

## ОЦЕНКА ПОГРЕШНОСТЕЙ В ОПРЕДЕЛЕНИИ МОДУЛЯ УПРУГОСТИ РЕЗИНЫ ПРИ СЖАТИИ, СВЯЗАННЫХ С НЕУЧЕТОМ ИЗМЕНЕНИЙ РАЗМЕРОВ ОБРАЗЦА В ПРОЦЕССЕ ИСПЫТАНИЙ

Описаны результаты испытаний на кратковременное сжатие 5 типов образцов резин, применяемых для изготовления резинотросовых канатов для горной промышленности Украины и Польши. При обработке результатов испытаний выполнен анализ неучета изменения размеров поперечных сечений образцов при нагружении на значения модулей упругости резин в разных диапазонах деформаций.

Описані результати випробувань на короткочасне стискування 5 типів зразків гум, які використовують для виготовлення гумотросових канатів для промисловості України і Польщі. Під час обробці результатів випробувань виконаний аналіз впливу нехтуванням зміни розмірів поперечного перетину зразків під час навантаження на величини модулів пружності гум в різних діапазонах деформації.

The results of tests on a brief compression are described for 5 types of rubbers, applied for making of rubber-steel ropes for mining industry in Ukraine and Poland. At treatment of results of tests have been made analysis of influence of change of sizes of cross-sectional of patterns of rubber executed at a lading on the sizes of the modules of elasticity of rubbers in the different ranges of deformation.

При проведении испытаний металлических образцов на ратяжение-сжатие и последующей обработке результатов пренебрегают изменением площади поперечного сечения образца. Полагают напряжения равномерно распределены по площади его поперечного сечения  $F_0$  и их оценивают без учета изменения этой площади в процессе деформирования [1] по формуле

$$\sigma = \frac{P}{F_0}, \quad (1)$$

где  $P$  – сжимающее (растягивающее) усилие,  $F_0$  – начальная площадь поперечного сечения образца.

Оценим полученную при этом погрешность. Для стандартного образца длины  $l_0$  круглого поперечного сечения диаметром  $d_0$  при испытании строится зависимость  $P(\Delta l)$  изменение первоначальной длины образца  $\Delta l$  от величины прикладываемого усилия. Относительное продольное удлинение образца

$$\varepsilon_1 = \frac{\Delta l}{l_0}, \quad (2)$$

относительная поперечная деформация образца

$$\varepsilon_2 = \frac{\Delta d}{d_0}, \quad (3)$$

$\varepsilon_1$  и  $\varepsilon_2$  определяют коэффициент Пуассона материала  $\nu$ :

$$\nu = \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2}. \quad (4)$$

Уменьшение (увеличение) площади поперечного сечения стержня при растяжении (сжатии) с точностью до бесконечно малых 2-го порядка малости

$$\Delta F = \frac{\pi(d_0 + \Delta d)^2}{4} - \frac{\pi d_0^2}{4} \approx \frac{\pi d_0 \Delta d}{2}. \quad (5)$$

Относительное изменение площади поперечного сечения стержня с учетом (3) и (4) можно представить в виде:

$$\frac{\Delta F}{F_0} = 2\nu\varepsilon_1, \quad (6)$$

Для стальных образцов  $\nu=0,25$ ,  $\varepsilon_1=0,003$ , по формуле (6) получаем

$$\frac{\Delta F}{F_0} = 2 \cdot 0,25 \cdot 0,003 = 0,0015,$$

то есть  $\Delta F=0,0015F_0$ , что составляет 0,15% от начального значения площади поперечного сечения образца. Такой величиной изменения площади поперечного сечения стержня можно пренебречь и рассчитывать напряжения по формуле (1).

