

© Д.Л. Колосов<sup>1</sup>, О.І. Білоус<sup>2</sup>, Г.І. Танцура<sup>2</sup>,  
С.В. Онищенко<sup>1</sup>, А.О. Шустова<sup>1</sup>, К.В. Антонова<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Національний технічний університет «Дніпровська політехніка», Дніпро, Україна

<sup>2</sup> Дніпровський державний технічний університет, Кам'янське, Україна

## РОЗРИВ СУЦІЛЬНОСТІ ВОЛОКНА ОРТОТРОПНОЇ ВАНТИ ПРЯМОКУТНОГО ПЕРЕРІЗУ

© D. Kolosov<sup>1</sup>, O. Bilous<sup>2</sup>, H. Tantsura<sup>2</sup>,  
S. Onyshchenko<sup>1</sup>, A. Shustova<sup>1</sup>, K. Antonova<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Dnipro University of Technology, Dnipro, Ukraine

<sup>2</sup> Dniprovsk State Technical University, Kamianske, Ukraine

## CONTINUITY BREAKAGE OF CABLE IN ORTHOTROPIC STAY ROPE OF RECTANGULAR CROSS-SECTION

**Мета.** Побудова алгоритму визначення напружено-деформованого стану багатошарового вантового каната прямокутного перерізу з ушкодженим армувальним волокном.

**Методика.** Аналітичний розв'язок моделі взаємодії паралельних волокон з'єднаних еластичним матеріалом каната прямокутного перерізу у випадку розриву неперервності елемента армування методами механіки шаруватих композитних матеріалів з м'якими та жорсткими шарами.

**Результати.** Побудовано аналітичний алгоритм визначення напружено-деформованого стану композитного вантового каната прямокутного перерізу з ушкодженим волокном армування. Розроблено аналітичний в замкненій формі метод визначення напружено-деформованого стану ванти з комплексним урахуванням конструкції, механічних властивостей складових, схеми розташування волокон армування в перерізі, за наявності ушкодженого волокна. Встановлено, що нерівномірність навантажень волокон практично не залежить від співвідношення кількості волокон та шарів у ванті та загальної їх кількості та співвідношення кроків укладання волокон в шарах та кроку шарів у разі ушкодження волокна в перерізі ванти.

**Наукова новизна.** Встановлено, що нерівномірність навантажень волокон не залежить від співвідношення кількості волокон та шарів у ванті.

**Практична значущість.** Розроблений алгоритм дозволяє визначати частку втрати тягової спроможності каната прямокутного перерізу внаслідок розриву елемента армування. Відома величина втраченої міцності дозволяє встановити прийнятні умови використання каната прямокутного перерізу.

Надання ванті форми з меншим опором повітряному тиску доцільно здійснювати зменшенням кількості шарів у порівнянні з кількістю волокон у шарах. Ушкодження кутового елемента армування ванти більш небезпечне, воно призводить до зростання майже на 30 % навантаження найбільш навантаженого волокна, тоді як вказаний параметр є меншим за 20 % у разі розриву центрального волокна.

**Ключові слова:** багатошаровий вантовий канат, напружено-деформований стан, розрив троса, переріз приєднання до споруди, ортотропна ванта, прямокутний переріз

**Вступ.** В сучасному будівництві використовується безліч сталобетонних елементів споруд. До їх складу, в окремих випадках, входять ванти. Вітрові навантаження пропорційні площі опору ванти. Зменшити площу опору без зменшення тягової здатності (площі перерізу) можна шляхом надання перерізу ванти прямокутної форми. Можливе і надання форми прямокутного перерізу застосуванням рівного кроку розташування волокон армування в шарах та шарів у композиті. Недоліком такого рішення є зростання маси ванти за рахунок збільшення частки еластичного матеріалу в ньому.

В процесі використання виробу втрачають початкові споживчі властивості. Можливе руйнування і елементів армування ванти. Руйнування впливає на тягову здатність ванти, відповідно, і на надійність мосту. Визначення характеру впливу надання ванті прямокутного перерізу на втрату її тягової спроможності за руйнування елемента її армування – актуальна задача забезпечення надійності вантового мосту.

