Міністерство освіти і науки України
Національний технічний університет
«Дніпровська політехніка»

Факультет інформаційних технологій
(факультет)

Кафедра системного аналізу та управління
(повна назва)

ПОЯСНЮВАЛЬНА ЗАПИСКА
кваліфікаційної роботи ступеня бакалавра

Здобувача вищої освіти Зері Сергій Юрійовича
академічної групи 124-21-2
спеціальності 124 Системний аналіз
за освітньо-професійною програмою Системний аналіз

на тему: «Порівняльний аналіз методів розв'язання дискретних задач оптимального розміщення-розподілу»

Керівники	**Прізвище, ініціали**	**Оцінка за шкалою**		**Підпис**
		рейтинговою	**інституційною**	
кваліфікаційної роботи	*д.т.н., доц. Коряшкіна Л.С*			
розділів:				
Інформаційно-аналітичний	*д.т.н., доц. Коряшкіна Л.С.*			
Спеціальний розділ	*д.т.н., доц. Коряшкіна Л.С.*			
Рецензент				
Нормоконтролер	*к.ф.-м.н., доц. Хом'як Т.В.*			

Дніпро
2025

ЗАТВЕРДЖЕНО:

завідувач кафедри

Системного аналізу та управління
(повна назва)

_____ *к.т.н., доц. Желдак Т.А.*
(підпис) (прізвище,ініціали)

«____» _____20___року

ЗАВДАННЯ
на кваліфікаційну роботу
ступеня *бакалавра*

здобувачу вищої освіти *Зері С.Ю.* **академічної групи** *124- 21-2*
спеціальності: *124 Системний аналіз*
за освітньо-професійною програмою *Системний аналіз*
на тему *«Порівняльний аналіз методів розв'язання дискретних задач оптимального розміщення-розподілу»*
затверджену наказом ректора НТУ «Дніпровська політехніка» від *05.05.2025 р. №336-с*

Розділ	Зміст	Терміни виконання
1. Інформаційно-аналітичний розділ	*Проаналізувати структуру об'єкта дослідження. Визначити предметну область дослідження та проблему, що розв'язується. Обґрунтувати методи виконання поставлених завдань*	10.01.2025 – 01.03.2025
2.Спеціальний розділ	*Розв'язати поставлені задачі: розробити алгоритми декількох евристичних методів розв'язання задач розміщення-розподілу. Зробити порівняльний аналіз результатів*	01.03.2025 – 12.06.2025

Завдання видано _____ *доц. Коряшкіна Л.С.*
(підпис) (прізвище, ініціали)

Дата видачі: *06.12.2024 р.*

Дата подання до екзаменаційної комісії: *13.06.2025 р.*_____

Прийнято до виконання _____ Зеря С.Ю.
(підпис студента) (прізвище, ініціали)

РЕФЕРАТ

Пояснювальна записка: 39 с., 12 рис., 6 табл., 4 додатки, 26 джерел.

Об’єктом дослідження в роботі є процеси оптимального розміщення об’єктів у транспортній мережі.

Предметом дослідження є методи розв’язання задачі p-медіан з використанням метаевристик і математичного програмування.

Метою даної роботи є розробка та дослідження ефективних алгоритмів для задачі p-медіан з використанням генетичного алгоритму, методу імітації відпалу та бібліотеки OR-Tools, а також порівняння їх результатів на основі експериментальних даних.

Методи дослідження: методи комбінаторної оптимізації, метаевристики (генетичний алгоритм, імітація відпалу), цілочисельне програмування (Mixed Integer Programming).

В аналітичному розділі подано огляд сучасних підходів до розв’язання задач розміщення, досліджено теоретичні основи задачі p-медіани, а також проаналізовано наукові публікації, присвячені застосуванню генетичних алгоритмів, симуляції відпалу та OR-Tools. У проєктному розділі розроблено програмну реалізацію алгоритмів, здійснено підбір оптимальних параметрів для кожного методу та проведено експериментальне порівняння за критеріями точності та швидкодії.

Практична цінність роботи полягає в створенні універсального інструменту для наближеного розв’язання задачі p-медіан, що дозволяє гнучко моделювати ситуації з великою кількістю об’єктів і забезпечує добру якість рішень при помірних обчислювальних витратах. Результати можуть бути використані у сфері логістики, проєктування інфраструктури та міського планування.

Ключові слова: ОПТИМАЛЬНЕ РОЗМІЩЕННЯ, P-МЕДІАНИ, МЕТАЕВРИСТИКИ, ГЕНЕТИЧНИЙ АЛГОРИТМ, СИМУЛЯЦІЯ ВІДПАЛУ, OR-TOOLS, ТРАНСПОРТНА МЕРЕЖА, КОМБІНАТОРНА ОПТИМІЗАЦІЯ.

ABSTRACT

The explanatory note: 39 p., 12 fig., 6 tab., 4 annex, 26 references.

The object of this study is the processes of optimal facility placement in a transportation network.

The subject of the research is the methods for solving the p-median problem using metaheuristics and mathematical programming.

The aim of this work is to develop and investigate efficient algorithms for the p-median problem using a genetic algorithm, simulated annealing, and the OR-Tools library, as well as to compare their results based on experimental data.

Research methods**:** combinatorial optimization techniques, metaheuristics (genetic algorithm, simulated annealing), and integer programming (Mixed Integer Programming).

The analytical section provides an overview of modern approaches to facility location problems, explores the theoretical foundations of the p-median problem, and analyzes scientific publications focused on the application of genetic algorithms, simulated annealing, and OR-Tools. The project section presents a software implementation of the algorithms, includes the selection of optimal parameters for each method, and provides an experimental comparison based on accuracy and computational efficiency criteria.

The practical value of the work lies in the creation of a universal tool for approximate solutions to the p-median problem, enabling flexible modeling of scenarios with a large number of facilities while ensuring good solution quality with moderate computational cost. The results can be applied in logistics, infrastructure design, and urban planning.

Keywords**:** OPTIMAL LOCATION, P-MEDIAN, METAHEURISTICS, GENETIC ALGORITHM, SIMULATED ANNEALING, OR-TOOLS, TRANSPORTATION NETWORK, COMBINATORIAL OPTIMIZATION.

ЗМІСТ

ВСТУП 6
РОЗДІЛ 1. ІНФОРМАЦІЙНО-АНАЛІТИЧНИЙ РОЗДІЛ 8
1.1 Актуальність задач оптимального розміщення в транспортній інфраструктурі 8
1.2 Складність задачі та формалізація моделі p-медіани 9
1.3 Метаевристичні методи: генетичний алгоритм і метод імітаційного відпалу 11
1.4 Бібліотека Google OR-Tools та її застосування 11
1.5 Огляд існуючих досліджень 12
1.6 Постановка задачі 14
Висновки до розділу 1 16
РОЗДІЛ 2. СПЕЦІАЛЬНИЙ РОЗДІЛ 17
2.1 Вибір середовища розробки 17
2.2 Практична реалізація 18
2.3 Результати вирішення задачі 20
2.4 Планування експерименту 27
2.5 Пошук оптимальний параметрів для генетичного алгоритму 28
2.6 Пошук оптимальний параметрів для симуляції відпалу 31
2.7 Порівняльний аналіз методів 32
Висновки до розділу 2 34
ВИСНОВКИ 35
СПИСОК ВИКОРИСТАННИХ ДЖЕРЕЛ 37
ДОДАТОК А. Відомість матеріалів кваліфікаційної роботи 41
ДОДАТОК Б. Відгук керівника кваліфікаційної роботи 42
ДОДАТОК В. Тези доповіді на Всеукраїнській науково-методичній конференції «Проблеми математичного моделювання» м.Кам’янське 27-28 травня 2025 р. 43
ДОДАТОК Г. Лістінг програми 49

ВСТУП

Сучасний світ стикається зі складними задачами оптимізації, які вимагають ефективних та гнучких методів розв’язання. Однією з таких задач є проблема оптимального розміщення об’єктів, що має широкий спектр практичних застосувань – від логістики, планування виробництва та управління запасами до міського планування, транспортного моделювання та розподілу обчислювальних ресурсів.

Традиційні точні методи, зокрема цілочисельне програмування, забезпечують оптимальні рішення, проте часто виявляються обчислювально надто затратними при збільшенні розмірності задачі. Тому дедалі більшої популярності набувають евристичні та метаевристичні підходи, що дозволяють знаходити наближені розв’язки за помірний час.

У даній роботі розглядається порівняльний аналіз трьох підходів до розв’язання задачі дискретного оптимального розміщення: генетичного алгоритму (ГА), методу імітації відпалу (Simulated Annealing, SA) та математичної моделі на основі Google OR-Tools. Генетичний алгоритм, натхненний механізмами природної еволюції, імітує процес відбору, схрещування та мутацій для пошуку субоптимальних рішень. Метод імітації відпалу, своєю чергою, базується на фізичному процесі повільного охолодження металів і дозволяє уникати локальних мінімумів за рахунок контрольованого прийняття гірших рішень на початкових етапах. Для порівняння з цими евристичними підходами також використано точний метод – формалізація задачі як задачі змішаного цілочисельного програмування в OR-Tools.

Метою роботи є дослідження ефективності зазначених методів у контексті задачі розміщення в транспортній мережі, оцінка їх точності, обчислювальної складності та чутливості до налаштувань. У ході дослідження буде реалізовано програмні модулі для кожного з методів, проведено

експерименти на тестових графах та здійснено порівняльний аналіз результатів.

Актуальність дослідження зумовлена потребою у масштабованих та адаптивних підходах до оптимізації в умовах обмежених обчислювальних ресурсів. Запропоновані методи можуть знайти практичне застосування в задачах управління транспортною інфраструктурою, логістичних системах та автоматизованому прийнятті рішень у смарт-містах.

РОЗДІЛ 1. ІНФОРМАЦІЙНО-АНАЛІТИЧНИЙ РОЗДІЛ

1.1 Актуальність задач оптимального розміщення в транспортній інфраструктурі

Оптимальне розміщення об’єктів у транспортній інфраструктурі є вкрай важливою задачею для сучасної логістики, міського планування та транспортної інженерії. Рішення про місце розташування складів, логістичних центрів, терміналів чи об’єктів обслуговування безпосередньо впливає на вартість перевезень, час доставлення та ефективність роботи мережі. Зокрема, логістичні системи особливо чутливі до вибору локацій: вдале розміщення складів і розподільчих центрів може зменшити транспортні витрати, скоротити час доставки та підвищити конкурентоспроможність компаній [1, 2]. У міському плануванні оптимальне розташування громадських закладів (шкіл, лікарень, пожежних депо тощо) забезпечує рівномірний доступ населення до послуг і підвищує рівень життя у місті. У сфері транспортної інженерії грамотне розміщення об’єктів транспортної інфраструктури (зупинок, станцій пересадки, паркінгів) знижує перевантаженість мережі та покращує її безпеку й надійність [3].

Практичні приклади застосування. Задачі оптимального розміщення (такі як проблема p-медіани або p-центру) мають широкий спектр застосувань у реальному світі. Класична задача p-медіан формулюється як вибір p пунктів для розміщення об’єктів, щоб мінімізувати сумарну (або середню зважену) відстань від клієнтів до найближчого об’єкта [4, 5]. Зокрема, p-медіани застосовують у приватному секторі – для оптимізації логістичних мереж (розміщення складів, розподільчих центрів, виробничих баз) з метою мінімізації транспортних витрат; у публічному секторі – при плануванні соціальної інфраструктури; в екстрених службах – для розміщення бригад швидкої допомоги, пожежних станцій тощо [6]. Альтернативною постановкою

є задача p-центру (мінімаксна задача), яка спрямована на мінімізацію максимальної відстані до найближчого об’єкта, що гарантує рівномірне покриття території.