Для резины при испытаниях на сжатие  $\nu=0,5$ ,  $\varepsilon_{\max}=0,7$ . По формуле (6) для резиновых образцов получаем

$$\frac{\Delta F}{F_0} = 2 \cdot 0,5 \cdot 0,7 = 0,7,$$

то есть, изменение площади поперечного сечения резиновых образцов при испытаниях на сжатие весьма существенно. Однако государственные стандарты на испытания резин [2,3] предписывают оценивать напряжения в резиновых образцах по формуле (1). Назовем эти напряжения «условными» –  $\sigma_y$ , а напряжения, вычисленные с учетом изменения площади поперечного сечения образца – «реальными» –  $\sigma_p$  и оценим получаемые при обработке результатов испытаний погрешности определения механических характеристик резины.

Полагая справедливой гипотезу плоских сечений и равномерность распределения напряжений по поперечному сечению резинового образца при сжатии, вычислим значения реальных напряжений по формуле

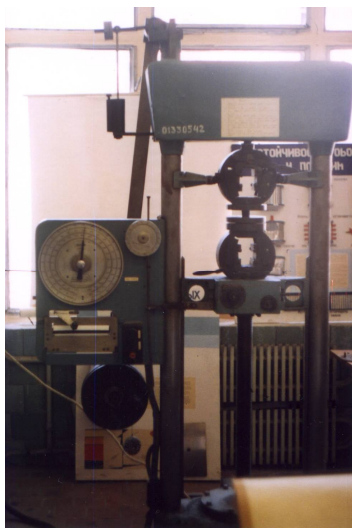
$$\sigma_p = \frac{P}{F_0 + \Delta F} = \frac{P}{F_0(1 + 2\nu\varepsilon_1)} = \frac{\sigma_y}{1 + 2\nu\varepsilon_1}. \quad (7)$$

В работе [4] описаны испытания на статическое сжатие 5 типов образцов резины (каждого типа резины было по 3 образца в соответствии с требованиями ГОСТ 265-80). Испытаниям подвергались образцы 5 типов резин: резина Днепропетровского шинного завода ОАО «Днепрошина», применяемая для изготовления металлокордовых покрышек большегрузных транспортных средств, заводской шифр марки резины – Р-25; резина украинского Лисичанского завода резино-технических изделий, применяемая для наружного слоя резиноканевых конвейерных лент, заводской шифр марки резины - 16-02; резина ремонтно-механического завода (РМЗ) комбината «Кривбассжелезорудком» г.Кривой Рог, используемая для производства резинотросовых канатов для шахтных подъемных установок, заводское название резины – резина РМЗ-1 и РМЗ-2; ре-

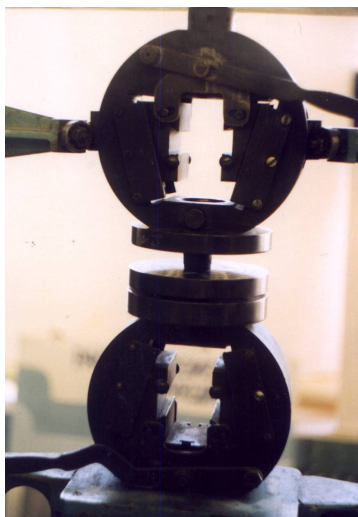
зина польской фирмы Stomil, применяемая для изготовления резинотросовых конвейерных лент, заводской шифр марки резины – РТТ. Химический состав резин является коммерческой тайной производителей.

В соответствии с требованиями ГОСТ 265-80 было изготовлено и испытано по 3 образца каждого из 4 указанных типов резин.

На рис.1 представлена фотография испытательной машины УМ-5, а на рис.2 - фотография испытываемого образца в зажимах машины.



*Рис. 1.* Фотография испытательной машины УМ-5



*Рис. 2.* Фотография испытываемого образца в зажимах машины

Испытательная машина УМ-5 позволяет испытывать образцы материалов на растяжение и сжатие с приложением нагрузок в двух диапазонах: до 20 и до 50 кН.

ГОСТ 265-80 предписывает нагружать образцы резины в пределах их относительной деформации  $0 \leq \epsilon \leq 0,5$ . В реальных условиях нагружения резинотехнических изделий резина испытывает деформации сжатия в большем диапазоне. Поэтому в испытаниях образцов резины нагружения осуществлялись до  $\epsilon \leq 0,75$ . Производились одно- и многократные нагружения образцов. Фикси-

ровались диаграммы нагружения и разгружения образцов для возможной оценки параметров гистерезиса в резине.

