 37 000 шт [4].

За період 2024 року, незважаючи на військові дії «Нова Пошта» відновила інвестиції в інновації, запуск та тестування нових технологій та послуг – 7,3 млрд грн [4].

1.3 Процес доставки відправлення

Розглядаючи відправку посилок від приватних осіб, які користуються послугами доставки між містами або між країнами, в загальному випадку це відбувається так: людина приносить відправлення у відділення, де оператор оформлює його для відправки або оформлення відбувається безпосередньо особою, яка потім відносить посилку до поштомату. Після прийому відправлення, воно деякий час зберігається у місці відправлення, очікуючи на подальшу доставку. З місця відправлення посилка доставляється у найближчий сортувальний термінал, сортується та зберігається для подальшої відправки в місто або країну призначення. З цього терміналу відбувається доставка в інший такий термінал, але в регіоні призначення, після чого відбувається доставка до необхідного відділення, а у випадку кур'єрської доставки – за адресою отримувача.

У випадку відправки важких вантажів процес відбувається за схожим алгоритмом, окрім відправки, яка може потребувати вантажного транспорту для прийому у відділення.

Такий алгоритм доставки є стандартним в більшості компаній доставки. Особливу увагу тут треба приділити відправці вантажів та посилок з сортувальних терміналів до відділень. Приймаючи посилки у відділенні, сортування та відправлення цих посилок не є складною задачею, адже кількість

посилок невелика, а пункт доставки з самого відділення один – сортувальний термінал. А при відправці посилок з терміналу, виникає проблема планування маршрутів для транспорту доставки, в якій необхідно не лише побудувати оптимальні маршрути, але й розподілити посилки між наявним транспортом таким чином, щоб доставка відбувалася ефективно. В результаті потрібно отримати розподіл посилок по транспорту та маршрути перевезень посилок до відповідних відділень. Така проблема називається маршрутизацією транспортних засобів.

1.4 Проблема планування маршрутів

Маршрутизації транспортних засобів (Vehicle Routing Problem) є проблемою, яка впливає на бізнеси не одне десятиріччя. Не зважаючи на різні рішення, що вже були представлені, ця проблема все ще складна для вирішення [5]. Задача маршрутизації дуже схожа на задачу Комівояжера (Travelling Salesman Problem), в якій необхідно знайти найкоротший шлях для відвідування всіх точок. Різниця між цими задачами полягає в тому, що в задачі Комівояжера оптимізується один шлях, а в задачі маршрутизації транспортних оптимізує кілька маршрутів між різними пунктами доставки [6].

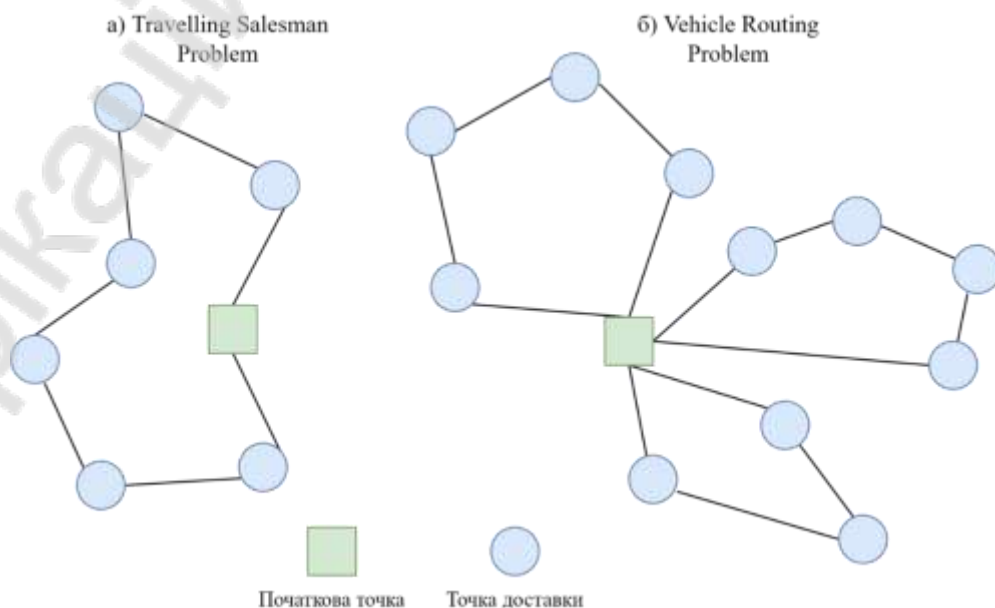


Рисунок 1.3 – а) Задача Комівояжера; б) Задача маршрутизації транспортних засобів

Задача маршрутизації транспортних засобів (Vehicle Routing Problem) є класичною проблемою логістики та доставки, яка спричиняє такі проблеми як великий час доставки, неточні маршрути доставки, збільшена загальна вартість доставки, втрата часу та ресурсів, а також незадоволеність клієнтів [6].

Метою вирішення цієї задачі є пошук оптимальних шляхів для транспорту, щоб відвідати кожную з точок доставки, причому мінімізуючи загальну вартість доставки. Зазвичай початок маршруту відбувається з однієї точки (депо), в якій знаходяться всі товари для доставки. В такій задачі також можуть бути й інші обмеження, які будуть впливати на кінцевий результат [6].

Існує багато типів задачі маршрутизації транспортних засобів, які враховують різні обмеження. Основні типи:

Задача маршрутизації транспортних засобів з обмеженням вантажопідйомності (Capacitated Vehicle Routing Problem) характеризується тим, що кожен транспортний засіб має максимальну допустиму вантажопідйомність, яка не може бути перевищена, а кожна точка доставки має визначену кількість товарів, яка має бути доставлена. Мета такої задачі є знаходження оптимальних маршрутів доставки, для доставки необхідної кількості вантажу в кожную точку доставки, враховуючи вантажопідйомність, яку може везти кожен транспортний засіб та потреби кожної точки доставки. Зазвичай завданням такого виду задачі є мінімізація загальної вартості перевезення або мінімізація використаного для доставки транспорту [5].

Задача маршрутизації транспортних засобів з часовими вікнами (Vehicle Routing Problem with Time Windows) враховує часові вікна для кожного клієнта, протягом яких може відбутися доставка. Нехтування обмежень на час обслуговування може призвести до штрафів або додатковим витратам. Такий вид задачі включає в себе знаходження маршрутів, які задовольняють обмеження часу обслуговування та вантажопідйомність транспорту, мінімізуючи при цьому цільову функцію [5].

Задача маршрутизації транспортних засобів з підбором та доставкою (Vehicle Routing Problem with Pickup and Delivery) включає оптимізацію маршрутів транспортних засобів, яким необхідно підібрати вантаж з локацій підбору та доставити їх у відповідні точки доставки. Кожна локація підбору має визначені вимоги, і транспортні засоби повинні ефективно виконувати підбір та доставку вантажу з дотриманням обмежень вантажопідйомності [5].

Задача маршрутизації з кількома депо (Multi-Depot VRP) має декілька депо, які обслуговують точки доставки. Метою є пошук оптимальних маршрутів доставки для обслуговування всіх точок з кількох депо. Ця задача потребує розділення клієнтів по різним депо. У кожному депо є свій набір транспортних засобів. Причому шлях кожного транспортного засобу повинен починатися і закінчуватися в одному і тому ж депо [7].

Коли мова йде про задачі, які включають в себе різного роду оптимізацію шляхів та маршрутів, для опису цих задач часто використовуються графи. У загальному розумінні граф – це непорожня множина вершин (вузлів), з'єднаних ребрами. Граф у математичному сенсі – це пара множин $G(V, E)$, де V – підмножина деякої зліченної множини, що характеризує вершини, а E – підмножина декартового добутку $V \times V$, що являє собою ребра або зв'язки між вершинами [8].

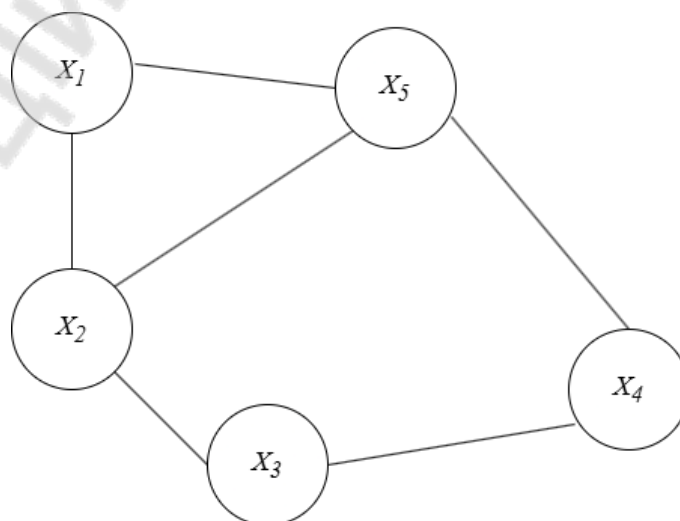


Рисунок 1.4 – Приклад графічного зображення графа

Ребра можуть бути орієнтовними, в такому випадку їх називають дугами. В контексті задач оптимізації або знаходження маршрутів, ребра або дуги мають ваги, які зазвичай характеризують відстань між вершинами [8].

