

## ГЛАВА 5 ОПРЕДЕЛЕНИЕ НАПРЯЖЕНИЙ В МАССИВАХ ГРУНТОВ

### 5.1. ОБЩИЕ ДАННЫЕ

Напряжения в грунтовых массивах возникают под воздействием внутренних и внешних сил, а также в результате протекающих в грунте физических и химических процессов.

Знание напряжений в грунтовых массивах необходимо для решения таких инженерных задач:

- определения деформаций оснований и фундаментов;
- оценки прочности и устойчивости оснований;
- определения грунта давления на ограждения;
- определения реактивных давлений по подошве фундаментов (эти данные необходимы для расчета конструкций фундаментов).

Поля напряжений в грунтовых основаниях имеют сложный вид. Однако они могут быть построены методом **суперпозиции** соответствующих более простым случаям полей напряжений.

В настоящее время различают такие виды напряжений в грунтовом основании.

1. Напряжения в основаниях от собственного веса грунта и неограниченной в плане распределенной нагрузки.
2. Напряжения в грунтовых основаниях от местной нагрузки в условиях пространственной задачи.
3. Напряжения в грунтовых основаниях от местной нагрузки в условиях плоской задачи.
4. Контактные напряжения.

В заключение отметим, что для определения полей напряжений в грунтовых основаниях в настоящее время используется модель **упругого изотропного линейного основания** и методы теории упругости.

### 5.2. НАПРЯЖЕНИЯ ОТ СОБСТВЕННОГО ВЕСА ГРУНТА

Собственный вес грунта имеет физический смысл объемной силы. Поэтому под его действием в грунтовом основании обязательно возникают поля напряжений и перемещений.

При определении напряжений от собственного веса грунта полагают, что загруженная область в плане имеет неограниченные размеры. Иными словами, в данном случае основание находится **в условиях компрессионного сжатия** (рис. 5.1). Если основание однородно (рис. 5.1-а), то напряжения на глубине  $z$  в нем следует определять по формулам:

$$\left. \begin{aligned} \tau_{xy} = \tau_{xz} = \tau_{yz} = 0; \quad \sigma_z = q + \gamma \cdot z; \\ \sigma_x = \sigma_y = \xi \cdot \sigma_z; \quad \xi = \frac{\nu}{1-\nu}. \end{aligned} \right\} \quad (5.1)$$

Здесь  $q$  – интенсивность распределенной нагрузки на поверхности основания;  $z$  – глубина, на которой определяются напряжения;  $\nu$  – коэффициент Пуассона основания;  $\sigma_z, \sigma_x, \sigma_y, \tau_{xy}, \tau_{xz}, \tau_{yz}$  – см. пояснения к (3.1) и рис. 3.1.

Если степень влажности однородного основания  $S_r \geq 0,8$ , то в формулах (5.1) вместо удельного веса грунта  $\gamma$  следует принимать

