

Кіпніс Олександр І

*І старший науковий співробітник, кандидат фізико-математичних наук,  
Інститут механіки ім. С.П Тимошенка НАН України, м. Київ, Україна, e-mail:*

*[a.l.kipnis@gmail.com](mailto:a.l.kipnis@gmail.com)*

## **ВТРАТА СТІЙКОСТІ ТОНКОЇ ЖОРСТКОЇ ПЛІВКИ НА ПОДАТЛИВІЙ НЕСТИСЛИВІЙ ПІДКЛАДЦІ ПРИ СТИСКУ ВЗДОВЖ МІЖФАЗНОГО ВІДШАРУВАННЯ**

**Анотація.** Визначені критичні деформації, що відповідають механічній нестійкості тонких плівок з матеріалів PEDOT:PSS та P3HT:PCBM, які жорстко з'єднані з достатньо товстою нестисливою підкладкою з матеріалу PDMS, при стиску такої бішарової системи вздовж міжфазного відшарування. Досліджено залежність критичних деформацій від відносної товщини плівки покриття та у випадку відносно коротких відшарувань проведено порівняння одержаних значень критичних деформацій з цими значеннями в аналогічній задачі для такого ж тіла без міжфазного дефекту та зі значеннями, визначеними з використанням відомих наближених формул.

**Ключові слова:** матеріал з покриттям, відшарування, межа поділу середовищ

**Вступ.** Якщо кусково-однорідне конструкційне тіло, яке являє собою податливу підкладку, вкриту тонкою жорсткою нано-розмірною плівкою, знаходиться в умовах стиску, то при досягненні величини деформації стиску свого критичного значення відбувається поверхнева втрата стійкості бішару з утворенням хвилеподібного патерну на його поверхні. В літературі таке явище носить назву «wrinkling» (дослівно «зморщування») [1, 2]. При цьому для визначення критичних деформацій, що відповідають поверхневій нестійкості, часто використовують відомі наближені формули [3, 4]. Менш вивченими є питання, пов'язані можливою наявністю дефектів на межі поділу плівки та підкладки, які виникають в процесі експлуатації зразків. Так, внаслідок послаблення адгезії на межі поділу на певній її ділянці можливий розрив суцільності з втратою зв'язку між компонентами бішару. Такий дефект з вільними від напружень берегами можна називати як тріщиною так і відшаруванням. Задачі про стискання тіл вздовж площин розташування тріщин відносять до неklasичних проблем руйнування через неможливість застосувати для такої геометрії навантаження класичні критерії



руйнування. Ефективним методом дослідження неklasичних проблем руйнування є використання апарату лінеаризованої теорії стійкості деформівних тіл [5].

Лінеаризована задача теорії стійкості. В умовах плоскої деформації розглянемо бішар, утворений напівобмеженою підкладкою, з якою жорстко з'єднана тонка плівка покриття товщини  $h$  (рис. 1). Межа поділу середовищ  $2 \times 0$  містить дефект у вигляді відшарування (тріщини) довжини  $2a$ , береги якого, як і гранична поверхня бішару  $2 \times h$  вільні від напружень. Матеріали бішару вважаються високоеластичними матеріалами, а структура їх пружних потенціалів – довільною.

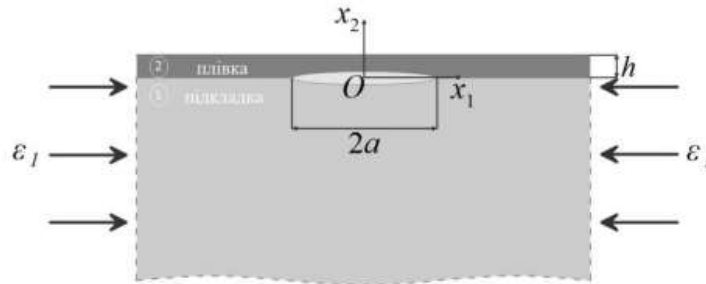


Рис. 1 – система підкладка/тонка плівка при стиску вздовж міжфазного відшарування

