

Маланчук Наталія¹, Мартиняк Ростислав²

¹ст.н.с., канд. фіз.-мат. наук, ст.н.с., Інститут прикладних проблем механіки і математики ім. Я.С. Підстригача НАН України, м. Львів, Україна, e-mail: natamalanчук@gmail.com

²проф.н.с., доктор фіз.-мат. наук, проф., Інститут механіки ім. С.П. Тимошенка НАН України, м. Київ, Україна, e-mail: mrostyslav@gmail.com

КОНТАКТНІ НАПРУЖЕННЯ В ТІЛАХ З ВИЙМКАМИ РІЗНОЇ ФОРМИ ЗА ПОСЛІДОВНОГО ТА ПРОПОРЦІЙНОГО НАВАНТАЖЕНЬ

Контактній взаємодії пружних тіл із врахуванням фрикційного проковзування та зношування приділяють значну увагу в різних галузях науки, зокрема у трибології, геофізиці, біомеханіці, енергетиці та машинобудуванні. Аналітичні розв'язки таких контактних задач теорії пружності використовують для розрахунку рухомих та нерухомих з'єднань на контактну міцність та фретинг-втому [1, 2].

В умовах плоскої деформації розглянемо два пружні ізотропні півпростори D_1 (нижній) та D_2 (верхній), матеріали яких мають однакові механічні властивості (G – модуль зсуву, ν – коефіцієнт Пуассона). Поверхня верхнього тіла є плоскою, а нижнього на ділянці шириною $2b$ має плитку виїмку (рис. 1), форму якої описує неперервно-диференційована функція

$$r(x) = \begin{cases} -r_0 \left(1 - x^2/b^2\right)^{n+1/2}, & |x| \leq b, \\ 0, & |x| > b, \end{cases}$$

де r_0 – максимальна глибина виїмки ($0 < r_0/b \ll 1$), $n = 1, 2, \dots$ – натуральний параметр.

Тіла контактують під дією рівномірно розподілених на нескінченності нормальних стискальних зусиль P та зсувних зусиль S . Розподіл контактних напружень істотно залежатиме від способу прикладення цих зусиль [3].

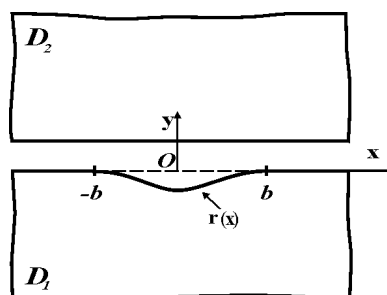


Рисунок 1 – Тіла до контакту



За послідовного навантаження до тіл на безмежності спершу прикладаються монотонно зростальні рівномірно розподілені стискальні зусилля P , а потім – зсувні зусилля S . Якщо стискальні зусилля $P < P_{cls}$, то між тілами відбуватиметься неповний контакт, тобто в межах виїмки виникатиме зазор. При $P \geq P_{cls}$ матимемо повний контакт поверхонь. Тут $P_{cls} = Gr_0(2n+1)(2n-1)!!/2^{n+1}n!(1-\nu)b$ – навантаження, за якого зазор закриється повністю. Для випадку $P \geq P_{cls}$ при $S < S_0$ (тут $S_0 = f(P - P_{cls})$, f – коефіцієнт тертя) відбуватиметься повне зчеплення поверхонь тіл, а при $S_0 \leq S < fP$ відбуватиметься часткове фрикційне проковзування поверхонь на одній ділянці в межах виїмки. За дії зусиль з діапазону $P < P_{cls}$, $0 < S < fP$ поверхні частково проковзуватимуть на двох ділянках, що прилягають до країв зазору. При $S = fP$ починається глобальне ковзання тіл вздовж всієї поверхні спрження і за повного, і за неповного їх контакту.

За пропорційного навантаження до тіл на безмежності одночасно прикладаються монотонно зростальні рівномірно розподілені стискальні зусилля P та зсувні зусилля S такі, що виконується рівність $S = kP$ (k – коефіцієнт пропорційності, $0 < k < f$). Методика дослідження такої контактної взаємодії базується на принципі “защемленої” деформації, згідно з яким попередня поздовжня деформація сконтактованих поверхонь за подальшого простого навантаження не змінюється. Тому відносний зсув поверхонь під навантаженням зростає лише в межах зазору. Після їх входження у контакт за подальшого зменшення зазору цей відносний зсув поверхонь залишається незмінним. Виявлено, що контактні дотичні та нормальні напруження в кожен момент навантаження будуть пропорційні з тим самим коефіцієнтом пропорційності, що і прикладені зовнішні зусилля.