В цій роботі розглядається задача маршрутизації транспортних засобів в якій кожен транспорт може мати різну вантажопідйомність та виконувати декілька рейсів. Таку задачу можна подати у вигляді графу $G(V, E)$ де:

- $V = \{v_0, v_1, \dots, v_n\}$ – множина вершин (v_0 – депо, v_1, \dots, v_n – точки доставки);
- E – множина ребер $\{(v_i, v_j) | i \neq j\}$, що відповідають шляхам;
- C – матриця ваг ребер c_{ij} між вершинами. Ваги ребер – це вартості шляхів;
- m – кількість транспортних засобів, задіяних у доставці вантажів;
- Q_i – вантажопідйомність i -го транспортного засобу;
- R_i – маршрут i -го транспортного засобу;
- $C(R_i)$ – вартість маршруту R_i ;
- q_i – обсяг вантажу, що має бути доставлений в i -ту точку доставки;

Кожній вершині v_i ставиться у відповідність деяка кількість вантажу, яка має бути доставлені у відповідну точку доставки. Задача маршрутизації полягає у визначенні такої множини маршрутів мінімальної вартості (відповідно до величини m – кількості транспортних засобів), щоб кожна вершина була відвідана транспортним засобом тільки один раз. Крім того, усі маршрути повинні починатися й закінчуватися в депо v_0 та задовольняти потреби кожної точки доставки й обмеження вантажопідйомності [7].

Розв'язком задачі є розбиття множини V на підмножини (маршрути) і задавання порядку обходу вершин на кожній підмножині (перестановка вершин маршруту). Розв'язок задачі є допустимим, якщо всі маршрути задовольняють додатковим обмеженням задачі. Цільовою функцією є сумарна вартість перевезень [7]:

$$F = \sum_{i=1}^m C(R_i) \rightarrow \min \quad (1.1)$$

1.5 Аналіз складності задачі маршрутизації транспортних засобів

Хоча формулювання задачі маршрутизації транспортних засобів доволі просте для розуміння, вирішення такої задачі є дуже складним. Загальна задача маршрутизації та її варіації з обмеженнями на вантажопідйомність та часові вікна залишаються одними з найскладніших і популярних оптимізаційних проблем в галузі дослідження операцій [9].

Як вже було зазначено, задача маршрутизації транспортних засобів поєднує в собі декілька задач Комівояжера. Вже відомо, що задача Комівояжера є NP-складною, тобто для неї немає відомого швидкого (поліноміального) алгоритму розв'язання для будь-якої розмірності задачі, тому можна уявити наскільки складною може стати задача маршрутизації, коли збільшується кількість транспорту, додаються обмеження такі як вантажопідйомність транспорту, часові вікна та інші умови, що впливають на час обслуговування всіх точок доставки [9].

Але це тільки одна з причин складності цієї задачі. Для того щоб зрозуміти чому так важко вирішити цю задачу, та чому NP-складні задачі важко вирішуються в цілому, треба розуміти термін складності у часі. Складність у часі описує як час розрахунків збільшується зі збільшенням розмірності задачі [9].

Припустимо що задачею є розрахувати загальну дистанцію маршруту, який має 5 зупинки. В такому випадку не треба знаходити найкоротший шлях, треба просто просумувати загальну дистанцію. Це проста задача в якій послідовно додають дистанцію між кожною зупинкою. Якщо ж до задачі додається ще 5 зупинки, то треба просумувати дистанцію для десяти точок. Тобто при збільшенні розмірності такої задачі, її складність збільшується лінійно (рис. 1.5) [9].

Якщо ж взяти задачу маршрутизації транспортних засобів з обмеженням вантажопідйомності, яка має 10 точок доставки, то для вирішення такої задачі

необхідно знайти всі можливі комбінації цих 10 точок, при чому враховуючи обмеження, а потім перевірити кожен комбінацію та визначити найкращу. Коли в задачі зазначено 10 точок доставки, загальна кількість комбінацій може перевищувати 3,6 мільйона перестановок. Важко уявити кількість перестановок, якщо кількість точок доставки збільшиться до 50 або навіть до 100. Така задача має експоненціальну складність – при збільшенні розмірності задачі, її складність збільшується експоненціально (рис. 1.5) [9].

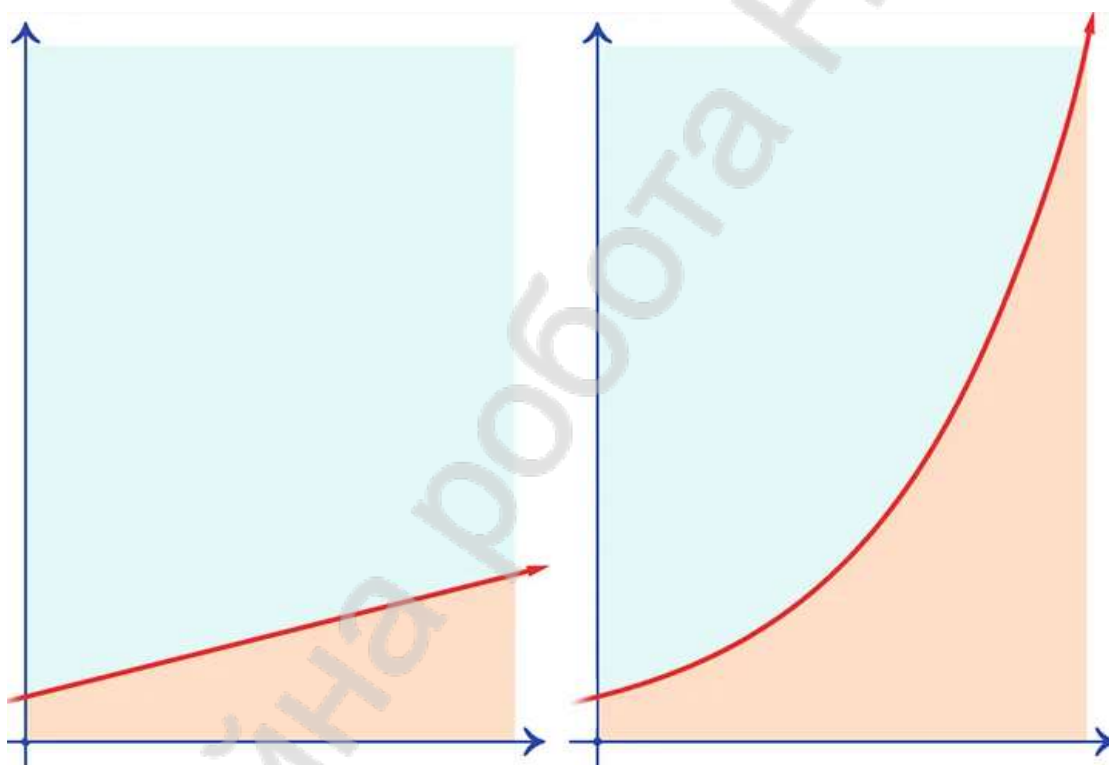


Рисунок 1.5 – Експоненціальне збільшення складності задачі

1.6 Відомі шляхи вирішення задачі маршрутизації

Існує велика кількість підходів до вирішення цієї задачі, які можна поділити на точні методи, класичні евристики та методи апроксимації з використанням метаевристики. Тут також слід враховувати те, що реальні задачі маршрутизації транспортних засобів не потребують найоптимальнішого рішення – будь-яке достатньо хороше рішення вже буде надзвичайно цінним [9].

З часом точні алгоритми для задачі маршрутизації розвинулися з базових схем гілок та меж до надзвичайно складних математичних рішень. Використання таких алгоритмів давало змогу отримати оптимальні рішення для невеликих задач. Серед основних точних методів варто відзначити наступні підходи [10]:

Алгоритм гілок та меж який розширює граф шляхом додавання штучних депо з нескінченною відстанню між ними, і розв'язує m -TSP (задачу декількох Комівояжерів), розгалужуючись на дугах. Обмеження обчислюються через найкоротше кістякове дерево, умови задачі маршрутизації враховуються простим правилом відсіювання. Альтернативний підхід розгалужується на маршрутах, створюючи ширше, але менш глибоке дерево пошуку. Ефективність ранніх алгоритмів була значно покращена завдяки двом нижнім оцінкам [10]:

- k -градусні центральні дерева (k -DCT) – ребра розв'язку діляться на три множини: перша формує k -DCT, друга – це вершини, які безпосередньо з'єднують депо з іншими вершинами та решта. Нижні оцінки підзадач обчислюються методом Лагранжа із врахуванням зв'язків між множинами.
- q -маршрути – для кожного клієнта оцінюється мінімальний внесок у вартість маршруту через найдешевший маршрут із заданою потребою, що починається і закінчується в депо без двовершинних циклів. Оцінка покращується процедурою підйому.