Диаграммное устройство испытательной машины УМ-5 рисует диаграмму растяжения (сжатия) образцов, фиксируя по оси ординат усилие в кг, а по оси абсцисс – абсолютную деформацию образца в мм. При обработке результатов экспериментов нами был выполнен пересчет абсолютной деформации на относительную  $\varepsilon$ , усилия пересчитаны в напряжения  $\sigma$ , как отношение усилия сжатия образца к площади его поперечного сечения.

Как условились ранее, напряжения, вычисленные в соответствии с ГОС265-80 по формуле (1), называем условными  $\sigma_y$ , а вычисленные по формуле (7) – реальными  $\sigma_p$ .

На рис. 3-7 представлены диаграммы изменения условных ( $\sigma_y$ ) и реальных ( $\sigma_p$ ) нормальных напряжений в поперечных сечениях образцов при испытаниях на статическое кратковременное сжатие для следующих типов резин: Р-25, 16-02, РМЗ-1, РМЗ-2, РТТ, соответственно.

Под каждым рисунком приведено аналитическое описание полученных зависимостей  $\sigma_y(\varepsilon)$ ,  $\sigma_p(\varepsilon)$ .

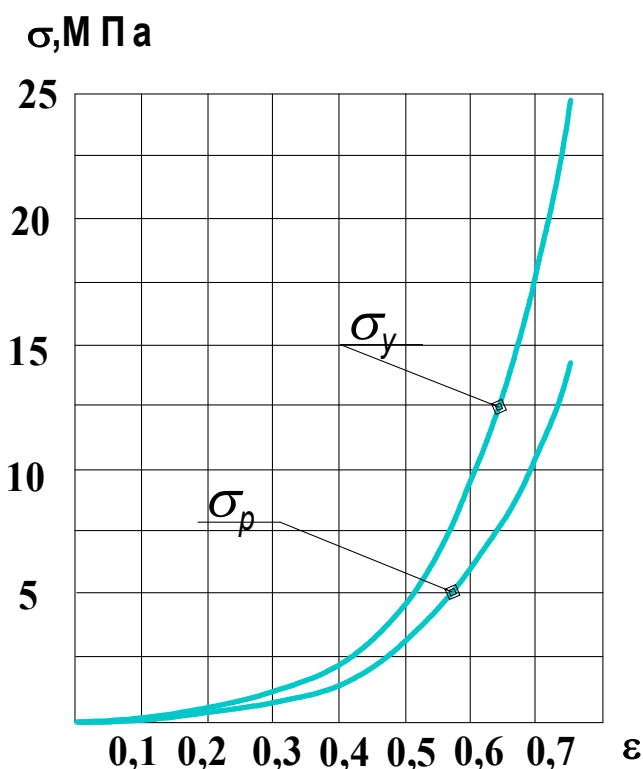


Рис. 3. Диаграмма изменения условных  $\sigma_y$  и реальных  $\sigma_p$  нормальных напряжений в поперечном сечении образца резины Р-25 при испытаниях на статическое кратковременное сжатие

В диапазоне деформаций сжатия до  $\varepsilon \leq 0,75$  зависимость  $\sigma_y(\varepsilon)$  удовлетворительно описывается:

а) кубической параболой:

$$\sigma_y = -0,297 + 16,743\varepsilon - 84,927\varepsilon^2 + 142,103\varepsilon^3 \quad (8)$$

со стандартной ошибкой  $S=0,529$  и корреляционном коэффициенте  $r=0,9989$ , но точнее эта зависимость описывается полиномом четвертой степени:

$$\sigma_y = 0,028 - 2,636\varepsilon + 48,644\varepsilon^2 - 146,204\varepsilon^3 + 193,106\varepsilon^4 \quad (9)$$

со стандартной ошибкой  $S=0,220$  и корреляционном коэффициенте  $r=0,9999$ .