1.2 Складність задачі та формалізація моделі p-медіани

Задача оптимального розміщення належить до класу NP-складних. Зокрема, задача p-медіани має експоненційну складність при збільшенні розмірності задачі. Це означає, що класичні методи, як-от симплекс-метод або повний перебір, стають непридатними для практичного використання у великих мережах [7]. Крім того, задачі розміщення часто є багатокритеріальними та динамічними, тобто змінними у часі, що робить необхідним адаптивний підхід [8].

Задача розміщення об’єктів у мережі полягає у визначенні оптимальних позицій для розташування об’єктів (наприклад, складів, серверів, магазинів, баз станцій тощо) у певній просторовій структурі (графі, географічній мережі) з метою мінімізації витрат або максимізації ефективності системи.

Основні елементи задачі:

1. **Мережа (граф)** – представлена у вигляді:
   - Вершин (вузлів) – можливі місця розміщення об’єктів або клієнтів.
   - Ребер – зв’язки між вузлами (наприклад, дороги, комунікаційні лінії), можуть мати ваги (відстані, вартість переміщення).
2. **Об’єкти для розміщення** – це можливі точки (наприклад, склади, сервери), які необхідно розташувати в мережі.
   - Можуть бути **відкриті** (обрані для розміщення) або **закриті** (відхилені).
   - Мають обмеження (наприклад, максимальна кількість, бюджет, потужність).
3. **Клієнти (потреби)** – точки, які потребують обслуговування від розміщених об’єктів (наприклад, магазини, які отримують товар зі складу).

4. **Критерій оптимізації** – мета, яку необхідно досягти:

- Мінімізація сумарної відстані між клієнтами та найближчими об’єктами.
- Мінімізація загальної вартості (відкриття об’єктів + транспортування).
- Максимізація покриття (наприклад, щоб усі клієнти були на відстані не більше певного значення).

Математична модель (класична задача p-медіани)

Нехай:

V – множина вузлів (клієнтів і можливих місць розміщення).

d_{ij} – відстань (або вартість) між вузлами i та j.

p – кількість об’єктів, які потрібно розмістити.

Змінні:

$$x_j = \begin{cases} 1, \text{якщо об’єкт розміщено у вузлі j}, \\ 0, \text{інакше} \end{cases} \quad (1.1)$$

$$y_{ij} = \begin{cases} 1, \text{якщо клієнт } i \text{ обслуговується об’єктому } j, \\ 0, \text{інакше} \end{cases} \quad (1.2)$$

Обмеження:

1. Кількість об’єктів:

$$\sum_{j \in V} x_j = p \quad (1.3)$$

2. Кожен клієнт повинен бути прив’язаний до одного об’єкта:

$$\sum_{j \in V} y_{ij} = 1 \; \forall i \in V \quad (1.4)$$

3. Клієнта можна прив’язати лише до відкритого об’єкта:

$$y_{ij} \leq x_j \; \forall i, j \in V \quad (1.5)$$

Цільова функція (мінімізація сумарної відстані):

$$f = \sum_{i \in V} \sum_{j \in V} d_{ij} y_{ij} \rightarrow min \quad (1.6)$$

1.3 Метаевристичні методи: генетичний алгоритм і метод імітаційного відпалу

Через обчислювальну складність задач p-медіани та p-центра, доцільним є використання метаевристичних методів. До них належать генетичні алгоритми (ГА) та метод імітаційного відпалу (МІВ).

Генетичний алгоритм (ГА) – це еволюційна стратегія, що працює з популяцією рішень, які покращуються шляхом селекції, схрещування та мутацій. ГА демонструє хорошу робастність і здатність уникати локальних мінімумів завдяки підтримці множини рішень. Він дозволяє ефективно знаходити наближені оптимальні рішення навіть у великих просторах [9, 10].

Метод імітаційного відпалу (МІВ) заснований на принципі термодинамічного охолодження. Його суть полягає в прийнятті нових рішень із певною ймовірністю, навіть якщо вони гірші за поточні, що дозволяє «перестрибувати» через локальні мінімуми [11]. МІВ має перевагу у швидкодії, але іноді сходиться до менш якісних рішень.

1.4 Бібліотека Google OR-Tools та її застосування

Google OR-Tools – це відкрита бібліотека для розв’язання задач оптимізації, розроблена компанією Google. Вона надає інструменти для моделювання та ефективного розв’язання широкого спектра задач комбінаторної оптимізації, серед яких задачі маршрутизації, розміщення, цілочислового та обмеженого програмування [12].

Основні можливості OR-Tools включають:

- **Лінійне та цілочислове програмування (MIP):** підтримка класичних моделей оптимізації через вбудовані та зовнішні солвери.
- **Обмежене програмування (CP):** сучасний CP-SAT рушій дозволяє ефективно вирішувати задачі з логічними обмеженнями.

- **Маршрутизація (VRP):** інструменти для задач комівояжера, доставки, оптимізації логістичних маршрутів.
- **Графові алгоритми:** реалізації задач потоків, призначення та покриття на графах.
- **Планування та розклад:** побудова розкладів із часовими інтервалами та ресурсними обмеженнями [13].

У контексті задачі p-медіани, яка формулюється як задача змішаного цілочислового програмування, OR-Tools є ефективним інструментом завдяки:

- підтримці формулювання через API з можливістю використання CP-SAT або зовнішніх solvers (GLPK, SCIP, Gurobi тощо);
- відкритості та безкоштовному використанню (ліцензія Apache 2.0);
- активному супроводу та постійним оновленням;
- гнучкості моделювання складних обмежень та розширюваності [14].

У науковій літературі OR-Tools активно застосовується для задач розміщення та кластеризації. Наприклад, у роботі [15] досліджено ефективність OR-Tools у задачі розміщення пунктів доставки, а в [16] – порівняно результати OR-Tools і Gurobi при вирішенні задач p-медіани. Завдяки цьому, OR-Tools є доцільним вибором для реалізації обчислювального модуля дипломної роботи.

1.5 Огляд існуючих досліджень

Задача p-медіан, що формулюється як пошук p центрів обслуговування з метою мінімізації сумарної відстані між цими центрами та об'єктами попиту, є базовою проблемою розміщення і широко використовується в логістиці, урбаністиці та мережевому проєктуванні. Її комбінаційна складність ускладнює пошук точного рішення для великих інстансів, тому протягом останніх років значну увагу приділено розробці ефективних евристик, метаевристик і гібридних стратегій, орієнтованих на практичне застосування.

У сучасних дослідженнях спостерігається зростаюча тенденція до інтеграції класичних підходів з більш гнучкими метаевристиками. Наприклад, Tadić і співавт. запропонували гібридний алгоритм, який поєднує жадібну побудову рішення з імітацією відпалу [15]. Такий підхід дозволив ефективно вирішити задачу для міста Белград із понад 950 зонами розподілу попиту. У подібному ключі працює і підхід, представлений Salhi та колегами, де жадібний алгоритм комбінується з локальним пошуком і показує високу ефективність на тестових наборах до 20 тисяч точок [17].

Задача p-медіан також активно досліджується у контексті великомасштабних застосувань. Алгоритм, запропонований Gwalani та ін., дозволяє обробляти сотні тисяч точок за допомогою розподіленого підходу з попередньою кластеризацією [18]. Kazakovtsev та ін. розглянули неперервну версію задачі, ближчу до кластеризації, застосувавши еволюційний алгоритм із самоналаштовуваною агломеративною мутацією, що дозволило працювати навіть із мільйонами точок [19]. Попри успішність, обидва підходи залишають відкритими питання щодо їхньої адаптації до дискретних мережевих моделей.

Іншим напрямком розвитку є вдосконалення математичних формалізацій. Adasme зі співавторами дослідили квадратичний варіант задачі, що враховує не лише витрати між користувачами й центрами, а й між самими центрами [20]. Для цього застосовано метод розкладу Бендерса з відсіченнями та локальний пошук, який показав високу продуктивність на середніх інстансах.

Особливу актуальність мають моделі, що враховують невизначеність у вхідних даних. Shi та ін. розробили робастний підхід до задачі з множиною сценаріїв, реалізувавши кооперативний еволюційний алгоритм, який одночасно розглядає кілька варіантів розвитку ситуації [21]. Це дозволяє алгоритму ефективно шукати рішення у випадках високої мінливості попиту. Утім, при значних відмінностях між сценаріями переваги такого підходу зменшуються.

Інженерний аспект реалізації розв’язків проілюстровано у роботі Herda, де використано паралельну версію генетичного алгоритму для ємнісної задачі p-медіан, що реалізована на кластері високопродуктивних обчислень [22]. Такий підхід дозволяє ефективно працювати із задачами, які є обчислювально непідйомними для звичайних машин.

Для порівняння методів особливе значення мають дослідження Goodwin et al. та Mousa et al. Перше вивчає класичні евристики та демонструє переваги обмінних стратегій (Teitz–Bart, GRIA), що показують стабільність навіть при зміні структури попиту [23]. Друге охоплює новітні метаевристики, зокрема Multi-Trial DE та штучного колібрі, які виявилися ефективнішими за традиційні GA та PSO у більшості тестових задач [24].

1.6 Постановка задачі

Метою кваліфікаційної роботи є розробка програмного забезпечення для ефективного розв’язання задачі p-медіани в умовах транспортної мережі з використанням метаевристичних підходів. Задача полягає у виборі певної кількості центрів обслуговування, які мінімізують загальні витрати на доступ до них з усіх інших вузлів мережі.

Об’єктом дослідження є задача p-медіани як модель оптимального розміщення, а предметом – порівняльна ефективність алгоритмічних стратегій її розв’язання. У рамках роботи реалізовано два метаевристичні методи: генетичний алгоритм та метод імітації відпалу. Також для цілей порівняння використовується бібліотека Google OR-Tools, яка реалізує точні методи оптимізації.

У результаті роботи буде проведено порівняльний аналіз точності, стабільності та часу виконання зазначених підходів. Програмна реалізація орієнтована на подальше застосування в задачах транспортного планування,

логістики й проектування інфраструктури в умовах обмежених ресурсів і складної топології мережі.

Висновки до розділу 1

У першому розділі проаналізовано сутність задачі оптимального розміщення в контексті транспортної інфраструктури, зокрема задачу p-медіани. Обґрунтовано її практичну важливість для логістичних, урбаністичних та інженерних задач, а також вказано на складність формального розв’язання таких задач через їхню NP-складність.

Розглянуто основні підходи до моделювання задачі p-медіани, включно з класичним формалізмом у вигляді змішаного цілочислового програмування. Було висвітлено переваги та обмеження метаевристичних методів, зокрема генетичного алгоритму та методу імітації відпалу, які дозволяють знаходити наближені розв’язки для задач великої розмірності.

Окрему увагу приділено бібліотеці Google OR-Tools, яка забезпечує реалізацію точних та гібридних методів оптимізації. Проведено огляд сучасних наукових джерел, що демонструють застосування цих методів у задачах p-медіани на практиці – від міського планування до обробки великих обсягів даних у хмарних середовищах.

Таким чином, перший розділ створює теоретичне підґрунтя для розробки програмного інструменту, що поєднує переваги класичних і метаевристичних підходів, та обґрунтовує вибір методів реалізації, які будуть застосовані в наступних розділах роботи.

