

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ  
ДЕРЖАВНИЙ ВИЩИЙ НАВЧАЛЬНИЙ ЗАКЛАД  
«НАЦІОНАЛЬНИЙ ГІРНИЧИЙ УНІВЕРСИТЕТ»

С.А. Ус

**ПРИЙНЯТТЯ РІШЕНЬ В УМОВАХ РИЗИКУ**  
**Методичні рекомендації**  
**до виконання лабораторних робіт з дисципліни**  
**“Теорія прийняття рішень”**  
**студентами напряму підготовки**  
**6.040303 Системний аналіз**

Дніпропетровськ  
2014



МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ  
ДЕРЖАВНИЙ ВИЩИЙ НАВЧАЛЬНИЙ ЗАКЛАД  
«НАЦІОНАЛЬНИЙ ГІРНИЧИЙ УНІВЕРСИТЕТ»



ФАКУЛЬТЕТ ІНФОРМАЦІЙНИХ ТЕХНОЛОГІЙ  
Кафедра системного аналізу й управління

С. А. Ус

**ПРИЙНЯТТЯ РІШЕНЬ В УМОВАХ РИЗИКУ**

**Методичні рекомендації  
до виконання лабораторних робіт з дисципліни  
“Теорія прийняття рішень”  
студентами напряму підготовки  
6.040303 Системний аналіз**

Дніпропетровськ  
НГУ  
2014

**Ус С.А.**

Прийняття рішень в умовах ризику. Методичні рекомендації до виконання лабораторних робіт з дисципліни «Теорія прийняття рішень» студентами напряму підготовки 6.040303 Системний аналіз / С.А. Ус; М-во освіти і науки України, Нац. гірн. ун-т. – Д. : НГУ, 2014. – 35 с.

Автор:

С.А. Ус, канд. фіз.-мат. наук, доц.

Затверджено методичною комісією напряму підготовки 6.040303 Системний аналіз (протокол № 7 від 26.12.13) за поданням кафедри системного аналізу й управління (протокол № 7 від 26.12.13).

Методичні рекомендації мають на меті допомогти студентам у виконанні лабораторних робіт і в підготовці до модульного контролю за результатами вивчення нормативної дисципліни «Теорія прийняття рішень».

Розглянуто основні теоретичні відомості, необхідні для дослідження ситуацій прийняття рішень. Подано рекомендації до розв'язування типових розрахункових задач.

Сформульовано вимоги до оформлення звіту про лабораторну роботу, питання для самоконтролю й критерії оцінювання лабораторних робіт. Рекомендації орієнтовано на активізацію виконавчого етапу навчальної діяльності студентів.

Відповідальний за випуск завідувач кафедри системного аналізу й управління, д-р техн. наук, проф. В.В. Слесарєв.

## ЗМІСТ

Вступ.....	4
Лабораторна робота № 1 .....	5
Теоретичні відомості .....	5
Приклад розв'язування задачі.....	11
Контрольні питання .....	17
Варіанти індивідуальних завдань .....	17
Лабораторна робота № 2 .....	20
Теоретичні відомості .....	20
Приклад розв'язування задачі.....	27
Контрольні питання .....	32
Варіанти індивідуальних завдань .....	32
Список літератури .....	34

## Вступ

*Теорія прийняття рішень є одним з найважливіших розділів системного аналізу, який вміщує сукупність методів, заснованих на використанні комп'ютерних інформаційних технологій і орієнтований на дослідження складних систем – технічних, економічних, соціальних, екологічних, програмних тощо. Результатом таких досліджень, як правило, є вибір певної альтернативи: варіанта плану розвитку фірми або корпорації, параметрів конструкції, стратегії управління проектом.*

*Прийняття рішень – це творче, відповідальне управлінське завдання. Його успішна реалізація полягає в тому, щоб відповідно до обставин визначити алгоритм подальших дій у конкретній сфері управління (виробництва товару чи надання послуг), окреслити функції структурних підрозділів у системі діяльності, порядок їх взаємодії та матеріального й інформаційного забезпечення. При цьому рішення часто доводиться приймати беручи до уваги неповноту інформації, зокрема, коли зовнішні обставини або поведінку середовища відомо із певною вірогідністю, тобто в умовах ризику.*

Дисципліну «Теорія прийняття рішень» вивчають студенти напряму підготовки 6.040303 «Системний аналіз» на четвертому курсі. Мета методичних рекомендацій – забезпечити ефективність самостійної роботи студентів під час виконання лабораторних робіт і підготовки до модульного контролю.

Це видання включає необхідний теоретичний матеріал, опис послідовності й методики виконання двох лабораторних робіт в межах теми «Прийняття рішень в умовах ризику» курсу «Теорія прийняття рішень». У ньому наведено приклади виконання завдань згідно з тематикою кожної лабораторної роботи, контрольні питання, зміст звіту й варіанти індивідуальних завдань.

Необхідні в лабораторних роботах розрахунки виконуються засобами програми Microsoft Excel або за допомогою програм, що самостійно написані студентом у середовищі Matlab 6.1.

При оцінюванні лабораторної роботи враховується самостійність і своєчасність її виконання студентом, рівень оволодіння теоретичним і практичним матеріалом, правильність розрахунків та своєчасне оформлення й подання звіту.

## ЛАБОРАТОРНА РОБОТА № 1

**Тема роботи:** прийняття рішень в умовах ризику.

**Мета роботи:** вивчення критеріїв прийняття рішень в умовах ризику.

Порядок виконання роботи

1. Опрацювати необхідний теоретичний матеріал.
2. Сформулювати задачу, яка моделюється на основі першої інформаційної ситуації ( $I_1$ ). При цьому необхідно визначити:
  - множину станів середовища;
  - множину можливих рішень органу управління;
  - функціонал, який оцінює якість рішення у певній ситуації;
  - апріорний розподіл імовірності на множині станів середовища.
3. Знайти раціональне рішення, використовуючи критерії, відповідні інформаційній ситуації  $I_1$ .
4. Порівняти результати, отримані за допомогою різних критеріїв. Результати оформити у вигляді такої таблиці:

Назва критерію	Оптимальне рішення	Пояснення до результату

4. Оформити звіт про виконання роботи, який повинен містити такі елементи:
  - постановку індивідуального завдання;
  - розрахунки за всіма критеріями;
  - результати прийняття рішень (за кожним із критеріїв);
  - аналіз результатів.

### Теоретичні відомості

Досліджуючи статичні моделі прийняття рішень, будемо виходити із схеми, у якій передбачено такі припущення:

- 1) орган управління має в наявності множину взаємовиключних рішень:  $\Phi = \{\varphi_1, \varphi_2, \dots, \varphi_m\}$ , одне з яких необхідно вибрати;
- 2) середовище  $S$  описується множиною взаємовиключних станів:  $\Theta = \{\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_n\}$ , і може перебувати в одному з них, однак у якому саме стані воно перебуває (або буде перебувати), органу управління невідомо;

3) визначено оцінний функціонал:  $F = \{f_{j,k}\}$ , який характеризує «виграш» або «програш» органу управління при виборі ним рішення  $\varphi_k \in \Phi$ , якщо середовище буде перебувати (або перебуває) в стані  $\theta_j \in \Theta$ .

Виходячи з цих припущень, процес прийняття рішень в умовах невизначеності може бути описаний такою схемою:

1. Формування множини можливих рішень органу управління:  $\Phi = \{\varphi_1, \varphi_2, \dots, \varphi_m\}$ , і множини станів середовища:  $\Theta = \{\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_n\}$ ;

2. Визначення та задання основних показників ефективності й корисності, які входять у розрахунок оцінного функціонала:  $F = \{f_{j,k}\}$ ;

3. Визначення органом управління інформаційної ситуації, яка описує стратегію поведінки середовища  $S$ ;

4. Вибір критерію прийняття рішень із множини критеріїв, які характеризують визначену органом управління інформаційну ситуацію;

5. Прийняття оптимального, за вибраним критерієм, рішення або його корекція.

Уведемо необхідні визначення.

Під *ситуацією прийняття рішень* будемо розуміти трійку  $\{\Phi, \Theta, F\}$ , у якій  $\Phi = \{\varphi_1, \varphi_2, \dots, \varphi_m\}$  – множина можливих рішень органу управління;  $\Theta = \{\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_n\}$  – множина можливих станів середовища;  $F = \{f_{j,k}\}$  – оцінний функціонал, де  $f_{j,k} = f(\theta_j, \varphi_k)$ .

У розгорнутій формі ситуація прийняття рішень характеризується такою матрицею:

	$\varphi_1$	$\varphi_2$	$\dots$	$\varphi_k$	$\dots$	$\varphi_m$
$\theta_1$	$f_{11}$	$f_{12}$	$\dots$	$f_{1k}$	$\dots$	$f_{1m}$
$\theta_2$	$f_{21}$	$f_{22}$	$\dots$	$f_{2k}$	$\dots$	$f_{2m}$
$\dots$	$\dots$	$\dots$	$\dots$	$\dots$	$\dots$	$\dots$
$\theta_j$	$f_{j1}$	$f_{j2}$	$\dots$	$f_{jk}$	$\dots$	$f_{jm}$
$\dots$	$\dots$	$\dots$	$\dots$	$\dots$	$\dots$	$\dots$
$\theta_n$	$f_{n1}$	$f_{n2}$	$\dots$	$f_{nk}$	$\dots$	$f_{nm}$

З категорією оцінного функціонала тісно пов'язані такі поняття як ефективність, корисність, втрати, ризик і под. При цьому вибір тієї чи іншої форми функціонала залежить від конкретних задач управління. Зазвичай використовують дві його форми: ті, що визначають корисність, або ті, що визначають втрати.

Якщо орган управління, приймаючи рішення, виходить із необхідності досягнення максимуму оцінного функціонала (тобто він визначає ефективність, корисність, прибуток), то говорять, що він має *додатний інгредієнт*. У цьому випадку оцінний функціонал позначають у такий спосіб:  $F = F^+ = \{f_{j,k}^+\}$ .



Коли орган управління виходить із потреби досягнення мінімуму оцінного функціонала (тобто він відображає втрати, ризик), то це означає, що він має від'ємний інгредієнт, тоді записують, що  $F = F^- = \{f_{j,k}^-\}$ .

*Інформаційною ситуацією* прийняття рішень будемо називати ступінь градації невизначеності у виборі середовищем своїх станів із заданої множини  $\Theta$  в момент прийняття рішення органом управління.

*Критерієм прийняття рішень* будемо називати алгоритм, визначений для кожної ситуації прийняття рішень та інформаційної ситуації  $I$ , який дозволяє обрати єдине оптимальне рішення  $\varphi_0$  з множини  $\Phi$  або встановити множину таких рішень, які називають *еквівалентними* за даним критерієм.