Пізніше задачу маршрутизації транспортних засобів вдалося сформулювати як задачу **динамічного програмування**. Основна ідея полягає в тому, щоб знайти оптимальну вартість маршруту для одного транспортного засобу та оптимальний розподіл клієнтів між кількома транспортними засобами. Алгоритм ділить клієнтів на групи, які може обслужити кожний транспортний засіб, і обчислює найдешевший спосіб це зробити. Це відбувається поетапно: спочатку для одного транспорту, потім додається другий і так далі, щоразу шукаючи найкращий розподіл клієнтів між ними. Такий підхід успішно вирішував задачі розміром до 25 точок [10].

Наступним кроком у вирішенні задач маршрутизації став розвиток класичних евристик. По суті, такий алгоритм ітеративно зіставляє вершини, або вершини і часткові маршрути, щоб сформувати набір маршрутів транспортних засобів. В результаті ці методи дають «близькі до оптимуму» розв'язки, при значно менших обчислювальних витратах. Ці евристики є саме «класичними», адже вони не мають механізму, який дозволяє погіршення цільової функції від однієї ітерації до наступної. Найбільш важливими класичними евристичними методами є [10]:

Алгоритм заощадження починає з ініціалізації n маршрутів туди і назад $(0, i, 0)$ ($i \in V/\{0\}$). На кожній ітерації відбувається злиття маршруту, який закінчується вершиною i , з маршрутом, який починається вершиною j , максимізуючи заощадження (різниця між сумою вартостей окремих поїздок та вартістю прямого з'єднання). Алгоритм є простим у реалізації та дозволяє швидко отримати прийнятне рішення, що пояснює його популярність [10].

Метод розбиття на множини полягає в розв'язанні задачі маршрутизації шляхом формування підмножин перспективних маршрутів, які часто називають «пелюстками». В базовому варіанті «пелюстки» створюються послідовно шляхом обертання напівлінії, що базується в депо, за умови дотримання обмежень пропускної спроможності та довжини маршруту для одного транспорту. Більш складні варіанти дозволяють перетинання або вкладені маршрути [10].

Метод покращення полягає в покращенні знайдених маршрутів та поділяється на два типи [10]:

- Оптимізація кожного маршруту окремо з використанням алгоритмів для задачі Комівояжера. Такий тип зосереджується на вдосконаленні порядку відвідування клієнтів у середині одного маршруту.
- Одночасна робота з кількома маршрутами шляхом переміщення клієнтів між ними. Зазвичай це включає видалення одного або декількох клієнтів із маршрутів і їх перерозподіл.

З розвитком обчислювальних технологій і зростанням складності практичних задач було представлено метаевристичні підходи. Такі підходи можна розділити на локальний пошук, популяційні методи та механізми навчання [10].

Локальний пошук по суті досліджує простір розв'язків, переходячи на кожній ітерації від поточного розв'язку до іншого в його околі. Зазвичай використовуються міжмаршрутні переміщення, рідше оптимізація окремих маршрутів. Такий метод показав високий рівень якості розв'язання навіть для великих задач [10].

Популяційні методи, такі як генетичні алгоритми, працюють з популяцією рішень. На кожній ітерації генетичного алгоритму обираються батьківські розв'язки з поточної популяції, які комбінуються для створення нащадків. Якщо нащадки кращі, вони замінюють найгірші елементи популяції, а перед включенням до популяції нащадки можуть піддаватися мутації. Зазвичай такі методи поєднуються з локальним пошуком, що дає можливість значно підвищити ефективність [10].

Механізми навчання для задачі маршрутизації транспортних засобів включають два підходи [10]:

- Нейронні мережі, які засновані на принципах штучного інтелекту та навчаються на досвіді, поступово коригуючі ваги в ітеративному процесі. Застосування такого підходу до задачі маршрутизації було обмеженим і дало змішані результати.
- Оптимізація мурашиної колонії, яка імітує поведінку реальних мурах, які шукають їжу і залишають феромони на шляхах. З часом ці феромони накопичуються і більше мурах обирає відповідні шляхи. Такий підхід показав кращі результати за попередній.

В подальшому, для вирішення задачі маршрутизації буде розглядатися метод мурашиної колонії. Його гнучкість, здатність до адаптації та ефективність при роботі з великими обсягами даних роблять цей підхід особливо придатним для логістичних задач, де важливі як якість, так і швидкість пошуку рішення.

1.7 Висновок до розділу

Інформаційно-аналітичний розділ дозволяє зробити висновки стосовно систем доставки, логістичних процесів та пов'язані з ними проблеми.

Розгляд теоретичних основ дає зрозуміти, що системи доставки це не тільки логістичні компанії, основна діяльність яких спрямована на доставку вантажів. Використання логістичних процесів також може бути і в інших компаніях та підприємствах, де продаж товарів або послуг може включати доставку клієнту. В такому випадку керування логістичними процесами відбувається самим підприємством.

Було визначено, що ключовим логістичним процесом є транспортування. Неефективність транспортування може призвести до сповільнення роботи як самого процесу доставки, так і всієї системи. До того нехтування оптимізації такого процесу стає наслідком неефективного використання ресурсів, що приводить не тільки до поганих фінансових результатів, а й до втрати клієнтів.

Хоча деякі компанії впроваджують доставку самостійно, більшість з них користується послугами компаній доставки. В даному розділі було розглянуто одну з таких компаній. Огляд цієї компанії дав зрозуміти, що масштаб планування процесу перевезення може бути великим, що говорить про складність планування такого процесу, а фінансова звітність продемонструвала частку витрат на забезпечення цього процесу, яка виявилася однією з найбільших. Тому для уникнення небажаних наслідків у діяльності системи, треба приділяти особливу увагу до оптимізації процесу транспортування.

Математично такі задачі вже давно відомі, їх називають задачами маршрутизації транспортних засобів. Це цілий клас задач, який включає задачі планування маршрутів доставки з різними обмеженнями та умовами. Більшість таких задач доволі прості для розуміння, але їх вирішення залишається дуже складним, особливо при великій розмірності задачі.

З часом було представлено багато підходів до вирішення таких задач, які включають точні алгоритми, класичні евристики та метаевристичні підходи. Перші застосовувалися у часи, коли розмір задач маршрутизації був невеликим. Вони забезпечують оптимальні рішення, але мають високу обчислювальну складність. Класичні евристики швидкі та прості в реалізації, проте дають лише приблизні рішення і не гарантують їх якість. Метаевристики забезпечують баланс між якістю та часом, добре масштабуються на великі задачі та легко адаптуються до складних обмежень, тому частіше застосовуються на практиці.

РОЗДІЛ 2 СПЕЦІАЛЬНИЙ РОЗДІЛ

2.1 Мурашині алгоритми

Мурашині колонії та соціальні комахи в цілому являють собою розподілені системи, які незважаючи на простоту їхніх особин, представляють структуровану соціальну організацію. В результаті такої організації, мурашині колонії можуть виконувати складні завдання, які в деяких випадках значно перевищують індивідуальні можливості однієї мурахи. Напрямо «мурашиних алгоритмів» вивчає моделі, отримані в результаті спостережень за реальною поведінкою мурах [11].

Основна ідея полягає в тому, що принципи самоорганізації, які забезпечують високо скоординовану поведінку реальних мурах, можуть бути використані для координації популяцій штучних агентів, які співпрацюють для вирішення обчислювальних задач. Різні аспекти поведінки мурашиних колоній надихали на різні види мурашиних алгоритмів. В усіх випадках мурахи координують свої дії за допомогою стигмергії – формою непрямой комунікації, що здійснюється за допомогою модифікацій навколишнього середовища. Наприклад, мураха-збирач залишає на землі хімічну речовину, яка збільшує ймовірність того, що інші мурахи підуть тим же шляхом. Біологи показали, що багато видів поведінки на рівні колонії, які спостерігаються у соціальних комах, можна описати за допомогою досить простих моделей, в яких присутня лише стигмергічна комунікація. Інакше кажучи, біологи показали, що часто достатньо розглянути непряму комунікацію, щоб пояснити як соціальні комахи можуть досягати самоорганізації. Ідея мурашиних алгоритмів полягає в тому, щоб використовувати форму штучної стигмергії для координації спільнот штучних агентів. Одним з найбільш успішніших прикладів мурашиних алгоритмів є метод мурашиної колонії (Ant Colony Optimization) [11].

Здатність до візуального сприйняття у багатьох видів мурах розвинена на базовому рівні, а деякі види мурах є повністю сліпими. Насправді, важливим висновком з ранніх дослідів стало те, що більшість комунікацій між індивідуальними особинами або між особинами та навколишнім середовищем відбувається завдяки використанню хімічних речовин, які виробляють мурахи. Ці хімічні речовини називаються феромонами. Така форма комунікації значно відрізняється від того, що відбувається, наприклад, у людей та інших видів тварин, де комунікації відбувається за допомогою зорового та слухового чуття. Особливо важливо те, що деякі види мурах залишають феромоновий слід. Феромоновий слід є особливим видом феромону, який залишають деякі види мурах, для позначення шляхів на землі, наприклад, шляхів від джерел їжі до мурашника. З часом насиченість такого сліду зменшується, цей процес називається випаровування [11].