**Стан питання та постановка задачі дослідження.** Композитний вантовий канат можна виготовити як багатошаровий, наприклад, як багатошаровий гумотросовий композит. В якості його матриці доцільно використовувати стійкі до впливу довкілля матеріали, наприклад, поліуретан. Механізм впливу розривів неперервності волокон (тросів) на міцність каната досліджено в монографії [1], а стрічки конвеєра у [2]. В дисертації [3] встановлено закономірності руйнування композитних оболонок, а в [4] – одношарової за критеріями руйнування. Висновок стосовно суттєвого впливу напружень зсуву в матеріалі матриці на її відшарування від волокон зроблено в публікаціях [5, 6]. Напружено-деформований стан (НДС) конвеєрної стрічки з розривами елементів досліджено в статті [7], у вантовому канаті у [8], стикових з'єднань конвеєрних стрічок в [9], у [10] врахована нелінійність деформування матеріалу матриці в районі розриву елемента армування.

В розглянутих дослідженнях не було вивчено питання впливу взаємного розташування волокон армування на тягову здатність ванти з ушкодженням дискретним елементом армування та неквадратною схемою розташування волокон армування, тоді як така схема, у разі кількості шарів меншій за кількість волокон в шарах, менше навантажена тиском вітру та має більшу жорсткість на згин ніж ванта за квадратною схемою розташування волокон.

**Основний зміст роботи.** За методикою [10], для вантового каната, з урахуванням характеру укладання волокон, з умови рівноваги волокон композиту отримано рішення в переміщеннях волокон вздовж ванти. Нумерувати волокна в шарах та шарів у ванті будемо в межах, відповідно, від нуля до  $M$  та  $N$ .

$$u_{i,j} = \left( \begin{array}{l} \sum_{m=1}^{M-1} \sum_{n=1}^{N-1} \left[ \left( A_{m,n} e^{\beta_{m,n} z} + B_{m,n} e^{-\beta_{m,n} z} \right) \times \right. \\ \left. \times \cos(\mu_m (i-0,5)) \cos(\chi_n (j-0,5)) \right] + \\ + \sum_{m=1}^{M-1} \left( A_{m_m} e^{\beta_{m_m} z} + B_{m_m} e^{-\beta_{m_m} z} \right) \cos(\mu_m (i-0,5)) + \\ + \sum_{n=1}^{N-1} \left( A_{n_n} e^{\beta_{n_n} z} + B_{n_n} e^{-\beta_{n_n} z} \right) \cos(\chi_n (j-0,5)) \end{array} \right) + \frac{P z}{E F} + \delta, \quad (1)$$

де  $M$  – кількість волокон в шарі;  $N$  – кількість шарів у ванті;  $\delta$  – переміщення ванти як абсолютно жорсткого тіла;  $A_{m,n}$ ,  $B_{m,n}$ ,  $A_{m_m}$ ,  $B_{m_m}$ ,  $A_{n_n}$ ,  $B_{n_n}$  – масиви значень коефіцієнтів;  $z$  – вісь, яка визначає напрям розташування ванти;  $P$  – зовнішнє навантаження віднесене до загальної кількості волокон армування ванти;  $E$  – зведений модуль пружності волокна армування;  $F$  – площа перерізу елемента армування;  $\mu_m = \frac{\pi m}{M}$ ,  $\chi_n = \frac{\pi n}{N}$ ;  $i, j$  – поточний номер волокна армування та шару його розташування;  $\beta_{m,n}$ ,  $\beta_{m_m}$ ,  $\beta_{n_n}$  – характеристичні показники.

