

чення L_k чутливість зростає, причому при $L_k=17,23$ мГн (залежність 1) чутливість збільшується в п'ять разів до 39,2 Гц/мГн. Це підтверджує, що величиною компенсуючої індуктивності L_k можна управляти чутливістю вимірювального генератора в межах виконання умови $L_1 - L_k > 0$. Розрахункова залежність (11) досить добре узгоджується з експериментальними даними, відмінність не перевищує 5%.

Висновки. В результаті проведеного дослідження встановлене наступне:

- синтез на основі лінійної комбінованої операційної схеми дозволив створити вимірювальний пристрій у вигляді F -метра, у якого, на відміну від традиційного методу, немає принципового обмеження чутливості до вимірюваного параметру, причому, чутливістю можна керувати шляхом зміни коефіцієнта помноження та величини компенсуючої індуктивності;
- узагальнена модель перетворювачів імпедансу у вигляді ЛКОС може використовуватися в якості базової схеми для синтезу гармонійних перетворювачів індуктивного імпедансу;
- синтезована на основі перетворювачів імпедансу схема F -метра завдяки високій чутливості є перспективною для побудови пристроїв контролю якості залізорудної сировини, особливо з малим вмістом магнетиту.

ЛІТЕРАТУРА

1. Марюта, А.Н. Контроль качества железорудного сырья [Текст] / А.Н. Марюта, И.К. Младецкий, П.А. Новицкий. – К.: Техніка, 1976. – 220 с.
2. Филановский, И.М. Схемы с преобразователями сопротивления [Текст] / И.М. Филановский, А. Ю. Персианов, В.К. Рыбин – Л.: Энергия, 1973. – 192 с.
3. Твердоступ, Н.И. Обобщенная модель преобразователей импеданса [Текст] / Н.И. Твердоступ // Вісник Дніпропетр. ун-ту. Фізика. Радіоелектроніка. – 2010. – Вип. 17, №2. – С. 103 - 108.

UDC 539.3 / 6

ELABORATION OF A METHODOLOGY OF POWER CALCULATIONS OF FLAT FRAMES UNDER CONDITIONS OF FORCED OSCILLATIONS

Yu.S. Kholodniak¹, S.V. Kaporovych², Ye.D. Korotenko³

¹ Ph.D., Associate Professor of Technical Mechanics Department, Head of Technical Mechanics Department, e-mail: texmex@dgma.donetsk.ua, holodniak.yuri@gmail.com

² Ph.D., Senior Lecturer of Technical Mechanics Department, e-mail: kaporovych@gmail.com

³ Ph.D., Head of Language Training Department, e-mail: vevgendk@gmail.com

^{1, 2, 3} Donbass State Engineering Academy, Kramatorsk, Ukraine



Abstract. The mathematical model proposed in this paper describes oscillations of a weightless frame with a point mass and simultaneous action of vertical and horizontal harmonic disturbing forces. The model is based on the method of forces, which establishes the relationship between the movement of the frame and the forces acting on it. Together with the model, dependences were obtained for calculating resonant frequencies of the oscillating system. The completed developments allow to determine dynamic characteristics of the oscillation process and to calculate frames for strength and rigidity. The methodology for this calculation is implemented in the Mathcad 15 environment and has been successfully tested on a number of learning tasks. The results of the work may be useful to students and teachers of technical universities, as well as practitioners who perform power calculations.

Keywords: plane frame, forced oscillation, mathematical model, resonant frequency, power calculation.