В природі, мурахи початково блукають довільним чином, і по знаходженню їжі повертаються до колонії, залишаючи по собі феромонний слід. Якщо інші мурахи знаходять такий шлях, вони схильні припинити свої блукання, та слідувати позначеним шляхом, посилюючи його під час повернення у разі знаходження їжі. З часом феромони на шляхах випаровуються, що зменшує їх привабливість. Чим довше мураха проходить маршрут, тим більше часу феромони мають для зникнення, а короткі шляхи, що використовуються частіше, накопичують більше феромонного сліду. Цей процес сприяє уникненню застрягання в локальних оптимумах: якби феромони не випаровувалися, перші обрані мурахою маршрути стали б надто привабливими для наступних, що обмежило б дослідження інших можливих шляхів. В результаті, коли мураха знаходить хороший (короткий) шлях від колонії до джерела їжі, інші мурахи з більшою ймовірністю підуть цим шляхом, та позитивний зворотній зв'язок зрештою призведе до того, що всі мурахи виберуть цей шлях [12].

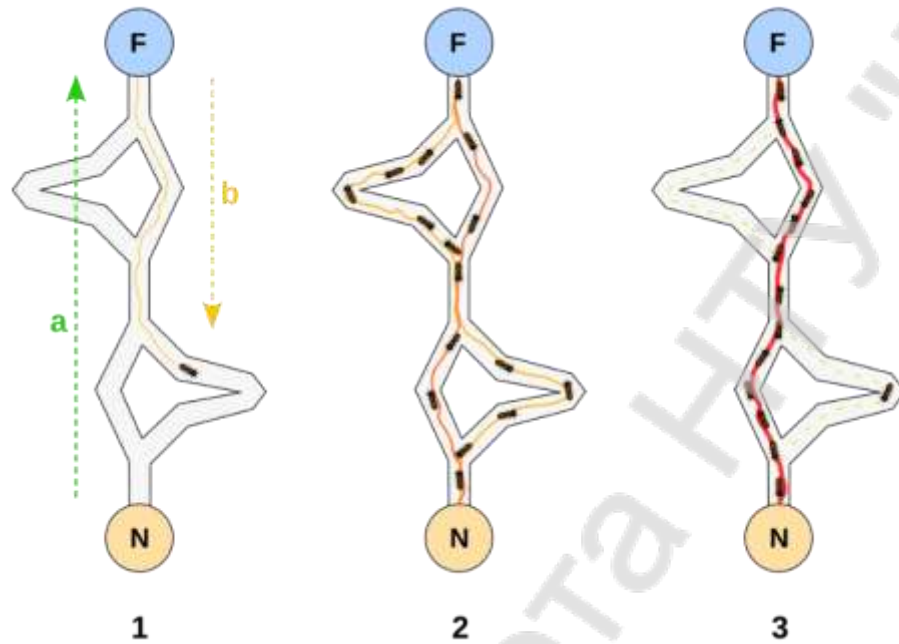


Рисунок 2.1 – Пошук найкоротшого шляху методом мурашиної колонії

1. Перша мураха знаходить джерело їжі (F), через деякий шлях (a), після чого повертається до гнізда (мурашника) (N), залишивши позаду слід феромонів (b).
2. Мурахи без розбору обирають будь-які шляхи, але підсилення основної стежки робить її привабливішою як найкоротший шлях.
3. Мурахи обирають коротший шлях, довші маршрути втрачають насиченість феромонового сліду.

Реальні експерименти показали, що мурашині колонії мають вбудовану оптимізаційну здатність: шляхом використання ймовірнісних правил вони можуть знаходити найкоротший шлях між двома точками. Надихаючись цими експериментами можна створити штучних мурах, які знаходять найкоротший шлях між двома точками, що відповідають мурашнику та джерелу їжі [11].

Але задачею є визначити алгоритм, який може вирішувати задачі знаходження мінімальних шляхів на більш складних графах, які можуть мати більше двох вершин (рис. 2.2).

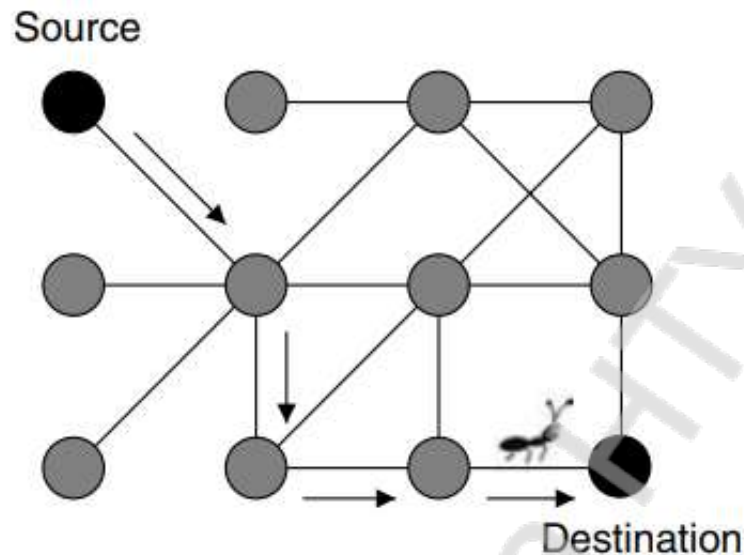


Рисунок 2.2 – Мураха знаходить шлях від початкової до кінцевої вершини

Таким чином отримуємо граф $G(V, E)$, де V – множина вершин кількості n та E – множина ребер графу, які з'єднують вершини, а також дві вершини: початкова та кінцева, між якими треба знайти найкоротший шлях. Нажаль, якщо спробувати вирішити задачу знаходження мінімального шляху штучними мурахами, які просто повторюють поведінку реальних мурах, то отримаємо проблему: у процесі побудови маршрутів, мурахи можуть створювати петлі. Як наслідок прямого механізму оновлення феромонного сліду, ці петлі стають все більш привабливими і мурахи можуть застрягти в них. Але навіть якщо мураха зможе вийти з такої петлі, загальний розподіл феромонів стає таким, що короткі шляхи більше не є привабливими, а механізм який дозволяв мурахам обирати найкоротший шлях з більшою ймовірністю більше не працює [11].

Виходячи з описаної вище проблеми, необхідно розширити можливості штучних мурах таким чином, щоб зберігаючи найважливіші властивості реальних мурах, вони могли вирішувати задачу пошуку мінімального шляху на довільному графі. Зокрема, їм надається обмежена пам'ять, в якій вони можуть зберігати вже пройдений шлях, а також вартість переходу між вершинами. Завдяки використанню пам'яті, штучні мурахи зможуть реалізувати корисну поведінку, яка дозволить їм ефективно будувати рішення для знаходження найкоротшого шляху [11]. Така корисна поведінка описується таким чином:

1. Побудова ймовірнісних рішень, з урахуванням феромонних слідів, без передчасного оновлення феромонів;
2. Визначений зворотній шлях з усуненням петель та оновленням феромонів;
3. Оцінка якості знайдених рішень та використання якості рішення при визначенні кількості феромонів для відкладання;

Таким чином, загальну поведінку штучних мурах можна описати наступним чином:

1. Мураха починає свій рух з початкової вершини випадковим чином, приймаючи до уваги інформацію про навколишнє середовище;
2. Дійшовши до кінцевої вершини, мураха «залишає» феромонний слід на пройденому шляху;
3. Наступні мурахи обираючи маршрут базують свій вибір на основі феромонного сліду та інформації про навколишнє середовище;
4. З часом відбувається випаровування феромонів, через що довгі маршрути втрачають свою привабливість;
5. Зрештою, більшість мурах орієнтуються на знайдений короткий шлях.

Слід зазначити що таку поведінку можна модифікувати в залежності від потреб задачі, наприклад, шляхом розширення можливостей пам'яті штучних мурах, що дає можливість враховувати обмеження задачі.

2.2 Застосування поведінки мурах до задачі Комівояжера

Так як задача маршрутизації транспортних засобів дуже схожа на об'єднання багатьох задач Комівояжера, є доцільним розглянути використання поведінки мурах для вирішення такої задачі, щоб в подальшому адаптувати алгоритм для задачі маршрутизації.

Задача Комівояжера відіграє важливу роль у вивченні мурашиних алгоритмів. Перший такий алгоритм, названий Мурашиною Системою, так само

як і багато алгоритмів після нього, випробовувалися на задачі Комівояжера. Існує декілька причин для цього [11]:

1. Це важлива NP-складна задача, яка має широку область застосування;
2. До цієї задачі легко застосовувати мурашині алгоритми;
3. Ця задача є легкою для сприйняття, тому поведінка алгоритму не буде ускладнена великою кількістю технічних деталей;
4. Задача Комівояжера є «полігоном» для тестування нових алгоритмів.