Характеристичні показники визначені з розв'язання однорідних рівнянь рівноваги волокон в композиті

$$\beta_{m,n} = \sqrt{\frac{2G}{E F} \left( \frac{k_{G_a} a}{b-d} (1 - \cos(\mu_m)) + \frac{k_{G_b} b}{a-d} (1 - \cos(\chi_n)) + 2(1 - \cos(\mu_m) \cos(\chi_n)) \right)};$$

$$\beta_{m_m} = \sqrt{\frac{2G}{E F} \left( \frac{k_{G_a} a}{b-d} (1 - \cos(\mu_m)) + 2(1 - \cos(\mu_m)) \right)}; \quad \beta_{n_n} = \sqrt{\frac{2G}{E F} \left( \frac{k_{G_b} b}{a-d} (1 - \cos(\chi_n)) + 2(\cos(\chi_n) - 1) \right)},$$

де  $a, b$  – кроки розташування волокон в шарах та шарів у ванті;  $d$  – діаметр волокна;  $G$  – модуль зсуву матеріалу матриці;  $k_{G_a} = \frac{a(b-d)}{2 \left[ \int_0^{d/2} \left( \frac{b-d+}{\sqrt{\left(\frac{d}{2}\right)^2 - x^2}} \right) dx + \int_{d/2}^a b dx \right]}$

$$; k_{G_b} = \frac{b(a-d)}{2 \left( \int_0^{d/2} \left[ \frac{a-d+}{\sqrt{\left(\frac{d}{2}\right)^2 - y^2}} \right] dy + \int_{d/2}^a a dy \right)}.$$

З виразу (1) за законом Гука, розподіл сил між волокнами та максимальних значень дотичних напружень в прошарках матриці між ближніми частинами поверхонь суміжних волокон

$$p_{i,j} = E F \left( \begin{aligned} & \sum_{m=1}^{M-1} \sum_{n=1}^{N-1} \left[ \left( A_{m,n} e^{\beta_{m,n} z} - B_{m,n} e^{-\beta_{m,n} z} \right) \beta_{m,n} \times \right. \\ & \left. \times \cos(\mu_m (i-0,5)) \cos(\chi_n (j-0,5)) \right] + \\ & + \sum_{m=1}^{M-1} \left( A_{m_m} e^{\beta_{m_m} z} - B_{m_m} e^{-\beta_{m_m} z} \right) \beta_{m_m} \cos(\mu_m (i-0,5)) + \\ & + \sum_{n=1}^{N-1} \left( A_{n_n} e^{\beta_{n_n} z} - B_{n_n} e^{-\beta_{n_n} z} \right) \beta_{n_n} \cos(\chi_n (j-0,5)) \end{aligned} \right) + P, \quad (2)$$

$$\tau_{1,i,j} = \frac{2 GkG_a}{b-d} (u_{i,j} - u_{i,j+1}), \quad (3)$$

$$\tau_{2,i,j} = \frac{2 GkG_a}{b-d} (u_{i,j} - u_{i+1,j}). \quad (4)$$

Розглянемо ванту з ушкодженим елементом армування в перерізі її приєднання до споруди (в перерізі  $z = 0$ ). Нехай ушкоджено  $I$ -те волокно  $J$ -того шару. В перерізі приєднання ванти до споруди, в загальному випадку, переміщення волокон неможливі. Кінець ушкодженого троса не зафіксований, його переріз  $z = 0$  зсовується відносно перерізів зафіксованих волокон на невідому величину  $U_0$ . Особливості деформування та навантаження волокон армування ванти запишемо в наступній формі

$$\text{коли } z = 0 \quad u_{i,j} = U_0 \begin{cases} 0, & i \neq I \vee j \neq J, \\ 1, & i = I \wedge j = J, \end{cases} \quad (4)$$

$$p_{I,J} = 0. \quad (5)$$

Довжина ванти значна. Безмежне зростання координати  $z$  не призводить до безмежних зростань переміщень та внутрішніх сил, що виникають у волокнах ванти. Тому приймемо

$$A_{m,n} = A_{m_m} = A_{n_n} = 0. \quad (6)$$

Умова (4) відповідає  $\delta$ -функції Дірака. Запишемо її як суму ряду Фур'є. Врахуємо (6). Умову (4) задано рядом Фур'є. Отримаємо наступні співвідношення