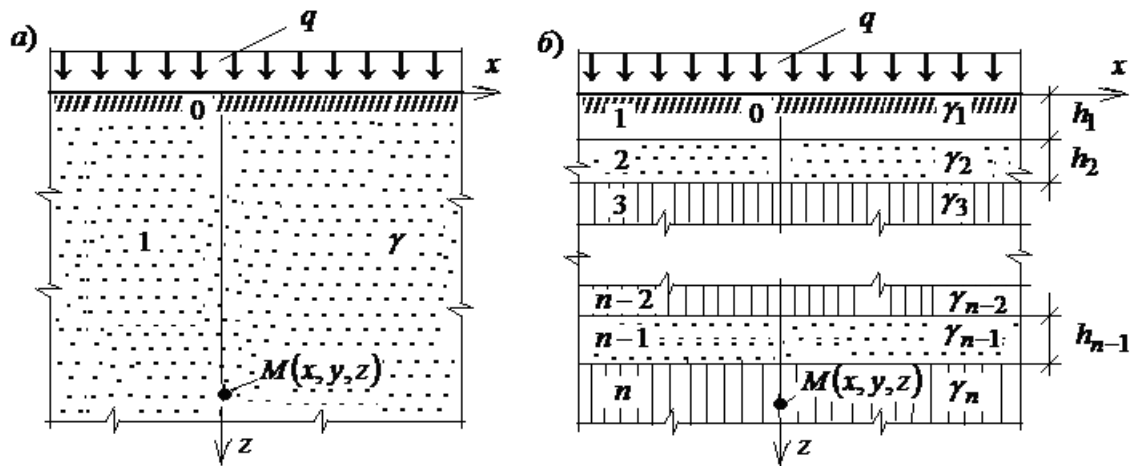


Рис. 5.1. К расчету напряжений от собственного веса грунта (схема): а - однородного основания; б - слоистого. 1...n - номера грунтовых слоев;  $h_1 \dots h_{n-1}$  - их толщины;

$\gamma_1 \dots \gamma_n$  - их удельные веса.

удельный вес основания с учетом взвешивающего действия воды  $\gamma_{sw}$ , а именно:

$$\gamma_{sw} = \frac{\gamma_s - \gamma_w}{1 + e}. \quad (5.2)$$

Здесь  $\gamma_w = 10 \frac{\kappa H}{\text{м}^3}$ , а  $\gamma_s$  и  $e$  – соответственно удельный вес грунтовых частиц и коэффициент пористости грунта.

Если основание сложено горизонтальными слоями с различными свойствами (рис. 5.1-б), то напряжения на глубине  $z$  в нем следует определять по формулам:

$$\left. \begin{aligned} \tau_{xy} = \tau_{xz} = \tau_{yz} = 0; \quad \sigma_x = \sigma_y = \xi \cdot \sigma_z; \quad \xi = \frac{\nu_n}{1 - \nu_n}. \\ \sigma_z = q + \gamma_n \cdot \left( z - \sum_{i=1}^{n-1} h_i \right) + \sum_{i=1}^{n-1} h_i \cdot \gamma_i; \end{aligned} \right\} \quad (5.3)$$

Здесь  $h_i$  – толщина  $i$  – того слоя;  $\gamma_i$  – удельный вес слагающего его грунта;  $h_n$  и  $\gamma_n$  – то же,  $n$  – того слоя;  $\nu_n$  – коэффициент Пуассона  $n$  – того слоя;  $q, z, \sigma_z, \sigma_x, \sigma_y, \tau_{xy}, \tau_{xz}, \tau_{yz}$  – см. пояснения к (5.1).

В практике иногда приходится определять напряжения от собственного веса грунта в водонасыщенном основании, в котором на некоторой глубине залегает  **$H$  водоупор**. В этом случае на интервале глубин  $z \in (0, H)$  (т.е. выше водоупора) напряжения определяют по формулам (5.1) с учетом (5.2), т.е.

$$\left. \begin{aligned} \tau_{xy} = \tau_{xz} = \tau_{yz} = 0; \quad \sigma_z = q + \gamma_{sw} \cdot z; \quad \gamma_{sw} = \frac{\gamma_s - \gamma_w}{1 + e} \quad \sigma_x = \sigma_y = \xi \cdot \sigma_z. \end{aligned} \right\}$$

При этом ниже водоупора (т.е. при  $z > H$ ) следует использовать формулу вида

$$\left. \begin{aligned} \tau_{xy} = \tau_{xz} = \tau_{yz} = 0; \quad \sigma_z = q + (\gamma_{sw} + \gamma_w) \cdot H + \gamma \cdot (H - z); \quad \sigma_x = \sigma_y = \xi \cdot \sigma_z. \end{aligned} \right\}$$

где  $\gamma$  – удельный вес грунта ниже водоупора.

