Національний технічний університет
ДНІПРОВСЬКА ПОЛІТЕХНІКА
1899

Пістунов І.М.

Основи прийняття фінансових рішень.

навч. наоч. посіб. Дніпро : НТУ «ДП», 2024. 24 с.

В посібнику розглядаються практичні питання стосовно використання оптимальних розрахунків при діяльності підприємства. Описано порядок розрахунків програмою Excel.

Призначено для студентів спеціальності 051 «Економіка», 071 «Облік і оподаткування», 072 «Фінанси, банківська справа та страхування», 073 «Менеджмент», 292 «Міжнародні економічні відносини»

Рецензенти:
Васильєва Н.К., завідувач каф. інформаційних систем ДДАЕУ, д.е.н., проф.
Алексеєв М.О., зав каф. програмних засобів комп’ютерних систем НТУ “ДП”, проф.

ЗМІСТ

ТЕОРІЯ ОПТИМАЛЬНИХ СИСТЕМ ТА ЇЇ ЗАСТОСУВАННЯ В ОПТИМІЗАЦІЇ ПРОЦЕСІВ УПРАВЛІННЯ В ЕКОНОМІЦІ

У загальному вигляді економіко-математична модель виглядає таким чином:

– цільова функція

$$E = \Psi(Ci * Xi) \rightarrow Extr,$$

при наступних обмеженнях:

$$\begin{cases} \sum \varphi(aij * Xi)\{=<;=;>=\}bj,(j = \overline{(1,m)} \\ dj <= Xi <= Di,(i = \overline{(1,m)} \end{cases},$$

де E – цільова функція, C_i – коефіцієнти при змінних в цільовій функції, Xi – змінні задачі, B_j – праві частини обмежень, A_{ij} – коефіцієнти при змінних в обмеженнях, d_i- мінімально можливі значення змінних, D_i- максимально можливі значення змінних, φ та Ψ – якісь функції від цих параметрів.

Формула Вільсона

Введемо наступні позначення: A – витрати на розміщення і виконання замовлення; S – річна потреба в ресурсах; q – розмір одноразової поставки; r – процентна ставка на зберігання ресурсів (ставка дисконтування); p – ціна одиниці закуповуваних ресурсів, $C_{св}$ – сумарні витрати за певний період часу (для спрощення розрахунків, період часу зазвичай приймається рівним одному року); $C_р$ - витрати на розміщення замовлення; $C_х$ - витрати на зберігання ресурсів, $C_з$ – витрати на закупівлю ресурсів.

Загальні витрати на матеріал потік визначаються за такою відомою формулою:

$$C_{св} = C_р + C_х + C_з.$$

У розгорнутому вигляді формула буде наступною:

$$C_{св} = \frac{AS}{q} + \frac{rpq}{2} + Sp.$$

Для того щоб стверджувати про знаходження екстремальної точки, перша охідна функції повинна мати рішення, а точка, в якій перша похідна дорівнює улю, повинна бути стаціонарною. Формула має такий вигляд:

$$-\frac{AS}{q^2} + \frac{rp}{2} = 0$$

Відповідно точка екстремуму функції, мінімум витрат і оптимальний розір поставки будуть знаходитися в точці $q_{опт}$. Вирішуючи рівняння щодо q, держимо:

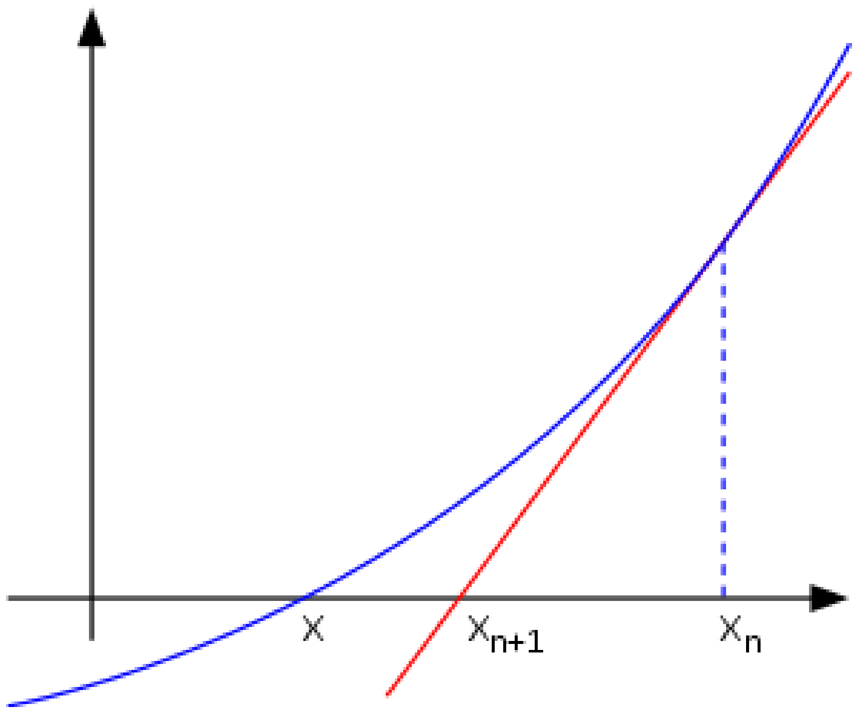
$$q_{опт} = \sqrt{\frac{2AS}{rp}}$$

Числові методи знайдення оптимального рішення статистичних моделей

Метод Ньютона

$$f'(x_n) = \operatorname{tg}\alpha = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{f(x_n) - 0}{x_n - x_{n+1}} = \frac{0 - f(x_n)}{x_{n+1} - x_n},$$

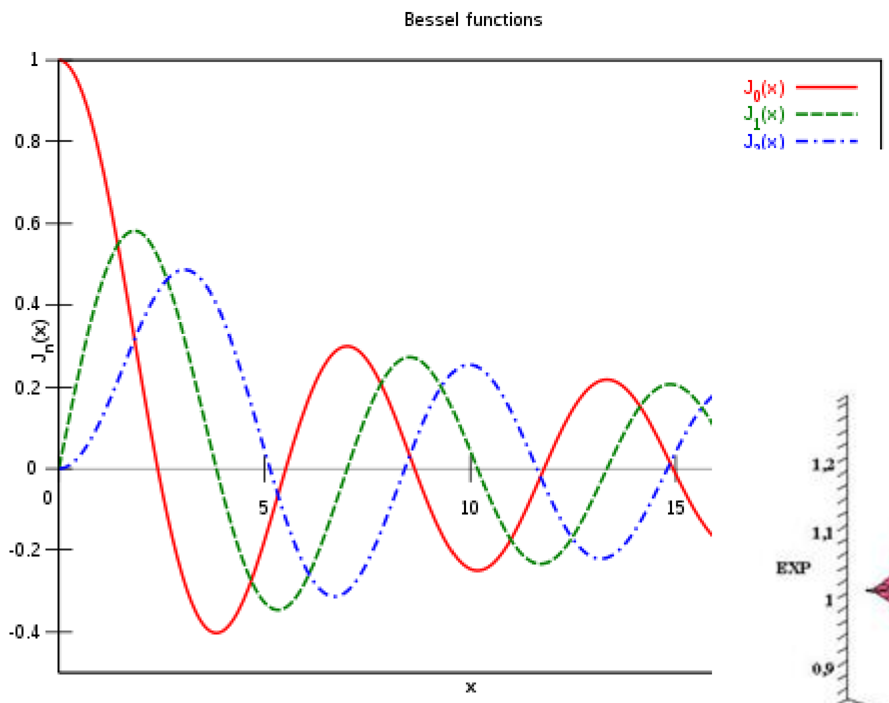
$$x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)}.$$

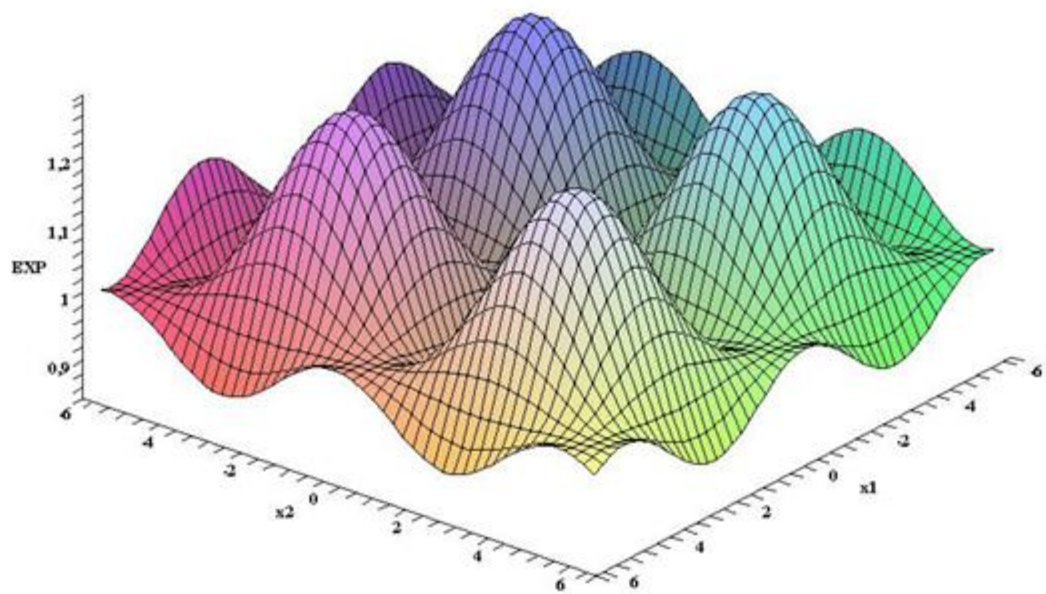


Геометрична інтерпретація метода Ньютона

Функції Бесселя в математиці — сімейство функцій, що є канонічними розв'язками диференціального рівняння Бесселя:

$$x^2 \frac{d^2 y}{dx^2} + x \frac{dy}{dx} + (x^2 - \alpha^2) y = 0,$$





Багатокритеріальні задачі

$$L^r(x) = \sum_{j=1}^{n} c_j^r \cdot x_j + c_0^r \to \max_x, \quad r = \overline{1;R},$$

$$D_x \begin{cases} \sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_j \geq -b_i, \Rightarrow \varepsilon_i = \sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_j + b_i, i = \overline{1;m}, \\ x_j \geq 0, \quad j = \overline{1;n}, \end{cases}$$

Формальне визначення π-оптимальності рішення *x*, записується як вимога про відсутність такого рішення $x \in Dx$, при якому б були виконані умови

$$L^r(x) \geq L^r(x'), \forall r,$$

і хоча б одне з них – строго (зі знаком >).

Зведення до задачі математичного програмування

$$\delta^{r} = L^{r}(x) - L^{r}(x') = \sum_{j=1}^{n} c_j^r x_j - \sum c_j x_j', \forall \delta^{r},$$

$$\Delta = \Delta(x) = \sum_{r=1}^{R} \delta^{r} \to \max_x, \quad x \in D_x, \forall x_j \ge 0.$$

Метод гарантованого результату

$$\varphi = \varphi(x) = \min_{1 \le r \le R} L^{r}(x) \to \max_x$$

Метод згортки часткових критеріїв

$$L(x)=\sum_{r=1}^{R}\mu_r L^r(x),$$

$$\frac{L^r(x)-L^r_{ОПТ}(x)}{L^r_{ОПТ}(x)}$$

$$L^r_{MAX}(x)=\frac{1}{L^r_{MIN}(x)+1}$$

$$L(x)=\frac{\sum_{r=1}^{R}\mu_r L^r_{MIN}(x)}{\sum_{r=1}^{R}\mu_r L^r_{MAX}(x)}\to MIN,$$

ТРАНСПОРТНА ЗАДАЧА

Матрична постановка транспортної задачі:

Хай є ряд пунктів споживання і підприємств-постачальників деякої продукції.

Дано:

Ai – ресурс *i*-го постачальника (запас продукції або план відвантаження з поточного виробництва).

Bj – потреби в тій же продукції в пунктах *j*.

Cij – відстань або вартості перевезення з *i* в *j*.

Вимагається знайти такі розміри поставок від кожного постачальника кожному споживачу *Xij* (змінні задачі), при яких загальна сума витрат або загальний пробіг будуть мінімальними.

Потреби / Запаси		Одержувачі				
		B_1	B_2	B_3	….	B_m
Склади	A_1	C_{11}	C_{12}	C_{13}	…	C_{1m}
	A_2	C_{21}	C_{22}	C_{23}	…	C_{2m}
	A_3	C_{31}	C_{32}	C_{33}	…	C_{3m}
	…					
	A_n	C_{n1}	C_{n2}	C_{n3}	…	C_{nm}

Транспортна задача

$\Sigma X_{ij} = B_i$, (j=1,2, … n – кількість постачальників), $\Sigma X_{ij} = A_i$, (i= 1,2, … m – кількість споживачів);