Задача Комівояжера полягає в знаходженні найкоротшого маршруту, який містить в собі всі необхідні для відвідування вершини, а потім повертається в початкову вершину, причому кожную вершину можна відвідати лише раз. Рішенням цієї задачі є перелік вершин для відвідування, причому цей перелік є циклічним [11].

Графічно таку задачу можна описати в 3 етапи:

1. На початку дано множину вершин, для яких необхідно побудувати найкоротший замкнутий шлях, відвідуючи кожную вершину тільки один раз;
2. У процесі пошуку оптимального шляху досліджуються різні варіанти таких шляхів. Сам процес дослідження цих шляхів залежить від методу, який застосовується для вирішення задачі;
3. Як результат буде отримано оптимальний або близький до оптимального повний замкнутий шлях, який з'єднає всі вершини, відвідуючи їх тільки один раз.

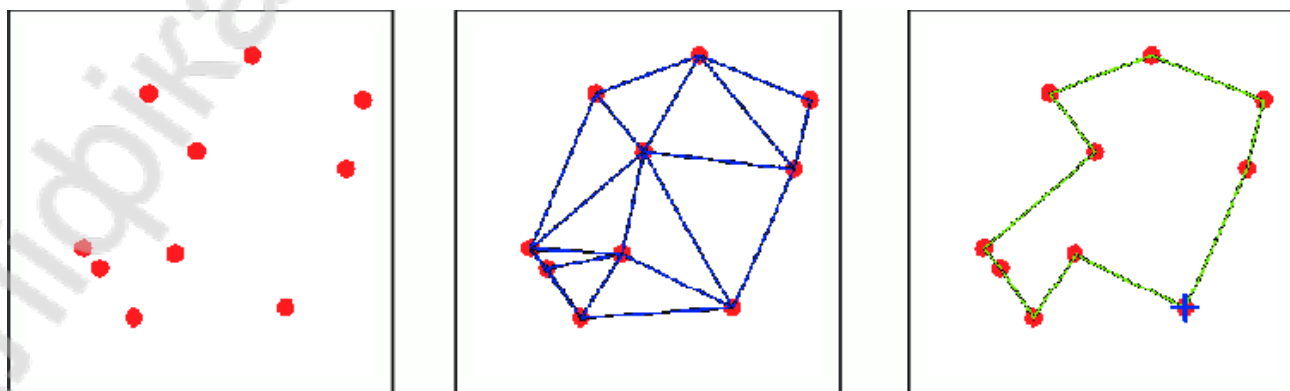


Рисунок 2.3 – Графічне представлення вирішення задачі Комівояжера

Опис графу в такому випадку ідентичний до задачі знаходження найкоротшого шляху на графі: граф $G = (V, E)$ має множину вершин V та ребра E , які з'єднують ці вершини, а кожне з ребер має вагу, яка представляє собою відстань d_{ij} між вершинами i та j . Єдиним обмеженням цієї задачі є те, що відвідати кожен вершину можна лише раз. Для виконання цього обмеження, штучна мураха буде обирати наступну вершину з множини M , в якій зазначено тільки невідвідані вершини.

Феромонний слід τ_{ij} між вершинами i та j характеризує привабливість переходу з вершини i до вершини j . Евристична інформація η_{ij} зазвичай є величиною, оберненою до дистанції між вершинами i та j . Фактично, така евристична інформації використовується в більшості мурашиних алгоритмів [11].

Ініціалізація мурах відбувається у випадкових вершинах, а побудова рішення завершається тоді, коли не залишається невідвіданих вершин. Ймовірність переходу з однієї вершини в іншу відбувається з урахуванням сили феромонного сліду та евристичної інформації за наступною формулою:

$$P_{ij} = \frac{(\tau_{ij})^\alpha \cdot (\eta_{ij})^\beta}{\sum_{k \in M} (\tau_{ik})^\alpha \cdot (\eta_{ik})^\beta} \quad (2.1)$$

де τ_{ij} – кількість феромонів на ребрі (i, j) , η_{ij} – величина, обернена до вартості переходу (i, j) , α – сила впливу феромонного сліду, β – сила впливу вартості переходу, M – множина можливих переходів.

Процес випаровування відбувається з урахуванням інтенсивності випаровування:

$$\tau_{ij}^* = \tau_{ij} \cdot (1 - \rho) \quad (2.2)$$

де τ_{ij}^* – нове значення феромону на ребрі (i, j) , ρ – інтенсивність випаровування.

Оновлення феромонів відбувається за наступним правилом:

$$\tau_{ij}^* = \tau_{ij} + \begin{cases} Q/C(R_k), & (i, j) \in R_k \\ 0, & (i, j) \notin R_k \end{cases} \quad (2.3)$$

де τ_{ij}^* – нове значення феромону на ребрі (i, j) , $C(R_k)$ – вартість маршруту R_k , Q – запас феромону, однаковий для всіх мурах, може обиратися довільно на основі відстаней між вершинами.

2.3 Метод мурашиної колонії для задачі маршрутизації

Для вирішення задачі маршрутизації транспортних засобів з вантажопідйомність методом мурашиної колонії треба визначитися з можливостями штучних мурах. Так як основною ціллю вирішення задачі є знаходження рішення мінімальної вартості, важливо щоб кожен штучний мураха мав інформацію про відстань між пунктами доставки. Причому, враховуючи обмеження вантажопідйомності, мурахи також матимуть уявлення про завантаженість всього шляху.

Так як необхідно побудувати декілька маршрутів, які починаються та закінчуються в точці депо, ініціалізація кожної мурахи відбуватиметься саме в ній. Феромонний слід можна представити у вигляді матриці, з якої можна отримати привабливість переходу з однієї точки в іншу, причому на початку роботи методу, всі переходи матимуть однакову привабливість і до оновлення феромонів переходу будуть відбуватися базуючись більше на відстань між точками. Вибір переходу в наступну точку буде складатися з усіх ще не відвіданих точок. Хоча це може здаватися нелогічним і здається що вибір повинен складатися з певної кількості найближчих точок, на практиці такий підхід може бути неефективним, так як важлива не лише відстань, а й розподіл вантажу по транспортних засобах. Оновлення кількості феромонів на відповідному переході буде відбуватися тоді, коли цей перехід було додано до рішення, а нове значення буде представляти собою суму старої кількості феромонів та результат ділення запасу феромону на довжину переходу між відповідними точками.

Умовою для зупинки виконання методу буде досягнення максимальної кількості ітерацій. На кожній ітерації кожен мураха будує рішення, опираючись на відстані між точками, силу феромонного сліду та можливу завантаженість транспорту. Для покращення отриманих рішень після побудови маршрутів буде використовуватися локальний пошук. Без застосування додаткової оптимізації алгоритм може швидко застрягнути в локальному оптимумі, оскільки мурахи схильні підсилювати одні й ті самі маршрути через оновлення феромонного сліду. Локальний пошук дозволяє покращити рішення шляхом перестановок точок доставки. Це дає можливість дослідити сусідні розв'язки та вийти з локального оптимуму, що в підсумку може призвести до отримання кращого глобального рішення.

В даному випадку для локального пошуку використовується 2-opt. Це простий алгоритм локальної оптимізації, основна ідея якого полягає в тому, щоб порівняти різні варіанти одного маршруту, шляхом перестановки вершин в маршруті. Також такий алгоритм дозволяє прибрати пересічення в маршрутах, якщо такі є [13]. Але використання саме цього алгоритму не обов'язкове, для локальної оптимізації можна застосовувати будь-який інший алгоритм.

Процес побудови рішення відбувається до тих пір, поки мураха не відвідає всі пункти доставки. Після завершення побудови маршруту, мураха повертається в депо. У випадку, коли подальший перехід неможливий через обмеження вантажопідйомності, мураха одразу повертається у депо.

Після побудови рішення, кожен мураха оновлює феромонний слід для знайденого рішення та оцінює його. В кінці кожної ітерації відбувається випаровування феромонів і по досягненню максимальної кількості ітерацій метод повертає найкраще знайдене рішення.

Тобто, штучні мурахи матимуть наступні можливості:

- Рухатися між точками відповідно до розрахованих ймовірностей, які залежать від сили феромонного сліду та відстані між точками;

- Запам'ятовувати відвідані точки, щоб уникати їх повторне відвідування в межах одного рішення;
- Враховувати вантажопідйомність транспортного засобу під час вибору наступного пункту доставки;
- Оцінювати знайдене рішення шляхом підрахунку загальної вартості шляхів;
- Оновлювати глобальну пам'ять, шляхом оновлення феромонного сліду на знайдених маршрутах;

На рисунку 2.4 подано схему роботи методу мурашиної колонії, що ілюструє основні його етапи.