СПРОЩЕНА МЕТОДИКА СИЛОВОГО РОЗРАХУНКУ ПЛОСКИХ РАМ В УМОВАХ ВИМУШЕНИХ КОЛИВАНЬ

Ю.С. Холодняк¹, С.В. Капорович², Е.Д. Коротенко³

¹ кандидат технічних наук, доцент, зав. кафедрою технічної механіки, e-mail: texmex@dgma.donetsk.ua, holodhjak.yuri@gmail.com

² кандидат технічних наук, ст.викладач кафедри технічної механіки, e-mail: kaporovych@gmail.com

³ кандидат філософських наук, зав. кафедрою мовної підготовки, e-mail: vevgendk@gmail.com

^{1, 2, 3} Донбаська державна машинобудівна академія, м. Краматорськ, Україна

Анотація. Математична модель, що запропонована в роботі, описує коливання невагомої рами з точковою масою при одночасній дії на них вертикальної й горизонтальної гармонійних збурюючих сил. У основу моделі покладений метод сил, що встановлює зв'язок переміщень рами з силами, які на неї діють. Разом з моделлю отримані залежності для обчислення резонансних частот коливальної системи. Виконані розробки дозволяють визначати динамічні характеристики коливального процесу і розраховувати рами на міцність і жорсткість. Методика такого розрахунку реалізована у середовищі Mathcad15. Результати роботи можуть бути корисними студентам і викладачам технічних ВНЗ, також фахівцям - практикам, що виконують силові розрахунки.

Ключевые слова: плоскі рами, вимушені коливання, математична модель, резонансні частоти, силові розрахунки.

Introduction. Scientific and technological progress requires designers to apply increasingly sophisticated calculation methods relating to the strength and power requirements for the created products. The most relevant are the requirements for the structures exposed to the variables of time and external loads.

Beams and flat frames are well-known core structures in engineering and construction, which operate under conditions of forced oscillations, arising as a result of the so-called perturbing forces. The most common source of such forces

is functioning of various equipment installed on these constructions – such as pumps, presses, pile drivers, etc. Perturbing forces arise as a result of the movement of the center of masses of such equipment and they are of periodic, often harmonious, nature. In structures under conditions of forced oscillations there are additional (dynamic) forces and stresses, which in some cases reach dangerous values. Hence the importance of their adequate consideration for power calculations of the named structures.

Typically, the teaching and methodological literature on the resistance of materials highlights forced oscillations of a weightless beam with a point mass fixed to it [1-3]. Such a model of oscillatory system, despite its simplicity, usually provides an acceptable accuracy of power calculations for practical use. In addition, cases of forced oscillations of beams with distributed or multiple discrete masses are also analyzed in university courses of resistance of materials and construction mechanics [4-6]. However, the proposed methods of calculation for a broad practical application are quite complex, since they require in-depth mathematical training, which goes beyond the curricula of conventional engineering universities.

Similar (refined) calculation methods relating to forced fluctuations of flat frames are usually given consideration by university courses of structural mechanics [7-9]. They are also quite complicated and therefore less suitable for widespread use in engineering and other industries. To do this, we need more simple calculation methods, which do not require special mathematical training, but at the same time provide acceptable accuracy for practical use.

Formulation of the problem. The purpose of this work is to develop a simplified two-dimensional mathematical model of forced fluctuations of flat frames, followed by implementation of this model into power calculations.

Solution of the problem. To realize this goal we take the simplest L-shaped frame (Fig. 1) and analyze its deformation.

Let the forces P_1 and P_2 , which cause the displacements Δ_1 and Δ_2 (see Fig. 1), influence on an oscillating mass m at any given time:

$$\Delta_1 = P_1 \cdot \delta_{11} + P_2 \cdot \delta_{12}, \quad (1)$$

$$\Delta_2 = P_2 \cdot \delta_{22} + P_1 \cdot \delta_{21}, \quad (2)$$

where δ_{11} , δ_{12} , δ_{22} , δ_{21} are the displacements of the oscillating mass under the action of unit forces $P_1 = 1$ and $P_2 = 1$, which are determined by means of the diagrams of bending moments from these forces - \bar{M}_1 and \bar{M}_2 [4].