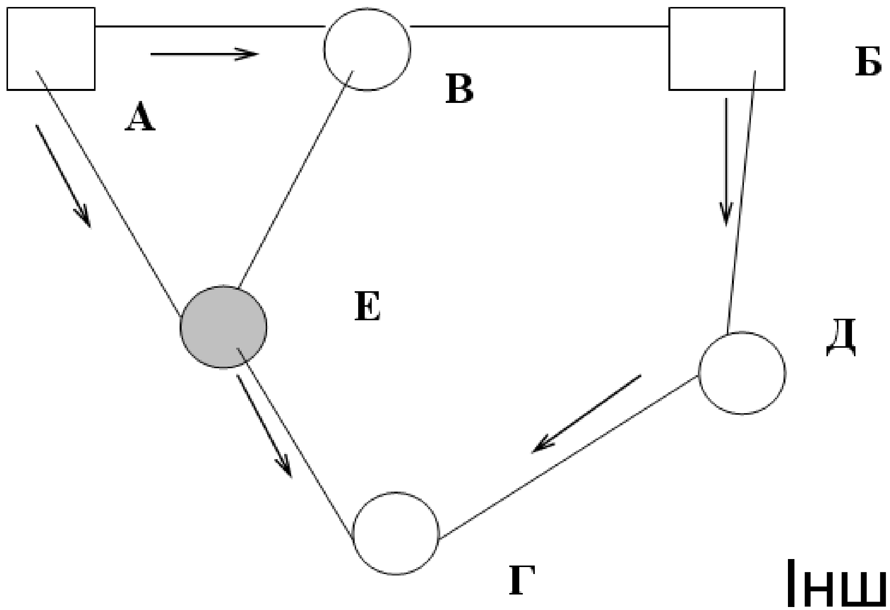
Типи транспортних задач

$\Sigma X_{ij} = \Sigma B_j$	$\Sigma X_{ij} > \Sigma B_j$	$\Sigma X_{ij} < \Sigma B_j$
Закрита задача	*Відкрита задача з перевищенням ресурсів*	*Відкрита задача з перевищенням потреб*
Застосування: *У поточному плануванні*	***Застосування:*** *Для оптимізації перспективного планування*	***Застосування:*** *Може бути складовою частиною складних оптимальних задач*

Критерій оптимізації матричної задачі

$$\Sigma\, \Sigma\, C^{ij}\, X_{ij} \rightarrow \min,$$

Мережна транспортна задача



$$\Sigma\, \Sigma\, C_{rs}\, X_{rs} \rightarrow \min$$

$$\Sigma\, X_{ks} - \Sigma\, X_{kr} = R_k;$$

$$X_{rs} < d_{rs}$$

Інші критерії оптимізації

Езав + *Епер* + *Еп* + (*Кпс* + *Сгр*),

Езав + *Епер* + *Енез* + *Еп* + (*Кпс* + *Кпост* + *Сгр*)

ОПТИМАЛЬНИЙ ПЕРЕРОЗПОДІЛ ВИРОБНИЧИХ ОБОВ’ЯЗКІВ СПІВРОБІТНИКІВ ОБСЛУГОВУЮЧОГО ПІДПРИЄМСТВА

Критерій мінімізації транспортних витрат

$$F(X)=\sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{N} C_{ij}\cdot X_{ij}\cdot D_i\cdot P_j \to \min .$$

Обмеження:

$$\sum_{i=1}^{N} X_{ij}\cdot 10 \le P_j\ ,\ i = 1..N,$$

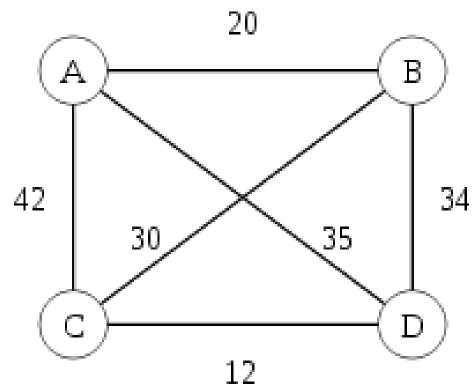
$$\sum_{j=1}^{N} X_{ij} = D_i\ ,\ j = 1..N,$$

$$X_{ij} = 0 \ \text{або}\ 1 .$$

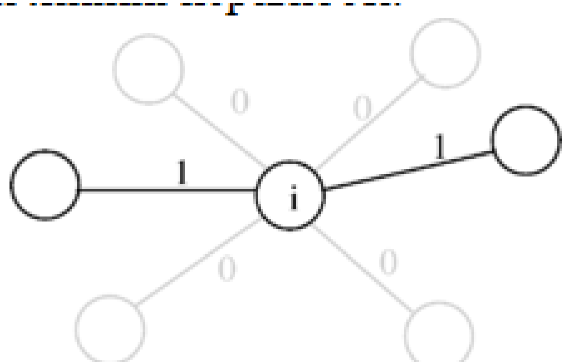
Проміжний план переміщення спеціалістів в середині робочого дня

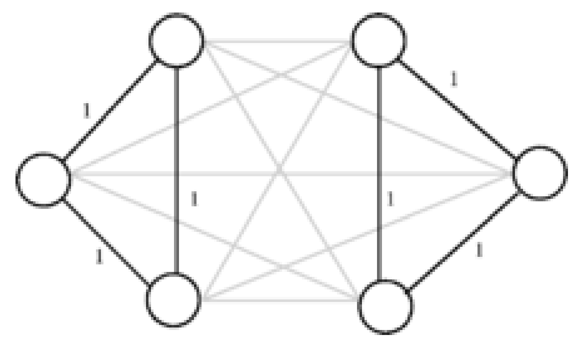
	Фір-ми	Підприємство, до якого пересуваємось										
		Л1	Л2	Л3	Л4	Л5	П1	П2	П3	П4	П5	П6
Підприємство, з якого стартуємо	П1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	П2	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0
	П3	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0
	П4	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0
	П5	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
	П6	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0
	П7	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0
	П8	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0
	П9	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0
	П10	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
	П11	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	П12	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	П13	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	П14	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Задача комівояжера



Симетрична TSP для чотирьох міст.