У кожній інформаційній ситуації  $I$  можливе застосування кількох критеріїв. Вибір конкретного з них виконує орган прийняття рішень.

Перша інформаційна ситуація  $I_1$  характеризується заданим розподілом апіорних імовірностей на елементах множини  $\Theta$ , а саме:  $p = (p_1, p_2 \dots p_n)$ , тут

$$p_j = p(\theta = \theta_j), \sum_{j=1}^n p_j = 1. \text{ Опишемо критерії прийняття рішень у ситуації } I_1.$$

1. *Критерій Байєса* (середнього значення). Сенс цього критерію полягає в максимізації математичного сподівання оцінного функціонала.

Згідно з критерієм Байєса, оптимальними рішеннями  $\varphi_{k_0} \in \Phi$  (або множиною таких рішень) вважають такі, для яких математичне сподівання оцінного функціонала набуває найбільшого (або найменшого) можливого значення, а саме:

$$\varphi_{k_0} : B^+(\varphi_{k_0}, p) = \max_{\varphi_k \in \Phi} \mathbf{B}^+(\varphi_k, p), \quad k = 1, m, \quad B^+(\varphi_k, p) = \sum_{i=1}^n p_i f_{ik}^+ \quad (1.1)$$

для функціонала із додатним інгредієнтом;

$$\varphi_{k_0} : B^-(\varphi_{k_0}, p) = \min_{\varphi_k \in \Phi} \mathbf{B}^-(\varphi_k, p), \quad k = 1, m, \quad B^-(\varphi_k, p) = \sum_{i=1}^n p_i f_{ik}^- \quad (1.2)$$

для функціонала із від'ємним інгредієнтом.

Критерій Байєса є найбільш використовуваним в інформаційній ситуації  $I_1$ . Його доцільно застосовувати тоді, коли ситуація повторюється багато разів, оскільки за таких умов максимізується середнє значення корисності (або мінімізується середній ризик).

2. *Критерій мінімуму дисперсії оцінного функціонала*. Для кожного рішення  $\varphi_k \in \overline{\Phi}$  знайдемо середнє значення  $B^+(\varphi_k, p)$  оцінного функціонала й дисперсію  $\sigma_k^2$  в такому вигляді:

$$B^+(\varphi_k, p) = \sum_{i=1}^n p_i f_{ik}^+, \quad (1.3)$$

$$\sigma_k^2 = \sum_{i=1}^n (f_{ik}^+ - B^+(\varphi_k, p))^2 p_i. \quad (1.4)$$

Дисперсія описує розсіювання випадкових значень оцінного функціонала для рішення  $\varphi_k$  відносно його середнього значення  $B^+(\varphi_k, p)$ .

Сутність критерію мінімізації дисперсії оцінного функціонала полягає в тому, щоб знайти рішення  $\varphi_{k_0} \in \Phi$  (або множину рішень  $\bar{\Phi}$ ), для якого буде справедливою така рівність:

$$\sigma^2(p, \varphi_{k_0}) = \min_{\varphi_k \in \Phi} \sigma_k^2(p, \varphi_k). \quad (1.5)$$

Основним недоліком цього критерію є те, що дисперсія на рішенні  $\varphi_{k_1} \in \Phi$  може виявитися меншою, ніж на рішенні  $\varphi_{k_2} \in \Phi$ , у той час, коли  $B^+(\varphi_{k_1}, p) < B^+(\varphi_{k_2}, p)$ . Інакше кажучи, критерій мінімуму дисперсії з одного боку є допоміжним, а з іншого – його прийняття потребує довізначення й невеликої зміни вигляду дисперсії  $\sigma_k^2$ , наприклад, одним із поданих нижче способів.

$$\sigma^2(\varphi_k) = \sum_{i=1}^n (f_{ik}^+ - \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m B^+(\varphi_k, p))^2 p_i \quad (1.6)$$

або

$$\sigma^2(\varphi_k) = \sum_{i=1}^n (f_{ik}^+ - \max_{\varphi_s \in \Phi} B^+(\varphi_s, p))^2 p_i. \quad (1.7)$$

Якщо оцінний функціонал задано у формі від'ємного інгредієнта, а саме:  $F = F^- = \{f_{j,k}^-\}$ , то рішення  $\varphi_{k_0} \in \Phi$  також можна знайти, використовуючи умову (1.5), але тут величину  $\sigma_k^2$  визначають одним із таких способів:

$$\sigma_k^2 = \sum_{i=1}^n (f_{ik}^- - B^-(\varphi_k, p))^2 p_i, \quad (1.8)$$

$$\sigma^2(\varphi_k) = \sum_{i=1}^n (f_{ik}^- - \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m B^-(\varphi_k, p))^2 p_i \quad (1.9)$$

або

$$\sigma^2(\varphi_k) = \sum_{i=1}^n (f_{ik}^- - \min_{\varphi_s \in \Phi} B^-(\varphi_s, p))^2 p_i, \quad (1.10)$$

причому  $B^-(\varphi_k, p) = \sum_{i=1}^n p_i f_{ik}^-$ .

3. *Критерій максимізації ймовірності розподілу оцінного функціонала.* Фіксуємо величину  $\alpha$ , яка задовольняє таку умову:  $\alpha_1 \leq \alpha \leq \alpha_2$ , причому  $\alpha_1 = \min_i \min_k f_{ik}^+$  і  $\alpha_2 = \max_i \max_k f_{ik}^+$ .

Для кожного рішення  $\varphi_k \in \Phi$  визначають ймовірність  $p(f_{ik}^+ \geq \alpha)$  того, що значення оцінного функціонала буде не меншим за величину  $\alpha$ , коли обрано рішення  $\varphi_k$ .

Сенс критерію максимізації ймовірності розподілу оцінного функціонала полягає у виборі рішення  $\varphi_{k_0} \in \Phi$  (або множини рішень  $\bar{\Phi}$ ), для якого ця ймовірність буде максимальною, тобто

$$\varphi_{k_0} : p(f_{jk_0}^+ \geq \alpha) = \max_{\varphi_k \in \Phi} p(f_{jk}^+ \geq \alpha). \quad (1.11)$$

При використанні цього критерію орган управління виходить із необхідності прийняття конкретного рівня величини  $\alpha$  й оптимальними вважаються ті рішення, для яких виконується умова (1.11).

Коли значення ймовірності  $\alpha$  й рішення  $\varphi_k$  фіксовані, то нерівність:  $f_{ik}^+ \geq \alpha$ , визначає множину станів середовища  $\theta_\alpha$ , а ймовірність:  $p(f_{jk}^+ \geq \alpha)$ , обчислюється в такий спосіб:

$$p(f_{jk}^+ \geq \alpha) = \sum_{\theta \in \theta_\alpha} p(f_{ik}^+ \geq \alpha), \quad \theta_\alpha = \{\theta_i : f_{ik}^+ \geq \alpha\}. \quad (1.12)$$

Якщо оцінний функціонал має від'ємний інгредієнт  $F$ , то відповідно необхідно визначити ймовірність  $p(f_{ik}^- \leq \alpha)$ , і критерій набуває такого вигляду:

$$p(f_{jk_0}^- \leq \alpha) = \max_{\varphi_k \in \Phi} p(f_{jk}^- \leq \alpha), \quad (1.13)$$

$$\text{тут } p(f_{jk}^- \leq \alpha) = \sum_{\theta \in \theta_\alpha} p(f_{ik}^- \leq \alpha), \quad \theta_\alpha = \{\theta_i : f_{ik}^- \leq \alpha\}.$$

4. *Модальний критерій.* Зміст цього критерію полягає у визначенні найбільш ймовірного стану середовища, тобто

$$\theta_{j^*} : p(\theta_{j^*}) = \max_j p(\theta_j). \quad (1.14)$$

Після цього обирають рішення  $\varphi_0$ , для якого  $f_{j_0}^+ = \max_k f_{j^*k}^+$ , коли функціонал має додатний інгредієнт, або  $f_{j_0}^- = \min_k f_{j^*k}^-$ , коли функціонал характеризується від'ємним інгредієнтом.

5. *Модифікований критерій.* Являє собою комбінацію критеріїв Байєса та мінімуму дисперсії, враховуючи природне бажання органу управління забезпечити найкраще середнє значення (критерій Байєса) та мінімальну дисперсію. Його обчислюють у такий спосіб:

$$k(\varphi_k, p) = (1 - \lambda) \left( B^+(\varphi_k, p) \right)^2 - \lambda \sigma^2(\varphi_k, p). \quad (1.15)$$

Найкращим вважають рішення  $\varphi_0$ , для якого виконано таку умову:

$$k(\varphi_0(p)) = \max_k k(\varphi_k, p).$$

При цьому значення коефіцієнта  $\lambda$  встановлюють з огляду на те, якому саме критерію (Байєса чи мінімуму дисперсії) потрібно надати більшу перевагу, а також щоб було виконано нерівність:  $0 \leq \lambda \leq 1$ . Коли  $\lambda = 0$ , то цей критерій збігається із критерієм Байєса, а коли  $\lambda = 1$  – із критерієм мінімуму дисперсії.

6. *Критерій мінімальної ентропії математичного сподівання оцінного функціонала.* Тут передбачено, що для кожного з можливих рішень належить обчислити ентропію математичного сподівання оцінного функціонала за такою формулою:

$$H(p, \varphi_k) = - \sum_{i=1}^n \left( \frac{p_i f_{ik}^+}{\sum_{j=1}^n p_j f_{jk}^+} \right) \cdot \ln \left( \frac{p_i f_{ik}^+}{\sum_{j=1}^n p_j f_{jk}^+} \right). \quad (1.16)$$

Оптимальним вважається рішення  $\varphi_0$ , яке має мінімальну ентропію, тобто

$$\varphi_0 : H(p, \varphi_0) = \min_k H(p, \varphi_k).$$

7. *Умовні рішення.* Припустимо, що в ситуації прийняття рішень  $I$  можна застосовувати критерії з деякої множини:  $K = \{k_1, k_2, \dots, k_n\}$ . Один із них вважають головним, а для інших критеріїв задають обмеження такого вигляду:  $c_i \leq k_i \leq s_i, i = 1, n$ .

У такому разі рішення, прийняте органом управління за головним критерієм, називають *умовним*.

І тут належить взяти до уваги такі міркування:

1) оскільки пошук оптимальних рішень за таких умов зводиться до перебору варіантів, то обмеження у вигляді рівностей не завжди можна застосувати, бо вони можуть спричинити відсутність рішень (задача взагалі не буде мати жодного допустимого розв'язку);

2) умовне рішення можна обрати і без головного критерію, тоді воно буде являти собою розв'язок такої системи нерівностей:

$$c_i \leq k_i \leq c_i, i = 1, n.$$

### Приклад розв'язування задачі

**Завдання:** сформулювати задачу, що моделюється першою інформаційною ситуацією, вибрати раціональне рішення, застосовуючи різні критерії та виконати аналіз результатів.