Зависимость удельного веса грунта  $\gamma$  от глубины  $z$  можно представить в виде некоторой функции  $\gamma(z)$ . Аналогичным образом, если коэффициент Пуассона зависит от координаты  $z$ , справедлива запись  $\nu(z)$ . Поэтому в общем случае напряжения в грунтовой толще от собственного веса грунта следует определять по формулам:

$$\left. \begin{aligned} \tau_{xy} = \tau_{xz} = \tau_{yz} = 0; \quad \sigma_z = q + \int_0^z \gamma(\eta) \cdot d\eta; \\ \sigma_x = \sigma_y = \xi(z) \cdot \sigma_z; \quad \xi(z) = \frac{\nu(z)}{1 - \nu(z)}. \end{aligned} \right\} \quad (5.4)$$

В заключение отметим, что при горизонтальной дневной поверхности основания нормальные напряжения от собственного веса грунта и распределенной по поверхности основания нагрузки **всегда являются главными**.

### 5.3. ПЛОСКАЯ ЗАДАЧА. МЕСТНАЯ НАГРУЗКА НА ПОВЕРХНОСТИ ОСНОВАНИЯ

В инженерной практике часто приходится иметь дело с проектированием ленточных фундаментов, длинных насыпей, плотин и иных протяженных сооружений (рис. 5.2). Вдали от концов этих сооружений грунт находится в состоянии, близком к **плоской деформации**, при котором деформации в направлении оси  $Oy$  равны нулю, а напряжения и перемещения не зависят от координаты  $y$ .

Определение напряжений и перемещений в таких грунтовых массивах выполняют в такой последовательности:

– находят решение соответствующей рассматриваемой расчетной схеме основания т.н. **фундаментальной задачи**;

– с использованием **принципа суперпозиции** определяют напряженно-деформированное состояние основания при любой конфигурации нагрузки.

В данном случае **фундаментальное решение** носит название **задачи Фламана** (рис. 5.2).

Схеме на рис. 5.2-б соответствуют такие **граничные условия**:

$$\tau_{xz}(x,0) = 0; \quad \sigma_z(x,0) = P \cdot \delta(x). \quad (5.5)$$

Здесь  $\tau_{xz}(x,0)$  – касательное напряжение на верхней границе основания;  $\sigma_z(x,0)$  – то же, нормальное вертикальное;  $P$  – значение вертикальной **погонной нагрузки** (измеряется в  $\frac{кН}{м}$ );  $\delta(x)$  – **символическая дельта-функция Дирака**.

Напряжения в точке  $M(x, y, z)$  и прогиб дневной поверхности основания в точке  $x$  равны:

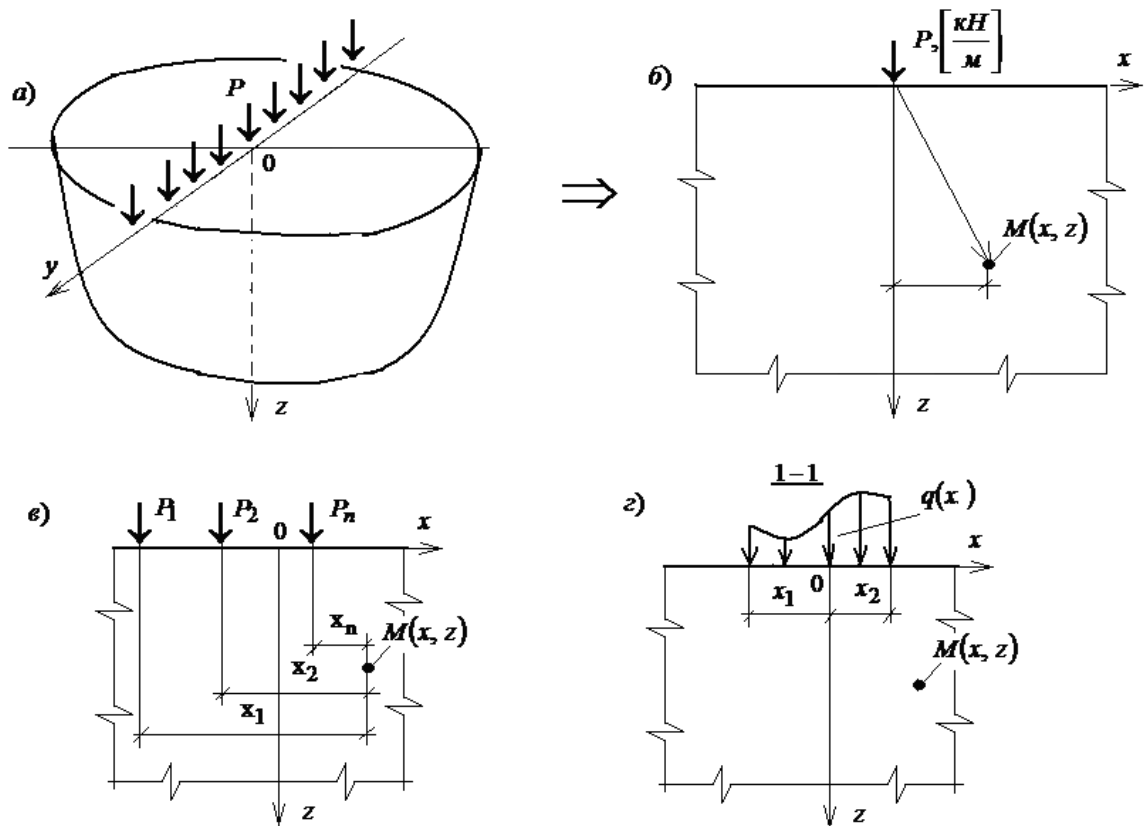


Рис. 5.2. К определению напряжений в условиях плоской задачи (плоской деформации) и расчетной схемы основания в виде полуплоскости (схема): а– фактическая схема; б– то же, расчетная (к построению фундаментального решения); в– система сил; г– распределенная нагрузка

$$\left. \begin{aligned} S(x) &= \frac{1-\nu^2}{\pi \cdot E} \cdot P \cdot (\ln|x-\xi| - \ln|D-\xi|); & \sigma_z(x, z) &= \frac{2 \cdot P}{\pi} \cdot \frac{z^3}{r^4}; \\ \sigma_x(x, z) &= \frac{2 \cdot P}{\pi} \cdot \frac{x^2 \cdot z}{r^4}; & \tau_{xz}(x, z) &= \frac{2 \cdot P}{\pi} \cdot \frac{x \cdot z^2}{r^4}; & r &= \sqrt{x^2 + z^2}. \end{aligned} \right\} \quad (5.6)$$

Здесь  $S(x)$  – разность осадок поверхности основания в точках с координатами  $x$  и  $D$ ;  $\xi$  – точка приложения силы  $P$ .

Если к поверхности основания приложены несколько сосредоточенных сил (рис. 5.2-в), вертикальные напряжения в точке М определяют по формуле:

$$\left. \begin{aligned} \sigma_z(x, z) &= \frac{2 \cdot P_1}{\pi} \cdot \frac{z^3}{r_1^4} + \frac{2 \cdot P_2}{\pi} \cdot \frac{z^3}{r_2^4} + \dots + \frac{2 \cdot P_n}{\pi} \cdot \frac{z^3}{r_n^4} = \frac{2 \cdot z^3}{\pi} \cdot \sum_{i=1}^n \left( \frac{P_i}{r_i^4} \right); \\ r_i &= \sqrt{x_i^2 + z^2}. \end{aligned} \right\} \quad (5.7)$$

Здесь  $x_i$  – расстояния по горизонтали от вертикали действия силы до точки, в которой определяются напряжения.

Аналогичным образом следует в точке М определять напряжения  $\sigma_x$  и  $\tau_{xz}$ , возникшие в основании под воздействием нескольких сил.

