

УДК 624.15.001

Капустин В.В., асп., Шаповал А.В., к.т.н., доц., Легенченко В.А., асп., Сайтова А.А., ст.гр. БДБ-12-1, Шаповал В.Г., д.т.н., проф.

*Государственный ВУЗ "Национальный горный университет",
г. Днепрпетровск, Украина*

ВЛИЯНИЕ СТЕПЕНИ ДЕСКРЕТИЗАЦИИ КОНЕЧНЫМИ ЭЛЕМЕНТАМИ СТРОИТЕЛЬНЫХ КОНСТРУКЦИЙ НА НАПРЯЖЕННО – ДЕФОРМИРОВАННОЕ СОСТОЯНИЕ

Постановка проблемы в общем виде и ее связь с важными практическими задачами. Определение НДС строительных конструкций с использованием МКЭ в настоящее время стало рутинной процедурой [1, 2, 3, 4, 5, 6, 7]. Это объясняется универсальностью метода МКЭ и достаточно удобному сервису процедур введения исходных данных, разбивки расчетной области на КЭ различной формы, а также анализа и интерпретации полученных в ходе расчета данных. При этом ни один из расчетных комплексов не позволяет выявить, каким образом на точность расчетов влияет разбивка расчетной области на конечные элементы данного размера и формы.

Анализ последних исследований и публикаций, в которых положено начало решению данной проблемы. Необходимо отметить, что данной проблеме на ранних этапах развития МКЭ придавалось гораздо большее внимание, чем это делается в настоящее время [8, 9].

Выделение ранее не решенных частей общей проблемы, которым посвящена данная статья. При написании настоящей статьи нами преследовалась цель напомнить исследователям, которые используют технику МКЭ при расчете строительных конструкций и грунтовых оснований о его недостатках.

Изложение основного материала исследования. Задача исследований была сформулирована так. Балка – стенка с размерами 10x10x0,5 метров загружена нагрузкой от собственного веса $\gamma = 25 \text{ кН/м}^3$. По подошве балки – стенки отсутствуют перемещения в направлении координатных осей. Модуль упругости балки равен $E = 2 \cdot 10^6 \frac{\text{Т}}{\text{М}^2}$, а коэффициент Пуассона $\nu = 0,2$.

Требуется определить, насколько отличаются рассчитанные с использованием метода конечных элементов напряжения и перемещения.

Ввиду значительного объема информации нами сравнивались максимальное и минимальное значения напряжений и перемещений. При этом использовалась формула вида:

$$\left. \begin{aligned} \Delta Y = \left| \frac{Y_1 - Y_i}{Y_1} \right| \cdot 100\%; \\ i = 1, \dots, 8; \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

где ΔY относительная погрешность между установленными между рассчитанными при различных способах разбивки расчетной области на конечные элементы; i – вариант разбивки (рис. 1).

Рассматривались такие варианты разбивки на конечные элементы:

- вариант 1 – однотипные прямоугольные элементы с размерами 1x1 м;
- варианты 2 и 3 - прямоугольные элементы двух типов с размерами 1,5x1 м и 0,5x1 м;
- вариант 4 - прямоугольные элементы трех типов с размерами 1,5x1,5 м, 0,5x1,5 м и 0,5x0,5 м;
- вариант 5 треугольные элементы из прямоугольных равнобедренных треугольников с катетами 1x1 м;
- варианты 6 и 7 треугольные элементы из прямоугольных треугольников двух типов с катетами 1x1,5 м и 0,5x1 м;
- вариант 8 треугольные элементы из прямоугольных треугольников трех типов с катетами 1,5x1,5 м, 0,5x1,5 м и 0,5x0,5 м.

В случае разбивки конструкции на прямоугольные элементы их количество во всех случаях равнялось 100 штук, а при разбивке на треугольные элементы – 200 штук.

Максимальное расхождение между длинами сторон конечных элементов не превышало 3.