На нескінченності матеріали стискаються вздовж осі  $Ox_1$  рівномірно розподіленими навантаженнями таким чином, що забезпечуються однакові укорочення вздовж осі  $Ox_1$  для матеріалів півплощини та смуги. Крайові умови сформульованої задачі записуються наступним чином:

$$t_{22}^{(2)} = 0, t_{21}^{(2)} = 0 \quad (x_2 = h, 0 \leq |x_1| < \infty);$$

$$t_{22}^{(1)} = t_{22}^{(2)}, t_{21}^{(1)} = t_{21}^{(2)} \quad (x_2 = 0, 0 \leq |x_1| < \infty);$$

$$t_{21}^{(2)} = 0, t_{22}^{(2)} = 0 \quad (x_2 = 0, |x_1| \leq a); u_1^{(1)} = u_1^{(2)}, u_2^{(1)} = u_2^{(2)} \quad (x_2 = 0, |x_1| > a),$$

де  $t_{kl}^{(i)}$ ,  $i, k, l = 1, 2$  – збурення компонент несиметричного тензору напружень Піоли – Кірхгофа  $\tilde{t}^{(i)}$ ;  $\vec{u}^{(i)}$  – вектор збурення переміщень; верхні індекси “1” або “2” визначають приналежність величини або функції, відповідно, області “1” або “2”.

Сформульовану задачу лінеаризованої теорії стійкості з використанням загальних представлень розв’язків лінеаризованих рівнянь рівноваги через гармонічні потенціальні функції [5] зведено до задачі на власні значення для системи інтегральних рівнянь Фредгольма першого роду з деякою додатковою умовою, яка досліджується чисельно з використанням методу Бубнова – Гальоркіна [6].

**Числові результати.** Розглянемо випадок, коли нестислива PDMS ( $E_1 = 2.97$  МПа) підкладка вкрита тонкоплівковими матеріалами PEDOT:PSS ( $E_2 = 2000$  МПа,  $0.35 \nu$ )



або РЗНТ:PCBM ( $E_2 = 7300$  МПа,  $0.35 \nu$ ) [2]. Такі бiшарові системи представляють собою легкі та міцні матеріали, які широко використовуються, наприклад, при виробництві органічних фотоелектричних сонячних елементів [7]. Нестисливий матеріал підкладки моделюється пружним потенціалом Трелоара [8], а матеріали плівок – стандартним потенціалом гармонічного типу [9].

Залежності критичних деформацій  $\varepsilon_I$  від значення геометричного параметру  $\lg \beta$ ,  $\beta = h/a$ , зображені суцільними кривими на рис. 2. Рисунок 2, а відповідає плівці PEDOT:PSS, а рис. 2 б – плівці РЗНТ:PCBM.

Штрихові прямі на рис. 2 відповідають критичним деформаціям зморщування тонкої плівки на напівобмеженій підкладці у випадку відсутності дефекту. Відповідні лінеаризовані задачі теорії стійкості, які зводяться до розв'язання певного трансцендентного рівняння, розглядаються роботі [10].

Як зазначалося у вступі, оцінку критичних деформацій, що відповідають початку зморщування, можна одержати і з використанням відомої наближеної формули [3, 4]. Цим значенням на рис. 2 відповідають штрих-пунктирні прямі.