РОЗДІЛ 2. СПЕЦІАЛЬНИЙ РОЗДІЛ

2.1 Вибір середовища розробки

Для реалізації програмного забезпечення, що вирішує задачу p-медіани за допомогою генетичного алгоритму, методу імітації відпалу та точного методу з використанням бібліотеки Google OR-Tools, обрано мову програмування **Python**. Такий вибір зумовлений широкою доступністю бібліотек для наукових обчислень, простотою синтаксису, активною спільнотою розробників, а також зручністю реалізації метаевристичних підходів та інструментів візуалізації.

Розробка здійснювалася у середовищі **Spyder (Scientific Python Development Environment)**, яке входить до складу дистрибутива Anaconda. Spyder надає зручний інтерфейс для інтерактивного тестування, налагодження та аналізу результатів, що є особливо важливим при реалізації та налаштуванні евристичних алгоритмів.

У процесі реалізації використано такі бібліотеки:

- **NumPy** – для ефективної роботи з матрицями та числовими масивами;
- **NetworkX** – для побудови графів, обчислення найкоротших шляхів та візуалізації мережі;
- **Matplotlib** – для побудови графіків і наочних ілюстрацій результатів;
- **Google OR-Tools** – для реалізації точного методу на основі моделі змішаного цілочислового програмування (Mixed-Integer Programming, MIP).

Програмний код структуровано у вигляді окремих модулів:

- один для завантаження та обробки графових даних;
- окремі модулі для реалізації генетичного алгоритму та методу імітації відпалу;
- окремий блок для формулювання та запуску моделі в OR-Tools;
- модуль для обробки результатів і порівняння ефективності методів.

Такий підхід дозволив забезпечити модульність і масштабованість програмного забезпечення, що в подальшому дозволяє легко адаптувати реалізацію до інших задач розміщення або транспортного планування.

2.2 Практична реалізація

Програмне забезпечення для розв’язання задачі p-медіан реалізовано як монолітний скрипт на мові програмування Python, що включає реалізації трьох методів: генетичного алгоритму**,** методу імітації відпалу та точного методу з використанням Google OR-Tools**.** Повний лістінг програми наданий в Додатку Г. Далі подано таблицю 2.1 де описано кожну функцію у програмі.

Таблиця 2.1

Опис функцій програми

Функція	Призначення
read_graph_from_file(filepath)	Зчитує неорієнтований граф з файлу, де кожен рядок має формат: вузол1 вузол2 вага. Повертає об'єкт типу networkx.Graph.
compute_all_pairs_shortest_paths(graph)	Обчислює найкоротші відстані між усіма парами вершин графа за допомогою networkx.single_source_dijkstra_path_length. Результат – словник словників.
evaluate_solution(solution, nodes, distances)	Оцінює якість рішення: для кожної вершини знаходиться найближчий центр, і обчислюється сумарна відстань до нього. Використовується як функція пристосованості.
mutate(solution, nodes)	Виконує мутацію над хромосомою (множиною центрів): випадковим чином замінює один центр на інший, якого ще немає в рішенні.
crossover(parent1, parent2, p)	Оператор схрещування для двох батьківських рішень: створює нове рішення шляхом вибору випадкових p унікальних елементів з об'єднаних множин.

Продовження табл. 2.1

tournament_selection(population, fitnesses)	Виконує турнірну селекцію: випадково обирає дві особини і повертає ту, що має кращу (меншу) функцію пристосованості.
genetic_p_median(graph, p, pop_size, generations, mutation_rate)	Основна реалізація генетичного алгоритму: • Ініціалізація популяції; • Кросовер, мутація, селекція; • Збереження найкращого рішення; • Побудова графіка збіжності; • Візуалізація результату.
generate_neighbor(solution, nodes)	Створює сусіднє рішення для методу імітації відпалу: випадковим чином замінює один з центрів на інший, якого немає в поточному рішенні.
simulated_annealing_p_median(graph, p, initial_temp, cooling_rate, iterations_per_temp)	Реалізує метод імітації відпалу: • Починає з випадкового рішення; • Генерує сусідів і приймає їх за правилом Метрополіса; • Охолоджує температуру; • Виводить найкраще знайдене рішення і графік зміни цільової функції.
solve_p_median_ortools(graph, p)	Реалізує точне розв’язання з використанням OR-Tools: • Створює змінні x[j] та y[i,j]; • Формує обмеження задачі p-медіани; • Оптимізує цільову функцію; • Виводить знайдене оптимальне рішення.
visualize_solution(graph, solution, title)	Виводить граф з позначеними центрами (червоними), підписами вершин і заголовком. Використовує бібліотеку matplotlib.
main()	Основна функція запуску всієї програми.

2.3 Результати вирішення задачі

В якості тестового прикладу використано початкові дані які надані на сайті Лондонського університету Брунеля в розділі OR-library[25]. Було обрано початкові данні з файлі pmed1.txt і pmed2.txt(рис. 2.1-2.2). Перший рядок у файлах означає відповідно кількість вершин, кількість ребер,значення p для якого вирішується задача. У файлі pmedopt(рис. 2.3) зазначено оптимальне значення цільової функції.

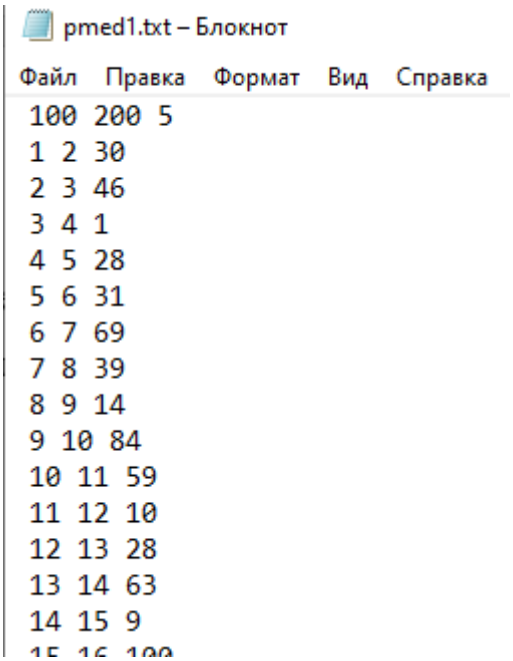

Рисунок 2.1 − Вихідні данні pmded1

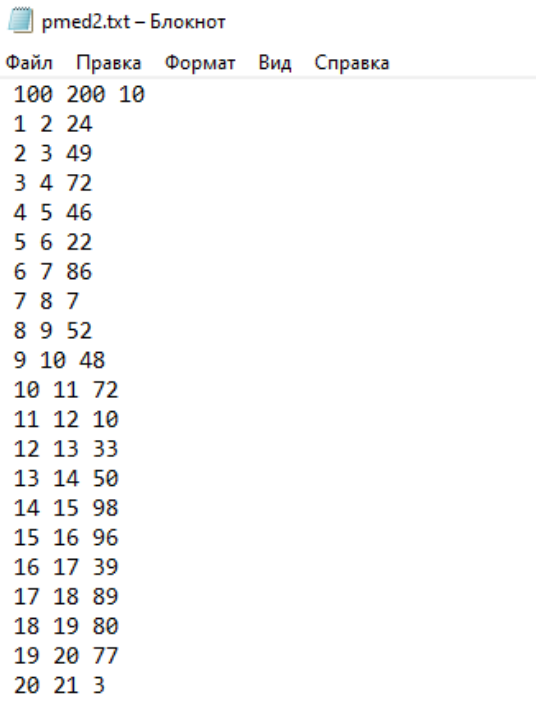

Рисунок 2.2 − Вихідні данні pmed2

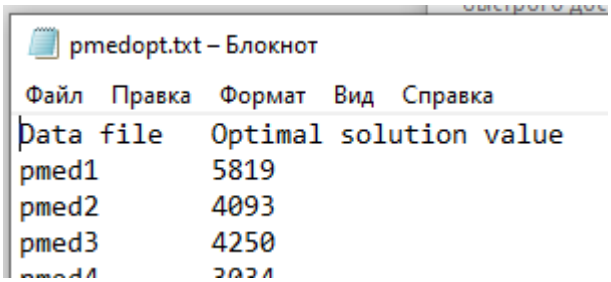

Рисунок 2.3 − Зазначенні оптимальні рішення

В якості вхідних параметрів для генетичного алгоритму обрано 200 поколінь, популяція 50 особин, рівень кросоверу 0.7,рівень мутація 0.2, змагальний селектор і двоточковий кросовер. Отримано оптимальні рішення і графік еволюції рішенньь (рис. 2.4-2.7):

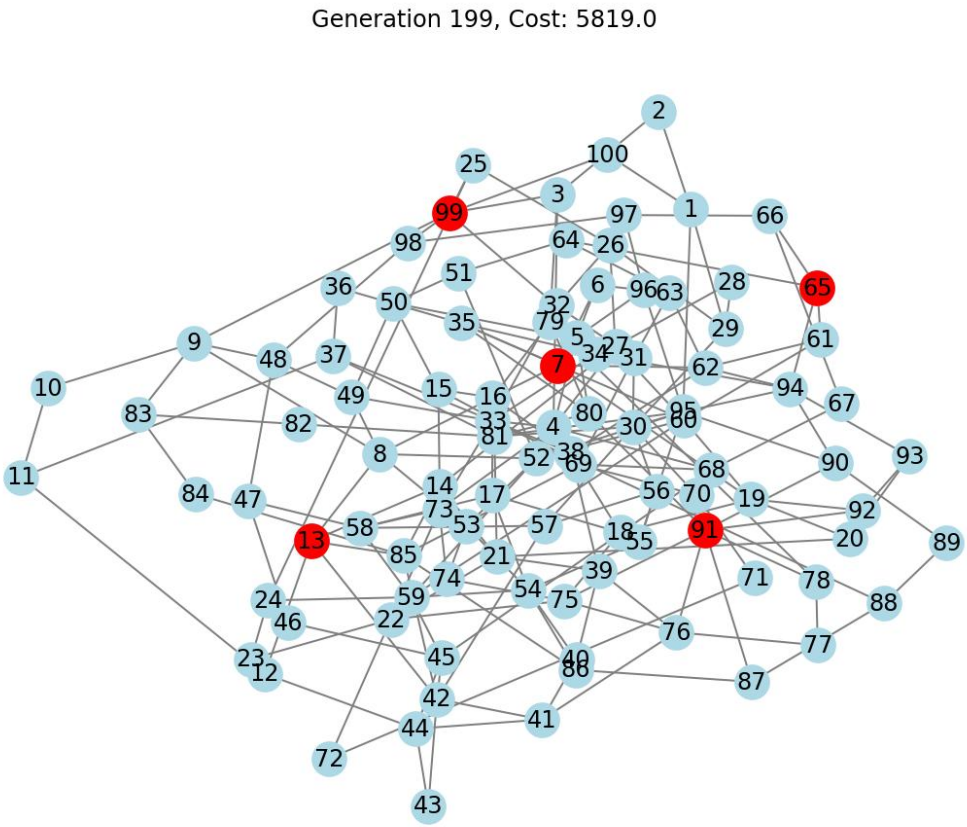

Рисунок 2.4 − Рішення для першого графу (генетичний алгоритм)

