

Б.В. Виноградов, д-р техн. наук, А.В. Христенко, Д.А. Федин, канд. техн. наук  
(Украина, Днепропетровск, Украинский государственный химико-технологический университет)

### ОСОБЕННОСТИ ЭКВИВАЛЕНТНОЙ ДИНАМИЧЕСКОЙ СХЕМЫ ДВУХДВИГАТЕЛЬНЫХ ПРИВОДОВ БАРАБАНЫХ МЕЛЬНИЦ

**Постановка проблемы.** Измельчение материалов – один из основных технологических процессов. Среди измельчительного оборудования наибольшее распространение получили барабанные мельницы. В мире их доля составляет 80 %, а, в Украине 95. На измельчение материалов в барабанных мельницах расходуется 2 % металла от всего производства в мире. Поэтому задача снижения металлоемкости барабанных мельниц, за счет совершенствования методов прочностных расчетов – одна из актуальных. Поэтому одним из этапов расчета мельниц на прочность является определение динамических нагрузок в механической системе, для выполнения которого необходима адекватная эквивалентная динамическая схема.

**Выделение нерешенной ранее части общей проблемы.** Динамике двухдвигательных приводов посвящено ряд исследований, которые обобщены в монографии [6]. При этом при рассмотрении двухдвигательных приводов барабан с продуктами загрузки не рассматривается как физический маятник.

**Цель данной статьи** – обоснование эквивалентной динамической и математической модели двухдвигательного привода барабанной мельницы.

**Изложение основного материала.** Особенностью барабанных мельниц является то, что барабан с продуктами загрузки представляет собой физический маятник [7].

На рис. 1 представлена эквивалентная динамическая схема двухдвигательного привода барабанной мельницы.

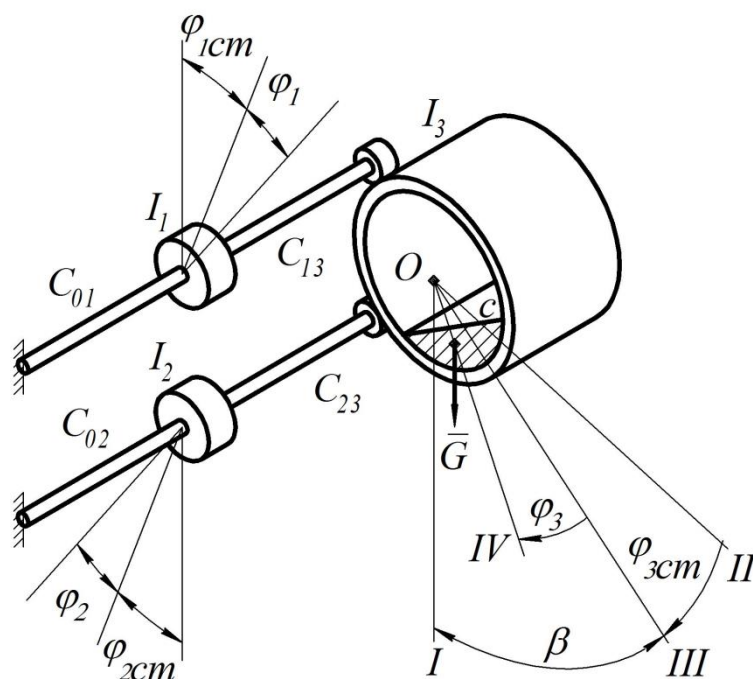


Рис. 1 Эквивалентная динамическая схема двухдвигательного привода барабанной мельницы: \$I\_1, I\_2, I\_3\$ – моменты инерции, соответственно, двух двигателей и барабана; \$c\_{01}, c\_{02}\$ и \$c\_{13}, c\_{23}\$ – жесткости синхронных двигателей и механических передач соответственно

Дифференциальные уравнения движения представим в виде уравнений Лагранжа.

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial T}{\partial \dot{\varphi}_1} \right) - \frac{\partial T}{\partial \varphi_1} = Q_1 \quad \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial T}{\partial \dot{\varphi}_2} \right) - \frac{\partial T}{\partial \varphi_2} = Q_2 \quad \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial T}{\partial \dot{\varphi}_3} \right) - \frac{\partial T}{\partial \varphi_3} = Q_3, \quad (1)$$

где \$T\$ – кинетическая энергия системы; \$\varphi, \dot{\varphi}\$ – обобщенные координаты и скорости масс системы; \$Q\$ – обобщенные силы.