Если в некоторой точке М с координатами  $(x, z)$  необходимо определить напряжения от распределенной на некотором интервале поверхности основания  $x \in (x_1, x_2)$  нагрузки  $q(x)$ , то в формулах (5.7) следует погонную нагрузку  $P$  заменить ее дифференциалом вида  $dP = q(\xi, \eta) \cdot d\xi \cdot d\eta$ , а операцию суммирования заменить операцией интегрирования на интервале  $x \in (x_1, x_2)$ .  
Имеем:

$$\left. \begin{aligned} \sigma_z(x, z) &= \frac{2 \cdot z^3}{\pi} \cdot \int_{x_1}^{x_2} \frac{q(\xi) \cdot d\xi}{r(x, z, \xi)^4}; & \sigma_x(x, z) &= \frac{2 \cdot z}{\pi} \cdot \int_{x_1}^{x_2} \frac{q(\xi) \cdot (x - \xi)^2 \cdot d\xi}{r(x, z, \xi)^4}; \\ \tau_{xz}(x, z) &= \frac{2 \cdot z^2}{\pi} \cdot \int_{x_1}^{x_2} \frac{q(\xi) \cdot (x - \xi) \cdot d\xi}{r(x, z, \xi)^4}; & r &= \sqrt{(x - \xi)^2 + z^2}. \end{aligned} \right\} \quad (5.8)$$

Здесь  $\xi$  – параметр, имеющий размерность длины. Необходимо отметить, что в условиях плоской деформации **абсолютные осадки** основания под воздействием распределенной нагрузки **равны бесконечности**.

В заключение отметим, что для определения в условиях плоской деформации **главных напряжений** при не зависящей от координаты нагрузке  $q(x) = q = const$  используют **формулы И. Х. Митчелла** (рис. 5.3):

$$\sigma_{1,3} = \frac{p}{\pi} (\alpha \pm \sin \alpha), \quad (5.8.1)$$

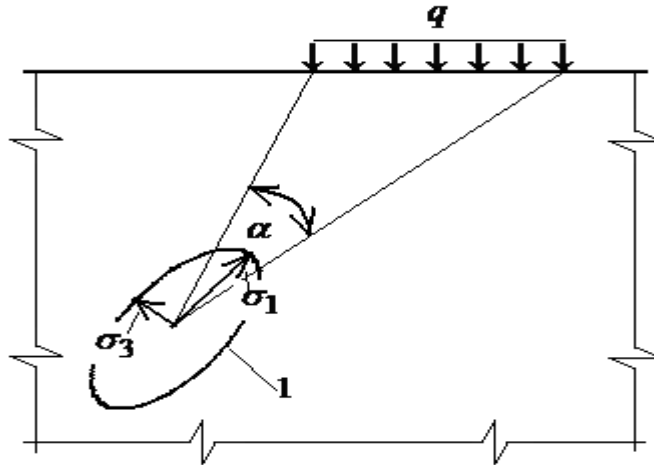


Рис. 5.3. К определению главных напряжений.  
1- эллипс напряжений.

где  $\alpha$  - угол видимости (рис. 5.3).

#### 5.4. ПРОСТРАНСТВЕННАЯ ЗАДАЧА. МЕСТНАЯ ВЕРТИКАЛЬНАЯ НАГРУЗКА НА ПОВЕРХНОСТИ ОСНОВАНИЯ

Случай пространственной задачи (рис. 5.4) является самым общим, поскольку путем увеличения размеров загруженной области в плане и изменения ее конфигурации можно получить рассмотренные выше случаи компрессионного сжатия грунта и плоской деформации. В инженерной практике с задачами подобного рода приходится иметь дело при расчете отдельно стоящих фундаментов.

Определение напряжений и перемещений в грунтовых массивах выполняют в такой последовательности:

- находят решение соответствующей рассматриваемой расчетной схеме основания т.н. **фундаментальной задачи**;
- с использованием **принципа суперпозиции** определяют напряженно-деформированное состояние основания при любой конфигурации нагрузки (рис. 5.4).

Поскольку в рассматриваемом случае нагрузка приложена к поверхности **полупространства**, фундаментальной является **задача Буссинеска о вертикальной сосредоточенной силе, приложенной к верхней границе основания** (рис. 5.4-а).