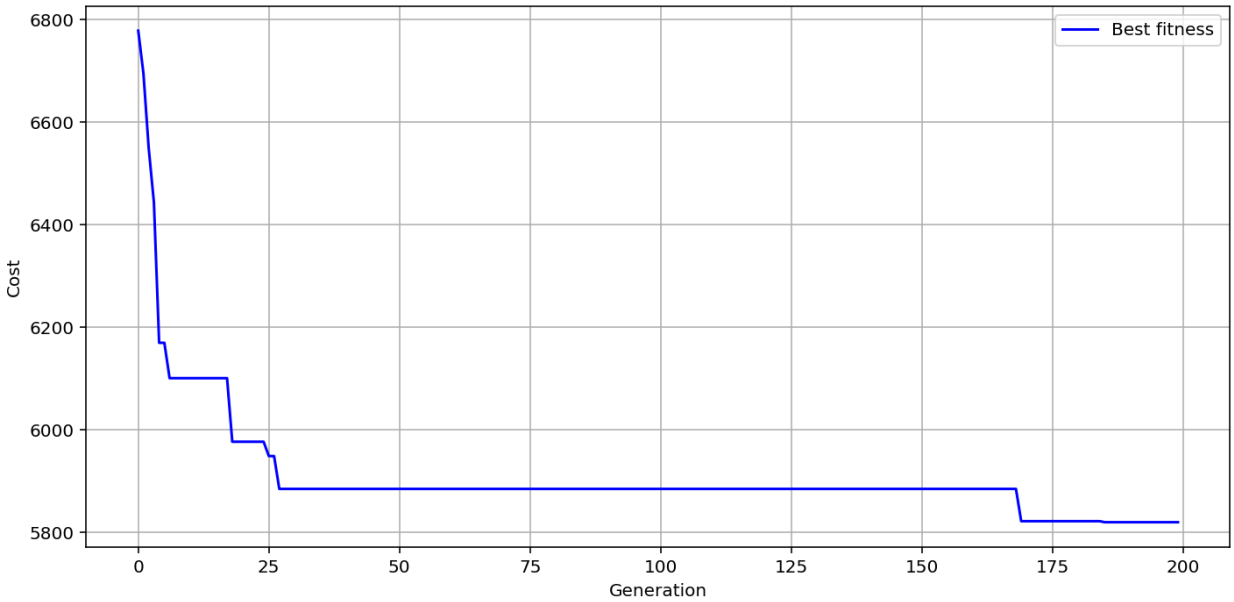

Рисунок 2.5 − Еволюція рішення для першого графу(генетичний алгоритм)

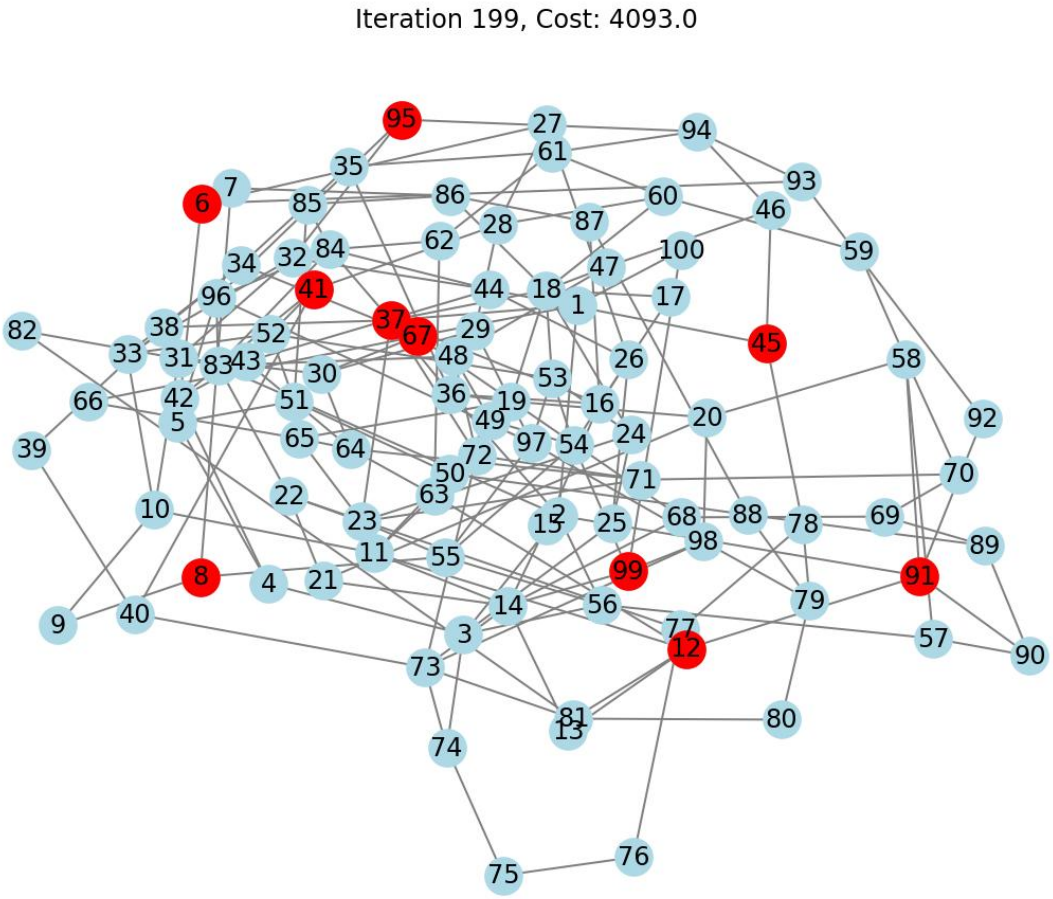

Рисунок 2.6 − Рішення для другого графу (генетичний алгоритм)

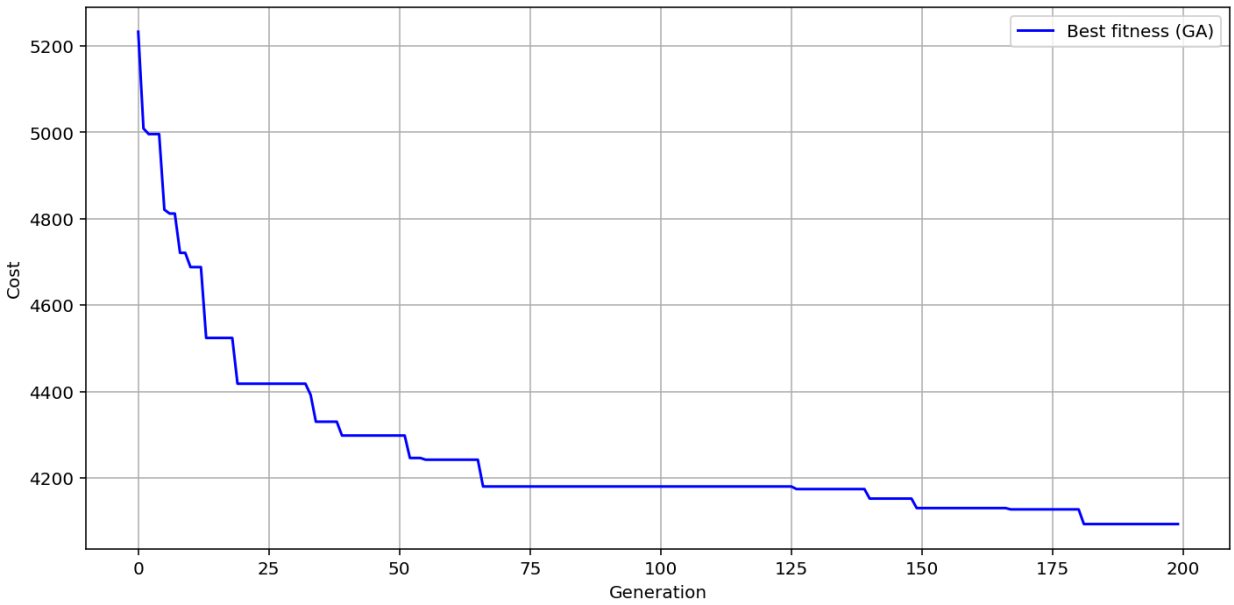

Рисунок 2.7 − Еволюція рішення для другого графу (генетичний алгоритм)

У випадку першого графу отримано точне рішення за приблизно 160 поколінь із 200, а у випадку же другого графу отримано точне рішення за 180 поколінь.

В якості вхідних параметрів для методу симуліції відпалу обрано початкову температуру 100, коефіцієнт охолодження 0,9 і максимальна кількість ітерацій 6000 (рис. 2.8-2.11):

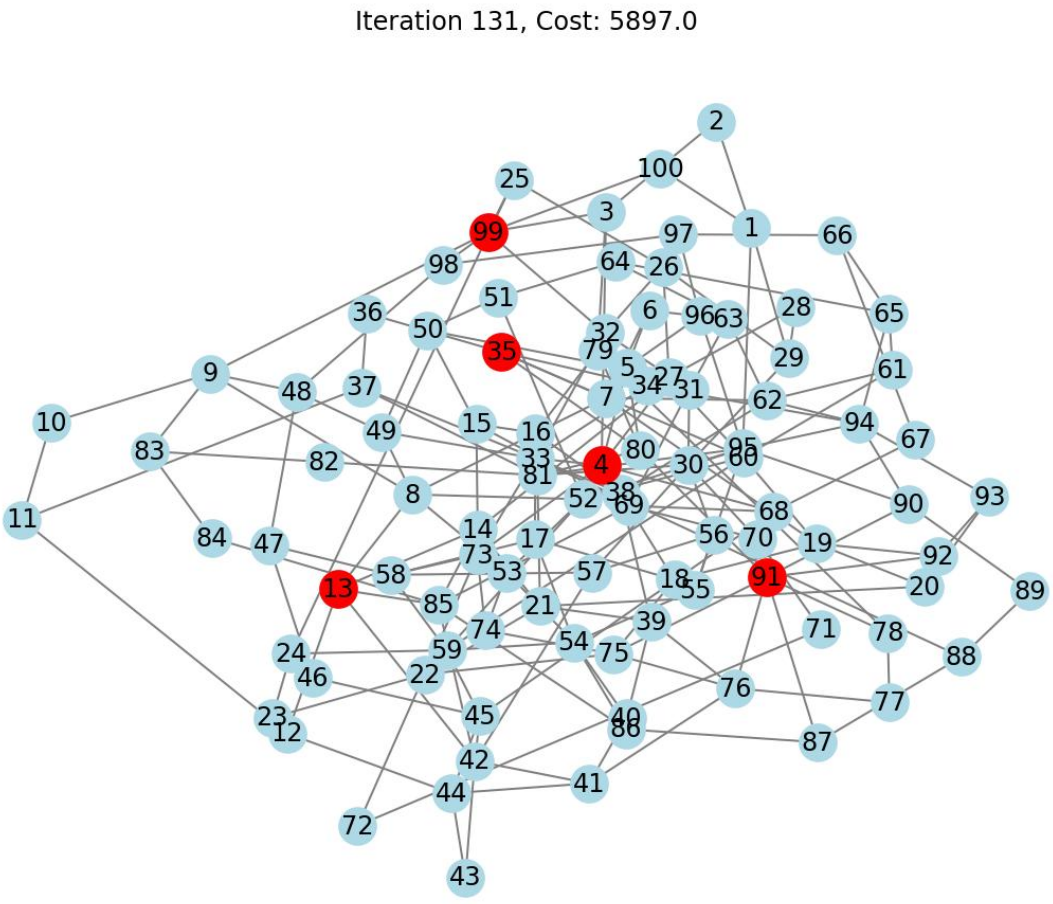

Рисунок 2.8 – Рішення для першого графу (симуляція відпалу)