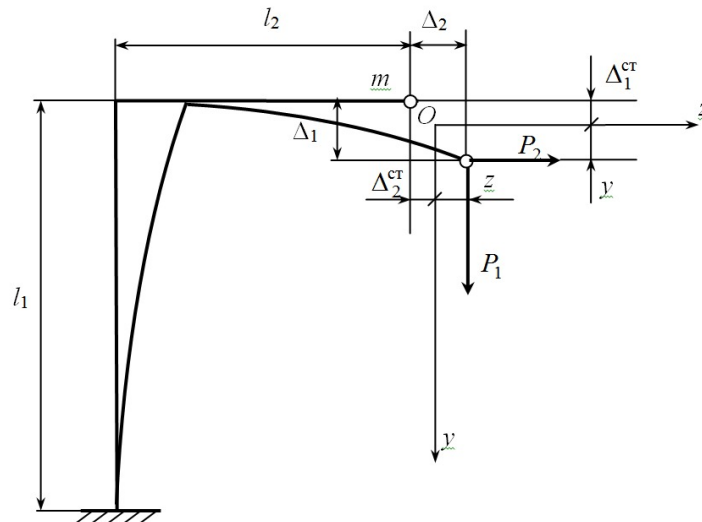


Figure 1 – Frame Scheme

Fluctuations of the mass occur relative to the position of static equilibrium (point O in Fig. 1). In this position:

$$P_1^{st} = mg, \tag{3}$$

$$P_2^{st} = 0. \tag{4}$$

According to (1) and (2) there is:

$$\Delta_1^{st} = P_1^{st} \cdot \delta_{11} = mg \cdot \delta_{11}, \tag{5}$$

$$\Delta_2^{st} = P_1^{st} \cdot \delta_{21} = mg \cdot \delta_{21}. \tag{6}$$

During oscillations (see Fig. 1):

$$\Delta_1 = \Delta_1^{st} + y = mg \cdot \delta_{11} + y, \tag{7}$$

$$\Delta_2 = \Delta_2^{st} + z = mg \cdot \delta_{21} + z. \tag{8}$$

Substituting expressions (7) and (8) in formulas (1) and (2) we obtain:

$$\begin{cases} mg \cdot \delta_{11} + y = P_1 \cdot \delta_{11} + P_2 \cdot \delta_{12}, \\ mg \cdot \delta_{21} + z = P_2 \cdot \delta_{22} + P_1 \cdot \delta_{21}. \end{cases} \tag{9}$$

By solving the system of equations (9), we obtain the dependencies P_1 and P_2 on the current coordinates of the oscillatory mass:

$$P_1 = f_1(y, z) = mg + \frac{z}{\delta_{21}} - \frac{y \cdot \delta_{21} - z \cdot \delta_{11}}{\delta_{21}^2 - \delta_{22} \cdot \delta_{11}} \cdot \frac{\delta_{22}}{\delta_{21}}, \tag{10}$$

$$P_2 = f_2(y, z) = \frac{y \cdot \delta_{21} - z \cdot \delta_{11}}{\delta_{21}^2 - \delta_{22} \cdot \delta_{11}}. \tag{11}$$

Taking into consideration that P_1 and P_2 are the forces deforming the frame, so the corresponding response of the frame equals to the following forces:

$$R_1 = P_1 = f_1(y, z), \tag{12}$$

$$R_2 = P_2 = f_2(y, z). \tag{13}$$

Let's specify the problem. For an oscillatory mass we accept, as the authors of a number of works [1, 10 and 11] do, an electric motor with statically unbalanced rotor. Its angular velocity is ω , and the disturbing force module is H .

Let's apply to the specified mass the force of gravity $m\bar{g}$, the frame reactions \bar{R}_1 and \bar{R}_2 , disturbing force \bar{H} , forces of inertia $\bar{\Phi}_1$ and $\bar{\Phi}_2$ and the forces of resistance of the medium \bar{F}_1 and \bar{F}_2 (Fig. 2).