Сформулюємо задачу таким чином: бригада монтерів енергомережі включає 5 робітників, що виконують ремонтно-відновлювальні роботи в разі настання аварійних ситуацій. Керівництву необхідно прийняти рішення про зміну кількості робітників. При цьому можливі такі варіанти:

$\varphi_1$  – не змінювати кількість робітників;

$\varphi_2$  – збільшити кількість робітників за рахунок комбінування змін (бригада буде мати змінний склад);

$\varphi_3$  – збільшити кількість робітників;

$\varphi_4$  – зменшити кількість робітників.

Можливі ситуації:

$\theta_1$  – середня кількість аварій протягом доби буде великою (суттєво збільшиться);

$\theta_2$  – середня кількість аварій протягом доби буде помірно великою (несуттєво збільшиться);

$\theta_3$  – за добу буде траплятися небагато аварій (їх кількість не зміниться);

$\theta_4$  – протягом доби буде траплятися мало аварій (їх число зменшиться);

$\theta_5$  – аварій не буде.

За оцінками експертів імовірність кожної ситуації та ефективність прийнятих при цьому рішень можна описати таким чином:

$p$		$\varphi_1$	$\varphi_2$	$\varphi_3$	$\varphi_4$
0,2	$\theta_1$	3	4	7	0
0,4	$\theta_2$	5	5	6	1
0,2	$\theta_3$	8	2	2	6
0,1	$\theta_4$	3	1	0	7
0,1	$\theta_5$	1	0	0	9

Необхідно вибрати оптимальне рішення.

Розв'яжемо задачу, використовуючи критерії першої інформаційної ситуації.

### Критерий Байеса

Оскільки в нашій задачі для оцінювання можливих рішень використовується функціонал із додатним інгредієнтом (він описує ефективність рішень), то будемо використовувати формули (1.1).

Обчислимо байєсові значення для кожного з цих рішень, а саме:

$$B^+(\varphi_1, p) = \sum_{i=1}^5 f_{i1} p_i = 3 \cdot 0,2 + 5 \cdot 0,4 + 8 \cdot 0,2 + 3 \cdot 0,1 + 1 \cdot 0,1 = 4,6.$$

$$B^+(\varphi_2, p) = \sum_{i=1}^5 f_{i2} p_i = 4 \cdot 0,2 + 5 \cdot 0,4 + 2 \cdot 0,2 + 1 \cdot 0,1 + 0 \cdot 0,1 = 3,3.$$

$$B^+(\varphi_3, p) = \sum_{i=1}^5 f_{i3} p_i = 7 \cdot 0,2 + 6 \cdot 0,4 + 2 \cdot 0,2 + 0 \cdot 0,1 + 0 \cdot 0,1 = 4,2.$$

$$B^+(\varphi_4, p) = \sum_{i=1}^5 f_{i4} p_i = 0 \cdot 0,2 + 1 \cdot 0,4 + 6 \cdot 0,2 + 7 \cdot 0,1 + 9 \cdot 0,1 = 3,2.$$

Легко помітити, що найбільше байєсове значення має рішення  $\varphi_1$ , тому його вибір можна вважати раціональним, тобто потрібно залишити кількість робітників незмінною.

### Критерій мінімуму дисперсії оцінного функціонала

За формулою (1.4) обчислимо значення дисперсій для кожного із можливих рішень, тобто

$$\sigma_1^2(\varphi_k, p) = \sum_{i=1}^5 (f_{i1} - 4,6)^2 p_i = 2,56 \cdot 0,2 + 0,16 \cdot 0,4 + 11,56 \cdot 0,2 + 2,56 \cdot 0,1 + 12,96 \cdot 0,1 = 4,44.$$

$$\sigma_2^2(\varphi_k, p) = \sum_{i=1}^5 (f_{i2} - 3,3)^2 p_i = 0,49 \cdot 0,2 + 2,89 \cdot 0,4 + 1,69 \cdot 0,2 + 5,29 \cdot 0,1 + 10,89 \cdot 0,1 = 3,21.$$

$$\sigma_3^2(\varphi_k, p) = \sum_{i=1}^5 (f_{i3} - 4,2)^2 p_i = 7,84 \cdot 0,2 + 3,24 \cdot 0,4 + 4,84 \cdot 0,2 + 17,64 \cdot 0,1 + 17,64 \cdot 0,1 = 7,36.$$

$$\sigma_4^2(\varphi_k, p) = \sum_{i=1}^5 (f_{i4} - 3,2)^2 p_i = 10,24 \cdot 0,2 + 4,84 \cdot 0,4 + 7,84 \cdot 0,2 + 14,44 \cdot 0,1 + 33,64 \cdot 0,1 = 10,36.$$

Найменше значення дисперсії має рішення  $\varphi_2$ , яке передбачає збільшення кількості робітників за рахунок комбінування змін, тому його вибір за цим критерієм буде раціональним.

Розглянемо модифікації цього методу.

Перша описується формулою (1.6). Обчислимо спочатку середнє байєсове значення за всіма критеріями, а саме:

$$\frac{1}{m} \sum_{j=1}^m B^+(\varphi_j, p) = 3,825.$$

Тепер обчислимо значення дисперсій відносно нього, тобто

$$\sigma_1^2(\varphi_1, p) = \sum_{i=1}^5 (f_{i1} - 3,825)^2 p_i = 0,68 \cdot 0,2 + 1,38 \cdot 0,4 + 17,43 \cdot 0,2 + 0,68 \cdot 0,1 + 7,98 \cdot 0,1 = 5,04.$$

$$\sigma_2^2(\varphi_2, p) = \sum_{i=1}^5 (f_{i2} - 3,85)^2 p_i = 0,03 \cdot 0,2 + 1,38 \cdot 0,4 + 3,33 \cdot 0,2 + 7,98 \cdot 0,1 + 14,63 \cdot 0,1 = 3,48.$$

$$\sigma_3^2(\varphi_3, p) = \sum_{i=1}^5 (f_{i3} - 3,85)^2 p_i = 10,08 \cdot 0,2 + 4,73 \cdot 0,4 + 3,33 \cdot 0,2 + 14,63 \cdot 0,1 + 14,63 \cdot 0,1 = 7,5.$$

$$\sigma_4^2(\varphi_4, p) = \sum_{i=1}^5 (f_{i4} - 3,85)^2 p_i = 14,63 \cdot 0,2 + 7,98 \cdot 0,4 + 4,73 \cdot 0,2 + 10,08 \cdot 0,1 + 26,78 \cdot 0,1 = 10,75.$$

Вочевидь, мінімальне значення дисперсії отримано для рішення  $\varphi_2$ , тому його вибір можна вважати раціональним.

Друга модифікація описується формулою (1.7). Максимальне байєсове значення:  $\max_j B^+(\varphi_j, p) = 4,6$ . Оцінимо відхилення значень оцінного функціоналу від нього для кожного з рішень, а саме:

$$\sigma_1^2(\varphi_k, p) = \sum_{i=1}^5 (f_{i1} - 4,6)^2 p_i = 2,56 \cdot 0,2 + 0,16 \cdot 0,4 + 11,56 \cdot 0,2 + 2,56 \cdot 0,1 + 12,96 \cdot 0,1 = 4,44.$$

$$\sigma_2^2(\varphi_k, p) = \sum_{i=1}^5 (f_{i2} - 4,6)^2 p_i = 0,36 \cdot 0,2 + 0,16 \cdot 0,4 + 6,76 \cdot 0,2 + 12,96 \cdot 0,1 + 21,16 \cdot 0,1 = 4,9.$$

$$\sigma_3^2(\varphi_k, p) = \sum_{i=1}^5 (f_{i3} - 4,6)^2 p_i = 5,76 \cdot 0,2 + 1,96 \cdot 0,4 + 6,76 \cdot 0,2 + 21,16 \cdot 0,1 + 21,16 \cdot 0,1 = 7,52.$$

$$\sigma_4^2(\varphi_k, p) = \sum_{i=1}^5 (f_{i4} - 4,6)^2 p_i = 21,16 \cdot 0,2 + 12,96 \cdot 0,4 + 1,96 \cdot 0,2 + 5,76 \cdot 0,1 + 19,36 \cdot 0,1 = 12,32.$$

Мінімальне значення модифікованої дисперсії відповідає рішенню  $\varphi_1$ , тому його вибір можна вважати раціональним.

Тепер розв'яжемо задачу за допомогою критерію *максимізації ймовірності розподілу* оцінного функціонала. Обчислимо необхідні параметри:  $\alpha_1 = \min_i \min_j f_{ij}$  та  $\alpha_2 = \max_i \max_j f_{ij}$ , за нашими даними  $\alpha_1 = 0$  і  $\alpha_2 = 9$ . Тепер оберемо число  $\alpha$ , яке задовольняє таку умову:  $\alpha_1 \leq \alpha \leq \alpha_2$ . Припустимо, що  $\alpha = 5$ . За формулами (1.12) обчислимо ймовірності  $p(f_k^+ \geq \alpha)$  для кожного рішення  $\varphi_k$ , тобто

$$\varphi_1: p(f_1^+ \geq 5) = 0,4 + 0,2 = 0,6.$$

$$\varphi_2: p(f_2^+ \geq 5) = 0,4.$$

$$\varphi_3: p(f_3^+ \geq 5) = 0,2 + 0,4 = 0,6.$$

$$\varphi_4: p(f_4^+ \geq 5) = 0,2 + 0,1 + 0,1 = 0,4.$$

Максимальне значення ймовірності мають дві альтернативи:  $\varphi_1$  та  $\varphi_3$ , тобто раціональними за цим критерієм можна вважати такі рішення: не змінювати кількості робітників або збільшити її.

Застосуємо тепер для розв'язування задачі *модальний критерій*.

Із цією метою визначимо стан середовища, який має найбільшу ймовірність, стосовно сформульованої задачі це буде стан  $\theta_2$  – «середня кількість аварій протягом доби буде помірно великою (несуттєво збільшиться)». Оцінки рішень стосовно цього стану мають такі значення:  $f_{21}^+ = 5$ ,  $f_{22}^+ = 5$ ,  $f_{23}^+ = 6$ ,  $f_{24}^+ = 1$ .

Найбільше з них відповідає рішенню  $\varphi_3$ , тому його вибір можна вважати раціональним, тобто необхідно збільшити кількість робітників.