Различие между вариантами 2 и 3 заключалось в том, что в первом случае (вариант 2) размер горизонтальной стороны каждой стороны равнялся одному метру, а во втором случае (вариант 3) одному метру равнялся размер каждого из элементов по вертикали.

Различие между вариантами 6 и 7 заключалось в том, что в первом случае (вариант 6) размер горизонтальных катетов равнялся одному метру, а во втором случае (вариант 7) одному метру равнялся размер каждого из вертикальных катетов.

Принятые нами варианты разбивки конструкции на конечные элементы являются типичными при расчете строительных конструкций (на практике соотношение между сторонами конечных элементов может равняться пяти и более).

Расчеты выполнялись с использованием программного комплекса ЛИРА. Их результаты, полученные для прямоугольных конечных элементов, сведены в таблицу 1, а для треугольных элементов – в таблицу 2.

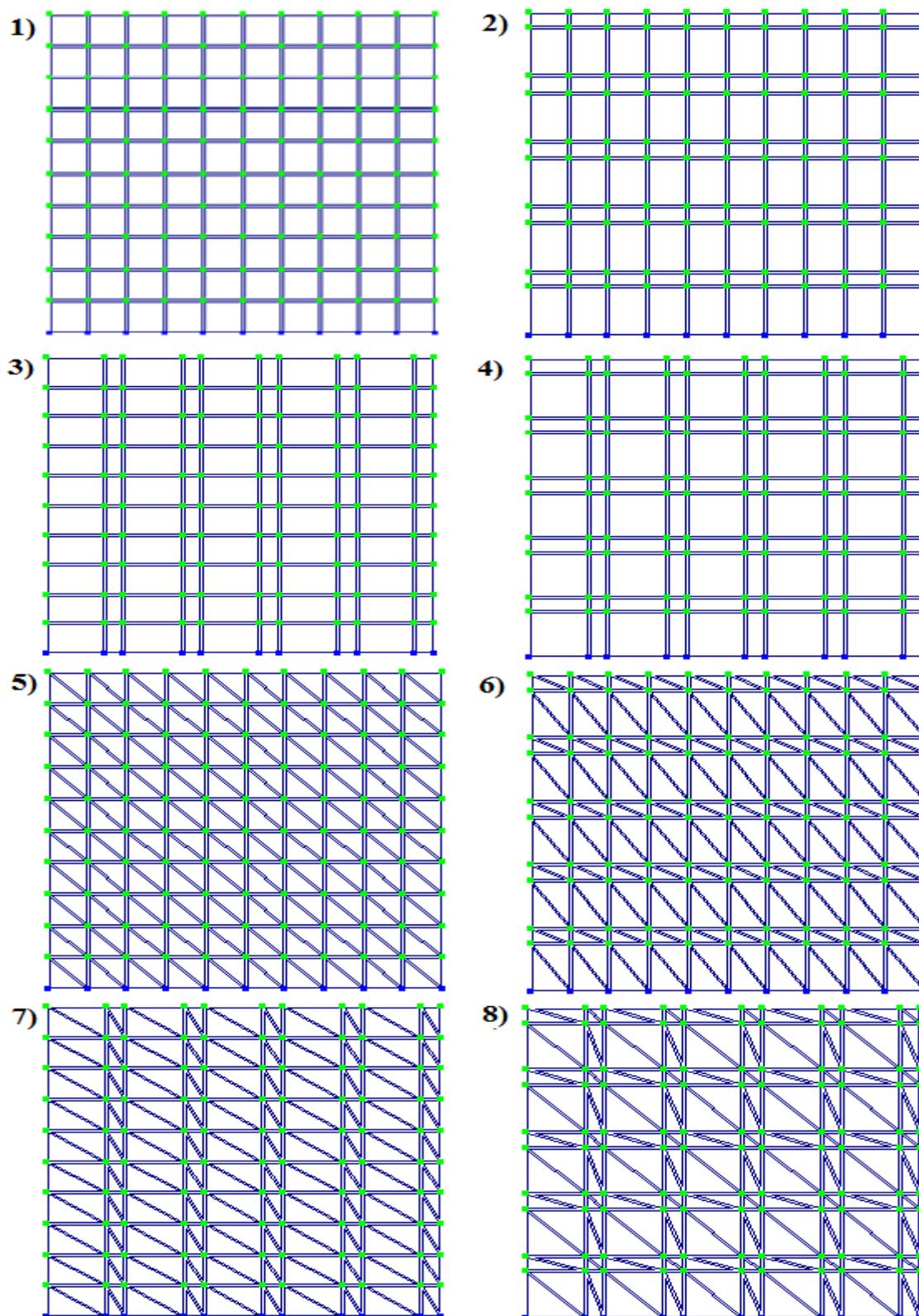


Рис. 1. Варианты разбивки балки – стенки на конечные элементы. 1 – прямоугольные элементы с размерами 1×1 м; 2 и 3 – то же, $1,5 \times 1$ и $0,5 \times 1$ м; 4 – то же, $1,5 \times 1,5$ м, $0,5 \times 1,5$ м и $0,5 \times 0,5$ м; 5 – треугольные элементы с катетами 1 и 1 м; 6 и 7 – то же, $1,5$ и 1 м, $0,5$ и 1 м; 8 – то же, $1,5$ и $1,5$ м, $0,5$ и $1,5$ м, $0,5$ и $0,5$ м

Таблица 1

Расхождение между усилиями и деформациями в пластине при ее разбивке на прямоугольные конечные элементы

Наименование	Наименование усилия (перемещения)		Вариант разбивки			
			1	2	3	4
Расчетные усилия	$\sigma_x, \text{т/м}^2$	max	0,357	0,412	0,347	0,484
		min	-4,14	-3,81	-4,14	-3,81
	$\sigma_y, \text{т/м}^2$	max	-1,24	-0,622	-1,24	-0,621