Схеме на рис. 5.4-а соответствуют такие **граничные условия**:

$$\left. \begin{aligned} \tau_{xz}(x, y, 0) = \tau_{yz}(x, y, 0) = 0; \\ \sigma_z(x, y, 0) = P \cdot \delta(x) \cdot \delta(y). \end{aligned} \right\} \quad (5.9)$$

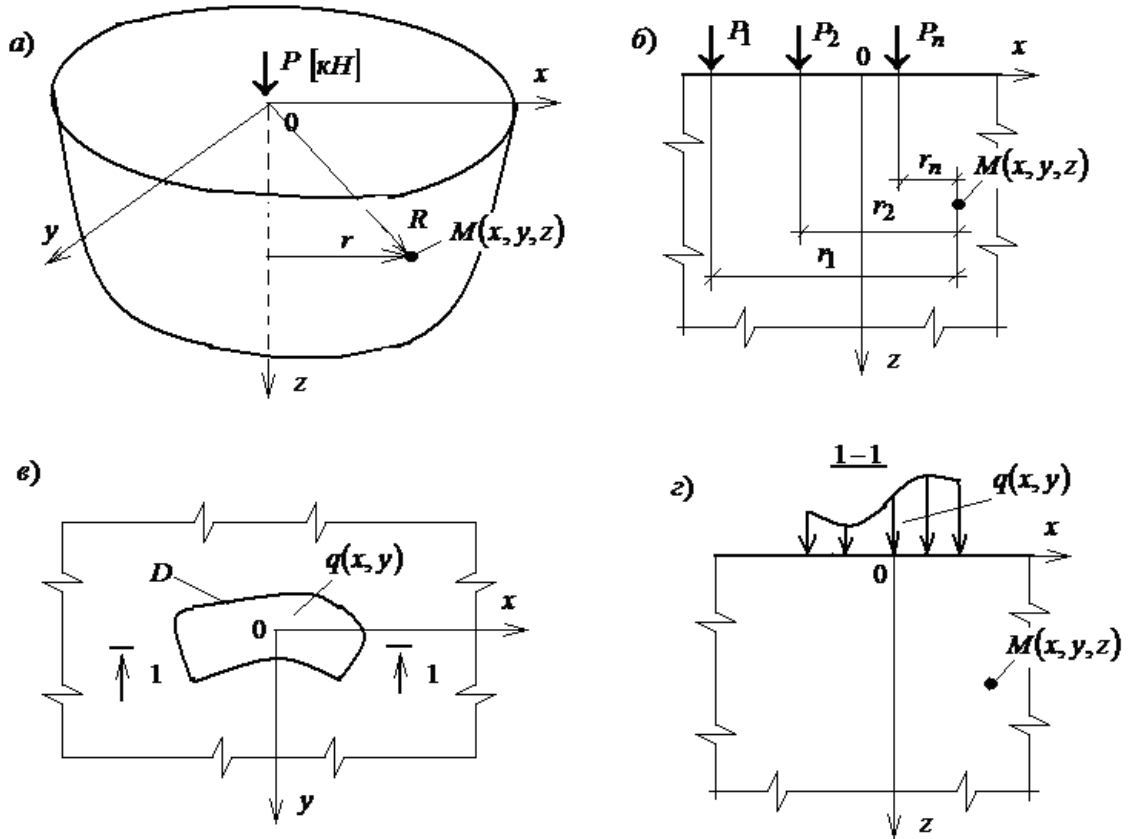


Рис. 5.4. К определению напряжений в условиях пространственной задачи и расчетной схемы основания в виде полупространства (схема): а– одиночная сила (к построению фундаментального решения); б– система сил; в, г– распределенная нагрузка.

Здесь  $\tau_{xz}(x, y, 0)$ ,  $\tau_{yz}(x, y, 0)$ – касательные напряжения на верхней границе основания;  $\sigma_z(x, y, 0)$ – то же, нормальное вертикальное;  $P$ – значение вертикальной сосредоточенной силы;  $\delta(x)$  и  $\delta(y)$ - **символические дельта - функции Дирака**.