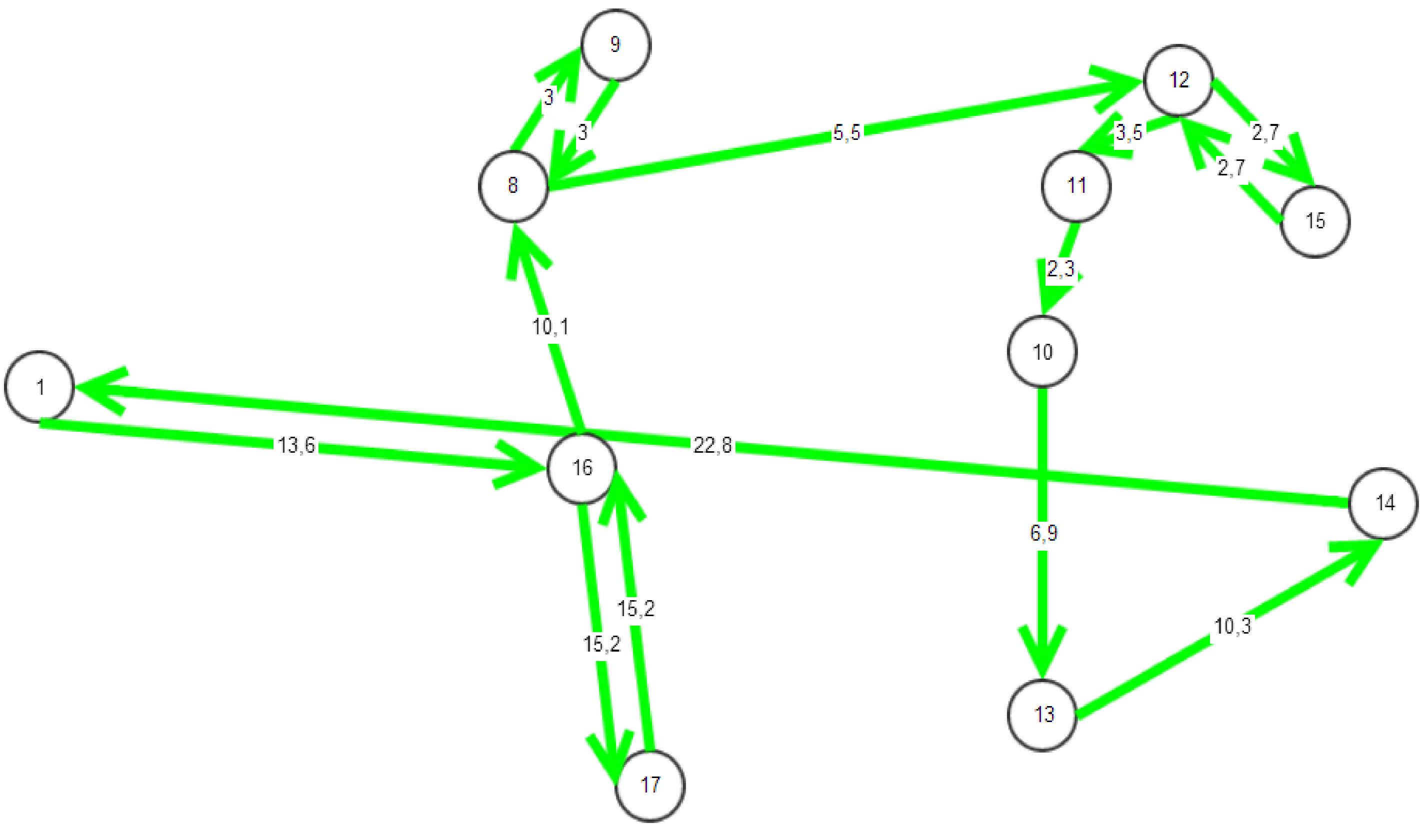




Умова кратності: кожна вершина повинна мати одне вхідне та одне вихідне ребро маршруту.

Цикли: змінні задовольняють умові кратності, але не визначають маршрут.