		min	-25,2	-24,1	-25,8	-24,5
	$\tau_{xy}, \text{т/м}^2$	max	2,6	2,12	2,52	1,98
		min	-2,6	-2,12	-2,5	-2,08
Расчетные перемещения	$U_z, \text{мм}$	max	0	0	0	0
		min	-0,0626	-0,0626	-0,0626	-0,0626
	$U_x, \text{мм}$	max	0,0072	0,0072	0,0073	0,0072
		min	-0,0072	-0,0072	-0,0071	-0,0072
Расхождение между усилиями	$\Delta\sigma_x, \%$	max	-	15	3	36
		min	-	8	0	8
	$\Delta\sigma_y, \%$	max	-	50	0	50
		min	-	4	2	3
	$\Delta\tau_{xy}, \%$	max	-	18	3	24
		min	-	18	4	20
Расхождение между перемещениями	$\Delta U_z, \%$	max	-	0	0	0
		min	-	0	0	0
	$\Delta U_x, \%$	max	-	0	1	0
		min	-	0	1	0

Таблица 2

Расхождение между усилиями и деформациями в пластине при ее разбивке на треугольные конечные элементы

Наименование	Наименование усилия (перемещения)		Вариант разбивки				
			1	5	6	7	8
Расчетные усилия	$\sigma_x, \text{Т/м}^2$	max	0,357	0,1	0,427	0,22	0,457
		min	-4,14	-12,6	-15,9	-15,9	-16,14
	$\sigma_y, \text{Т/м}^2$	max	-1,24	0,857	-0,408	-0,679	-0,289
		min	-25,2	-20,1	-20,1	-22,4	-19,3
	$\tau_{xy}, \text{Т/м}^2$	max	2,6	-0,0745	0,017	-0,0175	0,121
		min	-2,6	-10,4	-10,3	-8,01	-9,77
Расчетные перемещения	$U_z, \text{мм}$	max	0	0	0	0	0
		min	-0,0626	-0,0625	-0,0624	-0,0626	-0,0625
	$U_x, \text{мм}$	max	0,0072	0,0070	0,0069	0,0070	0,0069
		min	-0,0072	-0,0069	-0,0068	-0,0067	0,0067
Расхождение между усилиями	$\Delta\sigma_x, \%$	max	-	72	20	38	28
		min	-	204	284	284	290
	$\Delta\sigma_y, \%$	max	-	169	67	45	77
		min	-	20	20	11	23
	$\Delta\tau_{xy}, \%$	max	-	103	99	101	95
		min	-	300	296	208	276
Расхождение между перемещениями	$\Delta U_z, \%$	max	-	0	0	0	0
		min	-	0	0	0	0
	$\Delta U_x, \%$	max	-	3	4	3	4
		min	-	4	6	7	7