$$B_{m,n} = \frac{4 U_0}{M N} \cos(\mu_m (I-0,5)) \cos(\chi_n (J-0,5)), \quad B_{m_m} = \frac{2 U_0}{M N} \cos(\mu_m (I-0,5)),$$

$$B_{n_n} = \frac{2 U_0}{M N} \cos(\chi_n (J-0,5)), \quad \delta = \frac{U_0}{M N},$$

$$U_0 = \frac{P M N}{2 E F} \left( \sum_{m=1}^{M-1} \sum_{n=1}^{N-1} 2B_{m,n} \beta_{m,n} \cos^2(\mu_m(I-0,5)) \cos^2(\chi_n(J-0,5)) + \sum_{m=1}^{M-1} B_{m_m} \beta_{m_m} \cos^2(\mu_m(I-0,5)) + \sum_{n=1}^{N-1} B_{n_n} \beta_{n_n} \cos^2(\chi_n(j-0,5)) \right)^{-1} \quad (7)$$

Отримані співвідношення та вирази (6) – (7) дозволяють за (1) – (3) визначити показники НДС вант значної довжини з ушкодженим волокном армування в перерізі її приєднання до споруди. За ними визначили НДС вант. Її навантаження прийняли таким, що забезпечувало середнє навантаження на кожне волокно рівне одиниці. Ванту розглядали армованою волокнами (тросами) діаметром 8,25 мм. Волокна з'єднані гумою. Одне волокно в перерізі приєднання вант вважали таким, що має розрив неперервності.

Розглянули надання вант з кількістю волокон в шарах рівною кількості шарів перерізу відмінного від квадрата шляхом укладання волокон в шарах з кроком ( $a = 1,2d$ ) відмінним від кроку розташування шарів ( $b = 1,4d$ ). Відзначимо, зменшення кроку взаємного розташування волокон менш ніж  $1,2d$  супроводжується суттєвим зростанням максимальних дотичних напружень. Виконано аналіз впливу розривів волокон на значення максимальних навантажень волокон, укладених з відмінним кроком їх розташування в шарах від укладання шарів, що не перевищує 1 %. Застосування відмінних від мінімально допустимих з умови міцності та технології виготовлення вант є недоцільним.

Виконали розрахунки для вант, навантаженої силою розтягу. Номінал значення останньої прийняли рівним кількості елементів армування вант. Сили навантаження елементів армування вант розглядали як коефіцієнти нерівномірності розподілу внутрішніх навантажень волокон ( $k$ ). Розглянули два випадки. Перший випадок – ушкоджене волокно рівновіддалене від країв перерізу вант. Другий – ушкоджене волокно є кутовим в перерізі вант. Результати розрахунків наведені на графіках розподілу коефіцієнта нерівномірності навантаження волокон  $k$  у ванті з пошкодженим тросом в перерізі її приєднання до елементів мосту. На рисунку 1 показано розподіл значень  $k$  в перерізі приєднання вант за кількості волокон в шарах, рівній кількості шарів. Переріз вант квадратний.

Наведені на рисунку 1 графіки дозволяють зробити висновок про несуттєву залежність коефіцієнтів нерівномірності навантажень волокон  $k$  від загальної їх кількості у ванті квадратного перерізу та про те, що розрив центрального волокна призводить до зростання внутрішніх сил навантаження суміжних волокон, розташованих на мінімальних відстанях.