б) зависимость реальных напряжений от деформаций описывается квадратной параболой:

$$\sigma_p = 0,496 - 12,577\varepsilon + 39,161\varepsilon^2 \quad (10)$$

со стандартной ошибкой  $S=0,8888$  и корреляционном коэффициенте  $r=0,9877$ , или точнее – кубической параболой:

$$\sigma_p = -0,0724 + 8,144\varepsilon - 39,107\varepsilon^2 + 71,086\varepsilon^3 \quad (11)$$

со стандартной ошибкой  $S=0,225$  и корреляционном коэффициенте  $r=0,9993$ .

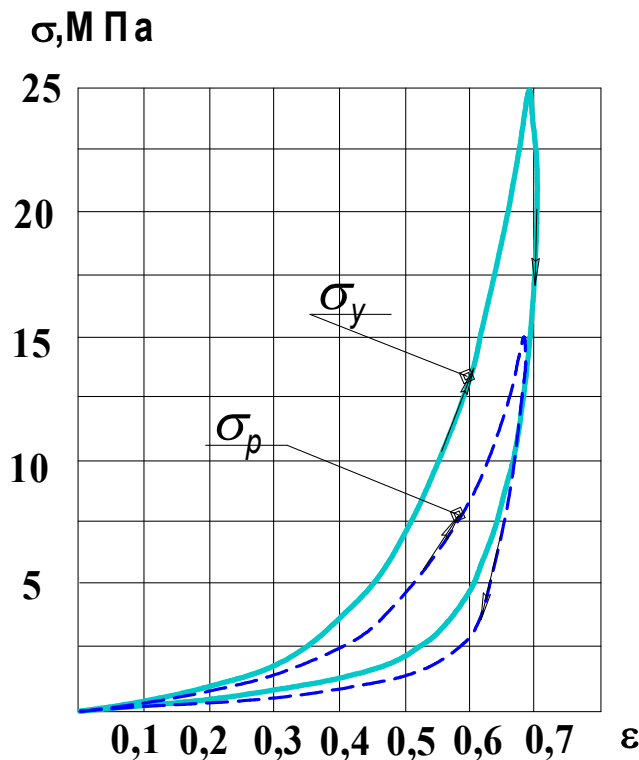


Рис. 4. Диаграммы изменения условных  $\sigma_y$  и реальных  $\sigma_p$  нормальных напряжений в поперечном сечении образца резины 16-02 при испытаниях на статическое кратковременное сжатие

В диапазоне деформаций сжатия до  $\varepsilon \leq 0,75$  зависимость  $\sigma_y(\varepsilon)$  удовлетворительно описывается:

- при нагружении

$$а) \sigma_y = 0,036 - 7,005\varepsilon + 117,924\varepsilon^2 - 365,549\varepsilon^3 + 424,929\varepsilon^4, \quad (12)$$

при  $S=0,370$ ,  $r=0,9995$ ;

практически точно эта зависимость описывается полиномом 7 степени

$$\sigma_y = 12,717\varepsilon - 234,02\varepsilon^2 + 232,902\varepsilon^3 - 109,0701\varepsilon^4 + 265,3754\varepsilon^5 - 31,77917\varepsilon^6 + 15,00860\varepsilon^7, \quad (13)$$

при  $S=0, r=1,00$ ;

$$\text{б) } \sigma_p = -0,183 + 14,05\varepsilon - 64,53\varepsilon^2 + 112,7\varepsilon^3, \quad (14)$$

при  $S=0,458, r=0,9978$ ;

- при разгрузении

в) практически точно ( $S=0, r=1,0$ ) описывается полиномом 7 степени

$$\sigma_y = 55,557\varepsilon - 1313,33\varepsilon^2 + 12069,63\varepsilon^3 - 54144,29\varepsilon^4 + 127290,05\varepsilon^5 - 150561,06\varepsilon^6 + 70767,17\varepsilon^7, \quad (15)$$

г) полиномом шестой степени

$$\sigma_p = 0,0056 - 27,58\varepsilon + 614,93\varepsilon^2 - 4421,4\varepsilon^3 + 14322\varepsilon^4 - 21443,8\varepsilon^5 + 12103,2\varepsilon^6, \quad (16)$$

при  $S=0,346$  и  $r=0,9997$ .