Рисунок 2.4 – Схема методу мурашиної колонії для вирішення задачі маршрутизації

2.4 Програмна реалізація методу мурашиної колонії

Програмна реалізація методу мурашиної колонії виконано за допомогою мови програмування Python. Python відомий простотою синтаксису, що полегшує розробку, налагодження та підтримку складних алгоритмів. Також він має потужні бібліотеки для числових обчислень, роботи з масивами та візуалізації. Ще однією перевагою Python є підтримка ООП, що дозволяє робити реалізацію модульною та придатною для інтеграції в реальні системи.

Для опису задачі маршрутизації та методу мурашиної колонії для її вирішення буде створено два окремі класи. Така структура дозволить зручно інтегрувати рішення в реальні системи, як бібліотеку. Клас *CapacitatedVehicleRoutingProblem* представляє собою задачу маршрутизації, включаючи такі поля:

- *demands* – попит кожної точки доставки;
- *vehicle_capacity* – місткість кожного транспортного засобу;
- *num_vehicles* – кількість транспортних засобів;
- *num_nodes* – кількість вершин (включаючи депо);
- *distance_matrix* – матриця відстаней між точками доставки;

Даний клас має лише ініціалізацію параметрів, які потім буде використано класом вирішення цієї задачі.

Клас *AntColonyOptimization* представляє собою метод мурашиної колонії для вирішення задачі маршрутизації транспортних засобів з обмеженням вантажопідйомності та має наступні основні поля:

- *problem* – об'єкт класу *CapacitatedVehicleRoutingProblem*, що описує задачу;
- *num_ants* – кількість мурах у колонії;
- *alpha* – вплив феромону на вибір шляху;
- *beta* – вплив відстані на вибір шляху;
- *q* – запас феромонів, однаковий для всіх мурах;

- *evaporation_rate* – інтенсивність випаровування феромонів;
- *iterations* – кількість ітерацій;
- *pheromone* – матриця феромонів;
- *best_solution* – найкраще рішення;
- *best_cost* – вартість найкращого рішення;
- *costs* – найкраще знайдене рішення на кожній ітерації;

Запуск побудови рішення буде відбуватися за допомогою методу *run()* (рис. 2.5) класу *AntColonyOptimization*.

```

1  def run(self):
2      for _ in range(self.iterations):
3          for _ in range(self.num_ants):
4              solution = self.construct_solution()
5              cost = self.evaluate_solution(solution)
6              self.update_pheromones(solution)
7
8              if cost < self.best_cost:
9                  self.best_cost = cost
10                 self.best_solution = solution
11
12                 self.pheromone *= (1 - self.evaporation_rate)
13                 self.costs.append(self.best_cost)
14
15                 return self.best_solution

```

Рисунок 2.5 – Метод run()

Цей метод запускає мурашиний алгоритм на задану кількість ітерацій *iterations*, де на кожній ітерації колонія мурах у кількості *num_ants* будує рішення. Побудова конкретного рішення відбувається за допомогою методу *construct_solution()* (рис. 2.6).

```

1 def construct_solution(self):
2     solution = []
3     unvisited = set(range(1, self.problem.num_nodes))
4     current_vehicle = 0
5     while unvisited:
6         route = []
7         current_capacity = 0
8         current_node = 0
9
10        while unvisited:
11            probabilities = self.compute_probabilities(current_node, unvisited, current_capacity, current_vehicle)
12            if not probabilities:
13                break
14
15            if sum(probabilities.values()) == 0:
16                next_node = random.choice(list(probabilities.keys()))
17            else:
18                next_node = random.choices(list(probabilities.keys()), weights=probabilities.values())[0]
19            route.append(next_node)
20            current_capacity += self.problem.demands[next_node]
21            unvisited.remove(next_node)
22            current_node = next_node
23
24        current_vehicle = (current_vehicle + 1) % self.problem.num_vehicles
25
26        if len(route) > 0:
27            route = self.local_search(route)
28            solution.append(route)
29    return solution

```

Рисунок 2.6 – Метод `construct_solution()`

Тут штучний мураха будує рішення, послідовно виключаючи кожен відвідану точку зі списку невідведаних. Прийняття рішень щодо переходу відбувається за допомогою формули (2.1), а після знаходження шляху, він покращується за допомогою локального пошуку. Є випадки, коли у процесі пошуку рішення через випаровування феромонів та значення α чи β , ймовірність переходу стає настільки мала, що програмно сприймається як 0. Якщо така ситуація відбулася для всіх можливих вершин переходу, вибір відбувається випадково. У випадку, коли перехід неможливий через завантаженість шляху, мураха повертається у депо.

Після завершення роботи методу `construct_solution()` відбувається оцінка знайденого рішення і оновлення феромонів за формулою (2.3). Якщо знайдене рішення є кращим, воно записується як найкраще рішення і подальші знайдені рішення будуть порівнюватися з ним. В кінці кожної ітерації відбувається випаровування феромонів за формулою (2.2) та запис вартості найкращого рішення за цю ітерацію.

Коли метод `run()` завершує свою роботу, він повертає найкраще знайдене рішення, що представляє собою множину маршрутів, які починаються та закінчуються в депо.

Блок-схеми основних методів програми наведено в ДОДАТКУ Г. Лістинг програми реалізації методу мурашиної колонії для задачі маршрутизації представлено в ДОДАТКУ Д.

2.5 Тестування програми

Для тестування розробленої програмної реалізації, було розроблено демонстраційну програму з інтерфейсом на Python, з використанням бібліотеки tkinter. Така програма містить в собі 3 задачі різної розмірності, дозволяє змінювати параметри методу та надає візуалізацію побудованих маршрутів і зміну найкращого знайденого рішення на кожній ітерації.

Кожна задача складається з координат точок доставки, кількості і вантажопідйомності транспорту та потреби кожної точки доставки. Для відстані між точками буде використано Мангеттенську метрику. Мангеттенська метрика – це така відстань між двома точками, яка на відміну від Евклідової відстані, рухається не по прямій, а по прямокутній сітці, імітуючи таким чином рух по вулицям міста [14].

Для оцінки отриманих результатів буде використано Google OR-Tools. OR-Tools – це програмне забезпечення з відкритим кодом для вирішення різного роду задач оптимізації, таких як: задача маршрутизації транспортних засобів, цілочисельного і лінійного програмування та інші [15]. Лістинг демонстраційної програми наведено в ДОДАТКУ Е.

Демонстраційна програма містить 3 задачі:

1. 15 вершин та 2 транспортних засоби вантажопідйомністю 30 та 25. Загальні вимоги щодо доставки: 44.
2. 30 вершин та 4 транспортних засоби: три з вантажопідйомністю 40 та один з вантажопідйомністю 30. Загальні вимоги щодо доставки: 120.

3. 45 вершин та 5 транспортних засобів вантажопідйомністю 40, 35, 30, 25 та 20 відповідно. Загальні вимоги щодо доставки: 193.

В процесі розробки алгоритму, було визначено що при $\alpha = 1$ та $\beta = 2$ результати є кращими, тому для всіх задач будуть використовуватися ці значення. При вирішенні реальних задач рекомендується підлаштовувати значення цих параметрів під конкретну задачу. Кількість мурах для кожної задачі буде відповідати кількості вершин задачі. Параметр Q для кожної задачі буде 150, 300 та 450 відповідно. Інтенсивність випаровування для всіх задач 0,9. Для задачі буде встановлено 100 ітерацій.