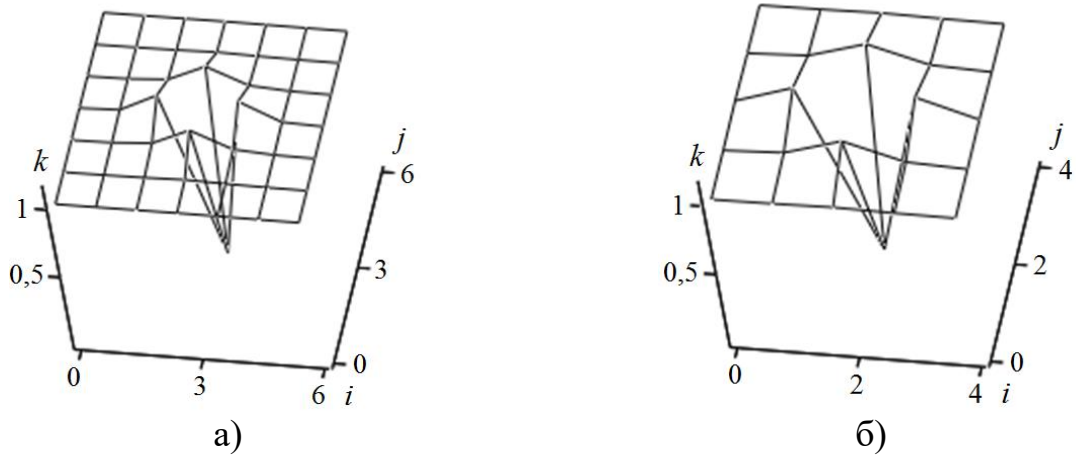


Рис. 1. Розподіл між волокнами  $i$  шарів  $j$  значень коефіцієнтів нерівномірності навантажень волокон  $k$  в перерізі ушкодження рівновіддаленого від країв перерізу ванти волокна та приєднання ванти за кількості тросів в шарах та шарів: а) сім та б) п'ять

На рисунку 2 показано розподіл значень  $k$  в перерізі приєднання ванти з кількістю волокон в шарах, більшій за кількість шарів в перерізі ванти.

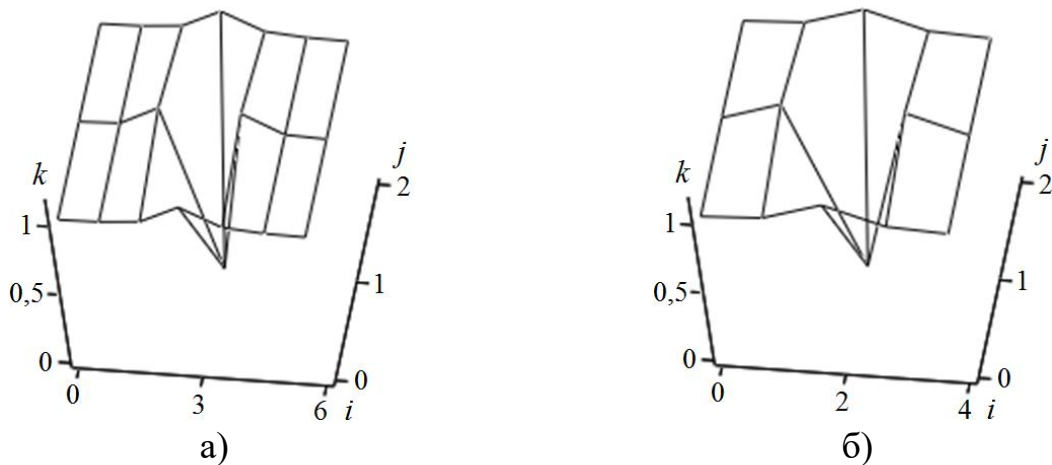


Рис. 2. Розподіл між волокнами  $i$  шарів  $j$  значень коефіцієнтів нерівномірності навантажень волокон  $k$  в перерізі приєднання ванти прямокутного перерізу

З графіків (рис. 2) можна зробити висновок про несуттєву залежність коефіцієнтів нерівномірності навантажень волокон  $k$  від співвідношення кількості волокон та шарів у ванті та загальної їх кількості у разі ушкодження волокна, рівновіддаленого від країв перерізу ванти.

Іншим випадком є випадок пошкодження кутового волокна. На рисунку 3 показано розподіл значень  $k$  в перерізі приєднання ванти з кількістю волокон в шарах, рівній кількості шарів. Переріз ванти квадратний, а ушкоджене – кутове волокно.