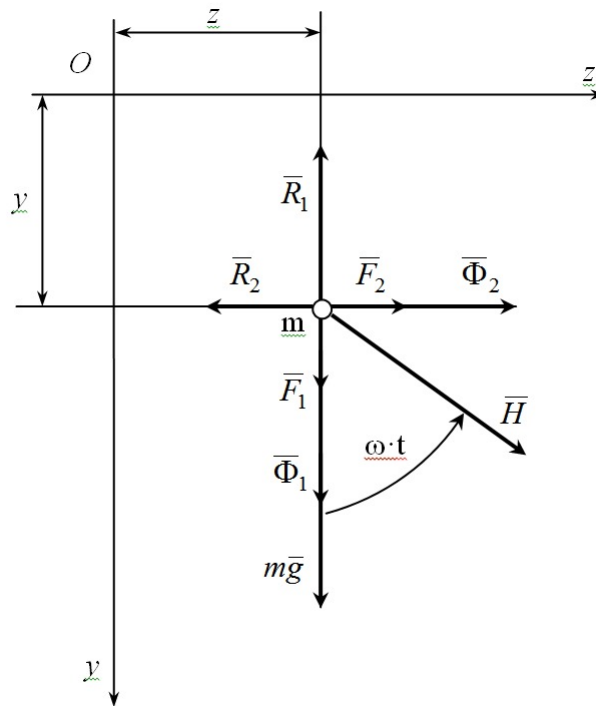


Figure 2 – Scheme of oscillating mass load

Under the action of these forces, the mass m is in the position of kinetic and static equilibrium:

$$m\bar{g} + \bar{R}_1 + \bar{R}_2 + \bar{H} + \bar{\Phi}_1 + \bar{\Phi}_2 + \bar{F}_1 + \bar{F}_2 = 0. \quad (14)$$

By imposing the vector equation projection (14) on the axes y and z , we obtain:

$$\begin{aligned} (y): m\bar{g} + R_1^y + H \cdot \cos\omega t + \Phi_1^y + F_1^y = \\ = m\bar{g} - f_1(y, z) + H \cdot \cos\omega t - m \cdot \ddot{y} - \mu \cdot \dot{y} = 0, \end{aligned} \quad (15)$$

$$(z): R_2^z + H \cdot \sin\omega t + \Phi_2^z + F_2^z = -f_2(y, z) + H \cdot \sin\omega t - m \cdot \ddot{z} - \mu \cdot \dot{z} = 0. \quad (16)$$

After transformations (15) and (16) we obtain the final form of the differential equations of motion of the mass m :

$$m \cdot \ddot{y} + \mu \cdot \dot{y} + f_1(y, z) = m\bar{g} + H \cdot \cos\omega t, \quad (17)$$

$$m \cdot \ddot{z} + \mu \cdot \dot{z} + f_2(y, z) = H \cdot \sin\omega t, \quad (18)$$

where \ddot{y} and \ddot{z} are projections of the oscillating mass acceleration on the axis of coordinates;

\dot{y} and \dot{z} are projections of the velocity of this mass on the axis of coordinates;

μ is the resistance coefficient of the medium;

t is time from the beginning of the movement (the output of mass m from the position of static equilibrium).

It should be noted that equations (17) and (18) are universal ones, not depending directly on geometric parameters of the frame: these parameters are related only to the values δ_{11} , δ_{22} , $\delta_{12} = \delta_{21}$. For the frame represented in Figure 1 it is easy to calculate their values using Vereshchagin's rule by "multiplying" the diagrams \bar{M}_1 and \bar{M}_2 (Figs 3, 4):

$$\delta_{11} = \bar{M}_1 \times \bar{M}_1 = \frac{1}{E \cdot J_x} \cdot \left(\frac{1}{2} \cdot l_2 \cdot l_2 \cdot \frac{2}{3} \cdot l_2 + l_1 \cdot l_2 \cdot l_2 \right) = \frac{1}{E \cdot J_x} \cdot \left(\frac{1}{3} \cdot l_2^3 + l_1 \cdot l_2^2 \right) \quad (19)$$