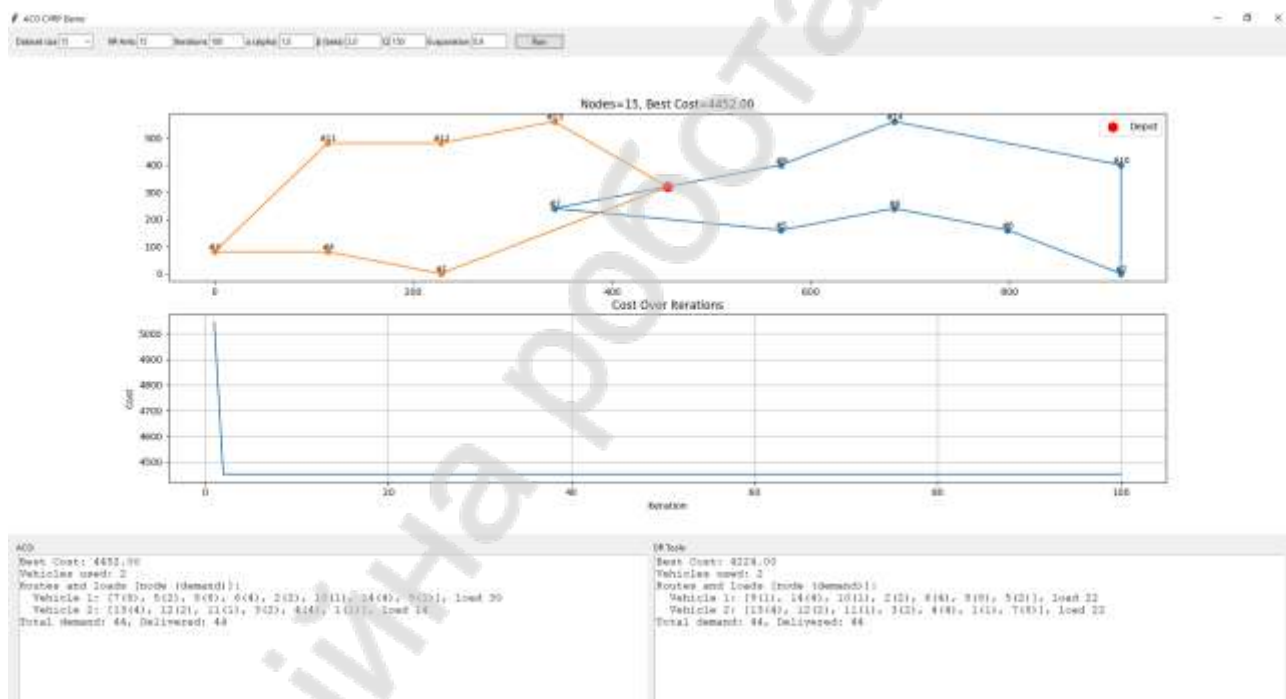


Рисунок 2.7 – Результат вирішення першої задачі

Для першої задачі було побудовано два маршрути, як методом мурашиної колонії (відстань 4452), так і за допомогою OR-Tools (відстань 4224). В цьому випадку кращий результат було отримано з OR-Tools, хоча різниця між загальною вартістю невелика. Справа в тому, що OR-Tools при пошуку маршрутів намагається збалансувати завантаженість між транспортними засобами, в той час метод мурашиної колонії намагається використовувати кожний транспорт по максимуму. Це видно з першого маршруту мурашиної колонії, в якому перший транспорт повністю навантажений. Але навіть

незважаючи на це, результат отриманий методом мурашиної колонії є хорошим, а для досягнення такого результату йому знадобилося менше 10 ітерацій.

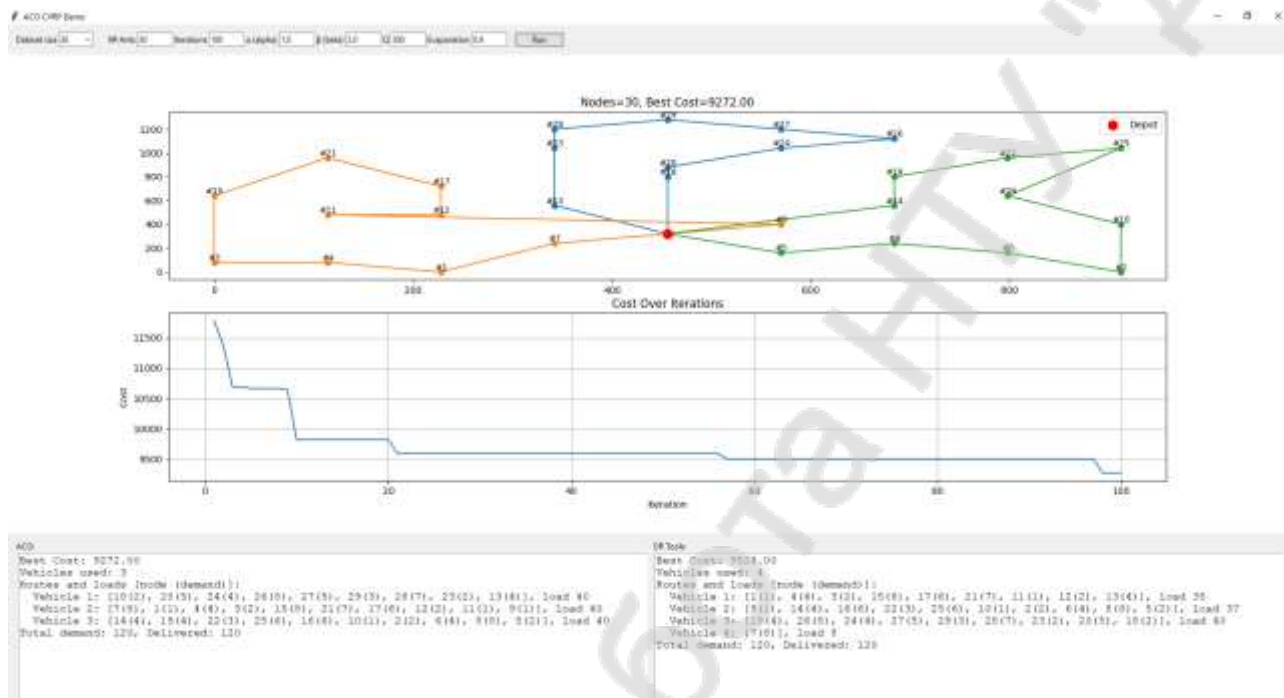


Рисунок 2.8 – Результат вирішення другої задачі

Якщо звернути увагу на вантажопідйомність транспорту та загальні вимоги другої задачі, стає очевидним що для вирішення такої задачі достатньо лише 3 транспорту. Метод мурашиної колонії саме так і побудував маршрути, а от OR-Tools використав ще один транспорт. Це відбулося саме через балансування завантаженості кожного маршруту і в даному випадку це призвело до гіршого результату ніж метод мурашиної колонії. За графіком зміни кращого знайденого рішення видно, що така задача виявилася значно складнішою за попередню. Схоже за значенням рішення (близько 9500) було знайдено трохи раніше ніж 60 ітерація, а остаточний результат було отримано в самому кінці.



Рисунок 2.9 – Результат вирішення третьої задачі

В третій задачі OR-Tools не зміг знайти рішення. Це пов'язано з тим, що загальна вантажопідйомність транспорту не достатня, для виконання вимог всіх точок доставки. В такому випадку OR-Tools не дає рішення, адже має жорстке обмеження для такої ситуації. На практиці, навіть в такому випадку треба виконати доставку, навіть якщо це потребує більше транспорту. В такому випадку можна ще раз використовувати транспорт, який вже виконав доставку по деякому маршруту. Саме це і робить метод мурашиної колонії. Незважаючи на те, що в умовах цієї задачі наявно лише 5 транспортних засобів, було побудовано 7 маршрутів, таким чином забезпечуючи виконання доставки всіх вантажів шляхом повторного використання транспорту. Щодо зміни рішення на кожній ітерації, то ситуація дуже схожа на попередню задачу, але в даному випадку для досягнення остаточного рішення знадобилося приблизно 70 ітерацій.

Загалом програмне рішення на основі методу мурашиної колонії показує хороші результати в порівнянні з готовим рішенням OR-Tools. Отримана реалізація точно не є гіршою, а в деяких випадках навіть показує себе краще за OR-Tools. Отримані результати вирішення всіх задач наведено в таблиці 2.1.

Таблиця 2.1

Результати тестування програми

Задача №	Метод мурашиної колонії		OR-Tools	
	Загальна відстань	Кількість транспорту	Загальна відстань	Кількість транспорту
1	4452	2	4224	2
2	9272	3	9524	4
3	9600	7	-	-

2.6 Висновки до розділу

Під час дослідження методу мурашиної колонії для вирішення задачі маршрутизації транспортних засобів було з'ясовано, як саме поведінка реальних мурах може бути використана для розробки алгоритму оптимізації маршрутів. На практиці така поведінка тільки береться за основу, адже виникають проблеми з циклічністю в деяких графах та здібності мурах в природі обмежені, що робить реалізацію, засновану тільки на поведінці реальних мурах неефективною. Тому при реалізації методу мурашиної колонії використовуються штучні мурахи, можливості яких розширені. Використання таких мурах значно підвищує ефективність методу, а за потреби їх можливості можна модифікувати, в залежності від потреб задачі.

Однією з задач, до якої часто застосовують метод мурашиної колонії є задача Комівояжера. В цьому розділі було розглянуто поведінку та можливості штучних мурах в такій задачі, що в подальшому допомогло в реалізації цього методу для задачі маршрутизації транспортних засобів.

Під час опису методу для задачі маршрутизації було детально описано поведінку та можливості штучних мурах, опираючись на поведінку та можливості штучних мурах для задачі Комівояжера. В результаті можливості таких мурах були розширені відповідно до умов задачі.

При програмній розробці методу, особлива увага приділялася модульності, а саме розділення методу та задачі на класи. Такий підхід робить реалізацію більш універсальним

Програмну реалізацію методу мурашиної колонії для задачі маршрутизації порівнювалася з рішенням від OR-Tools. Результати показали, що навіть не маючи додаткового локального пошуку, шляхом зміни клієнтів між маршрутами, реалізація показує хороші та навіть кращі результати, а в одному з випадків вирішує задачу, умови якої не підходять для OR-Tools. Такі результати говорять про те, що дану реалізацію можна інтегрувати в реальні системи доставки для вирішення реальних задач маршрутизації.