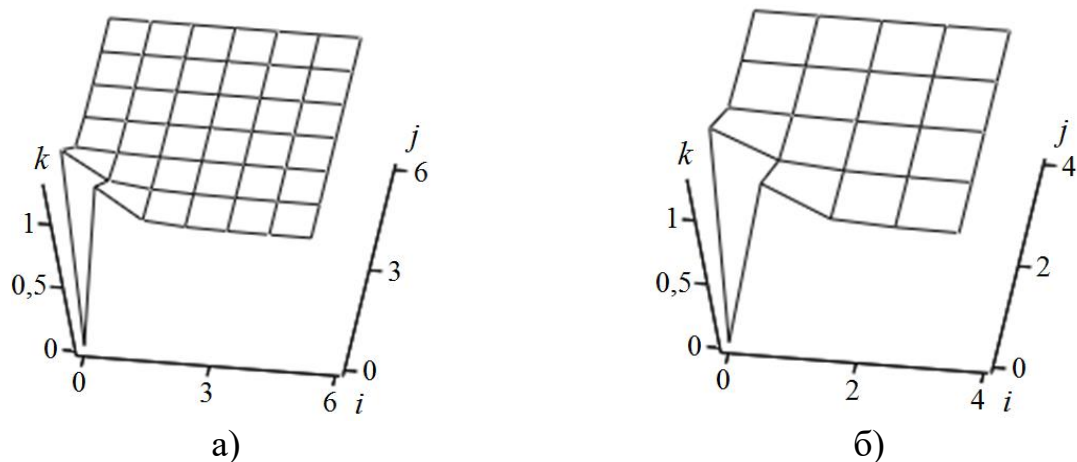


Рис. 3. Розподіл між волокнами  $i$  шарів  $j$  значень коефіцієнтів нерівномірності навантажень  $k$  в перерізі ушкодження кутового волокна та приєднання ванги за кількості тросів в шарах та шарів: а) сім та б) п'ять

Наведені на рисунку 3 графіки дозволяють зробити висновок про несуттєву залежність коефіцієнтів нерівномірності навантажень волокон  $k$  від загальної їх кількості у ванті прямокутного перерізу та про те, що розрив кутового волокна призводить до суттєвого зростання внутрішніх сил навантаження, практично, лише суміжних волокон.

На рисунку 4 наведено розподіл значень  $k$  в перерізі приєднання ванги з кількістю волокон в шарах більший за кількість шарів в перерізі ванги та з ушкодженим кутовим волокном.

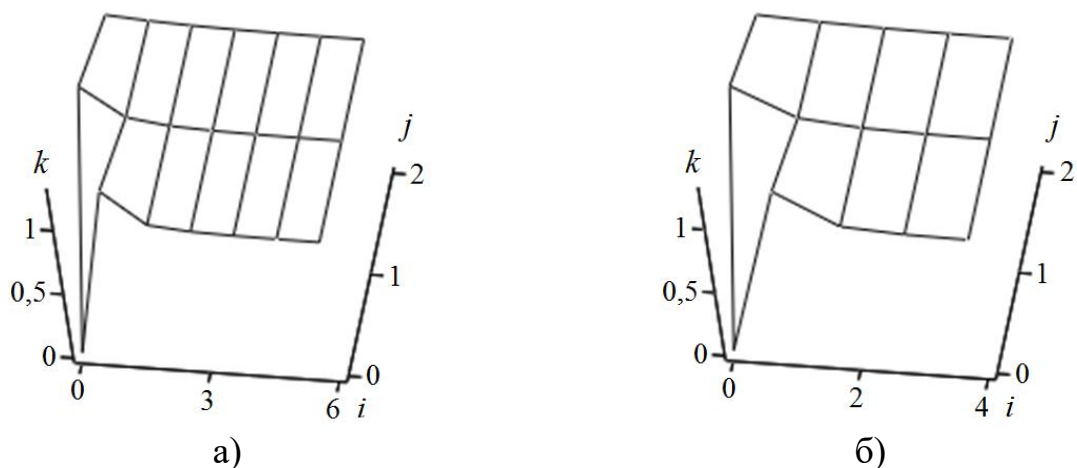


Рис. 4. Розподіл між волокнами з номерами  $i$  шарів з номерами  $j$  значень коефіцієнтів нерівномірності навантажень волокон  $k$  в перерізі приєднання ванги прямокутного перерізу з ушкодженим кутовим волокном