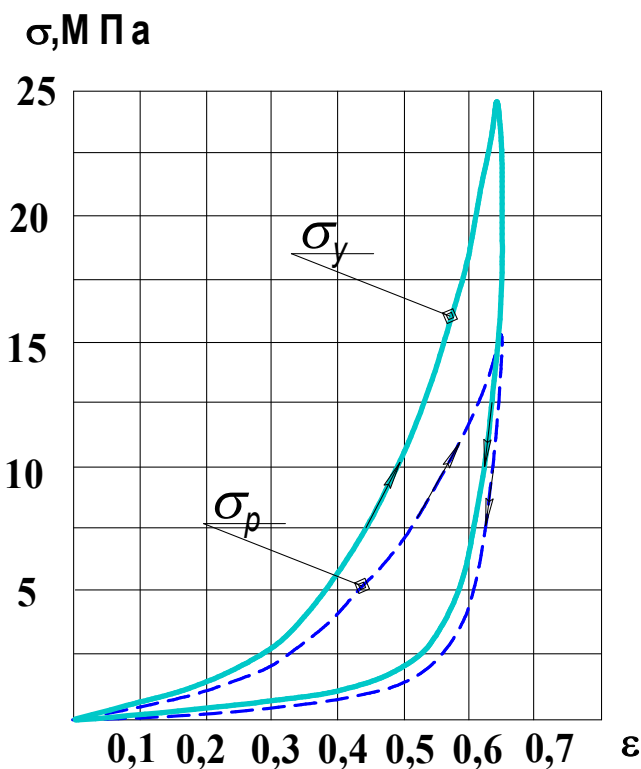


Рис. 5. Диаграммы изменения условных  $\sigma_y$  и реальных  $\sigma_p$  нормальных напряжений в поперечном сечении образца резины РМЗ-1 при испытаниях на статическое кратковременное сжатие

В диапазоне деформаций сжатия до  $\varepsilon \leq 0,75$  зависимость  $\sigma(\varepsilon)$  удовлетворительно описывается:

- при нагружении

$$\text{а) } \sigma_y = 0,003 + 4,365\varepsilon + 8,389\varepsilon^2 - 2,056\varepsilon^3 + 105,051\varepsilon^4, \quad (17)$$

при  $S=0,122$ ,  $r=0,9999$ ;

$$\text{б) } \sigma_p = -0,019 + 6,715\varepsilon - 17,92\varepsilon^2 + 65,87\varepsilon^3, \quad (18)$$

при  $S=0,098$ ,  $r=0,9999$ ;

- при разгрузении

в) практически точно ( $S=0, r=1,0$ ) описывается полиномом 7 степени

$$\sigma_y = 75,344\varepsilon - 1806,77\varepsilon^2 + 16579,85\varepsilon^3 - 74946,69\varepsilon^4 + 178872,72\varepsilon^5 - 215975,49\varepsilon^6 + 144001,56\varepsilon^7, \quad (19)$$

$$\text{г) } \sigma_p = 0,0063 - 39,55\varepsilon + 845,6\varepsilon^2 - 6183,3\varepsilon^3 + 20521,8\varepsilon^4 - 31549,2\varepsilon^5 + 18281,5\varepsilon^6, \quad (20)$$

при  $S=0,412$ ,  $r=0,9995$ .