Представленные в таблицах данные позволили нам сделать такие выводы:

1. При разбивке расчетной области на квадратные конечные элементы расхождение между усилиями достигает 50%. При этом расхождение между деформациями не превышает 1%.

2. При разбивке расчетной области на треугольные конечные элементы расхождение между усилиями достигает 300%. При этом расхождение между деформациями не превышает 7%.

3. Метод конечных элементов позволяет получить наиболее точные результаты при загрузке строительных конструкций их собственным весом. Поэтому в случае других видов загрузки (моментной, сосредоточенной и распределенной нагрузками) влияние формы и взаимного расположения конечных элементов на значения расчетных усилий и перемещений будет еще сильнее, чем это имеет место в рассмотренном выше случае.

Поскольку приемлемым считается расхождение между точными и приближенными решениями задачи об определении НДС строительных конструкций в 5%, следует признать что:

1. Форма конечных элементов и их взаимное расположение оказывают существенное влияние на точность определения усилий.

2. При этом точность определения перемещений является вполне приемлемой.

На наш взгляд, наиболее приемлемыми вариантами решения данной проблемы являются:

1. Выявление формы и взаимного расположения конечных элементов экспериментальным путем в ходе сопоставления точных решений простейших задач с приближенными решениями, полученными при различной форме и размерах конечных элементах. Наилучшие варианты разбивки должны быть представлены в соответствующих рекомендациях к расчетным комплексам.

2. Учет прямой и обратной симметрии строительных конструкций и действующей на них нагрузки.

3. Анализ результатов расчетов (т.е. эпюры усилий и перемещений) квалифицированными специалистами (такой подход используется во многих ведущих фирмах развитых стран).

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Аргирос Д. Современные методы расчета сложных статически неопределимых систем / Д. Аргирос. – Л.: Судпромгиз, 1961. – 873 с.

2. Зенкевич О. Метод конечных элементов в технике / О. Зенкевич. – М.: Изд-во «Мир», 1975. – 541 с.

3. Клованич С.Ф. Метод конечных элементов в нелинейных задачах инженерной механики. Запорожье, 2009. - 400 с.

4. Варвак П. М., Бузун И. М., Городецкий А. С., Пискунов В. Г., Толокнов Ю. Н., Метод конечных элементов, Киев, Вища школа, 1981.

5. Стрелец - Стрелецкий Е.Б., Боговис В.Е., Гензерский Ю.В., Гераймович Ю.Д., Марченко Д.В., Титок В.П. ЛИРА 9.4. Руководство пользователя. ОСНОВЫ. Учебное пособие. Киев: издательство «ФАКТ», 2008. – 164 с.

6. Немчинов Ю.И. Метод пространственных конечных элементов. Київ: НДІБК, 1995 – 368 с.

7. Ухов С.Б. и др. Механика грунтов, основания и фундаменты: Учебник. - М.: Изд. АСВ, 1994 - 527 с.

8. Тимошенко С.П., Гудьир Дж. Теория упругости. - М: Наука, 1975. - 576 с.

9. Чорний Г.І., Ковальський Р.К., Шаповал А.В. Особливості визначення напружено-деформованого стану армованих ґрунтових основ з використанням методу кінцевих елементів// Будівельні конструкції: Міжвідомчий науково-технічний збірник. – Вип. 55.-К.: НДІБК, 2001.-С. 159-172.