З рисунку 4 можна зробити висновок про несуттєву залежність коефіцієнтів нерівномірності навантажень волокон  $k$  від співвідношення кількості волокон та шарів у ванті та загальної їх кількості у разі ушкодження кутового волокна в перерізі ванги. Зростання коефіцієнту  $k$ , як і в попередньому випадку, не більше за 2%.

Виконаний аналіз впливу розташування ушкодженого волокна в перерізі ванти показав, що ушкодження кутового елемента армування вантового каната більш небезпечне, воно призводить, практично, до зростання на 30 % коефіцієнту  $k$ , тоді як його зростання у разі ушкодженого центрального волокна менше за 20 %.

Руйнування армувального волокна ванти можливо в будь-якому перерізі, включно, і в перерізі приєднання її до мосту. Умова міцності ванти, в такому разі, має розраховуватися з можливості ушкодження кутового волокна та має вигляд

$$p_{1,1} = E F \left( \begin{aligned} & \sum_{m=1}^{M-1} \sum_{n=1}^{N-1} (A_{m,n} - B_{m,n}) \beta_{m,n} \cos\left(\frac{\mu_m}{2}\right) \cos\left(\frac{\chi_n}{2}\right) + \\ & + \sum_{m=1}^{M-1} (A_{m_m} - B_{m_m}) \beta_{m_m} \cos\left(\frac{\mu_m}{2}\right) + \\ & + \sum_{n=1}^{N-1} (A_{n_n} - B_{n_n}) \beta_{n_n} \cos\left(\frac{\chi_n}{2}\right) \end{aligned} \right) + P \leq [P].$$

Вище розглянуто випадок порушення цілісності одного волокна. Розроблений метод визначення НДС ванти та лінійність задачі дозволяють шляхом пропорційного складання декількох станів визначати НДС ванти для інших умов. Наприклад, коли одне волокно має відоме проковзування  $U_0$  у вузлі приєднання до споруди. НДС ванти може визначатися як сума стану, що має вказане подовження та стану, що відповідає рівномірному навантаженню дійсною силою за мінусом сили, що забезпечила відоме переміщення волокна.

**Висновки.** Відомі дослідження не дозволяють визначати НДС ванти, як композитної волоконної конструкції, включно прямокутного перерізу, з ушкодженням армувального волокна.

Розроблено аналітичний в замкненій формі метод визначення НДС ванти з комплексним урахуванням конструкції, механічних властивостей складових, схеми розташування волокон армування в перерізі, за наявності ушкодженого волокна.

Встановлено, що нерівномірність навантажень волокон практично не залежить від співвідношення кількості волокон та шарів у ванті та загальної їх кількості та співвідношення кроків укладання волокон в шарах та кроку шарів у разі ушкодження волокна в перерізі ванти. Надання ванті форми з меншим опором повітряному тиску доцільно здійснювати зменшенням кількості шарів у порівнянні з кількістю волокон в шарах. Ушкодження кутового елемента армування ванти більш небезпечне, воно призводить до зростання майже на 30 % навантаження найбільш навантаженого волокна, тоді як вказаний параметр є меншим за 20 % у разі розриву центрального волокна.

#### Перелік посилань

1. Ропай, В.А. (2016). *Шахтні врівноважувальні канати: монографія*. Національний гірничий університет.