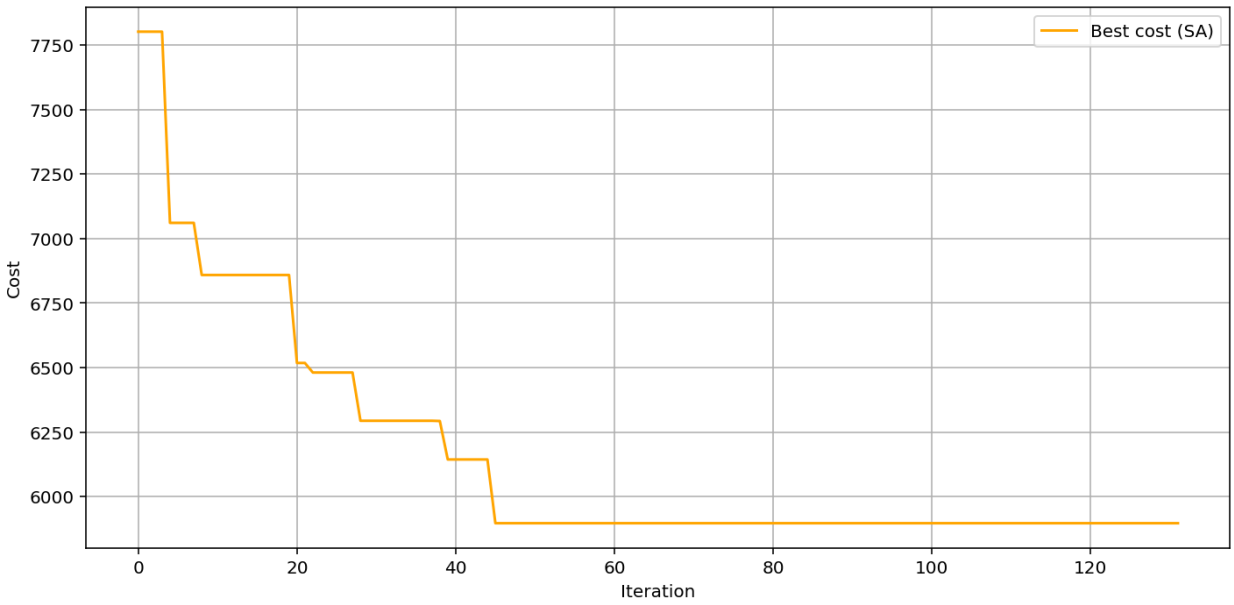

Рисунок 2.9 – Еволюція рішення для першого графу (симуляція підпалу)

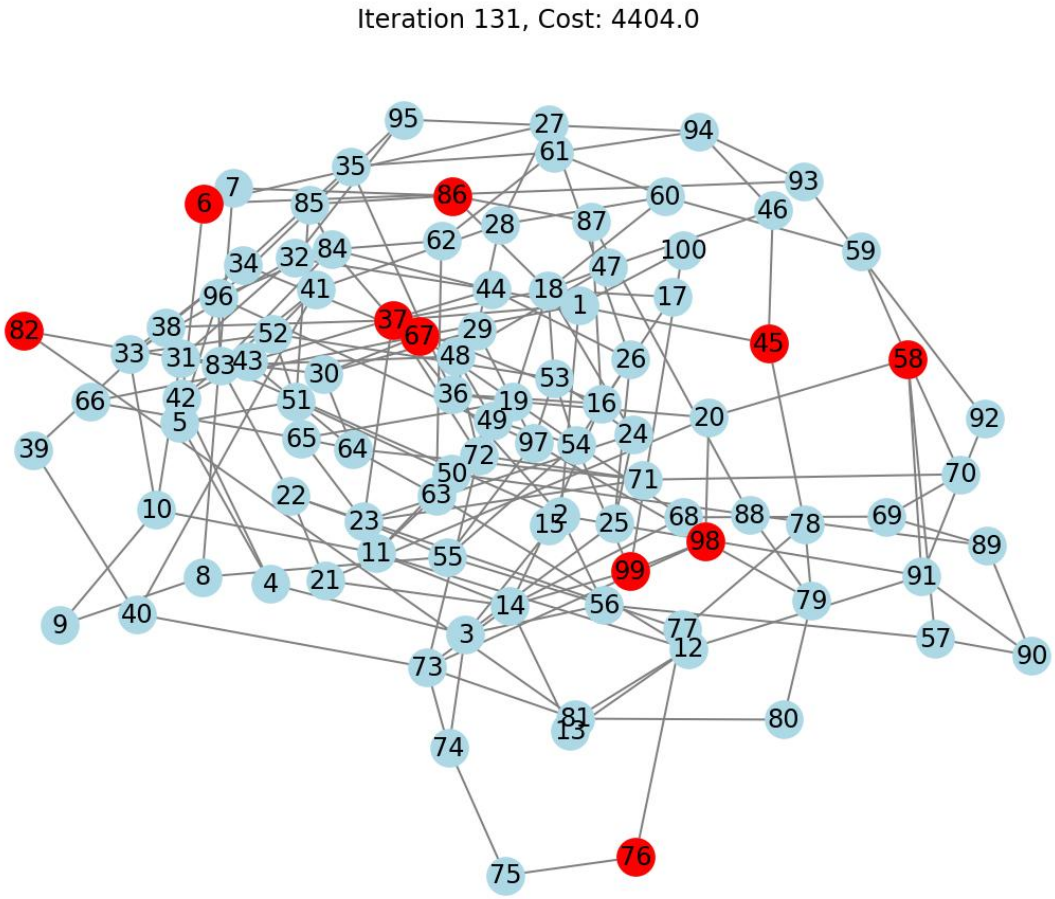

Рисунок 2.10 – Рішення для другого графу (симуляція підпалу)

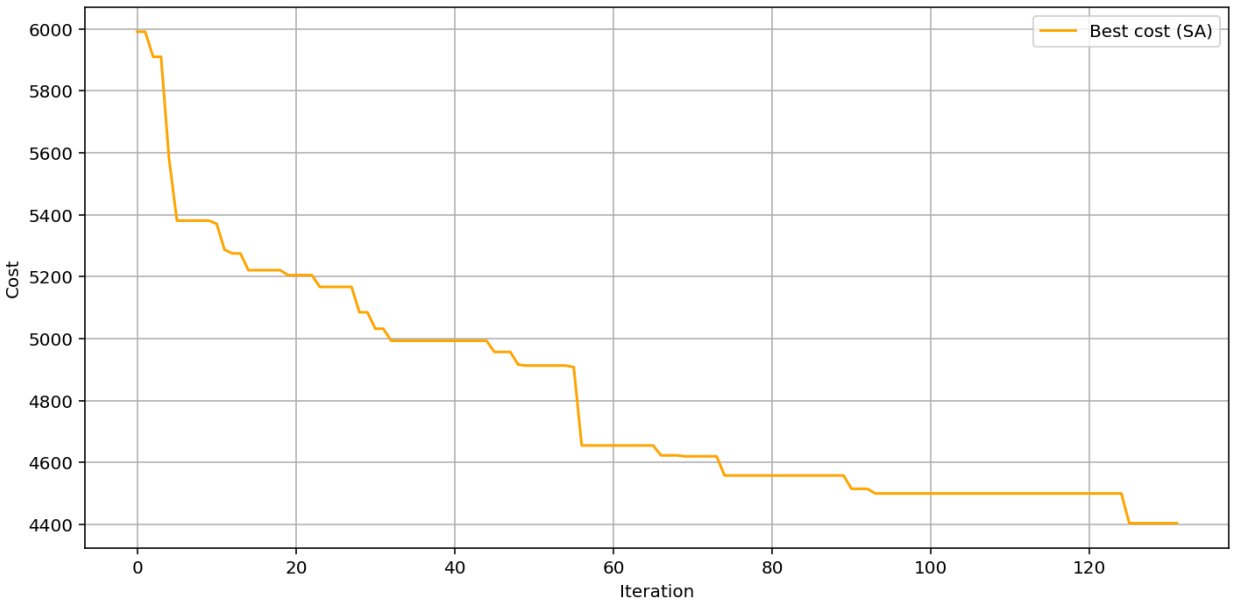

Рисунок 2.11 – Еволюція рішення для другого графу (симуляція підпалу)

В обох випадках рішення виявилось не зовсім точним за мале число ітерацій.

Після цього знайдемо оптимальні значення за допомогою OR-tools(рис. 2.12-2.13)

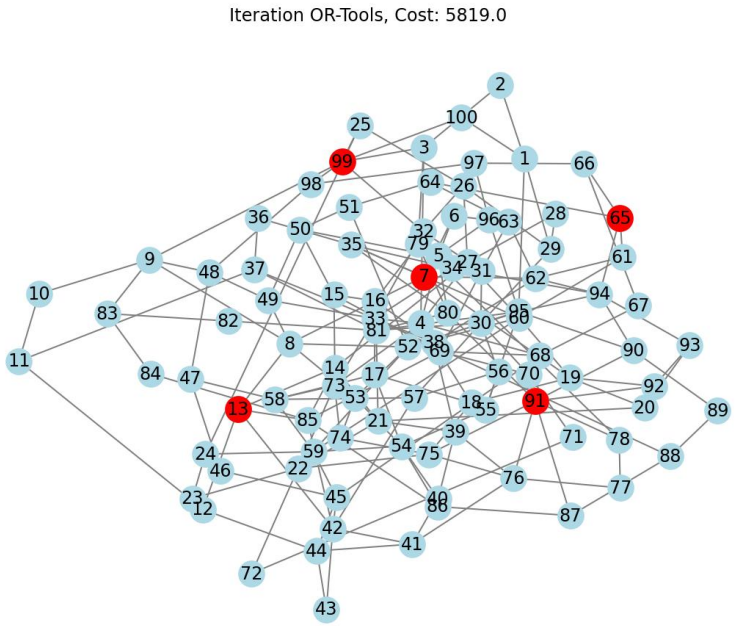

Рисунок 2.12 – Рішення для першого графу (OR-tools)

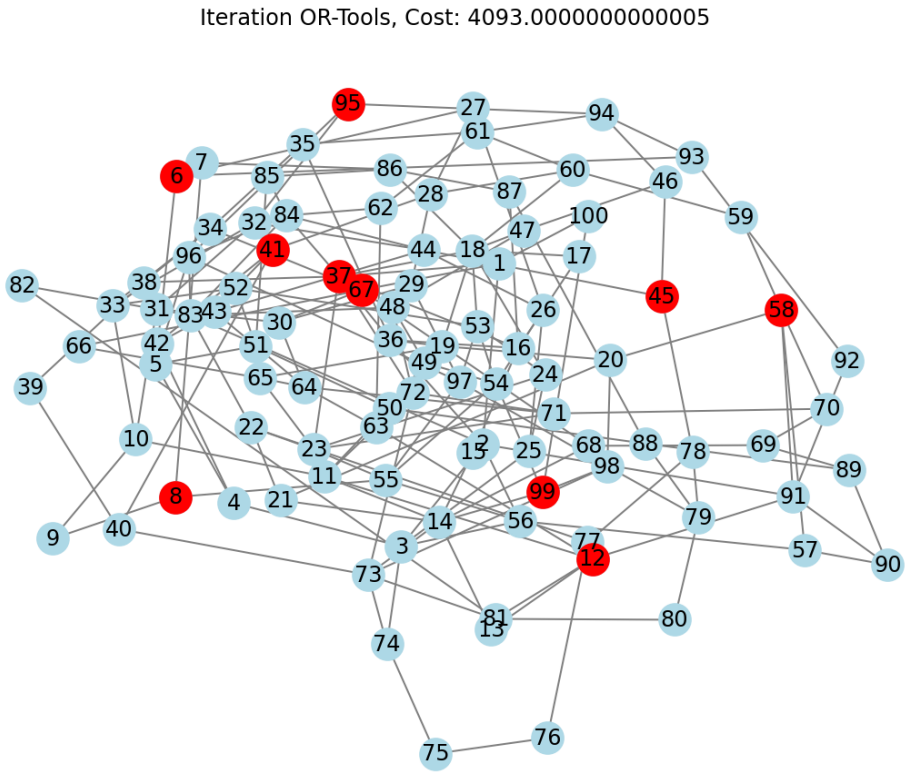

Рисунок 2.13 − Рішення для другого графу (OR-tools)

Отримані рішення досить точні.