Оптимальний маршрут для другого куща споживачів
Загальна довжина якого складає 116,8 км



Динамічне програмування

Метод динамічного програмування спирається на умову відсутності післядії і умову адитивності цільової функції.

Умова відсутності післядії. Стан $\bar{x}_k$, в яке перейшла система за один к-й крок, залежить від стану $\bar{x}_{k-1}$ і вибраної УД $\bar{u}_k$ і не залежить від того, яким чином система прийшла в стан $\bar{x}_{k-1}$, $\bar{x}_k = \bar{f}_k(\bar{x}_{k-1}, \bar{u}_k)$.

Аналогічно, величина виграшу *Wk* залежить від стану $\bar{x}_{k-1}$ і вибраного УД $\bar{u}_k$ $W_k = W_k(\bar{x}_{k-1}, \bar{u}_k).$,

Умова адитивності цільової функції. Загальний виграш за *N* кроків обчислюється за формулою $S = \sum_{k=1}^{N} W_k(\bar{x}_{k-1}, \bar{u}_k)$.

Рік	Ефективність інвестиційного проекту на одну вкладену гривню				
	A	*B*	*C*	*D*	*E*
Перший	-1,00	0	-1,00	-1,00	0
Другий	+0,30	-1,00	+1,00	0	0
Третій	+1,00	+0,30	0	0	-1,00
Четвертий	0	+1,00	0	+1,75	+1,40

ТЕОРІЯ ІГОР

Антагоністична гра

Гравець 2 / Гравець 1	B_1	B_2	…….	B_n	α_i
A_1	a_{11}	a_{12}	…….	a_{1n}	α_1
A_2	a_{21}	a_{22}	…….	a_{2n}	α_2
……..	……..	….	…….	……..	……..
A_m	a_{m1}	a_{m2}	…….	a_{mn}	α_m
β_j	β_1	β_2	…….	β_n	

$$\max_i \min_j \alpha_{ij} = \min_j \max_i \alpha_i = v.$$

$$M(A, \overline{p}, \overline{q}) = \sum_{i=1}^{m} p_i \sum_{j=1}^{n} a_{ij} q_j$$

$$S_1 = \begin{pmatrix} A_1 & A_2, & \ldots, & A_m \\ p_1 & p_2, & \ldots, & p_m \end{pmatrix},$$

де $\sum_{i=1}^{m} p_i = 1,\ p_i \geq 0$

$$S_2 = \begin{pmatrix} B_1 & B_2, & \ldots, & B_n \\ q_1 & q_2, & \ldots, & q_n \end{pmatrix},$$

де $\sum_{j=1}^{n} q_j = 1,\ q_j \geq 0$;

Кооперативна (біматрична) гра

$$A=\begin{pmatrix} a_{11}\ a_{12}\cdots a_{1j}\cdots a_{1n}\\ \cdot\ \ \cdot\ \ \cdot\ \ \cdot\ \ \cdot\ \ \cdot\\ a_{i1}\ a_{i2}\cdots\ a_{ij}\cdots a_{in}\\ \cdot\ \ \cdot\ \ \cdot\ \ \cdot\ \ \cdot\ \ \cdot\\ a_{m1}\ a_{m2}\cdots a_{mj}\cdots a_{mn}\end{pmatrix};\ B=\begin{pmatrix} b_{11}\ b_{12}\cdots b_{1j}\cdots b_{1n}\\ \cdot\ \ \cdot\ \ \cdot\ \ \cdot\ \ \cdot\ \ \cdot\\ b_{i1}\ b_{i2}\cdots\ b_{ij}\cdots b_{in}\\ \cdot\ \ \cdot\ \ \cdot\ \ \cdot\ \ \cdot\ \ \cdot\\ b_{m1}\ b_{m2}\cdots b_{mj}\cdots b_{mn}\end{pmatrix}.\quad C=\begin{pmatrix} (a_{11},b_{11})\ (a_{12},b_{12})\cdots(a_{1j},b_{1j})\cdots(a_{1n},b_{1n})\\ \cdot\ \ \cdot\ \ \cdot\ \ \cdot\ \ \cdot\ \ \cdot\\ (a_{i1},b_{i1})\ (a_{i2},b_{i2})\cdots(a_{ij},b_{ij})\cdots(a_{in},b_{in})\\ \cdot\ \ \cdot\ \ \cdot\ \ \cdot\ \ \cdot\ \ \cdot\\ (a_{m1},b_{m1})\ (a_{m2},b_{m2})\cdots(a_{mj},b_{mj})\cdots(a_{mn},b_{mn})\end{pmatrix}$$

$$M_1^i \le M_1,\ i=\overline{1,m};\qquad M_2^j \le M_2,\ j=\overline{1,n},$$

$$\sum_{j=1}^{n} a_{ij} y_j \le \sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_i y_j,\ i=\overline{1,m};\quad \sum_{i=1}^{m} b_{ij} x_i \le \sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n} b_{ij} x_i y_j,\ j=\overline{1,n}.$$

$$\begin{cases} \sum\limits_{i=1}^{m} x_i = 1;\ x_i \ge 0,\ i=\overline{1,m};\\ \sum\limits_{j=1}^{n} y_j = 1;\ y_j \ge 0,\ j=\overline{1,n}.\end{cases}$$

