

УДК [622.673+624.5]:539.4

**Черниш П.В., аспірант гр. 133А-20-2**

**Науковий керівник: Колосов Д.Л., д.т.н., завідувач кафедри механічної та біомедичної інженерії**

(Національний технічний університет "Дніпровська політехніка", м. Дніпро, Україна)

### НАПРУЖЕНИЙ СТАН КОМПОЗИТНОГО ЕЛАСТОМІРНО-ТРОСОВОГО КАНАТА З ТРОСОМ ДИСКРЕТНО ЗМІННОЇ ЖОРСТКОСТІ

Плоскі композитні еластомірно-тросові канати застосовуються як тягові органи підйомних машин. Їх застосуванню в машинах для переміщення на значні висоти може сприяти розробка каната змінної по його довжині міцності, що забезпечує рівність запасів міцності по усіх перерізах каната. Такій умові може задовольняти канат змінної ширини – зі змінною кількістю тросів однакового діаметру в ньому.

Канат підйомної машини має значну довжину та взаємодіє з опуклим барабаном. Цій частині каната надамо номер два. Суміжним, відповідно, один та три. Віднесемо канат до осі  $x$ , що спрямована вздовж каната. Надамо індекси позначенням коефіцієнтів шуканих змінних. До них занесемо номери ділянок, до яких вони відносяться, та номери тросів ( $i$ ). Граничні умови

$$\begin{aligned} x \rightarrow -\infty \quad u_{1,i} &= 0, \quad p_{1,1} = p_{1,2} = \dots = p_{1,N}, \\ x \rightarrow \infty \quad u_{3,1} &= u_{3,2} = \dots = u_{3,N}, \quad p_{3,i} = P. \end{aligned} \quad (1)$$

Умови сумісності деформування ділянок каната

$$\begin{aligned} x = 0 \quad u_{1,i} &= u_{2,i}, \quad p_{1,i} = p_{2,i}, \\ x = L \quad u_{2,i} &= u_{3,i}, \quad p_{2,i} = p_{3,i}. \end{aligned} \quad (2)$$

Відзначимо, в наведених залежностях та далі, в нижніх індексах перші цифри відтворюють номери ділянок. Прийmemo, що закон деформування каната на барабані може бути заданий рядом Фур'є на дискретній осі координат – номерів тросів. Врахуємо деформування еластомірно-тросового каната, граничні умови та умови сумісності. Прийmemo наступні форми рішень для визначення напружено-деформованого стану каната [1]

$$u_{1,i} = \sum_{m=1}^M A_{1,m} e^{\beta_m x} \cos(\mu_m(i-0,5)) + \frac{Px}{EF}, \quad (3)$$

$$p_{1,i} = E F \sum_{m=1}^{M-1} A_{1,m} e^{\beta_m x} \beta_m \cos(\mu_m(i-0,5)) + P, \quad (4)$$

$$u_{2,i} = \sum_{m=1}^{M-1} (A_{2,m} e^{\beta_m x} + B_{2,m} e^{-\beta_m x}) \cos(\mu_m(i-0,5)) + \frac{P}{E F} x, \quad (5)$$

$$p_{2,i} = EF \sum_{m=1}^{M-1} [(A_{2,m} e^{\beta_m x} - B_{2,m} e^{-\beta_m x}) \beta_m + D_m] \cos(\mu_m(i-0,5)) + P, \quad (6)$$

$$u_{3,i} = \sum_{m=1}^{M-1} B_{3,m} e^{-\beta_m x} \cos(\mu_m(i-0,5)) + \frac{P}{E F} x, \quad (7)$$

$$p_{3,i} = -EF \sum_{m=1}^{M-1} B_{3,m} e^{-\beta_m x} \beta_m \cos(\mu_m(i-0,5)) + P, \quad (8)$$

де  $A_{k,m}$ ,  $B_{k,m}$  – сталі інтегрування;  $k=1, 2, 3$  – номер ділянки;  $i$  – номер троса;  $E, F$  – приведений модуль пружності на розтяг та площа поперечного перерізу троса, відповідно;  $\beta_m = \sqrt{2 \frac{G b k_G}{(h-d) E F} [1 - \cos(\mu_m)]}$ ;  $\mu_m = \frac{\pi m}{M}$ ;  $M$  – кількість тросів в канаті;  $D_m$  – коефіцієнти ряду Фур'є;  $h$  – відстань між тросами;  $b$  – товщина каната;  $d$  – діаметр троса;  $G$  – модуль зсуву матриці;  $k_G$  – коефіцієнт впливу форми еластомірного матеріалу, розташованого між тросами, на жорсткість зсуву.

Скористаємося граничними умовами (1) та умовами сумісності деформування (2) визначених ділянок. Опустимо проміжні перетворення. Маємо вирази для визначення невідомих сталих інтегрування

$$A_{1,m} = \frac{D_m}{2\beta_m} (1 - e^{-\beta_m L}); A_{2,m} = -\frac{D_m}{2\beta_m e^{\beta_m L}}; B_{2,m} = \frac{D_m}{2\beta_m}; B_{3,m} = \frac{D_m}{2\beta_m} (1 - e^{\beta_m L}).$$

Прийемо, що твірна барабана має форму параболи. На барабані відносні подовження тросів, що зумовлені формою його твірних

$$\varepsilon_i = 2 \left[ \frac{R_{\max} - (R_{\max} - R_{\min}) \left( \frac{i}{M} \right)^2}{R_{\max} - R_{\min}} \right], \quad (9)$$

де  $R_{\min}, R_{\max}$  – мінімальний та максимальний радіуси згину тросів на барабані.