2.4 Планування експерименту

З метою дослідження ефективності реалізованих методів для розв’язання задачі p-медіани сплановано послідовне проведення експериментів. У роботі розглядаються три підходи: генетичний алгоритм, метод імітації відпалу та модель цілочисельного програмування, реалізована за допомогою бібліотеки Google OR-Tools.

Експерименти поділяються на два основні етапи. На першому етапі виконується підбір оптимальних параметрів для кожного з метаевристичних методів. Для генетичного алгоритму аналізується вплив розміру популяції, кількості поколінь та ймовірності мутації. Для методу імітації відпалу варіюються значення початкової температури, коефіцієнта охолодження та кількість ітерацій. У кожній серії запусків фіксується значення цільової функції та час виконання, після чого визначається комбінація параметрів, яка

забезпечує найкращий результат за заданими критеріями. Такий підхід дозволяє уникнути використання випадкових або непродуманих налаштувань та підвищує об’єктивність подальшого порівняння.

На другому етапі всі алгоритми запускаються на одному й тому самому графі з однаковими вхідними даними. Для генетичного алгоритму та методу імітації відпалу використовуються параметри, отримані на попередньому етапі. Для методу, реалізованого з використанням OR-Tools, формується математична модель задачі, що містить відповідні змінні та обмеження. Для кожного запуску фіксується значення цільової функції, загальний час виконання та стабільність результатів при повторному виконанні з однаковими налаштуваннями.

Усі обчислення виконуються в однакових умовах, що дозволяє порівняти методи за якістю отриманих розв’язків, швидкістю їх обчислення та чутливістю до початкових параметрів. Очікується, що проведені експерименти дозволять зробити висновки про сильні та слабкі сторони кожного з підходів, а також оцінити їхню доцільність залежно від складності задачі та вимог до точності й швидкодії.

2.5 Пошук оптимальний параметрів для генетичного алгоритму

Експеримент буде проходити за кількістю поколінь в 200. Буде використаний тестовий приклад pmedopt1 з точним рішенням 5819. Результати проведення експерименту занесено в таблицю 2.2.

Таблиця 2.2

Результат роботи генетичного алгоритму при різних значеннях параметрів для першого графу

Селектор	Кросовер	Розмір популяції	Ймовірність кросоверу	Ймовірність мутації	Результат	Кількість ітерацій
Турнірний	одноточковий	50	0,5	0,01	6219	200
Ранговий	одноточковий	50	0,5	0,01	6775	200
Пропорційний	одноточковий	50	0,5	0,01	6208	130
Пропорційний	двоточковий	50	0,5	0,01	6037	180
Пропорційний	рівномірний	50	0,5	0,01	5980	175
Пропорційний	рівномірний	50	0,7	0,01	6027	130
Пропорційний	рівномірний	50	0,8	0,01	6084	80
Пропорційний	рівномірний	50	0,9	0,01	5943	23
Пропорційний	рівномірний	50	0,95	0,01	5888	170
Пропорційний	рівномірний	50	0,9	0,05	5912	23
Пропорційний	рівномірний	50	0,9	0,1	5821	180
Пропорційний	рівномірний	50	0,9	0,15	5856	160
Пропорційний	рівномірний	50	0,9	0,2	5821	163
Пропорційний	рівномірний	100	0,9	0,2	5819	155
Пропорційний	рівномірний	150	0,9	0,2	5819	120
Пропорційний	рівномірний	200	0,9	0,2	5819	130

Отже, отримано оптимальні за співвідношенням результат/час налаштування для генетичного алгоритму, які виділенні в таблиці.

Проведемо аналогічний експеримент на тестовому прикладі pmedopt2 з точним рішенням 4093.

Результати проведення експерименту занесено в таблицю 2.3

Таблиця 2.3

Результат роботи генетичного алгоритму при різних значеннях параметрів для другого графу

Селектор	Кросовер	Розмір популяції	Ймовірність кросоверу	Ймовірність мутації	Результат	Кількість ітерацій
Турнірний	одноточковий	50	0,5	0,01	4398	160
Ранговий	одноточковий	50	0,5	0,01	5050	200
Пропорційний	одноточковий	50	0,5	0,01	4541	150
Пропорційний	двоточковий	50	0,5	0,01	4639	130
Пропорційний	рівномірний	50	0,5	0,01	4389	120
Пропорційний	рівномірний	50	0,7	0,01	4151	160
Пропорційний	рівномірний	50	0,8	0,01	4292	175
Пропорційний	рівномірний	50	0,9	0,01	4264	100
Пропорційний	рівномірний	50	0,95	0,01	4239	130
Пропорційний	рівномірний	50	0,9	0,05	4137	120
Пропорційний	рівномірний	50	0,9	0,1	4122	160
Пропорційний	рівномірний	50	0,9	0,15	4139	140
Пропорційний	рівномірний	50	0,9	0,2	4168	160
Пропорційний	рівномірний	100	0,9	0,1	4223	180
Пропорційний	рівномірний	150	0,9	0,1	4128	140
Пропорційний	рівномірний	200	0,9	0,1	4236	170

Отже, отримано оптимальні за співвідношенням результат/час налаштування для генетичного алгоритму, які виділенні в таблиці.

Можна зробити наступні висновки:

- ранговий селектор не пристосований до цієї задачі, краще брати турнірний або пропорційний;

- краще працює двоточковий або рівномірний кроссовер;
- оптимальне значення ймовірності кросоверу десь 0,9-0,95;
- оптимальне значення ймовірності мутації 0,1-0,2;
- чим більше популяція-тим краще, але популяція в 100-200 особин дає непоганий результат.

2.6 Пошук оптимальний параметрів для симуляції відпалу

Проведемо аналогічний до попереднього експеримент для підбору оптимальний параметрів для симуляції відпалу. Буде використаний тестовий приклад pmedopt1 з точним рішенням 5819.

Результати проведення експерименту занесено в таблицю 2.4.

Таблиця 2.4

Результат роботи симуляції відпалу при різних значеннях параметрів для першого графу

Початкова температура	Коефіцієнт охолодження	Максимум ітерацій	Результат	Кількість ітерацій
100	0,9	3000	6065	131
200	0,9	3000	6064	137
500	0,9	3000	5960	146
500	0,95	3000	5890	300
500	0,99	3000	5819	1534
500	0,99	6000	5821	1534
500	0,99	10000	5819	1534

Отже, отримано оптимальні за співвідношенням результат/час налаштування для симуляції підпалу, які виділенні в таблиці.

Проведемо аналогічний експеримент на тестовому прикладі pmedopt2 з точним рішенням 4093.

Результати проведення експерименту занесено в таблицю 2.5

Таблиця 2.5

Результат роботи симуляції відпалу при різних значеннях параметрів для другого графу

Початкова температура	Коефіцієнт охолодження	Максимум ітерацій	Результат	Кількість ітерацій
100	0,9	3000	4226	131
200	0,9	3000	4326	137
500	0,9	3000	4100	146
500	0,95	3000	4100	269
500	0,99	3000	4096	136
500	0,95	6000	4369	269
500	0,95	10000	4294	269

Отже, отримано оптимальні за співвідношенням результат/час налаштування для симуляції відпалу, які виділенні в таблиці.

Можна зробити наступні висновки:

- Оптимальне значення початкової температури для даної задачі приблизно 500
- Оптимальне значення коефіцієнту охолодження 0,99
- Максимум ітерації в 3000 є більш ніж достатнім.

2.7 Порівняльний аналіз методів

Після завершення налаштування параметрів генетичного алгоритму та методу імітації відпалу проведено порівняльний аналіз усіх трьох реалізованих підходів до розв’язання задачі p-медіан. Для цього кожен з методів протестовано на однаковому наборі даних, при цьому для метаевристик використовувалися оптимальні параметри, отримані на попередніх етапах експериментів.

У процесі порівняння оцінювалися такі характеристики: значення цільової функції (сумарна відстань від об’єктів попиту до найближчих центрів), час виконання алгоритму.

Порівняльні значення представлені у зведеній таблиці 2.6, яка дозволяє наочно оцінити ефективність кожного з підходів.

Таблиця 2.6

Звідна таблиця порівняння методів

Метод	Значення цільової функції	Час виконання	Оптимальне значення цільової функції
Перший граф			
Генетичний алгоритм	5819	9,56 с	5819
Симуляція підпалу	5819	1,06 с	5819
OR-tools	5819	2,24 с	5819
Другий граф			
Генетичний алгоритм	4096	12,16 с	4093
Симуляція підпалу	4103	1,06 с	4093
OR-tools	4093	3,04 с	4093

Висновки до розділу 2

У другому розділі реалізовано та досліджено три підходи до розв’язання задачі p-медіан: генетичний алгоритм, метод імітації відпалу та математичну модель на базі бібліотеки Google OR-Tools. Для кожного з метаевристичних методів проведено серію експериментів із підбору параметрів, що дозволило встановити їхній вплив на значення цільової функції та тривалість обчислень.

У результаті тестування генетичного алгоритму виявлено, що збільшення розміру популяції сприяє точності рішення, але 100-200 особин дають непоганий результат. Оптимальне значення ймовірності кросоверу десь 0,9-0,95, оптимальне значення ймовірності мутації 0,1-0,2. Ранговий селектор не пристосований до цієї задачі, краще брати турнірний або пропорційний. Метод симуляції відпалу продемонстрував кращу збіжність при початковій температурі 500, оптимальне значення коефіцієнту охолодження 0,95-0,99. Кількості ітерацій в 3000 більш ніж вистачає для виконання алгоритму.

Модель, реалізована в OR-tools, забезпечила найточніше розв’язання, але її час виконання суттєво зростав при збільшенні розміру задачі. У порівнянні з метаевристиками, вона краще підходить для малих та середніх інстансів, але втрачає перевагу при великій кількості вузлів.

Таким чином, отримані результати дозволили не лише налаштувати параметри для подальших досліджень, але й провести об’єктивне порівняння підходів. Встановлено, що для задач середньої складності метод імітації відпалу дає результат за менший час обчислень аніж генетичний алгоритм. Проте генетичний алгоритм дає в середньому більш оптимальний результат, ніж метод імітації відпалу. В свою чергу на малих і середніх розмірностях OR-tools дає точну відповідь за прийнятний час.

ВИСНОВКИ

У кваліфікаційній роботі розглянуто задачу p-медіан як одну з класичних дискретних задач оптимального розміщення. Проаналізована сучасна наукова література щодо методів її розв’язання, зокрема евристичних, метаевристичних і точних підходів, включаючи генетичні алгоритми, метод імітації відпалу та математичне програмування. Встановлено, що для задач значної розмірності метаевристики залишаються одним з найефективніших практичних інструментів.