Розглянемо ще кілька критеріїв, які можна застосовувати в цій ситуації.

*Критерій мінімальної ентропії математичного сподівання оцінного функціонала.* Стосовно кожного з можливих рішень обчислимо ентропію математичного сподівання оцінного функціонала за формулою (1.16).

У нашому випадку



$$H(p, \varphi_1) = - \sum_{i=1}^n \left\{ \left( \frac{p_i f_{i1}^+}{\sum_{j=1}^n p_j f_{j1}^+} \right) \cdot \ln \left( \frac{p_i f_{i1}^+}{\sum_{j=1}^n p_j f_{j1}^+} \right) \right\} = 1,1731.$$

$$H(p, \varphi_2) = - \sum_{i=1}^n \left\{ \left( \frac{p_i f_{i2}^+}{\sum_{j=1}^n p_j f_{j2}^+} \right) \cdot \ln \left( \frac{p_i f_{i2}^+}{\sum_{j=1}^n p_j f_{j2}^+} \right) \right\} = 1,008.$$

$$H(p, \varphi_3) = - \sum_{i=1}^n \left\{ \left( \frac{p_i f_{i3}^+}{\sum_{j=1}^n p_j f_{j3}^+} \right) \cdot \ln \left( \frac{p_i f_{i3}^+}{\sum_{j=1}^n p_j f_{j3}^+} \right) \right\} = 0,909.$$

$$H(p, \varphi_4) = - \sum_{i=1}^n \left\{ \left( \frac{p_i f_{i4}^+}{\sum_{j=1}^n p_j f_{j4}^+} \right) \cdot \ln \left( \frac{p_i f_{i4}^+}{\sum_{j=1}^n p_j f_{j4}^+} \right) \right\} = 0,96.$$

Мінімального значення критерій набуває в рішенні  $\varphi_3$ . Таким чином, оптимальним буде вибір альтернативи  $\varphi_3$ , яка передбачає збільшення кількості робітників.

*Комбінований критерій.* Розглянемо задачу вибору рішення за цим критерієм, використовуючи різні значення параметра  $\lambda$ . Обчислимо граничні значення параметра, за якими відзначають перевагу критеріїв [2], а саме:

$$\lambda^* = \min_k \frac{\left[ \sum_{j=1}^n p_j f_{jk}^+ \right]^2}{\sum_{j=1}^n p_j (f_{jk}^+)^2} = 0,497. \quad \lambda^{**} = \max_k \frac{\left[ \sum_{j=1}^n p_j f_{jk}^+ \right]^2}{\sum_{j=1}^n p_j (f_{jk}^+)^2} = 0,827.$$

Тепер обчислимо значення критерію, коли  $\lambda = 0,4$  ( $\lambda < \lambda^*$ ), тобто

$$k(p, \varphi_1) = 4,6^2 (1 - 0,4) - 0,4 \cdot 4,44 = 10,92.$$

$$k(p, \varphi_2) = 3,3^2 (1 - 0,4) - 0,4 \cdot 3,21 = 5,25.$$

$$k(p, \varphi_3) = 4,3^2 (1 - 0,4) - 0,4 \cdot 6,61 = 7,64.$$

$$k(p, \varphi_4) = 3,2^2 (1 - 0,4) - 0,4 \cdot 10,36 = 2.$$

Максимальне значення критерію відповідає рішенню  $\varphi_1$ , тобто, коли  $\lambda < \lambda^*$ , раціональним вибором можна вважати рішення  $\varphi_1$ .

Тепер розглянемо задачу вибору за умови, що  $\lambda = 0,9$  ( $\lambda > \lambda^{**}$ ), а саме:

$$k(p, \varphi_1) = -1,88; \quad k(p, \varphi_2) = -1,8; \quad k(p, \varphi_3) = -4,86; \quad k(p, \varphi_4) = -8,3.$$

Максимальне значення критерію відповідає альтернативі  $\varphi_2$ , тобто коли  $\lambda > \lambda^*$ , вибір цього рішення буде раціональним.

У разі, якщо  $\lambda = 0,662$  ( $\lambda^* < \lambda < \lambda^{**}$ ), критерій набуває таких значень:

$$k(p, \varphi_1) = 4,2128; \quad k(p, \varphi_2) = 1,5558; \quad k(p, \varphi_3) = 1,09; \quad k(p, \varphi_4) = -3,3972.$$

Отже, оптимальним буде рішення  $\varphi_1$ .

Запишемо результати, розраховані за допомогою різних критеріїв, у таблицю.

Таблиця 1.1

Результати обчислення та прийняття рішень за різними критеріями в умовах ризику

Назва критерію	Значення критерію стосовно рішень				Оптимальне рішення
	$\varphi_1$	$\varphi_2$	$\varphi_3$	$\varphi_4$	
Байєса	4,6	3,3	4,2	3,2	$\varphi_1$
Мінімуму дисперсії	4,44	3,21	7,36	10,36	$\varphi_2$
Модифікація 1	5,04	3,48	7,5	10,75	$\varphi_2$
Модифікація 2	4,44	4,9	7,52	12,32	$\varphi_1$
Максимізації ймовірності розподілу оцінного функціоналу	0,6	0,4	0,6	0,4	$\varphi_1, \varphi_2$
Модальний	5	5	6	1	$\varphi_3$
Мінімуму ентропії	1,1731	1,008	0,909	0,96	$\varphi_3$
Комбінований критерій ( $\lambda = 0,4$ )	10,92	5,25	7,64	2	$\varphi_1$
Комбінований критерій ( $\lambda = 0,9$ )	-1,88	-1,8	-4,86	-8,3	$\varphi_2$
Комбінований критерій ( $\lambda = 0,662$ )	4,2128	1,5558	1,09	-3,3972	$\varphi_1$

**Висновки:** Використання різних критеріїв дає різні оптимальні альтернативи, а тому перш ніж приймати рішення, необхідно визначити, за яким критерієм воно буде обиратися, враховуючи умови задачі та вимоги до рішення. Наприклад у розглянутій нами задачі, альтернатива  $\varphi_4$  не буде оптимальною стосовно жодного з критеріїв, альтернатива  $\varphi_3$  буде оптимальною лише за модальним критерієм, тобто особі, що приймає рішення необхідно вибирати між двома альтернативами:  $\varphi_1$  – не змінювати кількості робітників;  $\varphi_2$  – збільшити кількість робітників за рахунок комбінування змін (бригада буде мати змінний склад).

## Контрольні питання

1. Що являє собою інформаційна ситуація як основа прийняття рішень?
2. Дайте визначення критерію прийняття рішень.
3. Які елементи описують ситуацію прийняття рішень?
4. У чому полягає відмінність оцінних функціоналів із додатним та від'ємним інгредієнтом?
5. Назвіть етапи процесу прийняття рішень.
6. Які характерні риси властиві ситуації прийняття рішень в умовах ризику?
7. Охарактеризуйте критерії прийняття рішень, які застосовують в умовах ризику.
8. Коли доцільно застосовувати критерій Байєса?
9. За яких умов належить приймати рішення на основі критерію мінімуму дисперсії? Які особливості його застосування?
10. Коли існує сенс у застосуванні модального критерію?

## Варіанти індивідуальних завдань

1.

$p$		$\varphi_1$	$\varphi_2$	$\varphi_3$	$\varphi_4$
0,1	$\theta_1$	1	5	3	0
0,3	$\theta_2$	2	2	2	4
0,5	$\theta_3$	4	2	3	6
0,1	$\theta_4$	0	4	3	1

2.

$p$		$\varphi_1$	$\varphi_2$	$\varphi_3$	$\varphi_4$
0,2	$\theta_1$	1	5	3	4
0,3	$\theta_2$	3	2	2	4
0,4	$\theta_3$	4	3	3	0
0,1	$\theta_4$	1	4	3	1

3.

$p$		$\varphi_1$	$\varphi_2$	$\varphi_3$	$\varphi_4$
0,1	$\theta_1$	5	4	0	0
0,5	$\theta_2$	1	3	7	4
0,3	$\theta_3$	0	5	2	6
0,1	$\theta_4$	0	2	3	4

4.

$p$		$\varphi_1$	$\varphi_2$	$\varphi_3$	$\varphi_4$
0,1	$\theta_1$	2	3	0	1
0,3	$\theta_2$	3	2	2	4
0,3	$\theta_3$	2	2	4	6
0,3	$\theta_4$	2	4	3	1

5.

$p$		$\varphi_1$	$\varphi_2$	$\varphi_3$	$\varphi_4$
0,4	$\theta_1$	2	5	3	1
0,3	$\theta_2$	1	3	2	4
0,2	$\theta_3$	4	2	3	5
0,1	$\theta_4$	5	0	3	2

6.

$p$		$\varphi_1$	$\varphi_2$	$\varphi_3$	$\varphi_4$
0,1	$\theta_1$	2	5	3	0
0,3	$\theta_2$	5	0	2	4
0,5	$\theta_3$	4	2	3	6
0,1	$\theta_4$	7	4	3	3

7.

$p$		$\varphi_1$	$\varphi_2$	$\varphi_3$	$\varphi_4$
0,15	$\theta_1$	1	0	3	1
0,25	$\theta_2$	3	4	2	4
0,1	$\theta_3$	4	2	5	2
0,5	$\theta_4$	1	4	3	1

8.

$p$		$\varphi_1$	$\varphi_2$	$\varphi_3$	$\varphi_4$
0,2	$\theta_1$	2	3	3	1
0,3	$\theta_2$	2	2	2	4
0,4	$\theta_3$	4	1	6	5
0,1	$\theta_4$	3	4	3	1

9.

$p$		$\varphi_1$	$\varphi_2$	$\varphi_3$	$\varphi_4$
0,1	$\theta_1$	2	4	4	1
0,3	$\theta_2$	2	2	2	4
0,4	$\theta_3$	4	5	2	6
0,2	$\theta_4$	3	4	3	1

10.

$p$		$\varphi_1$	$\varphi_2$	$\varphi_3$	$\varphi_4$
0,4	$\theta_1$	3	4	3	2
0,1	$\theta_2$	2	2	2	4
0,2	$\theta_3$	4	3	3	8
0,3	$\theta_4$	1	4	5	0

11.

$p$		$\varphi_1$	$\varphi_2$	$\varphi_3$	$\varphi_4$
0,2	$\theta_1$	2	5	0	0
0,1	$\theta_2$	2	2	2	4
0,5	$\theta_3$	2	0	3	6
0,2	$\theta_4$	2	4	3	1

12.

$p$		$\varphi_1$	$\varphi_2$	$\varphi_3$	$\varphi_4$
0,4	$\theta_1$	1	7	3	0
0,1	$\theta_2$	2	2	5	4
0,3	$\theta_3$	4	0	3	6
0,2	$\theta_4$	1	4	3	1

13.