2. Volokhovskii, V.Yu., Radin, V.P., & Rudyak, M.B. (2010). Kotsentratsiya usilii v trosakh i nesushchaya sposobnost rezinotrosovikh konveiernikh lent s povrezhdeniyami. *Vestnik MEI*, 5, 5–12
3. Belmas, I., Kolosov, D. (2011). The stress-strain state of the stepped rubber-rope cable in bobbin of winding. *Technical and Geoinformational Systems in Mining*. Taylor & Francis Group, London, UK. 211–214
4. Бондар, Н.В. (2019). Дисертація на здобуття наукового ступеня кандидата технічних наук зі спеціальності 05.07.02–Проектування, виробництво та випробування літальних апаратів. Національний авіаційний університет МОН України.
5. Kwak, S.-B., & Choi, N.-S. (2009). Micro-damage formation of a rubber hose assembly for automotive hydraulic brakes under a durability test. *Engineering Failure Analysis*, 16(4), 1262–1269. <https://doi.org/10.1016/j.engfailanal.2008.08.009>
6. Cho, J. R., Yoon, Y. H., Seo, C. W., & Kim, Y. G. (2015). Fatigue life assessment of fabric braided composite rubber hose in complicated large deformation cyclic motion. *Finite Elements in Analysis and Design*, 100, 65–76. <https://doi.org/10.1016/j.finel.2015.03.002>
7. Belmas I., Kolosov D., Kolosov O., Onyshchenko S. (2018). Stress-strain state of a conveyor belt with cables of different rigidity and their breakages. *Fundamental and applied researches in practice of leading scientific schools*, 26(2). 231–239.
8. Бельмас, І., Білоус, О., Танцура, Г., Сай, О., & Гупало, Ю. (2022). Вплив пориву троса на напружений стан гумотросового вантового канату. *Комп'ютерно-інтегровані технології: освіта, наука, виробництво*, (48), 42–52. <https://doi.org/10.36910/6775-2524-0560-2022-48-07>
9. Танцура, Г.І. (2010). *Гнучкі тягові органи. Стикові з'єднання конвеєрних стрічок*. ДДТУ.
10. Бельмас, І.В., Колосов, Д.Л., Онищенко, С.В., Білоус, О.І., Танцура, Г.І., & Черниш, П.В. (2022). Напружено-деформований стан композитного каната з урахуванням впливу нелінійності його деформування та розриву елемента армування. *Збірник наукових праць Національного гірничого університету*, 70, 99–106. <https://doi.org/10.33271/crpnmu/70.099>

#### ABSTRACT

**Purpose.** Construction of an algorithm for determining a stress-strain state of a multi-layer stay rope of a rectangular cross-section with a broken reinforcing fiber.

**Methods.** Analytical solution of an interaction model of parallel fibers connected by elastic material of a stay rope of rectangular cross-section in the event of reinforcing element breakage using methods of mechanics of layered composite materials with soft and hard layers.

**Findings.** An analytical algorithm for determining a stress-strain state of a composite stay rope of rectangular cross-section with a damaged reinforcing fiber is constructed. An analytical method for determining a stress-strain state of a rope with a comprehensive consideration of structure, mechanical properties of components, layout of reinforcing fibers in a cross-section, in a presence of a broken fiber, is developed in a closed form. It is established that load unevenness on fibers is practically independent of the ratio of an amount of fibers and layers in a rope and their total amount, and the ratio of fiber placement spacing in layers and spacing of layers in case of fiber breakage in a stay rope cross-section.

**Scientific novelty.** It is established that load unevenness on fiber does not depend on a ratio of an amount of fibers and amount of layers in a stay rope.

**Practical significance.** The developed algorithm makes it possible to determine the share of tractive capacity loss of a stay rope of rectangular cross-section due to breakage of a reinforcing element. The known value of lost strength makes it possible to establish acceptable conditions for use of a rope of rectangular cross-section.

It is advisable to give a rope a shape with less resistance to air pressure by reducing the amount of layers compared to the amount of fibers in layers. Damage to a corner element of cable reinforcement is more dangerous, it leads to a load increase of almost 30 % in the most loaded fiber, while the specified parameter is less than 20 % in case of a breakage of the central fiber.

**Keywords:** *multi-layer stay rope, stress-strain state, cable breakage, cross-section of connection to structure, orthotropic stay rope, rectangular cross-section.*