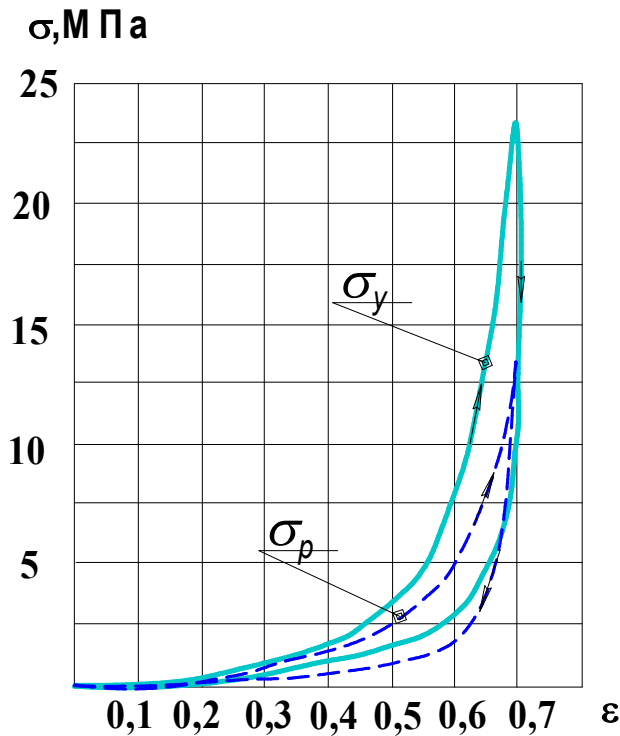


Рис. 6. Диаграммы изменения условных  $\sigma_y$  и реальных  $\sigma_p$  нормальных напряжений в поперечном сечении образца резины РМЗ-2 при испытаниях на статическое кратковременное сжатие

В диапазоне деформаций сжатия до  $\varepsilon \leq 0,75$  зависимость  $\sigma(\varepsilon)$  удовлетворительно описывается:

- при нагружении

$$\text{а) } \sigma_y = 0,158 - 21,134\varepsilon + 234,4\varepsilon^2 - 699,8\varepsilon^3 + 677,65\varepsilon^4, \quad (21)$$

при  $S=0,695$ ,  $r=0,998$ ;

$$\text{б) } \sigma_p = 0,091 - 11\varepsilon + 130,64\varepsilon^2 - 390,8\varepsilon^3 + 379,5\varepsilon^4, \quad (22)$$

при  $S=0,392$ ,  $r=0,9984$ ;

- при разгрузении

$$в) \sigma_y = 0,005 - 29,26\varepsilon + 637,7\varepsilon^2 - 4582,6\varepsilon^3 + 14893,7\varepsilon^4 - 22328\varepsilon^5 + 12576,4\varepsilon^6, \quad (23)$$

при  $S=0,312$ ,  $r=0,9998$ ;

$$г) \sigma_p = -0,027 + 21,1\varepsilon - 302,6\varepsilon^2 + 1535,2\varepsilon^3 - 3120,7\varepsilon^4 + 2200\varepsilon^5, \quad (24)$$

при  $S=0,320$ ,  $r=0,9993$ .

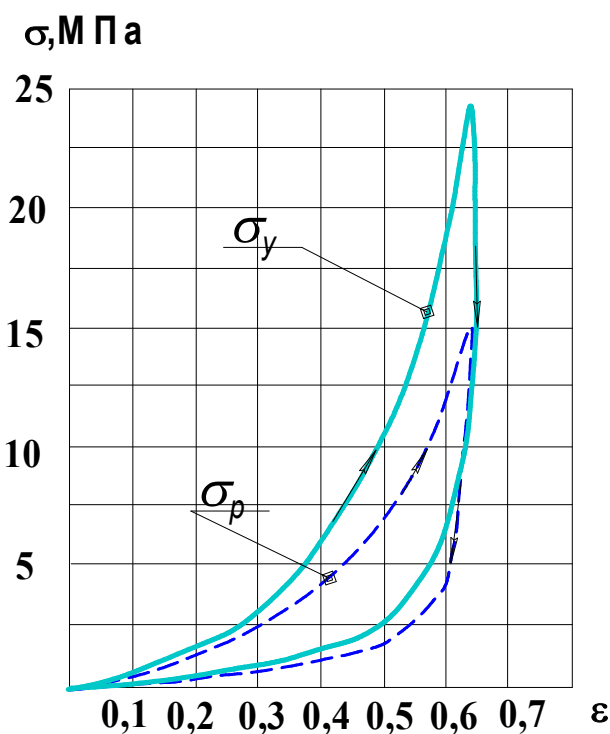


Рис. 7. Диаграммы изменения условных  $\sigma_y$  и реальных  $\sigma_p$  нормальных напряжений в поперечном сечении образца резины РТТ при испытаниях на статическое кратковременное сжатие