$$\delta_{22} = \bar{M}_2 \times \bar{M}_2 = \frac{1}{E \cdot J_x} \cdot \frac{1}{2} \cdot l_1 \cdot l_1 \cdot \frac{2}{3} \cdot l_1 = \frac{l_1^3}{3E \cdot J_x}, \quad (20)$$

$$\delta_{12} = \delta_{21} = \bar{M}_1 \times \bar{M}_2 = \frac{1}{E \cdot J_x} \cdot l_1 \cdot l_2 \cdot \frac{1}{2} \cdot l_1 = \frac{l_1^2 \cdot l_2}{2E \cdot J_x}, \quad (21)$$

where EJ_x is stiffness of the sections of rods of the frame.

For another frame shape, the formulas for calculating the above mentioned values are different, but the procedure for their determination remains unchanged.

The found values of the displacements δ_{11} , δ_{22} and δ_{12} also allow to determine resonant frequencies of the system fluctuations.

The basis for this definition is the formula for calculating resonant frequencies of oscillations of a frame with two point masses m_1 and m_2 fixed to it, each of which can move in one direction [12]. This formula is as follows:

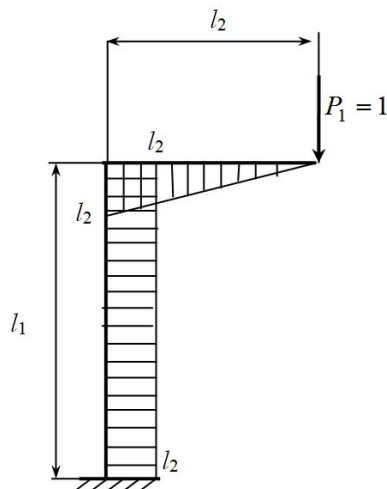


Figure 3 – Diagram \bar{M}_1

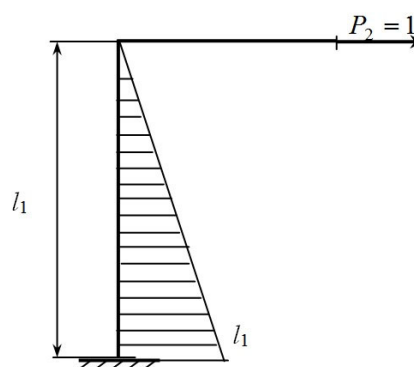


Figure 4 – Diagram \bar{M}_2

$$\omega_{1,2} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{(m_1 \cdot \delta_{11} + m_2 \cdot \delta_{22}) \pm \sqrt{(m_1 \cdot \delta_{11} + m_2 \cdot \delta_{22})^2 - 4 \cdot m_1 \cdot m_2 \cdot (\delta_{11} \cdot \delta_{22} - \delta_{12}^2)}}} \cdot \quad (22)$$

In our case, one mass m is fixed to the frame, but it moves in two directions – vertical and horizontal. To take this circumstance into account, we introduce into the formula (22) $m_1 = m_2 = m$.

Then, after simple transformations, formula (22) takes the form:

$$\omega_{1,2} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{m \cdot (\delta_{11} + \delta_{22}) \pm m \cdot \sqrt{(\delta_{11} + \delta_{22})^2 - 4 \cdot (\delta_{11} \cdot \delta_{22} - \delta_{12}^2)}}} \cdot \quad (23)$$

In order to assess the adequacy of the proposed model, a comparison of the results has been done, obtained by means of the proposed model with those published in [13], where, based on the implementation of the classical model of forced oscillations of a system with one degree of freedom, the parameters of vertical vibrations of a weightless cantilever beam (I-beam 20, $\ell = 3$ m) with installed motor ($m = 1000$ kg, $n = 1000$ rpm) with statically unbalanced rotor creating a disturbing force $H = 0,3mg$. In this paper, the circular frequency of the system's own oscillations is $k = 20.220 \text{ sec}^{-1}$, and the maximum normal tension in the beam is $\sigma_{\max} = 171$ MPa. An alternative calculation according to the proposed method was performed by Mathcad 15 [14, 15] in relation to the frame diagram presented in Fig. 1, but with its maximum approximation in shape and size to the foregoing beam: $\ell_1 = 0.1$ m, $\ell_2 = 3$ m. Other system parameters are the same as in [13]. The calculation results are presented in Fig. 5.