Ігри з природою

Прийняття рішень при відомих ймовірностях стану природи

$$\alpha = \max_i \sum_{j=1}^{n} a_{ij} p_j$$

В деяких випадках імовірності настання певних станів природи подаються обумовлені, що точність визначення цих імовірностей менше 100%. Частіше, для кожного стану природи Π_j вказується своя точність розрахунку ймовірності його стану t_j, яка як і ймовірність змінюється в діапазоні від 0 до 1 (від 0% до 100%). У цьому випадку , вибір оптимальної стратегії активного гравця визначається із залученням матриці ризиків r_{ij}

$$\alpha = \max_i \left(\sum_{j=1}^{n} a_{ij} p_j t_j - \sum_{j=1}^{n} r_{ij} p_j (1 - t_j) \right),$$

Матриця R може бути побудована безпосередньо з умов задачі або на основі матриці виграшів A. Ризиком r_{ij} гравця при використанні ним стратегії A_i і при стані середовища Π_j будемо називати різницю між виграшем, який гравець отримав би, якби він знав, що станом середовища буде Πj, і виграшем, який гравець отримає, не маючи цієї інформації.

Ігри з природою

в умовах повної невизначеності

$$A = \begin{pmatrix} & \vline & \Pi_1 & \Pi_2 & \dots & \Pi_n \\ \hline A_1 & \vline & a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ A_2 & \vline & a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \vline & \dots & \dots & \dots & \dots \\ A_m & \vline & a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} \end{pmatrix}$$

$$R_{ij} = \max_i a_{ij} - a_{ij}$$

Критерії максимакса

$$M = \max_{1 \le i \le m} \max_{1 \le j \le n} a_{ij}.$$

Максимінний критерій Вальда

$$W = \max_{1 \le i \le m} \min_{1 \le j \le n} a_{ij}.$$

Критерій мінімаксного ризику Севіджа

$$S = \min_{1 \le i \le m} \max_{1 \le j \le n} r_{ij}$$

Критерій песимізму-оптимізму Гурвіца

$$H_A = \max_{1 \le i \le m} \{p \min_{1 \le j \le n} a_{ij} + (1-p) \max_{1 \le j \le n} a_{ij}\},$$

3.13. Поняття про теорію масового обслуговування

$$P_k(t) = \frac{(\lambda t)^k}{k!} e^{-\lambda t} \qquad P_0(t) = e^{-\lambda t} \qquad \rho = \lambda / \upsilon$$

При $1 \le k \le n$ $\qquad \rho_k = \frac{\rho^k}{k!} \rho_0;$

При $k \ge n$ $\qquad \rho_k = \frac{\rho^k}{n!\, n^{n-k}} \rho_0$

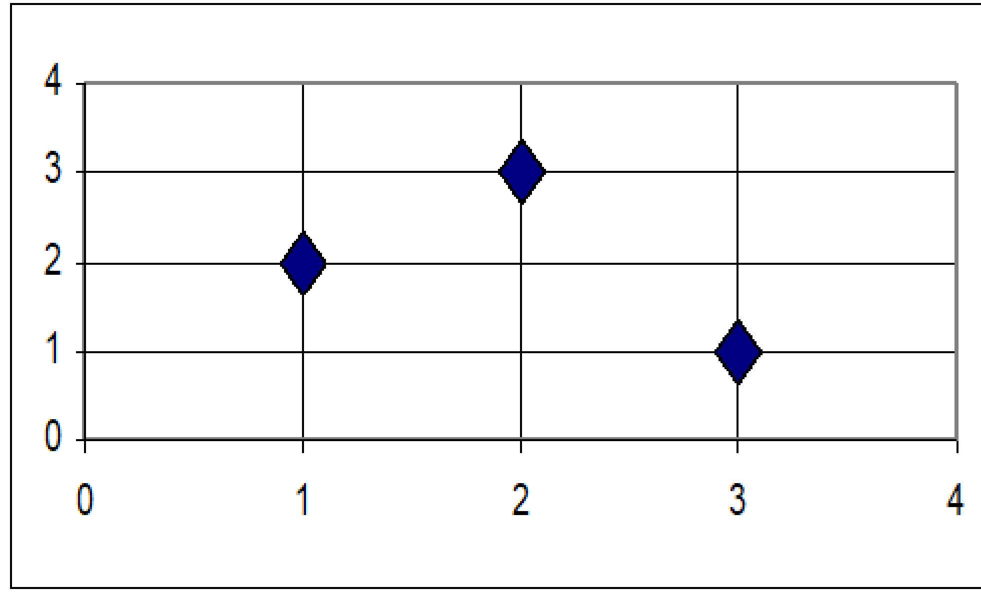
де $\rho_0 = \left[\sum_{k=0}^{n} \frac{\rho^k}{k!} + \frac{\rho^{n+1}}{n!(n-\rho)} \right]^{-1}$ $\qquad \rho < n$

