

Роман Кушнір¹, Юрій Токовий²

¹директор, академік НАН України, доктор фізико-математичних наук,
професор, Інститут прикладних проблем механіки і математики ім. Я. С.

Підстригача НАН України, м. Львів, Україна, e-mail: director@iapmm.lviv.ua

² заступник директора з наукової роботи, член-кореспондент НАН України,
доктор фізико-математичних наук, старший науковий співробітник, Інститут
прикладних проблем механіки і математики ім. Я. С. Підстригача НАН України, м.

Львів, Україна, e-mail: tokovyy@iapmm.lviv.ua

МОДЕЛІ ТА МЕТОДИ ДЛЯ ВИЗНАЧЕННЯ ТЕРМОНАПРУЖЕНЬ У ПРУЖНИХ БАГАТОШАРОВИХ ТІЛАХ

Анотація. Наведено огляд моделей та методів опису термопружної поведінки багатошарових тіл. Простежено переваги та недоліки моделей таких тіл з точки зору поділу за шарами, та на основі концепції єдиного тіла з кусково-змінними властивостями. Окремо висвітлено результати, отримані з використанням методу безпосереднього інтегрування стосовно побудови аналітичних розв'язків такого класу задач.

Ключові слова. неоднорідні тіла, багатошарові структури, аналітичні розв'язки, задачі термопружності.

Постійний розвиток техніки, інженерії та технологій щораз підвищує вимоги до експлуатаційних параметрів елементів машин, конструкцій і механізмів для забезпечення їхньої безперебійної роботи та мінімізації ризику відмов за інтенсивних силових і теплових навантажень в агресивних середовищах. Відповідність таким вимогам є особливо важливою у виробництві авіаційної та космічної техніки, підводних установок, систем ядерної енергетики, хімічній промисловості, приладобудуванні тощо. Разом із суттєвим поступом у матеріалознавстві це спричинило потужний поштовх до розробки нових технологій, спрямованих на створення композиційних матеріалів із покращеними механічними та теплофізичними властивостями. У багатьох практичних випадках композиційний матеріал формується шляхом періодичного розташування певного структурного елемента, утвореного чергуванням шарів. Шаруваті композитні матеріали також часто використовують для створення захисних покриттів різноцільового призначення. При цьому виникає проблема контрастності теплофізичних,



механічних та геометричних характеристик шарів, що зазвичай супроводжується небажаними ефектами на поверхнях їх розмежування, зокрема, виникненням залишкових напружень, які можуть призвести до утворення тріщин, а також повної або часткової деламінації. Для зменшення впливу таких ефектів використовують функціонально-градієнтні матеріали (ФГМ) – особливий клас неоднорідних композитних матеріалів, властивості яких плавно змінюються на макрорівні в одному або кількох просторових напрямках, зазвичай від однієї поверхні до іншої. Типовий ФГМ складається з шарів з різними механічними властивостями: металокерамічні, металокерамічні-металеві тощо. Ключова перевага ФГМ полягає у використанні контрастних властивостей їх складових матеріалів: кераміка забезпечує високу термічну та корозійну стійкість, а метали – високу механічну міцність та зносостійкість.

Моделювання профілів зміни властивостей ФГМ на макроскопічному рівні зазвичай реалізується неперервною або ступінчастою градацією. Моделі, що відповідають першому випадку, припускають, що характеристична лінійна розмірність шарів є достатньо малою для застосування процедури гомогенізації. Ці процедури вводять специфічні параметри, які описують варіації властивостей і усереднені функції стану, що визначають, наприклад, температурне поле або напружено-деформований стан розглядуваного структурного елемента. Такі підходи здебільшого враховують об'ємні частки шарів, однак не дають змогу врахувати особливості механічних властивостей матеріалів. Тому вони виявляються ефективними, коли усереднені властивості ФГМ можна вважати ізотропними на макрорівні. Однак, зазвичай шарувата структура природно призводить хоча б до трансверсально ізотропних властивостей, що вимагає більш складних процедур гомогенізації. У випадку ж ступінчатої градації геометричні властивості шарів є такими, що використання гомогенізаційних процедур призводить до суттєвих відхилень при визначенні термонапруженого стану таких структур.

Зазначені два класи неоднорідних структур створюють передумови їх вивчення на основі двох принципово відмінних підходів. Одним з них є розгляд багат шарових структур з позицій «пошарового» аналізу – коли задачі формують та розв'язують у кожному шарі з достатньою кількістю ступенів вільності для задоволення умов контакту шарів та межових умов. Інший підхід базується на розгляді шаруватого тіла як єдиного цілого з кусково-змінними властивостями.

У доповіді проаналізовано окремі напрацювання у реалізації обох цих підходів. Окрему увагу звернуто на результати, отримані з використанням удосконаленого алгоритму [1] методу безпосереднього інтегрування [2, 3], який поширено на випадок



багатошарових тіл з довільною залежністю пружних та теплофізичних властивостей матеріалу кожного шару від товщинної координати.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Tokovyy, Y. (2024). Elastic and thermoelastic response of multilayer inhomogeneous hollow cylinders. *Mechanics of Advanced Materials and Structures*, **31**(17), 3889–3901.
2. Kushnir, R. M., Yasinsky, A.V., & Tokovyy, Y.V. (2022). Effect of Material Properties in the Direct and Inverse Thermomechanical Analyses of Multilayer Functionally Graded Solids, *Advanced Engineering Materials*, 24, 2100875.
3. Tokovyy, Y. & Ma, C.-C. (2021). *The Direct Integration Method for Elastic Analysis of Nonhomogeneous Solids*. Newcastle, Cambridge Scholars Publishing.