Breakout of results in σ_{\max} (in spots of frame and beam jamming):

$$\Delta(\sigma_{\max}) = \frac{167.416 - 171}{171} \cdot 100 = -2.096 \%,$$

by the resonant frequency (ω_1 and k):

$$\Delta(\omega_1) = \frac{19.28 - 20.22}{20.22} \cdot 100 = -4.649 \%.$$

As one can see, the results of both calculations are close enough to each other.

For further verification of the proposed method, a series of similar calculations for an L-shaped frame (see Fig. 1) with $\ell_1 = 3$ m, $\ell_2 = 2$ m and variation of values ω in the range from 3 sec^{-1} to 300 sec^{-1} was carried out. Based on the results of these calculations, the graphs of the dependencies of M_{\max} and σ_{\max} on ω were constructed, which experimentally confirm the presence of two resonant peaks in each of them (Fig. 6). In order to clarify the coordinates of their highest points, detailed graphs of these dependencies were additionally constructed near the resonant frequencies ω_1 and ω_2 (Figs 7, 8). The trace of these graphs determines the experimental values of the resonant frequencies:

$$\omega'_1 = 13.115 \text{ sec}^{-1},$$

$$\omega'_2 = 39.168 \text{ sec}^{-1}.$$

Calculated values of the resonant frequencies: $\omega_1 = 13.154 \text{ sec}^{-1}$, $\omega_2 = 39.175 \text{ sec}^{-1}$.

Comparison of experimental and calculated values of resonant frequencies shows their practically complete identity:

$$\Delta(\omega_1) = \frac{\omega_1 - \omega'_1}{\omega_1} \cdot 100 = \frac{13.154 - 13.115}{13.154} \cdot 100 = 0.296 \%$$
$$\Delta(\omega_2) = \frac{\omega_2 - \omega'_2}{\omega_2} \cdot 100 = \frac{39.175 - 39.168}{39.175} \cdot 100 = 0.018 \%$$

This result indicates the acceptability of the proposed calculation method for practical purposes, since it not only accurately determines the values of ω_1 and ω_2 , but also provides robust power results confirming this accuracy.

In conclusion it should be noted that the capabilities of the developed methodology are not limited to the specified types of calculation tasks. For its development further research is needed.

Conclusions. A new, simplified method of power calculation of flat frames under conditions of forced oscillations is proposed, which allows to calculate the values of maximum normal stresses occurring in frames and to determine their resonant frequencies.

The method is implemented in Mathcad 15 and has successfully passed a large-scale testing.

The completed development may be useful for students and teachers of technical universities, as well as for practitioners who perform power calculations.

Further research in the direction of elaboration of the development will contribute to the deepening of existing theoretical concepts and to the creation of more advanced methods of power calculations and calculation tools.

REFERENCES

1. Ковтун В.В. Опір матеріалів. Розрахункові роботи: Навчальний посібник / В. В. Ковтун. – Львів: Афіша, 2002. – 280 с.
2. Ицкович Г. М. Руководство к решению задач по сопротивлению материалов: Учебное пособие для вузов / Г. М. Ицкович, Л. С. Минин, А. И. Винокуров. – 3-е изд., перераб. и доп. – М.: Высш. шк., 2001. – 592 с.
3. Дарков А. В. Сопротивление материалов: Учеб. для техн. ВУЗов / А. В. Дарков, Г. С. Шпиро. – М.: Высш. шк., 1989. – 624 с.
4. Писаренко Г. С. Опір матеріалів: Підр. для техн. ВНЗ / Г. С. Писаренко, О. Л. Квітка, Е. С. Уманський. – К.: Вища шк., 2004. – 655 с.
5. Шевченко Ф. Л. Курс опору матеріалів. Порада до вивчення теорії та розв'язання задач: Навч. посібник / Ф. Л. Шевченко. – Донецьк: ДонНТУ, 2013. – 260 с.