В диапазоне деформаций сжатия до  $\varepsilon \leq 0,75$  зависимость  $\sigma(\varepsilon)$  удовлетворительно описывается:

- при нагружении

$$а) \sigma_y = -0,005 + 7,283\varepsilon + 5,009\varepsilon^2 - 12,801\varepsilon^3 + 118,837\varepsilon^4, \quad (25)$$

при  $S=0,140$  и  $r=0,9999$ ;

$$б) \sigma_p = -0,013 + 9,804\varepsilon - 27,046\varepsilon^2 + 72,564\varepsilon^3, \quad (26)$$

при  $S=0,091$  и  $r=0,9999$ ;

- при разгрузении

в) практически точно ( $S=0$ ,  $r=1,0$ ) — полиномом 7 степени

$$\sigma_y = 93,275\varepsilon - 2199,13\varepsilon^2 + 20023,92\varepsilon^3 - 89677,25\varepsilon^4 + 211863,24\varepsilon^5 - 253053,67\varepsilon^6 + 120446,86\varepsilon^7, \quad (27)$$



$$\text{г) } \sigma_p = 0,008 - 44,75\varepsilon + 972,87\varepsilon^2 - 7064\varepsilon^3 + 23242,7\varepsilon^4 - 35381\varepsilon^5 + 20274\varepsilon^6, \quad (28)$$

при  $S=0,526$ ,  $r=0,9999$ .

При решении многих нелинейных краевых задач теории упругости (физическая или геометрическая нелинейности) считается целесообразным приведение их к последовательности решений линейных задач.

Основная идея такого подхода к решению упругопластического деформирования тел и течения вязкой жидкости принадлежит А.А. Ильюшину [5] в последующие годы этот метод неоднократно применялся в различных модификациях для решения задач теории упругости и пластичности с физической и геометрической нелинейностью и назывался «методом упругих решений». Поскольку численные методы решения указанных задач требуют кусочно-линейной аппроксимации зависимостей  $\sigma_y(\varepsilon)$  и  $\sigma_p(\varepsilon)$ , представленных на рис. 3-7.

Процедура линейной аппроксимации представлена на рис.8 для резины марки Р-25.