$p$		$\varphi_1$	$\varphi_2$	$\varphi_3$	$\varphi_4$
0,4	$\theta_1$	1	5	3	0
0,2	$\theta_2$	2	4	2	4
0,1	$\theta_3$	4	2	3	6
0,3	$\theta_4$	0	4	3	1

14.

$p$		$\varphi_1$	$\varphi_2$	$\varphi_3$	$\varphi_4$
0,1	$\theta_1$	3	5	3	7
0,2	$\theta_2$	2	3	5	4
0,4	$\theta_3$	4	2	3	6
0,3	$\theta_4$	1	4	3	1

15.

$p$		$\varphi_1$	$\varphi_2$	$\varphi_3$	$\varphi_4$
0,2	$\theta_1$	1	5	3	2
0,3	$\theta_2$	2	4	2	4
0,1	$\theta_3$	4	2	7	6
0,4	$\theta_4$	0	5	3	1

16.

$p$		$\varphi_1$	$\varphi_2$	$\varphi_3$	$\varphi_4$
0,1	$\theta_1$	1	5	3	0
0,3	$\theta_2$	2	6	2	4
0,5	$\theta_3$	4	2	2	6
0,1	$\theta_4$	0	4	3	1

17.

$p$		$\varphi_1$	$\varphi_2$	$\varphi_3$	$\varphi_4$
0,1	$\theta_1$	1	5	3	2
0,3	$\theta_2$	2	6	2	4
0,5	$\theta_3$	4	2	2	6
0,1	$\theta_4$	1	4	3	1

18.

$p$		$\varphi_1$	$\varphi_2$	$\varphi_3$	$\varphi_4$
0,35	$\theta_1$	1	5	3	0
0,15	$\theta_2$	3	2	3	4
0,4	$\theta_3$	4	2	3	6
0,1	$\theta_4$	0	4	3	1

19.

$p$		$\varphi_1$	$\varphi_2$	$\varphi_3$	$\varphi_4$
0,25	$\theta_1$	1	2	3	0
0,35	$\theta_2$	5	2	2	4
0,2	$\theta_3$	4	4	3	6
0,2	$\theta_4$	0	4	3	1

20.

$p$		$\varphi_1$	$\varphi_2$	$\varphi_3$	$\varphi_4$
0,3	$\theta_1$	1	5	3	2
0,4	$\theta_2$	1	3	2	4
0,1	$\theta_3$	4	2	4	6
0,2	$\theta_4$	7	4	3	1

Примітки.

1. Вибір варіанта відбувається за номером прізвища студента в списку академічної групи.

2. За бажанням студент може запропонувати для розв'язування власну задачу, узгодивши її умову із викладачем.

## ЛАБОРАТОРНА РОБОТА № 2

*Тема роботи:* аналіз якості рішень в умовах ризику.

*Мета роботи:* вивчення методів синтезу оптимальних рішень в умовах неповної інформації.

### Порядок виконання роботи

1. Опрацювати необхідний теоретичний матеріал.
2. Побудувати множини Байєса геометричним методом та методом контрольної точки для варіанта індивідуального завдання.
3. Провести аналіз якості рішення в даній інформаційній ситуації.
4. Оформити звіт про виконання роботи, який повинен містити такі елементи:
  - постановку індивідуального завдання;
  - отримані множини рішень за критерієм Байєса;
  - аналіз результатів.

### Теоретичні відомості

#### *Байєсові множини рішень*

Критерій Байєса дає можливість в інформаційній ситуації дослідити проблему синтезу під час вибору оптимального рішення відповідно до розподілу ймовірностей:  $p = (p_1, \dots, p_n)$ , на множині станів середовища  $S$ . Позначимо через  $\Delta$  множину можливих значень вектора апіорного розподілу ймовірності, а саме:  $\Delta = \left\{ (p_1, \dots, p_n) : 0 \leq p_j \leq 1 (j = 1, \dots, n), \sum_{i=1}^n p_j = 1 \right\}$ , і розглянемо такий  $(n - 1)$ -вимірний симплекс  $P_{n-1}$ :

$$P_{n-1} = \left\{ (p_1, \dots, p_{n-1}) : 0 \leq p_j \leq 1 (j = 1, \dots, n-1), \sum_{i=1}^{n-1} p_j \leq 1 \right\}. \quad (2.1)$$

Він являє собою проекцію плоскої множини  $\Delta$  на  $(n - 1)$ -вимірний простір значень перших  $(n - 1)$ -х компонент вектора апіорного розподілу:  $p = (p_1, \dots, p_n)$ .

Суть задачі синтезу полягає в розбитті симплексу  $P_{n-1}$  на множини  $S_{\varphi_k} \subset P_{n-1}$ ,  $k = 1, \dots, m$ , що задовольняють такі умови:

1.  $S_{\varphi_i} \cap S_{\varphi_k} = \Lambda$ , коли  $i \neq k$ , де  $\Lambda$  – порожня множина.
2.  $\bigcup_{k=1}^m S_{\varphi_k} = P_{n-1}$ .
3. Рішення  $\varphi_k \in \Phi$  буде оптимальним за критерієм Байєса, якщо  $p \in S_{\varphi_k}$ .

Множину  $S_{\varphi_k}$  будемо називати *байєсовою множиною* значень апріорних ймовірностей:  $p = (p_1, \dots, p_n)$ , стосовно рішення  $S_{\varphi_k}$ , рішення  $\varphi_k \in \Phi$  для ймовірності  $p \in S_{\varphi_k}$  – *байєсовим* рішенням, а величину  $B^+(p, \varphi_k)$  на байєсовому рішенні  $\varphi_k$  – оптимальним байєсовим значенням оцінного функціонала.

Визначимо байєсову поверхню оптимальних байєсових значень оцінного функціонала  $F^+$  (або просто байєсову поверхню) для всіх ймовірностей  $p \in \Delta_n$  у такий спосіб:

$$B^+(p) = \max_{\varphi_k \in \Phi} B^+(p, \varphi_k). \quad (2.2)$$

Якщо орган прийняття рішень має інформацію про байєсові множини, то він може порівняно просто приймати оптимальні (за критерієм Байєса) рішення, навіть коли апріорний розподіл ймовірностей:  $p = (p_1, \dots, p_n)$ , станів середовища  $S$  визначено неточно, але проблема побудови самих Байєсових множин являє собою досить складну математичну задачу розбиття  $(n - 1)$ -вимірною симплекса на підмножини (особливо, коли  $n \geq 4$ ). Розглянемо методи побудови байєсових множин рішень.

### *Геометричний метод*

Зауважимо, що цей метод може застосовуватись лише тоді, коли кількість станів середовища  $n \leq 4$ .

У загальному випадку геометричний метод побудови байєсової множини в  $(n - 1)$ -вимірному просторі значень  $p_1, \dots, p_{n-1}$  для обраного рішення  $\varphi_k \in \Phi$  опишемо нижче.

Кожна з множин  $S_{\varphi_k}$  буде являти собою множину точок  $p$ , які задовольняють таку систему нерівностей:

$$b_{\varphi_i \varphi_k}^+(\bar{p}) \geq 0, \quad i = 1, \dots, m, i \neq k, \quad p_j \geq 0 \quad j = 1, \dots, n-1, \quad \sum_{j=1}^{n-1} p_j \leq 1, \quad (2.3)$$

тут

$$b_{\varphi_i \varphi_k}^+(\bar{p}) = \sum_{j=1}^{n-1} p_j (f_{ji}^+ - f_{jk}^+) + (1 - \sum_{i=1}^{n-1} p_i) (f_{ni}^+ - f_{nk}^+). \quad (2.4)$$

Отже, ми маємо систему з  $(n + m - 1)$  нерівностей. Звідси випливає, що кожна з множин  $S_{\varphi_k}$  являє собою опуклий замкнутий багатогранник в  $(n - 1)$ -вимірному просторі, який повністю описується своїми вершинами.

Для знаходження вершин необхідно розглянути всілякі комбінації, складені з  $(n - 1)$ -го рівняння такого вигляду:

$$b_{\varphi_1 \varphi_k}^+(\bar{p}) = 0, \quad p_j = 0, \quad \sum_{j=1}^{n-1} p_j = 1. \quad (2.5)$$

Таких комбінацій може бути не більше ніж  $C_{m+n-1}^{n-1}$ . Вершиною множини  $S_{\varphi_k}$  буде будь-яка точка:  $\bar{p} = (p_1, \dots, p_{n-1})$ , що задовольняє систему нерівностей (2.3) і систему з  $(n-1)$ -го рівняння (2.5) з ненульовим визначником. Але цей спосіб не можна вважати раціональним, оскільки число комбінацій досить велике.

Розглянемо задачу побудови байєсових множин для випадку наявності трьох можливих рішень:  $\Phi = \{\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3\}$ , і двох станів середовища:  $\Theta = \{\theta_1, \theta_2\}$ , тобто коли  $n=2$  і  $m=3$ . Припустимо, що оцінний функціонал задано такою матрицею:

$$\begin{array}{c|ccc}
 & \varphi_1 & \varphi_2 & \varphi_3 \\
 p & f_{11} & f_{12} & f_{13} \\
 1-p & f_{21} & f_{22} & f_{23}
 \end{array}$$

Запишемо байєсові значення функціонала для кожного з рішень, тобто

$$B^+(p, \varphi_1) = p f_{11} + (1-p) f_{21},$$

$$B^+(p, \varphi_2) = p f_{12} + (1-p) f_{22},$$

$$B^+(p, \varphi_3) = p f_{13} + (1-p) f_{23}.$$

Байєсову поверхню визначаємо за такою формулою:

$$B^+(p) = \max_{\varphi_k \in \Phi} B^+(p, \varphi_k),$$

а межі множин – точками, у яких проходить зміна лінії поверхні. Вони є точками перетину відповідних байєсових значень, а саме:

$$\Gamma_{\varphi_1 \varphi_2} : B^+(p, \varphi_1) = B^+(p, \varphi_2),$$

$$\Gamma_{\varphi_1 \varphi_3} : B^+(p, \varphi_1) = B^+(p, \varphi_3),$$

$$\Gamma_{\varphi_2 \varphi_3} : B^+(p, \varphi_2) = B^+(p, \varphi_3),$$

тут  $\Gamma_{\varphi_i \varphi_j}$  – границя між множинами  $S_{\varphi_i}$  та  $S_{\varphi_j}$ .