У межах роботи реалізовано два метаевристичних алгоритми для задачі p-медіани: генетичний алгоритм та метод імітації відпалу. Також побудовано цілочисельну математичну модель задачі з використанням бібліотеки Google OR-Tools. У розробленому програмному забезпеченні передбачено: задавати вхідні графи, виконувати обчислення обраними методами та зберігати результати для подальшого аналізу.

У другому розділі проведено серію експериментів з метою підбору оптимальних параметрів для кожного з метаевристичних методів. У результаті вдалося встановити комбінації налаштувань, які забезпечують прийнятну якість рішень при помірному часі виконання.

Виконано порівняння трьох підходів за однакових умов. Встановлено, що OR-Tools забезпечують найточніше рішення, однак їх ефективність знижується при збільшенні розміру задачі. Генетичний алгоритм продемонстрував найкращий баланс між якістю та швидкодією, тоді як метод імітації відпалу виявився найбільш чутливим до вибору параметрів.

Отримані результати підтверджують доцільність застосування метаевристичних підходів у практичних задачах оптимального розміщення на графах. Надалі перспективним є:

- розширення реалізованої програми для роботи з додатковими обмеженнями, багатокритеріальними задачами та іншими типами евристик;

- дослідження адаптивних механізмів налаштування параметрів під час виконання алгоритмів;
- інтеграція розробленого програмного запеспечення з сучасними GIS-технологіями задля вирішення практичних проблем оптимального розміщення-розподілу.

Результати кваліфікаційної роботи представлені на Всеукраїнській науково-методичній конференції «Проблеми математичного моделювання» м.Кам’янське 27-28 травня 2025 р. (ДОДАТОК В)

СПИСОК ВИКОРИСТАННИХ ДЖЕРЕЛ

1. Кваліфікаційна робота бакалавра [Електронний ресурс] : методичні рекомендації для здобувачів ступеня бакалавра освітньо-професійної програми «Системний аналіз» зі спеціальності 124 Системний аналіз / уклад.: Т. А. Желдак, Т. В. Хом'як, А. В. Малієнко ; М-во освіти і науки України, Нац. техн. ун-т «Дніпровська політехніка». – Дніпро : НТУ «ДП», 2025. – 32 с. url: https://ir.nmu.org.ua/handle/123456789/170863
2. Daskin M. S. Network and Discrete Location: Models, Algorithms, and Applications. – Wiley, 2013. – 536 p.
3. Farahani R. Z., Hekmatfar M. Facility Location: Concepts, Models, Algorithms and Case Studies. – Springer, 2009. – 546 p.
4. Laporte G., Nickel S., Saldanha-da-Gama F. Location Science. – Springer, 2020. – 736 p.
5. Ghosh D., Das B. A genetic algorithm for the p-median problem. // Computers & Operations Research. – 2018. – Vol. 96. – P. 44–62.
6. Mu D., Tong X. A scalable parallel genetic algorithm for p-median location problem. // Engineering Applications of Artificial Intelligence. – 2020. – Vol. 94.
7. Гуляницький Л.Ф., Мулеса О.Ю. Прикладні методи комбінаторної оптимізації. – К.: Київський університет, 2016. – 142 с.
8. Субботін С.О., Соловйов В.М. Інтелектуальні системи прийняття рішень. – Запоріжжя: ЗНТУ, 2020. – 318 с.
9. Beliakov G., Kapelan Z. Multi-objective optimization in water infrastructure planning. // Journal of Water Resources Planning and Management. – 2018. – Vol. 144(3).
10. Osman I.H., Laporte G. Metaheuristics: A bibliography. // Annals of Operations Research. – 1996. – Vol. 63. – P. 513–628.

11. Jayaraman V., Ross A. A simulated annealing algorithm for optimal facility location. // Journal of Operational Research Society. – 2003. – Vol. 54. – P. 109–117.
12. Передатестаційна практика [Електронний ресурс] : методичні рекомендації для здобувачів ступеня бакалавра освітньо-професійної програми «Системний аналіз» спеціальності 124 Системний аналіз / уклад.: Т.А. Желдак, А.В. Малієнко, О.Д. Станіна ; М-во освіти і науки України, Нац. техн. ун-т «Дніпровська політехніка». – Дніпро : НТУ «ДП», 2025. – 24 с. https://ir.nmu.org.ua/handle/123456789/173256
13. Zhou Y., Gen M., Handa H. A hybrid genetic algorithm for the multi-depot vehicle routing problem. // Computers & Industrial Engineering. – 2010. – Vol. 59(3). – P. 486–501.
14. Google OR-Tools – Optimization Toolkit. – [Електронний ресурс]. – Режим доступу: https://developers.google.com/optimization (дата звернення: 05.06.2025).
15. Програмування та алгоритмічні мови [Електронний ресурс] : методичні рекомендації до виконання лабораторних робіт для здобувачів ступеня бакалавра освітньо-професійної програми «Системний аналіз» зі спеціальності 124 Системний аналіз. У 2 ч. Ч 2 / уклад.: Т.В. Хом'як, Ю.О. Шевченко, Д.М. Гаранжа ; М-во освіти і науки України, Нац. техн. ун-т «Дніпровська політехніка». – Дніпро : НТУ «ДП», 2026. – 48 с. Режим доступу: https://ir.nmu.org.ua/handle/123456789/173149
16. Ploskas N., Stergiou K., Tsouros D.C. The p-Dispersion Problem with Distance Constraints: CP vs ILP. – Proc. of CP 2023.
17. Tadić S., Krstić M., Stević Ž., Veljović M. Locating Collection and Delivery Points Using the p-Median Location Problem. – Logistics, 2023.
18. Sun W., Feng S., Li S., Yang Y. CO-Bench: Benchmarking LLM Agents in Algorithmic Combinatorial Optimization. – arXiv, 2024.

19. Навчальна практика з обчислень [Електронний ресурс] : методичні рекомендації для здобувачів ступеня бакалавра освітньо-професійної програми «Системний аналіз» спеціальності 124 Системний аналіз / уклад.: Л.С. Коряшкіна, О.М. Алєксєєв, Д.М. Гаранжа, Ю.О. Шевченко ; М-во освіти і науки України, Нац. техн. ун-т «Дніпровська політехніка». – Дніпро : НТУ «ДП», 2025. – 57 с. https://ir.nmu.org.ua/handle/123456789/173197
20. Salhi S. et al. (2022). A New Hybrid-Heuristic Approach for Vertex p-Median Location Problems. The Society of AI.
21. Gwalani A. et al. (2024). A Distributed Algorithm for Solving Large-Scale p-Median Problems Using Expectation Maximization. PeerJ.
22. Kazakovtsev L. et al. (2021). Self-Configuring (1+1)-Evolutionary Algorithm for the Continuous p-Median Problem with Agglomerative Mutation. MDPI.
23. Adasme F. et al. (2023). Quadratic p-Median Problem: A Bender's Decomposition and a Meta-Heuristic Local-Based Approach. MDPI.
24. Shi Y. et al. (2019). Multi-Scenario Cooperative Evolutionary Algorithm for the β-Robust p-Median Problem with Demand Uncertainty. MDPI.
25. Herda M. (2017). Parallel Genetic Algorithm for Capacitated P-median Problem. ResearchGate.
26. Goodwin D. et al. (2021). Evaluation of Heuristics for the P-Median Problem: Scale and Spatial Demand Distribution. PMC.
27. Mousa A. et al. (2022). A Comparative Study of Newly Developed Metaheuristics for the Discrete Uncapacitated p-Median Problem. HAL.
28. Виробнича практика [Електронний ресурс] : методичні рекомендації для здобувачів ступеня бакалавра освітньо-професійної програми «Системний аналіз» спеціальності 124 Системний аналіз / уклад.: Т.А. Желдак, Л.С. Коряшкіна, С.А. Ус ; М-во освіти і науки України, Нац. техн. ун-т «Дніпровська політехніка». – Дніпро : НТУ «ДП», 2025. – 25 с. https://ir.nmu.org.ua/handle/123456789/173193

29. Аналіз програмного забезпечення [Електронний ресурс] : методичні рекомендації до виконання практичних робіт для здобувачів ступеня бакалавра галузі знань 12 (F) Інформаційні технології / уклад.: О.С. Мінєєв, Ю.О. Шевченко ; М-во освіти і науки України, Нац. техн. ун-т «Дніпровська політехніка». – Дніпро : НТУ «ДП», 2026. – 28 с. https://ir.nmu.org.ua/handle/123456789/173326
30. Практикум з методів обчислень [Електронний ресурс] : навч. посіб. / Л.С. Коряшкіна, М.М. Одновол, О.Д. Станіна; М-во освіти і науки України, Нац. техн. ун-т «Дніпровська політехніка». – Дніпро: НТУ «ДП», 2024-120 с. https://ir.nmu.org.ua/handle/123456789/173297
31. Дискретна математика: навч. посібник / В.В. Слєсарєв, І.В. Новицький, С.А. Ус. – М-во освіти і науки України, Нац. техн. ун-т «Дніпровська політехніка». – Дніпро : НТУ «ДП», 2023. – 183 с. https://ir.nmu.org.ua/handle/123456789/164331
32. Математичні моделі і методи прийняття рішень для сталого розвитку / О.В. Трифонова, Л.В.Тимошенко, С.А. Ус. – М-во освіти і науки України, Нац. техн. ун-т «Дніпровська політехніка». – Дніпро : НТУ «ДП», 2023. – 240 с. https://ir.nmu.org.ua/handle/123456789/165392
33. Моделювання та реінжиніринг бізнес-процесів: підручн. С.В. Козир, В.В. Слєсарєв, С.А. Ус, Т.В. Хом'як; М-во освіти і науки України; Нац. техн. ун-т «Дніпровська політехніка». – Дніпро: НТУ «ДП», 2022. – 163 с. ISBN 978-966-350-771-2 https://ir.nmu.org.ua/handle/123456789/160245
34. Методи оптимізації та дослідження операцій [[Електронний ресурс] : методичні рекомендації до виконання курсової роботи для здобувачів ступеня бакалавра освітньо-професійної програми «Системний аналіз» спеціальності 124 Системний аналіз / уклад.: М.М. Одновол, Л.С. Коряшкіна, Д.М. Гаранжа ; М-во освіти і науки України; ; Нац. техн. ун-т «Дніпровська політехніка». – Дніпро : НТУ «ДП», 2024. – 66 с. https://ir.nmu.org.ua/handle/123456789/173289

ДОДАТОК А. Відомість матеріалів кваліфікаційної роботи

№ з/п	Позначення	Найменування	Кількість аркушів	Примітки
1				
2		Документація		
3				
4	САУ.КР.25.21.ПЗ	Пояснювальна записка	52	Формат А4
5				
6		Демонстраційний матеріал	14	Презентація на CD-R
7				
8		Копія роботи	1	Диск CD-R
9				
10				
11				
12				
13				
14				
15				
16				
17				
18				

					САУ.КР.25.21.ДА.ПЗ.			
Змін.	Аркуш	№ докум.	Підпис	Дата				
Розроб.		Зеря С.Ю.			**Матеріали кваліфікаційної роботи**	Літ.	Аркуш	Аркушів
К. розд.		Коряшкіна Л.С.						
Керівн.		Коряшкіна Л.С.				НТУ «ДП», 12; 124-21-2		
Н.контр.		Хом'як Т.В.						
Зав. каф.		Желдак Т.А.						

