

Ушакова Віра¹, Ушаков Олексій²

¹старший науковий співробітник, кандидат фізико-математичних наук,
інститут механіки С.П. Тимошенка НАН України, Київ, Україна e-mail:

creep@inmech.kiev.ua

²заступник начальника центру, інститут спеціальної техніки та судових
експертиз СБУ, Київ, Україна e-mail: nddkr_ict@ssu.gov.ua

ДО ЗАДАЧІ ДОСЛІДЖЕННЯ ДИСКРЕТНИХ ЗНАЧЕНЬ ЯДЕР СПАДКОВОСТІ В ОБЛАСТІ СИНГУЛЯРНОСТІ В НЕЛІНІЙНІЙ СПАДКОВІЙ ТЕОРІЇ

Анотація. Розглянуто метод визначення параметрів ядер спадковості в нелінійній спадковій теорії з незалежною від часу нелінійністю. Дискретні значення ядер отримано виходячи з механічного змісту функції подібності ізохронних діаграм і діаграми миттєвого деформування. Дискретні значення в області сингулярності враховані з використанням вагових функцій. Апроксимація дискретних значень ядер з використанням вагових функцій суттєво покращує апроксимацію, що призводить до більш точних розрахунків.

Ключові слова: Нелінійна спадкова теорія, ядра спадковості, область сингулярності, вагові функції, функція подібності.

Вступ. Однією з основних задач спадкової теорії в'язкопружності є задача вибору структури ядер спадковості, визначення їх резольвент, а також визначення параметрів ядер. Ця задача зводиться до пошуку ядер повзучості та релаксації, що характеризують основні механічні властивості в'язкопружних матеріалів. Ядра спадковості входять у визначальні рівняння, що встановлюють залежність між напруженнями, деформаціями і часом. Існують різні аналітичні структури ядер, а також різні методи визначення їх параметрів. Основні труднощі, що виникають при виборі аналітичної структури пов'язані з необхідністю одночасного врахування дискретних значень в області сингулярності, а також значень в області великих значень часу t . Окрім того, ядра повинні бути аналітично зворотними, щоб за значеннями ядер повзучості можна було ідентифікувати ядра релаксації. Ще однією складністю для різних теорій є труднощі точного виміру швидкостей повзучості ті релаксації на початкових стадіях випробувань, коли з'являються динамічні ефекти, які викликані миттєвим прикладанням навантажень. Значення цих швидкостей є суттєво більшим ніж



можуть виміряні приладами реєстрації. В даній роботі запропоновано метод визначення параметрів з використанням вагових функцій, що зменшують вплив експериментальних значень, що спотворюють загальну картину.

Дискретизація ядер спадковості, вагові функції. В роботі розглянуто метод визначення параметрів ядер спадковості нелінійно-в'язкопружних матеріалів в нелінійній спадковій теорії. Одновимірні визначальні рівняння теорії запишемо у вигляді [1, 2]

$$\varphi_0(\varepsilon(t)) = \sigma(t) + \lambda \int_0^t K(t-\tau)\sigma(\tau)d\tau; \quad \sigma(t) = \varphi_0(\varepsilon(t)) - \lambda \int_0^t R(t-\tau)\varphi_0(\varepsilon(\tau))d\tau, \quad (1)$$

де перше рівняння описує процес повзучості, а друге – процес релаксації, $\varepsilon(t)$, $\varepsilon(\tau)$ - повна деформація, що включає пружну компоненту ε^e і деформацію повзучості ε^c в моменти часу t і τ ; $\sigma(t)$, $\sigma(\tau)$ - напруження, що діє в моменти часу t і τ ; $\varphi_0(\cdot)$ - функція, що задає діаграму миттєвого деформування; $K(t-\tau)$ - ядро повзучості; $R(t-\tau)$ - ядро релаксації; λ - реологічний параметр; $\lambda > 0$; t - час спостереження; τ - час, що передує моменту спостереження. Реалізуючи процедуру апроксимації дискретні значення ядер повзучості, що отримані на початковому проміжку часу $\{0, t^*\}$, враховуються з використанням вагових функцій. Тоді задача зводиться до мінімізації функціоналу

$$F(\lambda, q_s) = \sum_{j=1}^{n_s} \left\{ p_j(t) [K(t_j) - \lambda K(t, q_s)] \right\}^2 + \sum_{j=n_s}^n [K(t_j) - \lambda K(t, q_s)]^2, \quad (2)$$

де вагова функція $p_j(t)$ задається співвідношенням

$$p_j(t) = \frac{1}{1 + \left| \frac{K(t_j) - \lambda K(t, q_s)}{K(t_s) - \lambda K(t_s, q_s)} \right|^m}, \quad (3)$$

причому $p_j(t) \rightarrow 0$, при $K(t, q_s) \rightarrow \infty$, і $p_j(t) \rightarrow 1$, якщо $K(t_j) = \lambda K(t, q_s)$.

Тут q_s - параметри ядер повзучості $(s=1, k)$; n - число дискретних значень ядер повзучості.

Остаточні значення вагових функцій $p_j(t)$ встановлюються виходячи з сумарної похибки

$$\delta = \sum_{j=1}^{n_s} \left\{ p_j(t) [K(t_j) - \lambda_0 K(t, q_{s0})] \right\}^2, \quad (4)$$

яка відповідає квадратичній похибці першої суми (2) і фактичній похибці функціоналу

Висновки. Ефективність запропонованого методу визначення параметрів ядер спадковості нелінійно-в'язкопружних матеріалів досягається за рахунок введення вагових



функцій в області сингулярності. Метод дозволяє досить точно визначити параметри ядер спадковості за даними випробувань на одновісну повзучість при постійних навантаженнях і характеристикам діаграми миттєвого деформування. В результаті застосування методи отримуємо задовільну апроксимацію дискретних значень ядер як в області сингулярності так і для великих значень часу.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Резнік В.С., Ушаков О.В., Щодо визначення параметрів ядер поперечної повзучості // Матеріали міжнародної наукової конференції «Форум інженерів механіків» до 125-річчя заснування КПІ ім. Ігоря Сікорського та навчально-наукового Механікомашинобудівного інституту. – Київ : ММІ НТУУ „КПІ” ім. І.Сікорського, 2023. – С. 41-44.
2. Голуб В.П. Щодо розрахунку релаксації напружень у тонкостінних циліндричних оболонках з лінійно-в'язкопружних матеріалів // Вісник Київського національного університету імені Тараса Шевченка, серія фізико-математичні науки. – 2021. – №4. – С. 29-34