Розглянемо приклад з числовими значеннями. Припустимо, що оцінний функціонал задано таким чином:



	$\varphi_1$	$\varphi_2$	$\varphi_3$
$\theta_1$	10	2	5
$\theta_2$	-3	7	4

Тоді байєсові значення для кожного рішення набувають такого вигляду:

$$B^+(p, \varphi_1) = 10p + (-3)(1-p) = 10p - 3 + 3p = 13p - 3,$$

$$B^+(p, \varphi_2) = 2p + 7(1-p) = 2p + 7 - 7p = -5p + 7,$$

$$B^+(p, \varphi_3) = 5p + 4(1-p) = 5p + 4 - 4p = p + 4.$$

Побудуємо на координатній площині графіки цих функцій (див. рис. 2.1). Товстою лінією на рисунку позначено байєсову поверхню.

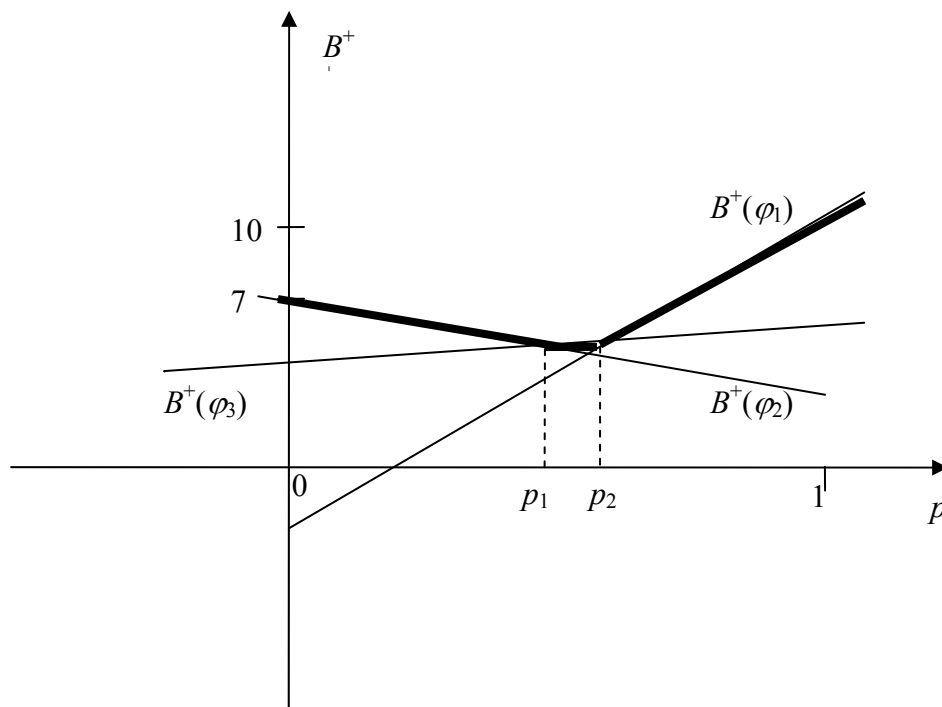


Рис. 2.1. Графічне зображення байєсової поверхні та байєсових множин

Очевидно, що

$$B^+(p) = \begin{cases} B^+(p, \varphi_1), & 0 \leq p \leq p_1, \\ B^+(p, \varphi_3), & p_1 \leq p \leq p_2, \\ B^+(p, \varphi_2), & p_2 \leq p \leq 1. \end{cases}$$

Байєсові множини відповідно будуть мати такий вигляд:  $S_{\varphi_1} = [0, p_1]$ ,  $S_{\varphi_2} = [p_2, 1]$ ,  $S_{\varphi_3} = [p_1, p_2]$ . Для обчислення значень імовірностей  $p_1$  і  $p_2$  складемо такі рівняння:

$$\begin{array}{ll}
 p_1: B^+(p, \varphi_2) = B^+(p, \varphi_3), & p_2: B^+(p, \varphi_3) = B^+(p, \varphi_1), \\
 -5p + 7 = p + 4, & 13p - 3 = p + 4, \\
 -6p = -3, & 12p = 7, \\
 p_1 = \frac{1}{2}. & p_2 = \frac{7}{12}.
 \end{array}$$

Отже, остаточно байєсові множини набувають такого вигляду:

$$S_{\varphi_2} = \left[0; \frac{1}{2}\right], \quad S_{\varphi_3} = \left[\frac{1}{2}; \frac{7}{12}\right], \quad S_{\varphi_1} = \left[\frac{7}{12}; 1\right].$$

### *Функціональний метод побудови байєсових множин*

Побудова байєсових множин для випадку наявності декількох рішень може здійснюватися або шляхом спільного розгляду всіх можливих пар рішень, або за допомогою послідовного переходу від двох рішень до трьох, від трьох до чотирьох і т. д. З огляду на це, існує прямий метод розв'язування задачі побудови байєсових множин і багатокроковий метод послідовного збільшення числа рішень.

Прямий метод побудови байєсових множин за умови існування кількох можливих рішень передбачає описану нижче послідовність дій.

Для вихідної множини рішень:  $\Phi = \{\varphi_1, \dots, \varphi_m\}$ , необхідно скласти такі пари рішень:

$$\begin{array}{l}
 (\varphi_1, \varphi_2), (\varphi_1, \varphi_3), (\varphi_1, \varphi_4), \dots, (\varphi_1, \varphi_m) \text{ — усього } (m - 1) \text{ пара,} \\
 (\varphi_2, \varphi_3), (\varphi_2, \varphi_4), \dots, (\varphi_2, \varphi_m) \text{ — усього } (m - 2) \text{ пари,} \\
 (\varphi_1, \varphi_4), \dots, (\varphi_1, \varphi_m) \text{ — усього } (m - 3) \text{ пари,} \\
 \dots\dots\dots \\
 (\varphi_{m-1}, \varphi_m) \text{ — 1 пара,}
 \end{array}$$

а для кожної з пар  $(\varphi_i, \varphi_k)$  розбити симплекс  $P_{n-1}$  на дві відповідні байєсові множини.

Позначимо через  $S_{\varphi_k|\varphi_i}$  байєсову множину рішень  $\varphi_k \in \Phi$  у групі тільки двох рішень  $(\varphi_i, \varphi_k)$ , тоді

$$S_{\varphi_1} = \bigcap_{i=2}^m S_{\varphi_1|\varphi_i}.$$

Для частини симплексу  $P_{n-1} \setminus S_{\varphi_1}$  байєсову множину  $S_{\varphi_2}$  можна визначити таким чином:

$$S_{\varphi_2} = (P_{n-1} \setminus S_{\varphi_1}) \bigcap_{i=3}^m S_{\varphi_2|\varphi_i}.$$

Після цього розглянемо частину симплексу  $[P_{n-1} \setminus (S_{\varphi_1} \cup S_{\varphi_2})]$ , для якого байєсову множину  $S_{\varphi_3}$  визначаємо за такою формулою:

$$S_{\varphi_3} = [(P_{n-1} \setminus S_{\varphi_1} \cup S_{\varphi_2})] \bigcap_{i=4}^m S_{\varphi_3|\varphi_i}.$$

Продовживши процес, далі аналогічним чином встановимо, що

$$S_{\varphi_k} = [(P_{n-1} \setminus \bigcup_{s=1}^{k-1} S_{\varphi_s})] \bigcap_{i=k+1}^m S_{\varphi_k|\varphi_i}.$$

### *Метод варіації контрольної точки для побудови байєсових рішень*

Припустимо, що вибрано деяку ймовірність:  $p^0 = (p_1^0, \dots, p_n^0)$ ,  $p^0 \in P_{n-1}$  (контрольну точку).

Опишемо схему методу.

1. Знайдемо байєсові значення оцінного функціонала стосовно рішень  $\varphi_k \in \Phi$ , коли  $p = p^0$ , а саме:

$$B^+(p^0, \varphi_k) = \sum_{j=1}^n p_j^0 f_{jk}^+, \quad k = 1, 2, \dots, m.$$

2. Визначимо рішення  $\varphi_{k_0} \in \Phi$ , для якого виконано таку умову:

$$B^+(p^0) = B^+(p^0, \varphi_{k_0}) = \max_{\varphi_k \in \Phi} B^+(p^0, \varphi_k).$$

3. Обчислимо значення:  $\delta_{k_0k} = B^+(p^0, \varphi_{k_0}) - B^+(p^0, \varphi_k)$ , для всіх рішень  $\varphi_k \in \Phi \setminus \varphi_{k_0}$ .

4. Обчислимо вектори  $d_{kk_0}$ , як різницю між  $k$ -м та  $k_0$ -м стовпцями оцінного функціонала  $F^+$  за таким правилом:

$$d_{kk_0} = \begin{pmatrix} f_{1k}^+ \\ \dots \\ f_{nk}^+ \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} f_{1k_0}^+ \\ \dots \\ f_{nk_0}^+ \end{pmatrix}.$$

5. Розглянемо варіацію:  $\bar{p} = (\bar{p}_1, \dots, \bar{p}_n)$ , вихідної контрольної точки  $p^0$ , побудовану за таким правилом:

$$\bar{p} = p^0 + q, \text{ де } \bar{p}_j = p_j + q_j, \quad \sum_{j=1}^n \bar{p}_j = 1, \quad \sum_{j=1}^n p_j^0 = 1, \quad \sum_{j=1}^n q_j = 0.$$

Для кожної пари рішень  $(\varphi_{k_0}, \varphi_k)$  знайдемо скалярний добуток  $(q, d_{kk_0})$ , а саме:  $(q, d_{kk_0}) = \sum_{j=1}^n q_j d_{kk_0}^j$ . Границю, яка розділяє умовні байєсові множини  $S_{\varphi_{k_0}|\varphi_k}$  і  $S_{\varphi_k|\varphi_{k_0}}$ , визначають шляхом розрахунку  $(n-1)$  варіаційних точок  $\bar{p}^1, \dots, \bar{p}^{n-1}$  на основі розв'язування  $(n-1)$ -ї системи лінійних алгебраїчних рівнянь, за якими знаходять вектори  $q^1, \dots, q^{n-1}$ , а саме:

$$\begin{cases} (q, d_{kk_0}) = \delta_{kk_0}, \\ q_i = 0, & i = 1, 2, \dots, n-1. \\ \sum_{l=1}^n q_l = 0. \end{cases}$$

6. Рівняння гіперплощини  $\Gamma_{\varphi_{k_0}\varphi_k}$ , що є границею множин  $S_{\varphi_{k_0}|\varphi_k}$  та  $S_{\varphi_k|\varphi_{k_0}}$  і проходить через такі точки:  $\bar{p}^1 = (\bar{p}_1^1, \dots, \bar{p}_{n-1}^1)$ ,  $\dots$ ,  $\bar{p}^{n-1} = (\bar{p}_1^{n-1}, \dots, \bar{p}_{n-1}^{n-1})$ , отримують таким чином:

$$\begin{vmatrix} p_1 - \bar{p}_1^1 & p_2 - \bar{p}_2^1 & \dots & p_{n-1} - \bar{p}_{n-1}^1 \\ \bar{p}_1^2 - \bar{p}_1^1 & \bar{p}_2^2 - \bar{p}_2^1 & \dots & \bar{p}_{n-1}^2 - \bar{p}_{n-1}^1 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \bar{p}_1^{n-1} - \bar{p}_1^1 & \bar{p}_2^{n-1} - \bar{p}_2^1 & \dots & \bar{p}_{n-1}^{n-1} - \bar{p}_{n-1}^1 \end{vmatrix} = 0.$$

Після побудови умовних байєсових множин  $S_{\varphi_{k_0}|\varphi_k}$  байєсову множину  $S_{\varphi_{k_0}}$  визначають таким чином:  $S_{\varphi_{k_0}} = \bigcap_{\varphi_k \in \Phi \setminus \varphi_{k_0}} S_{\varphi_{k_0}|\varphi_k}$ .