Кинетическая энергия системы и обобщенные силы соответственно:

$$T = \frac{I_1 \dot{\varphi}_1^2}{2} + \frac{I_2 \dot{\varphi}_2^2}{2} + \frac{I_3 \dot{\varphi}_3^2}{2}; \quad Q_1 = -\frac{\partial \Pi}{\partial \varphi_1}; \quad Q_2 = -\frac{\partial \Pi}{\partial \varphi_2}; \quad Q_3 = -\frac{\partial \Pi}{\partial \varphi_3},$$

где  $\Pi$  – потенциальная энергия системы, которая складывается из потенциальной энергии упругих связей  $\Pi_{упр}$  и потенциальной энергии веса массы продуктов загрузки барабана  $\Pi_{вес}$ .

Потенциальная энергия сил упругости

$$\begin{aligned} \Pi_{упр} &= - \int_{\varphi_1}^0 C_{01}(\varphi_{1см} + \varphi_1) d\varphi_1 - \int_{\varphi_2}^0 C_{02}(\varphi_{2см} + \varphi_2) d\varphi_2 - \\ &- \int_{\alpha_{13}}^0 C_{13}(\alpha_{13см} + \alpha_{13}) d\alpha_{13} - \int_{\alpha_{23}}^0 C_{23}(\alpha_{23см} + \alpha_{23}) d\alpha_{23} = \\ &= C_{01} \left( \varphi_{1см} \varphi_1 + \frac{\varphi_1^2}{2} \right) + C_{02} \left( \varphi_{2см} \varphi_2 + \frac{\varphi_2^2}{2} \right) + C_{13} \left( \alpha_{13см} \alpha_{13} + \frac{\alpha_{13}^2}{2} \right) + C_{23} \left( \alpha_{23см} \alpha_{23} + \frac{\alpha_{23}^2}{2} \right), \end{aligned}$$

где  $\alpha_{13см}$ ,  $\alpha_{23см}$ ,  $\alpha_{13} = \varphi_3 - \varphi_1$ ,  $\alpha_{23} = \varphi_3 - \varphi_2$  – закручивание упругих связей в положении статического равновесия и в произвольный момент времени.

Потенциальная энергия веса, приведенная к валу ротора,

$$\Pi_{вес} = -\frac{Gl}{u} [\cos(\beta - \varphi_3) - \cos \beta],$$

где  $u$  – передаточное число;  $\beta$  – угол, определяющий положение продуктов загрузки в установившемся режиме работы.

Разложим тригонометрические функции и ограничимся малыми второго порядка, тогда

$$\Pi_{вес} = \frac{Gl}{u} \frac{\varphi_3^2}{2} \cos \beta - \frac{Gl}{u} \varphi_3 \sin \beta.$$

Учитывая, что

$$\begin{aligned} \Pi &= \Pi_{упр} + \Pi_{вес}; \\ C_{01} \varphi_{1см} + C_{02} \varphi_{2см} - C_{13} \alpha_{13см} - C_{23} \alpha_{23см} &= 0; \\ C_{13} \alpha_{13см} + C_{23} \alpha_{23см} - \frac{Gl}{u} \sin \beta &= 0 \end{aligned}$$

тогда обобщенные силы

$$\begin{aligned} -Q_1 &= -\frac{\partial \Pi}{\partial \varphi_1} = C_{01} \varphi_1 - C_{13} \alpha_{13}; & -Q_2 &= -\frac{\partial \Pi}{\partial \varphi_2} = C_{02} \varphi_2 - C_{23} \alpha_{23}; \\ -Q_3 &= -\frac{\partial \Pi}{\partial \varphi_3} = C_{13} \alpha_{13} + C_{23} \alpha_{23} + \frac{Gl}{u} \varphi_3 \cos \beta. \end{aligned} \tag{2}$$

Остальные члены уравнения Лагранжа

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial T}{\partial \dot{\varphi}_1} \right) &= I_1 \ddot{\varphi}_1; & \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial T}{\partial \dot{\varphi}_2} \right) &= I_2 \ddot{\varphi}_2; & \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial T}{\partial \dot{\varphi}_3} \right) &= I_3 \ddot{\varphi}_3; \\ \frac{\partial T}{\partial \varphi_1} &= 0; & \frac{\partial T}{\partial \varphi_2} &= 0; & \frac{\partial T}{\partial \varphi_3} &= 0; \end{aligned} \tag{3}$$