Вертикальное нормальное напряжение в точке М равно:

$$\left. \begin{aligned} \sigma_z(x, y, z) &= \frac{K}{z^2} \cdot P; & K &= \frac{3}{2 \cdot \pi} \cdot \left( \frac{z}{R} \right)^5; \\ R &= \sqrt{r^2 + z^2}; & r &= \sqrt{x^2 + y^2}. \end{aligned} \right\} \quad (5.10)$$

Если к поверхности основания приложены несколько сосредоточенных сил (рис. 5.4-б), вертикальные напряжения в точке М определяют по формулам

$$\sigma_z(x, y, z) = \frac{K_1}{z^2} \cdot P_1 + \frac{K_2}{z^2} \cdot P_2 + \dots + \frac{K_n}{z^2} \cdot P_n = \frac{1}{z^2} \cdot \sum_{i=1}^n K_i \cdot P_i; \quad (5.11)$$

$$K_i = \frac{3}{2 \cdot \pi} \cdot \frac{z^5}{\sqrt{(r_i^2 + z^2)^5}} \left. \right\}. \quad (5.11)$$

Здесь  $r_i$  – расстояния по горизонтали от вертикали действия силы до точки, в которой определяются напряжения.

Если в некоторой точке  $M$  с координатами  $(x, y, z)$  необходимо определить напряжения от распределенной по некоторой области поверхности основания  $D$  нагрузки  $q(x, y)$ , то в формулах (5.11) следует сосредоточенную силу заменить ее **дифференциалом** вида  $dP = q(\xi, \eta) \cdot d\xi \cdot d\eta$ , а операцию **суммирования** заменить операцией **интегрирования** по площади области  $D$ . Имеем:

$$\left. \begin{aligned} \sigma_z(x, y, z) &= \frac{1}{z^2} \cdot \iint_D K(x, y, z, \xi, \eta) \cdot q(\xi, \eta) \cdot d\xi \cdot d\eta; \\ K(x, y, z, \xi, \eta) &= \frac{3}{2 \cdot \pi} \cdot \left[ \frac{z}{\sqrt{(x - \xi)^2 + (y - \eta)^2 + z^2}} \right]^5. \end{aligned} \right\} \quad (5.12)$$

Здесь  $\xi$  и  $\eta$  – параметры, имеющие размерность длины.

В инженерной практике часто загруженная область  $D$  имеет форму прямоугольника со сторонами  $L$  и  $b$ , а нагрузка на поверхности основания не зависит от координат  $x$  и  $y$ , т.е.  $q(x, y) = q = const$ . В этом случае равенства (5.12) имеют вид:

$$\left. \begin{aligned} \sigma_z(x, y, z) &= \frac{3 \cdot z^3 \cdot q}{2 \cdot \pi} \cdot \int_{-\frac{b}{2}}^{\frac{b}{2}} \int_{-\frac{L}{2}}^{\frac{L}{2}} \frac{d\xi \cdot d\eta}{\left[ (x - \xi)^2 + (y - \eta)^2 + z^2 \right]^{\frac{5}{2}}} = \\ &= \frac{q}{2 \cdot \pi} \cdot \left\{ \begin{aligned} & \left[ \operatorname{arctg} \left( \frac{x_1 \cdot y_1}{z \cdot z_1} \right) - \operatorname{arctg} \left( \frac{x_1 \cdot y_2}{z \cdot z_2} \right) + \operatorname{arctg} \left( \frac{x_2 \cdot y_2}{z \cdot z_3} \right) - \right. \\ & \left. - \operatorname{arctg} \left( \frac{x_2 \cdot y_1}{z \cdot z_4} \right) + \frac{z \cdot x_1 \cdot y_1 \cdot (z_1^2 + z^2)}{z_1 \cdot z_5^2 \cdot z_6^2} - \right. \\ & \left. - \frac{z \cdot x_1 \cdot y_2 \cdot (z_2^2 + z^2)}{z_2 \cdot z_5^2 \cdot z_7^2} + \right. \\ & \left. + \frac{z \cdot x_2 \cdot y_2 \cdot (z_2^2 + z^2)}{z_3 \cdot z_8^2 \cdot z_7^2} - \frac{z \cdot x_2 \cdot y_1 \cdot (z_4^2 + z^2)}{z_4 \cdot z_8^2 \cdot z_6^2} \right] \end{aligned} \right\}; \end{aligned} \right\} \quad (5.13)$$