$\rho_0 = 0$ $\qquad$ для $\rho \ge n$

Кластерний аналіз

Відстані між двома об'єктами

$$d_S(x_i;y_i)=\left(\sum_{i=1}^{Nf}\left|x_i-y_i\right|^p\right)^{\frac{1}{r}}$$



Представлення трьох об'єктів, як точок на площині

$$d_M(x_i;y_i)=\sqrt{\sum_{i=1}^{Nf}(\sqrt{x_i}-\sqrt{y_i})^2}$$

$$d_E(x_i;y_i)=\sqrt{\sum_{i=1}^{Nf}(x_i-y_i)^2}$$

$$d_{XEM}(x_i;y_i)=\sum_{i=1}^{Nf}(x_i-y_i)$$

$$d_{SUP}(x_i;y_i)=SUP\left|x_i-y_i\right|$$

$$d_L(x_i;y_i)=\sum_{i=1}^{Nf}\left|x_i-y_i\right|$$

Кластеризація повним перебором об'єктів

$$Z = \sum_{i=1}^{N_0}\sum_{j=1}^{N_0} q_{ij} d_{ij} \to \max$$

$$\sum_{i=1}^{N_0} q_{ij} \le N_0$$

$$\sum_{j=1}^{N_0} q_{ij} = 1$$

$$\sum_{i=1}^{N_0}\sum_{j=1}^{N_0} q_{ij} = N_0$$

	1	2	3	4	5
1	0	0,89	0,41	0,74	0,46
2	0,89	0	0,86	0,87	0,61
3	0,41	0,86	0	0,96	0,66
4	0,74	0,87	0,96	0	0,62
5	0,46	0,61	0,66	0,62	0

		Об'єкти					Сума по кластерам
		1	2	3	4	5	
Кластери	1	0	1	0	0	0	1
	2	1	0	0	0	0	1
	3	0	0	0	1	1	2
	4	0	0	1	0	0	1
	5	0	0	0	0	0	0
Сума по стовпцям		1	1	1	1	1	5

Моделі Марковіца-Тобіна

Оптимальний портфель Марковіца максимальної прибутковості і заданого, (прийнятного) ризику $\boldsymbol{r_p}$ можна представити у виді

$$\left.\begin{array}{l} \sum_i X_i M_i \to \max, \\ \sum_i \sum_j X_i X_j \operatorname{cov}_{ij} = r_p, \\ \sum x_i = 1, \\ X_i \geq 0. \end{array}\right\}$$

Модель оптимального портфеля Марковіца, яка забезпечує мінімальний ризик і задану прибутковість, має вид

$$\left.\begin{array}{l} \sum_i \sum_j X_i X_j \operatorname{cov}_{ij} \to \min \\ \sum_i X_i M_i = m_p \\ \sum_i X_i = 1 \\ X_i \geq 0 \end{array}\right\}$$

Тобін поставив оптимальну задачу формування портфеля цінних паперів з урахуванням моделі Марковіца. Але до неї було додано поняття без ризикових цінних паперів, тобто таких, доходність який з часом не змінюється. Для них було введено такі позначення: d_0 – доходність без ризикового цінного паперу, X_0 – частка без ризикового цінного паперу у портфелі. Тоді, портфелі, аналогічні портфелям Марковіца мають вид

$$\left.\begin{array}{l} \sum_i \sum_j X_i X_j \operatorname{cov}_{ij} \to \min \\ X_0 d_0 + \sum_i X_i M_i = m_p \\ \sum_i X_i = 1 \\ X_i \geq 0 \end{array}\right\}$$

$$\left.\begin{array}{l} X_0 d_0 + \sum_i X_i M_i \to \max, \\ \sum_i \sum_j X_i X_j \operatorname{cov}_{ij} = r_p, \\ \sum x_i = 1, \\ X_i \geq 0. \end{array}\right\}$$