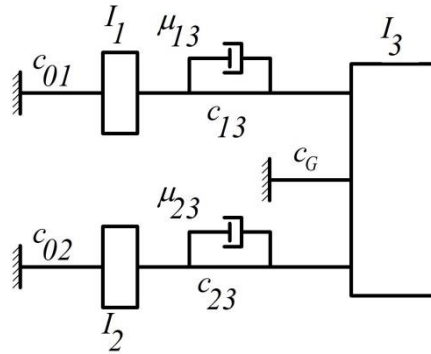
Подставляя выражения (2) и (3) в уравнение (1), получим дифференциальные уравнения собственных колебаний

$$\begin{aligned}
 I_1 \ddot{\varphi}_1 + C_{01} \varphi_1 - C_{13} \alpha_{13} &= 0; \\
 I_2 \ddot{\varphi}_2 + C_{02} \varphi_2 - C_{23} \alpha_{23} &= 0; \\
 I_3 \ddot{\varphi}_3 + C_{13} \alpha_{13} + C_{23} \alpha_{23} + \frac{Gl}{u} \varphi_3 \cos \beta &= 0.
 \end{aligned}
 \tag{4}$$

Дифференциальные уравнения, аналогичные выражениям (4), можно получить, рассматривая эквивалентную динамическую схему, где барабан имеет дополнительную упругую связь с жёсткостью

$$c_G = \frac{Gl}{u} \cos \beta \text{ (рис. 2)}$$

В таблице приведены частоты собственных колебаний двухдвигательного привода барабанной мельницы общей мощностью 8 000 кВт, а на рис. 3 – формы колебаний двухдвигательного привода барабанной мельницы. Привод каждой линии передач соответствует приводу мельницы МШЦ 55×65. Жесткость механической системы определяется жесткостью упругих муфт и может составлять от  $C_{13} = C_{23} = 12 \cdot 10^6 \text{ Н} \cdot \text{м}$  при использовании обычных упругих муфт и снижаться до  $C_{13} = C_{23} = 10^6 \text{ Н} \cdot \text{м}$  при использовании специальных муфт, содержащих резинокордные оболочки, которые находят все более широкое применение [1-4, 9-11].

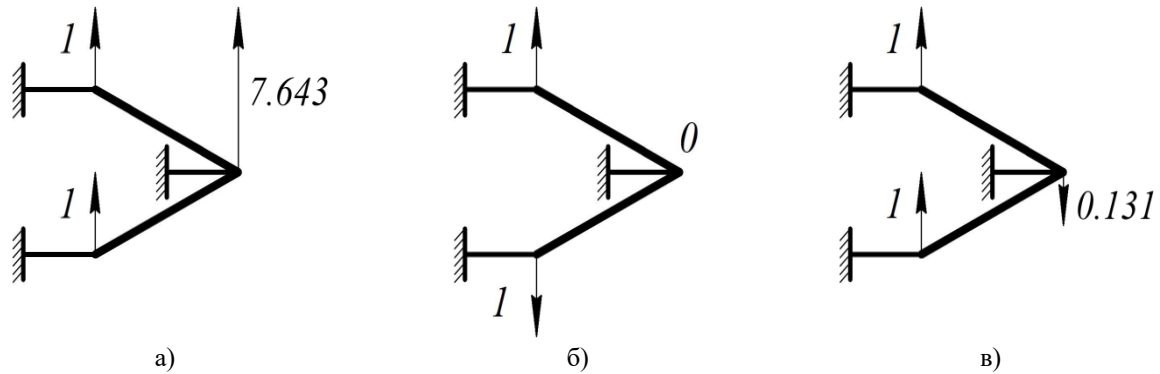


**Рис. 2. Эквивалентная динамическая схема барабанной мельницы:**  
 $I_1, I_2, I_3$  – моменты инерции соответственно двух двигателей и барабана;  
 $c_{01}, c_{02}$  и  $c_{13}, c_{23}$  – жесткости синхронных двигателей и механических передач соответственно;  
 $c_G$  – дополнительная жесткость