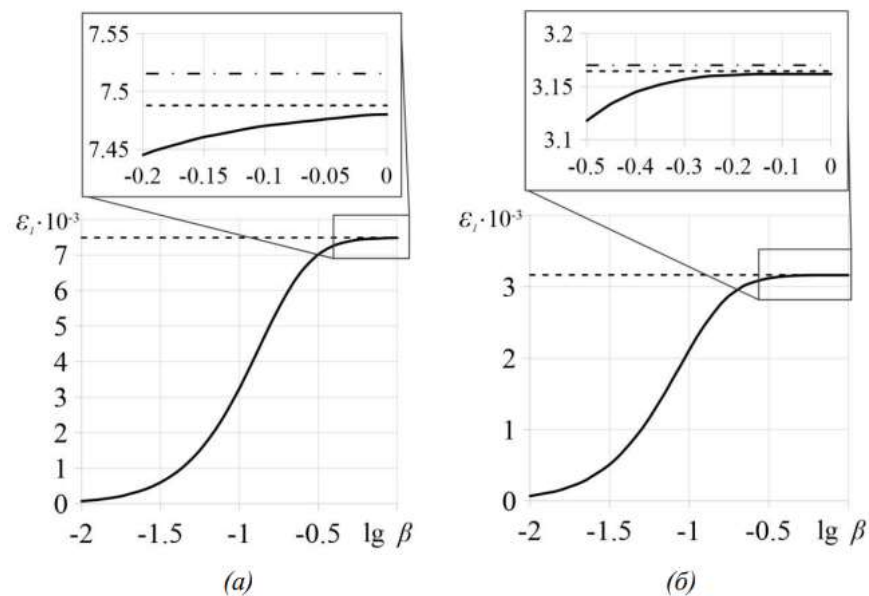


Рис. 2 – критичні деформації втрати стійкості плівки PEDOT:PSS (а) та РЗНТ:PCBM (б)

**Висновки.** Із застосуванням аналітико-чисельного підходу в рамках лінеаризованої теорії стійкості деформівних тіл вивчено питання впливу наявності міжфазного відшарування на критичні деформації, що відповідають втраті стійкості тонких плівок з матеріалів PEDOT:PSS та РЗНТ:PCBM на PDMS підкладці, товщина якої суттєво більша за товщину плівок. Показано, що для плівок обох типів у випадку ідеального контакту компонентів кусково-однорідного тіла, за наявності відшарування,



довжина якого складає  $1/4$  товщини плівки і менше, для оцінки значень критичних деформацій з точністю до 1% можна застосовувати наближені інженерні формули, які не враховують наявність дефектів на межі поділу середовищ і слугують для визначення критичних деформацій початку зморщування тонких плівок на податливих підкладках.

### СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Groenewold, J. (2001). Wrinkling of plates coupled with soft elastic media. *Physica A: Statistical Mechanics and Its Applications*, 298(1–2), 32–45.
2. Nikraves, S., Ryu, D., & Shen, Y. L. (2020). Instabilities of thin films on a compliant substrate: Direct numerical simulations from surface wrinkling to global buckling. *Scientific Reports*, 10, 5728.
3. Allen, H. G. (1969). *Analysis and design of structural sandwich panels*. Pergamon Press.
4. Mei, H., Landis, C. M., & Huang, R. (2011). Concomitant wrinkling and buckledelamination of elastic thin films on compliant substrates. *Mechanics of Materials*, 43(11), 627–642.
5. Guz, A. N. (1999). *Fundamentals of the Three-Dimensional Theory of Stability of Deformable Bodies*. Springer.
6. Bogdanov, V. L., Nazarenko, V. M., & Kipnis, O. L. (2024). Compression of semibounded body with thin coating layer along interface near-surface crack. Part I. *International Applied Mechanics*, 60(5), 511–524.
7. Kaltenbrunner, M., White, M., Głowacki, E., et al. (2012). Ultrathin and lightweight organic solar cells with high flexibility. *Nature Communications*, 3, 770.
8. Treloar, L. R. G. (1955). Large elastic deformations in rubber-like materials. In *IUTAM Colloquium* (pp. 208–217).
9. John, F. (1960). Plane strain problems for a perfectly elastic material of harmonic type. *Communications on Pure and Applied Mathematics*, 13(2), 239–296.
10. Bogdanov, V. L., Nazarenko, V. M., & Kipnis, A. L. (2025). Compression of a semi-bounded body with a coating layer along the interface sliding zone. *ZAMM – Journal of Applied Mathematics and Mechanics*, 105(1).