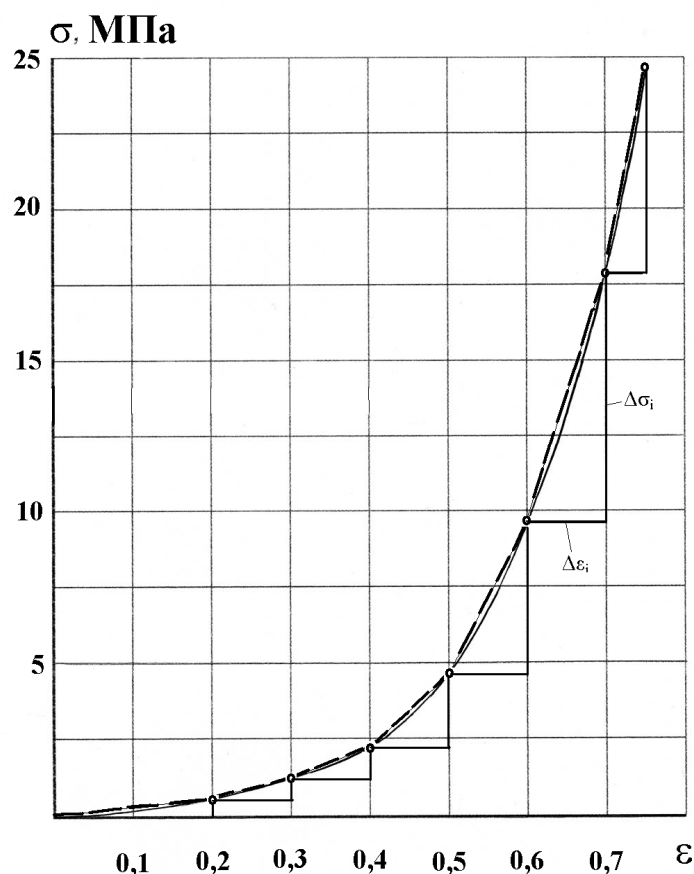


Рис.8. Линейная аппроксимация (пунктирная линия) экспериментальной зависимости  $\sigma(\varepsilon)$  при сжатии резины марки Р-25

Экспериментальная зависимость  $\sigma(\varepsilon)$  (сплошная линия) заменяется ломаной прямой (пунктирная линия). Для каждого участка ломаной линии показаны приращения напряжений  $\Delta\sigma_i$ , соответствующие приращению относительных деформаций сжатия  $\Delta\varepsilon_i$ . На каждом участке ломаной зависимости  $\sigma(\varepsilon)$  вычислялся модуль упругости резины при сжатии

$$E_y = \frac{\Delta\sigma_{yi}}{\Delta\varepsilon_i} \text{ и } E_p = \frac{\Delta\sigma_{pi}}{\Delta\varepsilon_i}.$$

Полученные таким образом значения модулей упругости резины при сжатии в каждом диапазоне деформаций для 5-ти марок испытываемых резин приведены в табл. 1.

Как следует из данных таблицы 1, реальные значения модулей упругости резин  $E_p$  отличаются от вычисленных без учета изменения площади поперечного сечения испытываемых образцов  $E_y$  на 17-89% в зависимости от диапазона относительной продольной деформации. Неучет такого отличия модулей упругости материала может привести к значительным погрешностям при расчете напряженно-деформированного состояния резинотехнических изделий.

Таблица 1

Значения модулей упругости испытываемых резин при сжатии в разных диапазонах деформации

Диапазон относительной деформации	Модуль упругости резины при сжатии, МПа									
	Марка резины									
	P-25		16-02		PM3-1		PM3-2		RTT	
	$E_y$	$E_p$	$E_y$	$E_p$	$E_y$	$E_p$	$E_y$	$E_p$	$E_y$	$E_p$
$0 < \varepsilon \leq 0,2$	2,7	2,3	5,1	4,3	7,1	5,9	2,6	2,1	8,8	7,3
$0,2 < \varepsilon \leq 0,3$	7,1	5,1	8,8	6,1	12,81	9,0	5,1	4,1	14,9	10,3
$0,3 < \varepsilon \leq 0,4$	9,8	6,3	17,06	11,5	31,1	20,7	9,5	6,2	27,7	18,0
$0,4 < \varepsilon \leq 0,5$	25,0	15,6	36,5	22,6	47,3	28,8	16,5	10,0	45,3	27,3
$0,5 < \varepsilon \leq 0,6$	48,6	28,4	66,2	38,4	82,4	47,1	41,9	24,7	84,5	48,4
$0,6 < \varepsilon \leq 0,7$	83,2	45,5	148,0	83,1	116	63,4	152	86,7	110	59,1
$0,7 < \varepsilon \leq 0,75$	142,0	75								

#### Список литературы

1. Беляев Н.М. Сопротивление материалов. – М.: Наука, 1976 – 607с.
2. ГОСТ 269-80 «Резина. Общие требования к определению физико-механических свойств».
3. ГОСТ 265-80 «Резина. Метод испытания на кратковременное сжатие».
4. Ермеков М.М., Сериков Н.Ж., Ропай В.А. Экспериментальные исследования механических характеристик резин при сжатии. – НТЖ «Нефтепромысловое дело» - М.: ВНИИО-ЭНГ. 2003. - №4. – С. 31-34.
5. Ильюшин А.А. Пластичность. – М.,Л.: Гостехиздат, 1948.- 376 с.

*Рекомендовано до публікації д.т.н. Самусею В.І.  
Надійшла до редакції 19.06.2012*