Середня довжина тросів

$$X = \frac{R_{\max} + R_{\min}}{2} \alpha,$$

де  $\alpha$  – кут, на якому канат огинає барабан.

Прийнята форма робочої поверхні барабана симетрична відносно серединної площини. Задамо відносні подовження тросів рядом косинусів

$$D_m = \frac{2}{M} \sum_{i=1}^M \varepsilon_i \cos(\mu_m (i - 0,5)). \quad (10)$$

Напружений стан еластомірно-тросового каната характеризується і розподілом дотичних напружень у його еластичній оболонці. Дотичні напруження пропорційні кутам зсуву. Максимальні кути зсуву пропорційні різниці зсувів суміжних тросів та зворотно пропорційні мінімальній відстані між ними. Вказане дозволяє записати значення тангенсів максимальних кутів зсуву у наступній формі

$$\tan(a_{q,i}) = \frac{u_{q,i} - u_{q,i+1}}{h} \approx a_{q,i} \quad (1 \leq i < M, \quad q = 1, 2, 3).$$

Згідно поставленої задачі, до складу каната має входити трос, жорсткість якого на розтягнення відмінна від інших. Вирази (3) – (8) відповідають еластомірно-тросовому канату з регулярним розташуванням тросів з однаковими геометричними та механічними параметрами. Геометричні характеристики перерізу троса з середньою стренгою та без неї практично однакові. Суттєвою є їхня жорсткість на розтягнення – вона менша. Деформація таких тросів більша за рівних навантажень. Вони сприймають менші навантаження за однакових деформацій. Компенсуємо різницю деформацій умовною додатковою відносною деформацією. З урахуванням вказаного, функція відносних деформацій набуде форми

$$\varepsilon_i = 2 \left( \frac{R_{\max} - (R_{\max} - R_{\min}) \left( \frac{i}{M} \right)^2}{R_{\max} - R_{\min}} \right) - \Omega \sum_{i=1}^M \cos(\mu_m(j-0,5)) \cos(\mu_m(i-0,5)). \quad (11)$$

Канат в процесі роботи машини рухається відносно барабана. Ділянка з тросом іншої жорсткості не буде мати просторової форми. Канат буде працювати лише на розтягування. Для вказаного випадку функція відносних деформацій (11) має наступний вигляд

$$\varepsilon_i = -\Omega \sum_{i=1}^M \cos(\mu_m(j-0,5)) \cos(\mu_m(i-0,5)). \quad (12)$$

Переріз ушкодження каната в процесі його руху переміщається відносно барабана. Найбільше відхиляються внутрішні зусилля в перерізі симетрії дуги згину каната на барабані – в перерізі  $x = \frac{L}{2}$ . Сили розтягу  $\Theta$ -того троса в цьому перерізі визначаються наступною залежністю

$$p_{2,\Theta} = EF \sum_{m=1}^{M-1} \left[ \left( A_{2,m} e^{\beta_m L/2} - B_{2,m} e^{-\beta_m L/2} \right) \beta_m + D_m \right] \cos(\mu_m(\Theta-0,5)) + P. \quad (13)$$

Максимальні зусилля діють в суміжних тросах в цьому ж перерізі

$$p_{1,\max} = EF \sum_{m=1}^{M-1} \left[ \left( A_{2,m} e^{\beta_m L/2} - B_{2,m} e^{-\beta_m L/2} \right) \beta_m + D_m \right] \cos(\mu_m(\Theta-1,5)) + P, \quad (14)$$

$$p_{2,\max} = EF \sum_{m=1}^{M-1} \left[ \left( A_{2,m} e^{\beta_m L/2} - B_{2,m} e^{-\beta_m L/2} \right) \beta_m + D_m \right] \cos(\mu_m(\Theta+0,5)) + P. \quad (15)$$

Максимальні кути зсуву залежать від двох чинників: кривизни твірної барабана та зміни жорсткості троса. Максимально проявляється перший чинник в перерізі, що відповідає площині симетрії барабана з симетричною формою твірної. Другий чинник суттєво впливає на напружений стан каната в перерізі зміни жорсткості троса. Це не дозволяє скласти вираз для визначення максимальних кутів зсуву. Їх можна визначати лише шляхом пошуку екстремумів наступних функцій

$$a_{1,\max} = \frac{\sum_{m=1}^{M-1} \left( A_{2,m} e^{\beta_m x} + B_{2,m} e^{-\beta_m x} \right) \left( \cos(\mu_m(\Theta-0,5)) - \cos(\mu_m(\Theta+0,5)) \right)}{h}, \quad (16)$$

$$a_{2,\max} = \frac{\sum_{m=1}^{M-1} \left( A_{2,m} e^{\beta_m x} + B_{2,m} e^{-\beta_m x} \right) \left( \cos(\mu_m(\Theta+1,5)) - \cos(\mu_m(\Theta-0,5)) \right)}{h}. \quad (17)$$

Отримані аналітичні залежності (14)–(17) дозволяють визначати напружено-деформований стан еластомірно-тросового каната з тросом дискретно змінної жорсткості з урахуванням згину каната на барабані підйомної машини опуклої форми.

#### Список використаних джерел:

1. Бельмас, І. В., Колосов, Д. Л. (2017). Напружено-деформований стан плоского каната зумовлений поривами тягових елементів та конструкцією барабана підйомної машини. *Збірник наукових праць НГУ*, 50. 163–170.