

А.Ю. Глухов

*старший науковий співробітник, кандидат фізико-математичних наук,*

*Інститут механіки імені С.П. Тимошенка НАНУ, Київ, Україна,*

*[ndrew.gl@gmail.com](mailto:ndrew.gl@gmail.com)*

## ПРО ВЗАЄМОДІЮ ШАРІВ КОМПОЗИТНОГО МАТЕРІАЛУ ПРИ КРУЧЕННІ

**Анотація.** В рамках лінеаризованої теорії пружності для тіл з початковими напруженнями розглянуті постановка та метод розв'язку задач про поширення хвиль кручення в шаруватих композитних заздалегідь напружених матеріалах при проковзуванні шарів. Досліджено випадок поширення хвиль вздовж шарів. Отримані дисперсійні рівняння для симетричних і антисиметричних хвиль та їх довгохвильові наближення.

**Ключові слова:** шаруватий композитний матеріал, початкові напруження, пружні хвилі, дисперсійне рівняння, довгохвильове наближення.

**Вступ.** В даній роботі досліджуються закономірності поширення пружних хвиль кручення в шаруватих композитних матеріалах з початковими напруженнями при проковзуванні шарів.

Матеріал і результати досліджень. Розглядається шаруватий композитний матеріал з початковими напруженнями, який складається з шарів двох типів, що чергуються, в кожному з яких матеріали і початкові напружено-деформовані стани є однаковими для розглянутого типу шарів.

При дослідженні будемо застосовувати лагранжеві координати  $y_n \equiv y^n$ , які в початковому напружено-деформованому стані збігаються з декартовими координатами, і лагранжеві координати  $r', \theta, y_3$ , які в початковому напружено-деформованому стані збігаються з круговими циліндричними координатами.

Декартову систему координат  $(y_1, y_2, y_3)$  в початковому напружено-деформованому стані вибираємо таким чином, щоб вісь була спрямована по нормалі до площин розділу шарів.

*Матеріали шарів вважатимемо гіперпружними ізотропними з довільною структурою пружних потенціалів; у разі трансверсально-ізотропних гіперпружних матеріалів шарів будемо вважати, що вісь ізотропії спрямована уздовж осі  $Oy_3$ .*



Під хвилями кручення будемо розуміти нормальні хвилі, що поширюються в радіальному напрямку і відповідають крутильним коливанням нескінченного шару.

Вважаємо початковий напружений стан однорідним

$$u_m^0 = (\lambda_m - 1)x_m; \quad \lambda_m = \text{const}. \quad (1)$$

Також приймаємо, що для кожного з шарів реалізується вісесиметричний напружено-деформований стан

$$\begin{aligned} S_{11}^{0(j)} = S_{22}^{0(j)} \neq S_{33}^{0(j)}; \quad \sigma_{11}^{0(j)} = \sigma_{22}^{0(j)} \neq \sigma_{33}^{0(j)}; \\ \varepsilon_{11}^{0(j)} = \varepsilon_{22}^{0(j)}; \quad \lambda_1^{(j)} = \lambda_2^{(j)}; \quad h'^{(j)} = \lambda_3^{(j)}h^{(j)}; \quad j = 1, 2. \end{aligned} \quad (2)$$

При вище вказаних умовах будемо досліджувати переміщення, що відповідають умовам [1,2]

$$u_{r'}^{(j)} \equiv 0; \quad u_{\theta}^{(j)} = u_{\theta}^{(j)}(r', y_3, \tau); \quad u_3^{(j)} \equiv 0; \quad u_4^{(j)} \equiv p^{(j)} \equiv 0. \quad (3)$$

Остання тотожність в (3) справедлива для нестисливого матеріалу.

У цьому випадку в поданні спільних розв'язків просторових динамічних лінеаризованих задач теорії пружності стосовно до загального розв'язку задачі в циліндричних координатах можна прийняти

$$\Psi^{(j)} = \Psi^{(j)}(r', y_3, \tau); \quad X'^{(j)} \equiv 0. \quad (4)$$

Розглянуто поширення хвиль кручення в радіальному напрямку вздовж шарів. Задача зводиться до побудови розв'язків рівняння відносно амплітудної функції при виконанні умов неперервності в площинах розділу шарів і умов періодичності, відповідно теорії Флоке. Для симетричних і антисиметричних хвиль кручення отримані дисперсійні рівняння та їх довгохвильові наближення.

**Висновки.** Між шарами композитного матеріалу у випадку проковзування не відбувається взаємодії. Швидкості розповсюдження хвиль кручення в кожному із шарів залежать від механічних параметрів матеріалу шару, товщини шару та початкових напружень. При довгохвильовому наближенні швидкості поширення симетричних і антисиметричних хвиль кручення для кожного з шарів рівні швидкостям поширення поперечних хвиль в однорідному матеріалі з початковими напруженнями відповідно першого і другого шарів.



**СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ**

1. Гузь, О. (2016) Пружні хвилі в тілах з початковими (залишковими) напруженнями: у 2-х частинах. Ч. 1. Загальні питання. Хвилі в нескінченних тілах і поверхневі хвилі. Saarbrucken: LAP LAMBERT Academic Publishing.

2. Гузь, О. (2016) Пружні хвилі в тілах з початковими (залишковими) напруженнями: у 2-х частинах. Ч. 2. Хвилі в частково обмежених тілах. Saarbrucken: LAP LAMBERT Academic Publishing.