Використовуючи вирази для контактних нормальних σ_x , σ_y і дотичних τ_{xy} напружень, знайдено максимальні дотичні τ_{max} та головні нормальні σ_1 напруження на поверхні контакту [4, 5]. Для тіл із крихких матеріалів згідно з першою класичною теорією міцності (критерієм найбільших нормальних напружень) поверхневе руйнування розпочинається за досягнення головними нормальними напруженнями σ_1 межі міцності на розтяг [6]. Для пластичних матеріалів згідно з третьою класичною теорією міцності (критерієм найбільших дотичних напружень) пластична деформація розпочнеться тоді, коли максимальні дотичні напруження τ_{max} досягнуть межі текучості матеріалу [6].



Для натурального параметра $n=1$, стискальних зусиль $\bar{P} = P/G = 10^{-3}$, коефіцієнта пропорційності $k = 0,05$, коефіцієнта тертя $f = 0,1$, коефіцієнта Пуассона $\nu = 0,25$, максимальної глибини виїмки $\bar{r}_0 = r_0/b = 10^{-3}$ на рис. 2 зображено розподіл головних нормальних $\bar{\sigma}_1 = \sigma_1/G$ та максимальних дотичних $\bar{\tau}_{\max} = \tau_{\max}/G$ напружень у разі пропорційного (штрихові криві) та послідовного (суцільні криві) навантажень. Обчислення проведено для стискального зусилля $\bar{P} = \bar{P}_{cls}$, за якого зазор повністю закривається.

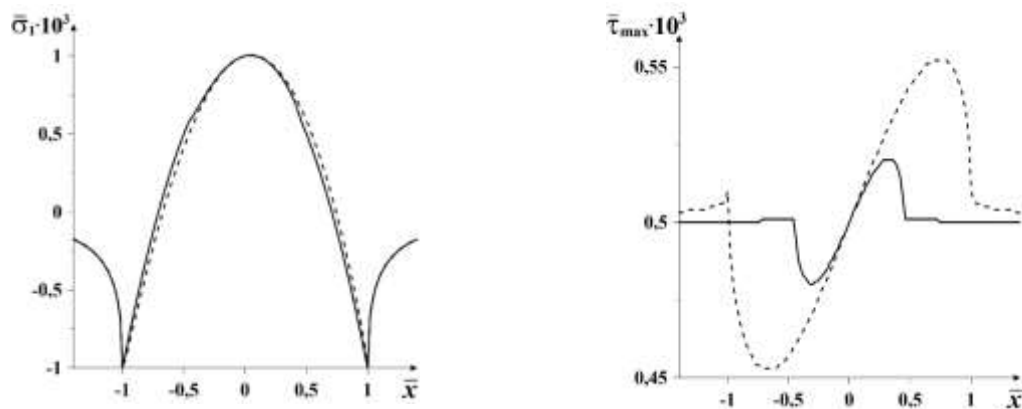


Рисунок 2 – Головні нормальні та максимальні дотичні напруження

Бачимо, що напруження $\bar{\sigma}_1$ розтягувальні в межах виїмки на деякій її центральній ділянці, поза нею – стискальні, а максимального значення вони досягають поблизу центру виїмки. Поза виїмкою ($\bar{x} \geq 1$, $\bar{x} = x/b$) напруження $\bar{\sigma}_1$ у випадку пропорційного і послідовного навантажень співпадають, а в межах виїмки – дещо різняться. За послідовного навантаження напруження $\bar{\tau}_{\max}$ досягають максимуму поблизу правого краю ділянки проковзування, за пропорційного – на ділянці виїмки ближче до її правого краю. Максимальні дотичні напруження за пропорційного навантаження є більшими, ніж за послідовного.

Отже, руйнування крихких матеріалів контактної пари найшвидше розпочнеться поблизу центру виїмки і для пропорційного, і для послідовного навантажень. Для пластичних матеріалів пластичне течіння, найімовірніше, відбуватиметься поблизу правого краю ділянки проковзування за послідовного навантаження, та на виїмці ближче до її правого краю за пропорційного навантаження.



СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Hills D., & Nowell D. (1994). *Mechanics of fretting fatigue*. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.
2. Дацишин О.П., & Кадира В.М. (2006). Розвиток крайових тріщин під час фретинг-втоми за умов зчеплення/проковзування в контактi між тілами. *Машинознавство*, (3), 9–15.
3. Grinchenko, V.T., & Ulitko, A.F. (2002). The role of the loading history in mechanics of contact interaction allowing for friction in the contact zone. *Mechanics of Solids*, (37), 10–18.
4. Malanchuk N., & Martynyak R. (2012). Contact interaction of two solids with surface groove under proportional loading. *Int. J. Solids Structures*, (49), 3422–3431.
5. Маланчук Н.І. (2013). Контактні напруження в тілах з поверхневою виїмкою за послідовного навантаження. *Прикладні проблеми механіки і математики*, (11), 193–198.
6. Божидарник В.В., & Сулим Г.Т. (1999). *Елементи теорії пластичності та міцності*. В 2-ох т. Т. 2. Львів: Світ.