Таблица

**Расчетные значения частот собственных колебаний двухдвигательного привода барабанной мельницы**

Типы муфт	Расчетные жесткости муфты $C_{13}, C_{23}$ , $\cdot \text{Н} \cdot \text{м}$	Частоты собственных колебаний			Различие данных в %
		Частота	$c_G = 0$	$c_G \neq 0$	
Типовая упругая	$12 \cdot 10^6$	$k_1$	14.407	14.964	3.722
		$k_2$	32.232	32.232	0
		$k_3$	35.091	35.146	0.156
С резинокордными оболочками	$2.471 \cdot 10^6$	$k_1$	8.481	9.582	11.490
		$k_2$	26.857	26.857	0
		$k_3$	27.051	27.057	0.022
	$1.032 \cdot 10^6$	$k_1$	5.706	7.26	21.405
		$k_2$	25.949	25.949	0
		$k_3$	25.984	25.985	0.004



**Рис. 3. Формы колебаний двухдвигательного привода барабанной мельницы:**  
**а, б, в – форма колебаний двухдвигательного привода барабанной мельницы на частоте**  
 $k_1=9.582 \text{ с}^{-1}$ ,  $k_2=26.857 \text{ с}^{-1}$ ,  $k_3=27.057 \text{ с}^{-1}$  соответственно

Анализ расчетных данных позволяет сделать следующие выводы:

- при понижении жесткости муфт в динамических расчетах необходимо рассматривать барабан мельницы с загрузкой как физический маятник;
- представление барабана мельницы в виде физического маятника не меняет формы колебаний, а приводит к уточнению частот собственных колебаний;
- при оснащении привода обычными упругими муфтами расхождение в значениях низшей частоты собственных колебаний составляет не более 4 %, а при применении специальных муфт с пониженной жёсткостью это расхождение может достигать 10–20 %.

#### Список литературы

1. А.С.743720 СССР МПК В02С 17/24 Двухдвигательный периферийный привод барабанной мельницы / Б.В. Виноградов, В.И. Зайченко.-№ 2592504/29-33; заявл. 21.03.78; опубл. 30.06.80. Бюл. № 24.
2. А.С.710635 СССР МПК В02С 17/24, F15B 11/25. Двухдвигательный периферийный привод барабанной мельницы / Б.В. Виноградов, В.И. Зайченко.- № 2489018/29-33; заявл. 24.05.77; опубл. 25.01.80. Бюл. № 3.
3. А.С. 470662 СРСР МПК F15B 11/22. Двухдвигательный привод / Д.К. Крюков, В.И. Зайченко. №1785067/24-6; заявл. 16.05.72; опубл. 15.05.75. Бюл. № 18.
4. Пат. №96521 Україна, МПК В02С 17/24. Дводвигуновий синхронний привід барабанного млина [Текст] / Виноградов Б.В., Емельяненко В.И.; Державний вищий навчальний заклад "Український державний хіміко-технологічний університет" – № а201007858; заявл. 23.06.2010; Опубл 10.11.2011. Бюл. № 21.
5. Виноградов Б.В. Статика и динамика двухдвигательных приводов барабанных мельниц / Б.В. Виноградов // Наук. вісн. НГУ. – 2012. – № 2. – С. 75–80.
6. Виноградов Б.В. Динаміка барабанных млинів: монографія / Б.В. Виноградов. – Д.: УДХТУ, 2004. – 127 с.
7. Виноградов Б.В. Динамическая модель привода барабанной мельницы в установившемся режиме работы / Б.В. Виноградов // Научн. вестн. НГУ. – № 3. – 2010. – С. 72–76.
8. Виноградов Б.В. Вынужденные колебания двухдвигательных синхронных приводов барабанных мельниц / Б.В. Виноградов, А.В. Христенко // Наук. вісн. НГУ. – 2012. – № 6. – С. 72–76.
9. Виноградов Б.В. Гидропневмобаллонная упруговязкая система / Б.В. Виноградов // Вібрації в техніці та технологіях. – 2011. – № 1 (61). – С. 15–19.
10. Годжаев З.А. Исследование характеристик пневматического упругого элемента рукавного типа в зависимости от давления воздуха, хода и формы поршня / З.А. Годжаев, А.А. Поповский, С.В. Гончаренко // Вісн. СевНТУ: зб. наук. пр. – Севастополь, 2011. – № 120. – С. 306–311.
- 11 J. Homisin. Pneumatic flexible shaft couplings / Transport problems. Wydawnictwo Politechniki Śląskiej, Gliwice 2007, T. 2 pp 63-71

*Рекомендовано до друку: д-ром техн. наук, проф. Самусею В.І.*