ДОДАТОК Б. Відгук керівника кваліфікаційної роботи

Відгук
на кваліфікаційну роботу бакалавра
здобувача вищої освіти групи *124 – 21 – 2*
спеціальності *124 Системний аналіз*

Тема кваліфікаційної роботи: _____
_____
Обсяг кваліфікаційної роботи _____ стор.
Мета кваліфікаційної роботи: _____
_____
Актуальність теми _____
_____
_____
Тема кваліфікаційної роботи безпосередньо пов'язана з об'єктом діяльності бакалавра спеціальності 124 Системний аналіз, оскільки _____
_____
_____
Виконані в кваліфікаційній роботі завдання відповідають вимогам ступеня бакалавра. Оригінальність наукових рішень полягає в _____
_____
_____
_____
Практичне значення результатів кваліфікаційної роботи полягає в _____
_____
_____
Висновки підтверджують можливість використання результатів роботи в _____
_____
_____
Оформлення пояснювальної записки та демонстраційного матеріалу до неї виконано згідно з вимогами. Роботу виконано самостійно, відповідно до завдання та у повному обсязі (*в разі невідповідності – вказати*)
У роботі відзначено такі недоліки: _____
_____
_____
Кваліфікаційна робота в цілому заслуговує оцінки:_____

З урахуванням висловлених зауважень автор (не) заслуговує присвоєння кваліфікації «бакалавр з системного аналізу».

Керівник кваліфікаційної роботи бакалавра,
науковий ступінь, вчене звання, посада _____ / ПІБ

ДОДАТОК В. Тези доповіді на Всеукраїнській науково-методичній конференції «Проблеми математичного моделювання» м.Кам’янське 27-28 травня 2025 р.

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
Дніпровський державний технічний університет
Інститут чорної металургії НАН України

ПРОБЛЕМИ МАТЕМАТИЧНОГО МОДЕЛЮВАННЯ

Матеріали Всеукраїнської науково-методичної конференції
(27 - 28 травня 2025 року, м. Кам’янське)

Кам’янське
ДДТУ
2025

механізмів насоса та вентилятора. Отримана модель може бути використана для оптимізації пускових режимів роботи АД.

Список використаних джерел

1. Zahrebaiev Mykhailo, Zvonetskiy Mykhailo, S'yanov Oleksandr. (2024). Mathematical modeling of transient processes in a squirrel-cage induction motor using a field-based approach. Mathematical Modeling. DSTU. № 2(51) 2024. 66-76

2. Загребаєв М.С., Звонецький М.С., Рязанцев О.В., С'янов О.М. Вплив електромагнітних параметрів асинхронного двигуна з короткозамкнутою кліткою на перехідні процеси. Збірник наукових праць Дніпровьского державного технічного університету (технічні науки). Кам'янське, ДДТУ, 2024. №2 (45), 216 с., 136-145

3. Finite Elements Model Co-Simulation of an Induction Motor Drive for Traction Application /RefreeDrive Project. – URL: https://www.refreedrive.eu/wp-content/downloads/Finite_element_model_co-simulation_of_an_induction_motor_drive_for_traction_application_aiecon2019_RFDa.pdf

4. Simulation of Direct Torque Control of Induction Motor Using Simulink, Simplorer, and Maxwell Software / A. K. Singh, P. Kumar, C. U. Reddy, K. Prabhakar. – URL: https://www.researchgate.net/publication/302479453

Здобувач Зеря С. Ю., д. техн. н. Коряшкіна Л.С.

Національний технічний університет «Дніпровська політехніка»

ОПТИМАЛЬНЕ РОЗМІЩЕННЯ ЦЕНТРІВ НА ГРАФІ ЗА ДОПОМОГОЮ ГЕНЕТИЧНОГО АЛГОРИТМУ

У сучасному світі задачі оптимізації є невід'ємною складовою багатьох прикладних сфер: логістика, урбаністика, виробництво, енергетика тощо. Однією з найпоширеніших і водночас складних задач у цій галузі є задача оптимального розміщення об'єктів. Її суть полягає в такому розташуванні об'єктів у просторі або системі, яке дозволяє досягти найкращого результату згідно з заданими критеріями (мінімізація витрат, часу, відстані; максимізація продуктивності тощо). Класичні методи розв'язання таких задач часто стикаються з обмеженнями в гнучкості, масштабованості або швидкодії, особливо у випадках великих вхідних даних.

Розглядається задача розміщення центрів в транспортній мережі: визначити найкращих позицій для цих об'єктів з урахуванням обмежень і

цільових критеріїв, таких як мінімізація витрат, скорочення часу доставки або покриття максимальної кількості споживачів. Вибір оптимальних точок для розташування об'єктів у транспортній інфраструктурі потрібно здійснити, враховуючи географічне розташування (відстані між вузлами мережі та їх зв'язність) і велику розмірність мережі (може містити сотні або тисячі вузлів).

Сформульована задача є NP-складною, для пошуку її точного розв'язку не існує поліноміальних алгоритмів. У таких умовах все більшої актуальності набувають евристичні та метаевристичні підходи.

Метою дослідження є розробка і реалізація ефективного генетичного алгоритму для розв'язання задачі оптимального розміщення об'єктів не мережі, виявлення ключових параметрів, що впливають на якість та швидкодію алгоритму.

Актуальність роботи полягає у пошуку інноваційних підходів до оптимізації складних систем, що може знайти застосування в різних галузях, зокрема в управлінні складськими запасами, плануванні містобудівних проектів та автоматизації дизайну.

Генетичний алгоритм (ГА) – метод оптимізації, натхненний принципами природної еволюції: відбір найкращих особин, схрещування та мутація. Завдяки цим принципам ГА дозволяє ефективно досліджувати великий простір можливих рішень і знаходити субоптимальні, але практично прийнятні варіанти за порівняно короткий час. Генетичний алгоритм працює за наступною схемою:

1. Генерація популяції розв'язків (випадково або на основі евристик).
2. Оцінка розв'язків за допомогою функції придатності.
3. Селекція – вибір кращих особин для подальшого схрещування.
4. Схрещування – комбінування пар розв'язків для створення нових особин.
5. Мутація – випадкові зміни для підтримання різноманіття у популяції.
6. Замінювання частини або всієї популяції та повторення циклу.

Для реалізації генетичного алгоритму розміщення об'єктів у мережі обрано мову програмування Python, яка пропонує широкий спектр інструментів, що дозволяють ефективно працювати з математичними моделями та візуалізувати результати досліджень. В якості основного середовища розробки використовувався Spyder – спеціалізоване інтегроване середовище для наукових обчислень. Для роботи з графовими структурами застосована бібліотека NetworkX. Вона надає потужні інструменти для створення, маніпулювання та аналізу складних мережевих структур. Завдяки NetworkX можна легко задавати топологію мережі, визначати параметри вузлів та зв'язків між ними (рис. 1).

Візуалізація результатів реалізована за допомогою бібліотеки Matplotlib, яка є стандартним інструментом для побудови наукових графіків у Python. Вона дозволяє створювати зрозумілі та інформативні діаграми, що відображають як початковий стан системи, так і результати роботи генетичного алгоритму.

У ході дослідження розроблено модель ГА, адаптовану під задачу розміщення центрів на графах, проведено експерименти з різними налаштуваннями алгоритму та проаналізовано отримані результати. Виконано порівняльний аналіз результатів з іншими методами (жадібні алгоритми, повний перебір, локальні пошуки).

У якості тестових прикладів використано початкові дані з сайту Лондонського університету Брунеля в розділі OR-library – файли pmed1.txt і pmed2.txt. На рис. 1 наведений результат роботи ГА за наступних вхідних параметрах: 200 поколінь, розмір популяції 50 особин, рівень кросоверу 0.7, рівень мутації 0.2, змагальний селектор і двоточковий кросовер. Графік еволюції рішень наведений на рис. 2.

Результати серії експериментів із варіаціями розміру популяції, ймовірності мутації, кількості поколінь, селекторів та інших параметрів ГА показали, що за вдалою комбінацією параметрів можна досягти стабільного та швидкого процесу пошуку оптимального рішення.

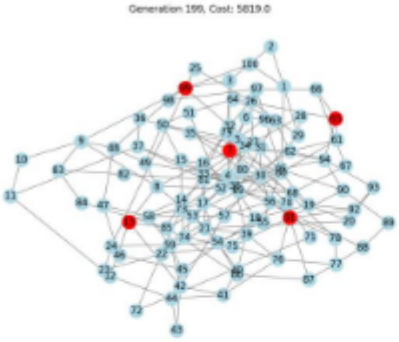

Рис. 1. **Оптимальне розташування п'яти центрів (вхідні дані pmed1.txt)**

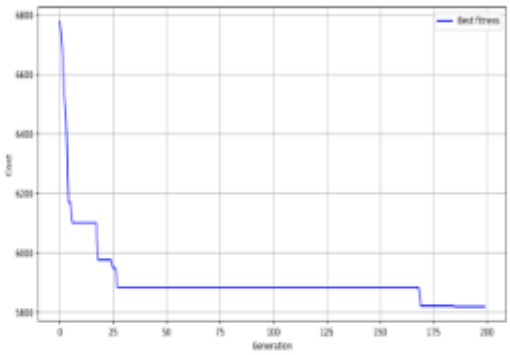

Рис. 2. **Еволюція рішення для задачі розташування п'яти центрів**

Висновки: Генетичний алгоритм є ефективним інструментом для задач оптимального розміщення об'єктів у випадках, коли класичні підходи є занадто повільними або непридатними через складність простору рішень. Він забезпечує гнучкість у виборі стратегій пошуку, легко адаптується до різних прикладних задач. Подальші дослідження можуть бути зосереджені на гібридизації ГА з іншими методами (наприклад, локальними пошуками) або на оптимізації параметрів алгоритму в режимі реального часу. Результати дослідження можуть бути корисними для планування логістичних мереж, проектування міської інфраструктури та оптимізації розподілу об'єктів у транспортній галузі.

ЗМІСТ

СЕКЦІЯ 1. МАТЕМАТИЧНІ МЕТОДИ І МОДЕЛІ

1.Божко В.О., Мацуга О.М. Порівняльний аналіз індексів якості кластеризації для визначення оптимальної кількості кластерів…….. 3

2.Гавриленко М.О., Мацуга О.М. Порівняльний аналіз методів-обгорток для відбору ознак у задачі прогнозування офтальмологічних показників……. 6

3. Гнатів Л.Б., Гнатів Б.В. Побудова L-стійких методів типу Розенброка… 9

4. Давидчик О.М. Деякі співвідношення для додатних операторів……. 12

5. Дерець О.Л., Садовой О.В., Коваль Ю.Р. Математична модель асинхронного електропривода для синтезу релейних систем векторного керування …….. 13

6.Єлісєєв В.І., Кисляков В.Г., Руденко О.Л. Розрахункове моделювання динаміки та розчинення паромагнієвих бульбашок у розплаві чавуну…… 16

7. Завертайло М.В., Мацуга О.М Порівняльна оцінка індексів якості для кластеризації корелюючих ознак за різних представлень вхідних даних…… 19

8. Загребаєв М. С., Звонецький М. С., Ящук О.О., С'янов О. М. Модель тиристорного регулятора напруги - асинхронний двигун для дослідження перехідних процесів…….. 22

9. Зеря С. Ю., Коряшкіна Л.С. Оптимальне розміщення центрів на графі за допомогою генетичного алгоритму …… 25