Далі процес побудови байєсових множин виконують в аналогічній послідовності [1].

## Приклад розв'язування задачі

Розглянемо задачу побудови байєсових множин для випадку наявності 3 можливих рішень:  $\Phi = \{\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3\}$ , і 3 станів середовища:  $\Theta = \{\theta_1, \theta_2, \theta_3\}$ , тобто коли  $n=3$  і  $m=3$ . Припустимо, що оцінний функціонал задано такою матрицею:

$$\begin{array}{c|ccc}
 & \varphi_1 & \varphi_2 & \varphi_3 \\
 p_1 & \theta_1 & 2 & 1 & 4 \\
 p_2 & \theta_2 & 5 & 2 & 3 \\
 1-p_1-p_2 & \theta_3 & 2 & 5 & 1
 \end{array}$$

Запишемо байєсові значення функціонала для кожного з можливих рішень, а саме:

$$B^+(p, \varphi_1) = 2p_1 + 5p_2 + 2(1 - p_1 - p_2) = 3p_2 + 2,$$

$$B^+(p, \varphi_2) = 1p_1 + 2p_2 + 5(1 - p_1 - p_2) = -4p_1 - 3p_2 + 5,$$

$$B^+(p, \varphi_3) = 4p_1 + 3p_2 + (1 - p_1 - p_2) = 3p_1 + 2p_2 + 1.$$

Тепер складемо рівняння границь:

$$\begin{aligned}
 1) \Gamma_{\varphi_1, \varphi_2} : B^+(p, \varphi_1) &= B^+(p, \varphi_2), \\
 3p_2 + 2 &= -4p_1 - 3p_2 + 5, \\
 6p_2 &= -4p_1 - 3, \\
 p_2 &= -0,67p_1 + 0,5.
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 2) \Gamma_{\varphi_1, \varphi_3} : B^+(p, \varphi_1) &= B^+(p, \varphi_3), \\
 3p_2 + 2 &= 3p_1 + 2p_2 + 1, \\
 p_2 &= 3p_1 - 1.
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 3) \Gamma_{\varphi_2, \varphi_3} : B^+(p, \varphi_2) &= B^+(p, \varphi_3), \\
 -4p_1 - 3p_2 + 5 &= 3p_1 + 2p_2 + 1, \\
 -5p_2 &= -4 + 7p_1, \\
 p_2 &= -1,4p_1 + 0,8.
 \end{aligned}$$

За результатами обчислень побудуємо на координатній площині отримані зображення границь (див. рис. 2.2).

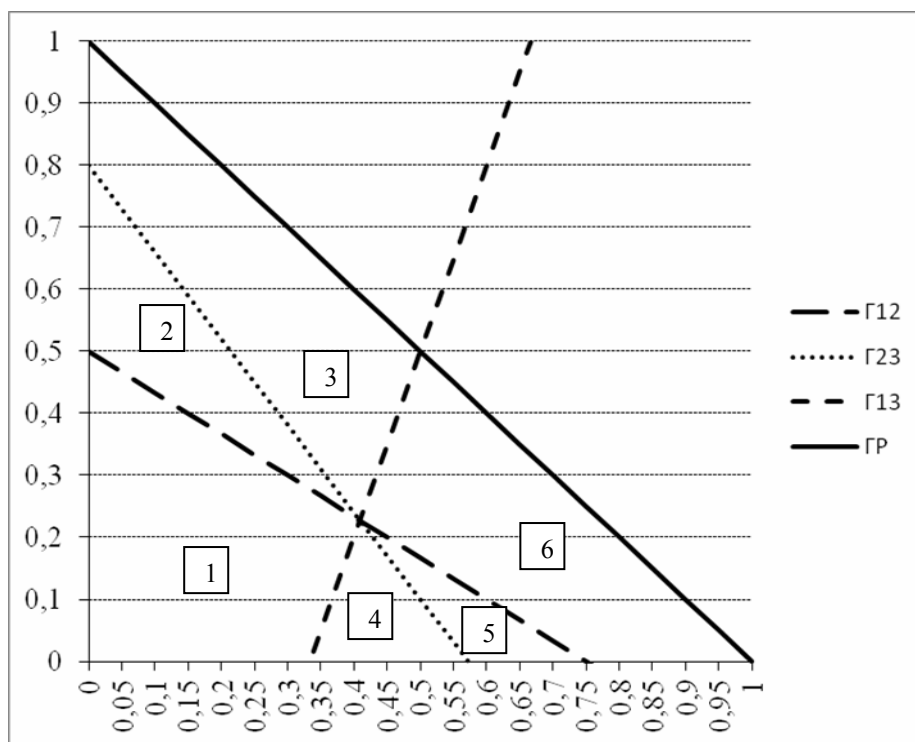


Рис. 2.2. Графічна інтерпретація границь підмножин

Як бачимо, вихідну область розбито на 6 підмножин. Визначимо тепер, яке з рішень є оптимальним для кожної з них. З цією метою в кожній підмножині виберемо довільну точку й обчислимо байєсові значення стосовно кожного з рішень у цій точці. Максимальне значення відповідатиме певній байєсовій множині. Результати розрахунків зведено в табл. 2.1.

Таблиця 2.1

Результати обчислення баєсових значень у кожній із підмножин

Підмножина	Координати точки		Байєсові значення			Максимальне значення	Належність до байєсової множини
	$p_1$	$p_2$	$B^+(p, \varphi_1)$	$B^+(p, \varphi_2)$	$B^+(p, \varphi_3)$		
1	0	0	2	5	1	5	$S_{\varphi_2}$
2	0	0,6	3,8	3,2	2,2	3,8	$S_{\varphi_1}$
3	0	0,9	4,7	2,3	2,8	4,7	$S_{\varphi_1}$
4	0,45	0	2	3,2	2,4	3,2	$S_{\varphi_2}$
5	0,65	0	2	2,4	3	3	$S_{\varphi_3}$
6	0,9	0	2	1,4	3,7	3,7	$S_{\varphi_3}$

Враховуючи отримані результати, остаточно одержуємо такі байєсові множини:

$$S_{\varphi_1} = \begin{cases} p_1 + p_2 \leq 1, \\ p_2 \geq -0,67p_1 + 0,5, \\ p_2 \geq 3p_1 - 1, \\ p_1, p_2 \geq 0. \end{cases} \quad S_{\varphi_2} = \begin{cases} p_2 \leq -0,67p_1 + 0,5, \\ p_2 \leq -1,4p_1 + 0,8, \\ p_1, p_2 \geq 0. \end{cases} \quad S_{\varphi_3} = \begin{cases} p_1 + p_2 \leq 1, \\ p_2 \geq -1,4p_1 + 0,8, \\ p_2 \leq 3p_1 - 1, \\ p_1, p_2 \geq 0. \end{cases}$$

Графічне зображення отриманих байєсових множин показано на рис. 2.3.

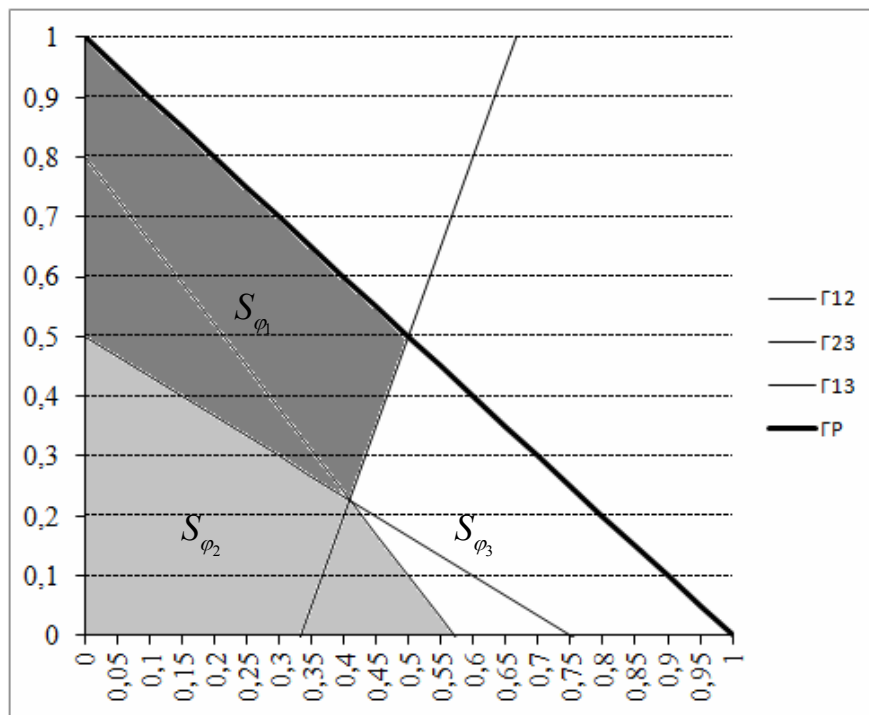


Рис. 2.3. Графічне подання байєсових множин

*Розв'язування задачі методом варіації контрольної точки*

Припустимо, що ситуацію прийняття рішень задано такою матрицею:

$p$		$\varphi_1$	$\varphi_2$	$\varphi_3$
0,3	$\theta_1$	2	1	4
0,5	$\theta_2$	5	2	3
0,2	$\theta_3$	2	5	1

Контрольна точка  $p_0 = (0,3; 0,5; 0,2)$ . Побудуємо байєсові множини, відповідно до описаної вище схеми.