ВИСНОВКИ

В даній кваліфікаційній роботі було проведено дослідження оптимізації логістичних процесів у системах доставки. В процесі дослідження було розглянуто основні поняття логістичних процесів, проаналізовано одну з компаній доставки, визначено найважливіший процес та сформульовано по ньому задачу, для якої було представлено програмне рішення.

В першому розділі було детально розглянуто процес доставки посилок та вантажів. Огляд основних понять дозволив виділити логістичний процес, що найбільше впливає на ефективність систем доставки. Таким процесом виявився процес транспортування. Для визначення масштабу проблеми було проведено аналіз одного з підприємств, основною діяльністю якого є доставка посилок та вантажів. Завдяки цьому аналізу було визначено, що ігнорування оптимізації транспортування вантажів може суттєво вплинути не тільки на час та ефективність самого процесу перевезення, а й на ефективність системи в цілому. Для оптимізації процесу транспортування було сформульовано задачу маршрутизації транспортних засобів, яка описує проблему у вигляді графу, на якому в результаті повинні бути побудовані маршрути для оптимальної доставки.

Процес планування маршрутів доставки виявився складним завданням, адже при збільшенні розмірності такої задачі, складність її вирішення зростала експоненціально. Щоб досягти балансу між якістю рішення та ефективністю було описано відомі методи вирішення такого класу задач, завдяки чому було обрано метод для подальшої реалізації рішення такої задачі. Обраним методом став метод мурашиної колонії, який вирішує задачу маршрутизації базуючись на поведінці реальних мурах.

Другий розділ було присвячено дослідженню мурашиних алгоритмів для подальшої програмної реалізації. Було визначено поведінку мурах в природі, яка являє собою комунікацію через вплив на навколишнє середовище, а саме через

феромони. Така поведінка обумовлена тим, що більшість видів мурах є сліпими або не сприймають навколишнє середовище так, як його сприймають наприклад люди, тому в процесі прийняття рішення щодо свого маршруту вони базуються на кількості феромонів, залишених іншими мураками.

Така поведінка хоч і дозволяє вирішувати деякі задачі планування маршрутів, але не є достатньою для складних задач, адже на деяких графах така поведінка призводить до циклічності. Тому для реалізації рішення використовувалися штучні мурахи, можливості яких можна розширити в залежності від умов задачі.

Для кращого розуміння роботи методу мурашиної колонії було розглянуто його застосування до задачі Комівояжера. В результаті такого огляду було визначено правила, за якими здійснюються переходи між вершинами графу, процеси оновлення та випаровування феромонів. Завдяки цим правилам було описано роботу методу для задачі маршрутизації, що стало основою для подальшої програмної реалізації.

Програмне рішення було розроблено з використанням мови програмування Python. Розроблене рішення було представлено як набір класів, що дозволяє зручно інтегрувати у реальні системи завдяки модульності. Для оцінки результатів програмної реалізації було розроблено демонстраційну програму, яка включає в себе три задачі, а також дозволяє порівняти програмну реалізацію з рішенням від Google – OR-Tools.

Отримані результати показали, що отримана реалізація надає хороші результати в порівнянні з OR-Tools. Окрім цього, отримана реалізація є більш гнучкою, адже для OR-Tools важливо, щоб заданий транспорт зміг виконати доставку, використовуючи його тільки один раз. В цей час отримана реалізація повторно використовує наявний транспорт задля виконання доставки, що може бути великою перевагою на практиці. На основі отриманих результатів можна зробити висновок про те, що отримана реалізація може застосовуватися в реальних системах для вирішення задач маршрутизації.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Кваліфікаційна робота бакалавра [Електронний ресурс] : методичні рекомендації для здобувачів ступеня бакалавра освітньо-професійної програми «Системний аналіз» зі спеціальності 124 Системний аналіз / уклад.: Т. А. Желдак, Т. В. Хом'як, А. В. Малієнко ; М-во освіти і науки України, Нац. техн. ун-т «Дніпровська політехніка». – Дніпро : НТУ «ДП», 2025. – 32 с. url: <https://ir.nmu.org.ua/handle/123456789/170863>
2. Logistics processes: key points for optimising your supply chain. URL: <https://www.mecalux.com/blog/logistics-processes>
2. The Importance of Route Planning in Transportation. URL: <https://optimoroute.com/route-planning-transportation/>
3. Нова Пошта: звіт про управління 2024. URL: <https://api-cdn.novaposhta.ua/sitecard/misc/doc/%D0%97%D0%B2%D1%96%D1%82%20%D0%BF%D1%80%D0%BE%20%D1%83%D0%BF%D1%80%D0%B0%D0%B2%D0%BB%D1%96%D0%BD%D0%BD%D1%8F%202024.pdf>
4. Нова пошта - фінансова звітність 2024. URL: <https://api-cdn.novaposhta.ua/sitecard/misc/doc/%D0%A4%D1%96%D0%BD%D0%B0%D0%BD%D1%81%D0%BE%D0%B2%D0%B0%20%D0%97%D0%B2%D1%96%D1%82%D0%BD%D1%96%D1%81%D1%82%D1%8C%202024.pdf>
5. What is Vehicle Routing Problem? How to Solve VRP with Routing Software. URL: <https://fareye.com/resources/blogs/vehicle-routing-problem-how-to-solve-it>
6. The Vehicle Routing Problem (VRP) Demystified: Solutions for Your Delivery Operations. URL: <https://www.upperinc.com/blog/vehicle-routing-problem/>
7. Наук. вісник Ужгород. ун-ту, 2020, вип. 36, № 1 «До класифікації задач маршрутизації транспортних засобів». URL: https://www.researchgate.net/publication/343602775_Do_klasifikacii_zadac_marsrutizacii_transportnih_zasobiv

8. Дискретна математика: навч. посібник / В.В. Слесарев, І.В. Новицький, С.А. Ус. – М-во освіти і науки України, Нац. техн. ун-т «Дніпровська політехніка». – Дніпро : НТУ «ДП», 2023. – 183 с.

9. Solving the Vehicle Routing Problem (2024). URL: <https://www.routific.com/blog/what-is-the-vehicle-routing-problem>

10. Gilbert Laporte, (2009) Fifty Years of Vehicle Routing. Transportation Science 43(4):408-416

Novytskyi, I. V., & Shevchenko, Y. O. (2024). JUSTIFICATION OF THE CRITERION FOR OPTIMAL CONTROL OF THE SELF-GRINDING PROCESS OF ORES IN DRUM MILLS. Natsional'nyi Hirnychyi Universytet. Naukovyi Visnyk, (4), 61-66. doi: <https://doi.org/10.33271/nvngu/2024-4/061>

11. Marco Dorigo and Thomas Stützle (2004) «Ant Colony Optimization» ISBN 0-262-04219-3

13. 2-opt URL: <https://en.wikipedia.org/wiki/2-opt>

14. Taxicab geometry URL: https://en.wikipedia.org/wiki/Taxicab_geometry

15. OR-Tools URL: <https://developers.google.com/optimization>

16. Коряшкіна, Л., Малієнко, А., Станіна, О., Шевченко, Ю., Кодола, Я. (2025). Системний аналіз та оптимальний вибір комплексу заходів для підвищення безпеки на підприємстві. Information Technology: Computer Science, Software Engineering and Cyber Security, 72–80, doi: <https://doi.org/10.32782/IT/2025-2-7>

17. Koriashkina, L. S., Lubenets, D. E., Minieiev, . O. S., & Sazonova, M. S.. (2025). MATHEMATICAL FOUNDATIONS OF METHODS FOR SOLVING CONTINUOUS PROBLEMS OF OPTIMAL MULTIPLEX PARTITIONING OF SETS. Radio Electronics, Computer Science, Control, (2), 68–83. doi: <https://doi.org/10.15588/1607-3274-2025-2-6>

ДОДАТОК А ВІДОМІСТЬ МАТЕРІАЛІВ КВАЛІФІКАЦІЙНОЇ РОБОТИ

№ з/п	Позначення	Найменування	Кількість аркушів	Примітки					
1									
2		Документація							
3									
4	САУ.КР.25.17.ПЗ	Пояснювальна записка	70	Формат А4					
5									
6	САУ.КР.25.17.ДМ	Демонстраційний матеріал	18	Презентація на CD-R					
7									
8	САУ.КР.25.17.КР	Копія роботи	1	Диск CD-R					
9									
10									
11									
12									
13									
14									
15									
16									
17									
18									
					САУ.КР.25.17.ДА.ПЗ.				
Змін.	Аркуш	№ докум.	Підпис	Дата					
Розроб.		Дробний В.Д.			Матеріали кваліфікаційної роботи	Літ.		Аркуш	Аркушів
К. розд.		Мінеєв О.С.							
Керівн.		Мінеєв О.С.				НТУ «ДП», 12; 124-21-1			
Н.контр.		Хом'як Т.В.							
Зав. каф.		Желдак Т.А.							