6. Ламси Б. Б. Сборник задач и упражнений по динамике стержневых систем: Учеб. пособие / Б. Б. Ламси и др. – Н.Новгород: ННГАСУ, 2016. – 96 с.
7. Довнар Е. П. Расчет рам на статические и динамические нагрузки: Учеб. пособие / Е. П. Довнар, Л. Б. Климова. – Минск: БНТУ, 2004. – 186 с.
8. Поляков А. А. Строительная механика: Учеб. пособие / А. А. Поляков, Ф. Г. Лялина, Р. Г. Игнатов. – Екатеринбург: УрФУ, 2014. – 424 с.
9. Гайджуров П. П. Расчет стержневых систем на устойчивость и колебания: Учеб. пособие / П. П. Гайджуров. – Новочеркасск: ЮРГТУ, 2009. – 195 с.
10. Кочетов В. Т. Сопротивление материалов: Учеб. пособие / В. Т. Кочетов. – Ростов-на-Дону, Феникс, 2001. – 368 с.
11. Кутовий Л. В. Збірник розрахунково-графічних завдань з курсу "Опір матеріалів" (для студентів всіх механічних спеціальностей денної форми навчання) / Л. В. Кутовий та ін. – Краматорськ ДДМА, 2007. – 220 с.
12. Старцева Л. В. Строительная механика в примерах и задачах: Учеб. пособие / Л. В. Стацева, В. Г. Архипов, А. А. Семенов. – М.: Изд-во АСВ, 2013. – 224 с.
13. Холодняк Ю. С. Особенности прочностных расчетов стержневых конструкций, подверженных вынужденным колебаниям / Ю. С. Холодняк, А. В. Периг, И. А. Матвеев. – Краматорськ: Вісник Донбаської державної машинобудівної академії. №1(34), 2015. – С.96-102.
14. Макаров Е. Г. Инженерные расчеты в Mathcad 15: Учебный курс / Е. Г. Макаров. – СПб.: Питер, 2011. – 400 с.
15. Макаров Е. Г. Сопротивление материалов на базе Mathcad / Е. Г. Макаров. – СПб.: БХВ – Петербург, 2004. – 512 с.

УДК 629.015:625.72

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПАРАМЕТРОВ АВТОМОБИЛЬНОЙ ДОРОГИ ДЛЯ ПРОСТРАНСТВЕННОГО ДВИЖЕНИЯ БЕСПИЛОТНЫХ АВТОМОБИЛЕЙ

К.М. Бас¹, Т.П. Бас², В.В. Швайка³

¹кандидат технических наук, профессор кафедры автомобилей и автомобильного хозяйства, Национальный технический университет «Днепропетровская политехника», г. Днепр, Украина, e-mail: bas.k.m@nmu.one

²аспирант кафедры технологий горного машиностроения, Национальный технический университет «Днепропетровская политехника», г. Днепр, Украина, e-mail: bastp2017@gmail.com

³аспирант кафедры автомобилей и автомобильного хозяйства, Национальный технический университет «Днепропетровская политехника», г. Днепр, Украина, e-mail: shvayka.92@mail.ru

Аннотация. Траектория движения беспилотных автомобилей и их производительность определяются технологическими процессами. В работе рассматривается вопрос нахождения кривизны и кручения автомобильной дороги, позволяющей реализовать заданную траекторию движения.