1. Обчислимо байєсові значення оцінного функціонала в контрольній точці, а саме:

$$B^+(p_0, \varphi_1) = 0,3 \cdot 2 + 0,5 \cdot 5 + 0,2 \cdot 2 = 3,5,$$

$$B^+(p_0, \varphi_2) = 0,3 \cdot 1 + 0,5 \cdot 2 + 0,2 \cdot 5 = 2,3,$$

$$B^+(p_0, \varphi_3) = 0,3 \cdot 4 + 0,5 \cdot 3 + 0,2 \cdot 1 = 2,9.$$

2. Знайдемо рішення  $\varphi_{k_0}$ , для якого

$$B^+(p_0, \varphi_{k_0}) = \max_k B^+(p_0, \varphi_k) = 3,9.$$

У нашому випадку  $k_0 = 1$ .

3. Для кожного рішення  $\varphi_k$ , окрім  $\varphi_{k_0}$  обчислюємо нев'язки таким чином:

$$\delta_{k_0 k} = B(p_0, \varphi_{k_0}) - B(p_0, \varphi_k),$$

тобто  $\delta_{12} = 1,2$ ,  $\delta_{13} = 0,6$ ,  $\delta_{32} = 0,6$ .

4. Спочатку будемо визначати границю між множинами  $S_{\varphi_1}$  та  $S_{\varphi_2}$ , для цього обчислимо таку різницю:

$$d_{21} = \begin{pmatrix} 2 \\ 5 \\ 2 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ -3 \end{pmatrix}.$$

Розглянемо варіацію контрольної точки:  $\bar{p} = p_0 + q$ , а саме:

$$\bar{p}_1 = 0,3 + q_1,$$

$$\bar{p}_3 = 0,2 + q_3,$$

$$\bar{p}_2 = 0,5 + q_2.$$

Обчислимо скалярний добуток  $(d, q)$ , тобто

$$(d, q) = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ -3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} q_1 \\ q_2 \\ q_3 \end{pmatrix} = q_1 + 3q_2 - 3q_3.$$

Запишемо рівність:  $(d, q) = \delta_{12} = 1,2$  і складемо систему рівнянь для знаходження першої варіації, а саме:

$$\begin{cases} q_1 + 3q_2 - 3q_3 = 1,2, \\ q_1 = 0, \\ q_1 + q_2 + q_3 = 0. \end{cases}$$



Розв'язавши її, маємо такі результати:  $q_1 = 0$ ;  $q_2 = 0,2$ ;  $q_3 = -0,2$ , тобто

$$p_0 + q = \begin{pmatrix} 0,3 \\ 0,5 \\ 0,2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 0,2 \\ -0,2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0,3 \\ 0,7 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

А перша точка границі  $\overline{p^1} = (0,3; 0,7; 0)$ .

Обчислимо другу варіацію за такою системою рівнянь:

$$\begin{cases} q_1 + 3q_2 - 3q_3 = 1,2, \\ q_2 = 0, \\ q_1 + q_2 + q_3 = 0, \end{cases}$$

тоді  $q_1 = 0,3$ ;  $q_2 = 0$ ;  $q_3 = -0,3$ ,

$$p_0 + q = \begin{pmatrix} 0,3 \\ 0,5 \\ 0,2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0,3 \\ 0 \\ -0,3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0,6 \\ 0,5 \\ -0,1 \end{pmatrix},$$

а  $\overline{p^2} = (0,6; 0,5; -0,1)$ .

Рівняння прямої, яка проходить через ці дві точки, буде мати такий вигляд:

$$\frac{p_1 - 0,3}{0,6 - 0,3} = \frac{p_2 - 0,7}{0,5 - 0,7}.$$

Перетворимо його в канонічний вигляд, тобто

$$\begin{aligned} (0,5 - 0,7)(p_1 - 0,3) &= (p_2 - 0,7)(0,6 - 0,3), \\ -0,2p_1 + 0,06 &= 0,3p_2 + 0,21, \\ 0,3p_2 &= -0,2p_1 + 0,15, \\ p_2 &= -0,67p_1 + 0,5. \end{aligned}$$

Таким чином, границя  $\Gamma_{\varphi_1, \varphi_2}$  між множинами  $S_{\varphi_1}$  та  $S_{\varphi_2}$  описується таким рівнянням:

$$p_2 = -0,67p_1 + 0,5.$$

Аналогічно побудуємо границі між множинами  $S_{\varphi_2}$  і  $S_{\varphi_3}$ , та між  $S_{\varphi_1}$  і  $S_{\varphi_3}$ . Тепер отримуємо такі результати:

$$\Gamma_{\varphi_1, \varphi_3} : p_2 = 3p_1 - 1, \quad \Gamma_{\varphi_2, \varphi_3} : p_2 = -1,4p_1 + 0,8.$$

Як бачимо, результати, отримані двома методами, однакові.

### Контрольні питання

1. Дайте визначення байєсової множини.
2. Які властивості мають байєсові множини?
3. Із якою метою використовують байєсові множини?
4. Які методи застосовують для побудови байєсових множин?
5. У чому полягає геометричний метод побудови байєсових множин? Коли його можна застосовувати?
6. У чому полягає функціональний метод побудови байєсових множин? Коли його можна застосовувати?
7. У чому полягає метод варіації контрольної точки побудови байєсових множин?

### Варіанти індивідуальних завдань

1.

$p_0$		$\varphi_1$	$\varphi_2$	$\varphi_3$
0,1	$\theta_1$	1	5	7
0,4	$\theta_2$	7	2	1
0,5	$\theta_3$	4	1	3

2.

$p_0$		$\varphi_1$	$\varphi_2$	$\varphi_3$
0,4	$\theta_1$	12	4	5
0,3	$\theta_2$	10	6	12
0,3	$\theta_3$	7	10	7

3.

$p_0$		$\varphi_1$	$\varphi_2$	$\varphi_3$
0,2	$\theta_1$	1	0	3
0,5	$\theta_2$	1	4	1
0,3	$\theta_3$	5	1	1

4.

$p_0$		$\varphi_1$	$\varphi_2$	$\varphi_3$
0,2	$\theta_1$	11	15	20
0,5	$\theta_2$	17	3	14
0,3	$\theta_3$	11	5	7

5.

$p_0$		$\varphi_1$	$\varphi_2$	$\varphi_3$
0,4	$\theta_1$	3	1	3
0,2	$\theta_2$	2	2	2
0,4	$\theta_3$	1	4	5

6.

$p_0$		$\varphi_1$	$\varphi_2$	$\varphi_3$
0,1	$\theta_1$	2	0	1
0,1	$\theta_2$	1	2	3
0,8	$\theta_3$	1	4	0

7.

$p_0$		$\varphi_1$	$\varphi_2$	$\varphi_3$
0,3	$\theta_1$	13	4	2
0,4	$\theta_2$	1	3	10
0,3	$\theta_3$	12	14	6

8.

$p_0$		$\varphi_1$	$\varphi_2$	$\varphi_3$
0,7	$\theta_1$	1	5	2
0,1	$\theta_2$	7	6	1
0,2	$\theta_3$	4	7	7

9.

$p_0$		$\varphi_1$	$\varphi_2$	$\varphi_3$
0,3	$\theta_1$	6	12	4
0,5	$\theta_2$	10	7	6
0,2	$\theta_3$	4	8	10

10.

$p_0$		$\varphi_1$	$\varphi_2$	$\varphi_3$
0,1	$\theta_1$	12	7	8
0,3	$\theta_2$	5	11	12
0,6	$\theta_3$	7	14	10

11.

$p_0$		$\varphi_1$	$\varphi_2$	$\varphi_3$
0,6	$\theta_1$	3	5	3
0,2	$\theta_2$	4	1	4
0,2	$\theta_3$	2	4	8

12.

$p_0$		$\varphi_1$	$\varphi_2$	$\varphi_3$
0,5	$\theta_1$	2	8	5
0,1	$\theta_2$	8	12	7
0,4	$\theta_3$	10	7	11

13.

$p_0$		$\varphi_1$	$\varphi_2$	$\varphi_3$
0,3	$\theta_1$	21	15	10
0,5	$\theta_2$	14	14	23
0,2	$\theta_3$	10	11	12

14.

$p_0$		$\varphi_1$	$\varphi_2$	$\varphi_3$
0,2	$\theta_1$	7	2	5
0,3	$\theta_2$	3	2	6
0,5	$\theta_3$	1	5	2

15.

$p_0$		$\varphi_1$	$\varphi_2$	$\varphi_3$
0,15	$\theta_1$	1	5	3
0,25	$\theta_2$	3	2	5
0,6	$\theta_3$	5	1	4

16.

$p_0$		$\varphi_1$	$\varphi_2$	$\varphi_3$
0,3	$\theta_1$	1	3	0
0,2	$\theta_2$	0	2	2
0,5	$\theta_3$	2	1	1

17.

$p_0$		$\varphi_1$	$\varphi_2$	$\varphi_3$
0,3	$\theta_1$	2	0	1
0,25	$\theta_2$	5	1	1
0,45	$\theta_3$	1	6	4

18.

$p_0$		$\varphi_1$	$\varphi_2$	$\varphi_3$
0,2	$\theta_1$	5	1	3
0,1	$\theta_2$	2	3	4
0,7	$\theta_3$	2	5	1

19.

$p_0$		$\varphi_1$	$\varphi_2$	$\varphi_3$
0,3	$\theta_1$	0	5	1
0,1	$\theta_2$	2	4	2
0,6	$\theta_3$	3	0	7

20.

$p_0$		$\varphi_1$	$\varphi_2$	$\varphi_3$
0,5	$\theta_1$	4	5	11
0,2	$\theta_2$	12	7	8
0,3	$\theta_3$	6	14	9

Примітка. Вибір варіанта завдання відбувається за номером прізвища студента в списку академічної групи.

### Список літератури

1. Зайченко Ю. П. Исследование операций [Текст] / Ю. П. Зайченко. – К. : Вища шк., 1988. – 552 с.
2. Трухаев Р. И. Модели принятия решений в условиях неопределенности [Текст] / Р. И. Трухаев. – М. : Наука, 1981. – 168 с.

Світлана Альбертівна Ус

ПРИЙНЯТТЯ РІШЕНЬ В УМОВАХ РИЗИКУ  
Методичні рекомендації  
до виконання лабораторних робіт з дисципліни  
“Теорія прийняття рішень”  
студентами напряму підготовки  
6.040303 Системний аналіз

Редактор О.Н. Ільченко

Підп. до друку 15.07.2014. Формат 30x42/4 .  
Папір офсетний. Ризографія. Ум. друк. арк. 2,0.  
Обл.-вид. арк. 2,2. Тираж 20 пр. Зам. № .

ДВНЗ «Національний гірничий університет»  
49027, м. Дніпропетровськ, просп. К. Маркса, 19.