$$\left. \begin{aligned} x_1 &= x + b/2; & y_2 &= y + L/2; & z_1 &= \sqrt{x_1^2 + y_1^2 + z^2}; \\ x_2 &= x - b/2; & y_2 &= y - L/2; & z_2 &= \sqrt{x_1^2 + y_2^2 + z^2}; \\ z_3 &= \sqrt{x_2^2 + y_2^2 + z^2} & z_4 &= \sqrt{x_2^2 + y_1^2 + z^2}; & z_5 &= \sqrt{x_1^2 + z^2}; \\ z_6 &= \sqrt{y_1^2 + z^2}; & z_7 &= \sqrt{y_2^2 + z^2}; & z_8 &= \sqrt{x_2^2 + z^2}. \end{aligned} \right\} \quad (5.13)$$

При решении практических задач также важно знать **осадку основания**. Фундаментальное решение Буссинеска в этом случае имеет вид:

$$S = \frac{1 - \nu^2}{\pi \cdot E} \cdot \frac{P}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}}. \quad (5.14)$$

Здесь  $\nu$  – коэффициент Пуассона основания;  $E$  – модуль общей деформации;  $P$  – сосредоточенная сила;  $x, y$  и  $z$  – координаты.

В заключение отметим, что изложенным выше способом могут быть установлены также горизонтальные нормальные и касательные напряжения и перемещения в любой точке основания. Для их определения необходимо знать **фундаментальное решение** соответствующей задачи и использовать **принцип суперпозиции**.

## 5.5. КОНТАКТНЫЕ НАПРЯЖЕНИЯ

Под **контактными** понимают напряжения в очень тонком слое грунта по поверхности контакта основания с фундаментом.

Знание этих напряжений необходимо для расчета конструкций фундаментов и определения нагрузок на основание.

На распределение **контактных напряжений** сильное влияние оказывает **жесткость фундаментов**. Для ее определения в настоящее время используется т.н. **показатели гибкости**, которые определяют в зависимости от **расчетной схемы фундамента**.

Для **фундаментов балочного типа** показатель гибкости следует определять по формуле

$$t = \frac{\pi}{32} \cdot \frac{(1 - \nu^2) \cdot E_o \cdot b \cdot L^3}{(1 - \nu_o^2) \cdot E \cdot I} \approx 10 \cdot \frac{E_o}{E} \cdot \frac{L^3}{h^3}. \quad (5.15)$$

Здесь  $E$  и  $\nu$  – соответственно модуль деформации и коэффициент Пуассона материала фундамента;  $E_o$  и  $\nu_o$  – то же, основания;  $b$  – ширина подошвы

фундамента;  $L$  – ее длина;  $I = \frac{b \cdot h^3}{12}$  – момент инерции поперечного сечения

прямоугольного фундамента шириной  $b$  и высотой  $h$ .

Если  $t < 1$ , то фундамент считают **абсолютно-жестким**; если  $t > 10$ , то фундамент считают **абсолютно-гибким**; наконец, если  $1 \leq t \leq 10$ , то говорят, что фундамент имеет **конечную жесткость**.

Для **плитных фундаментов** показатель гибкости следует определять по формуле

$$t = \frac{\pi}{8} \cdot \frac{E_o \cdot b \cdot a^2}{(1 - \nu_o^2) \cdot D}. \quad (5.16)$$

Здесь  $D = \frac{E \cdot h^3}{12 \cdot (1 - \nu^2)}$  – цилиндрическая жесткость плиты;  $E$  и  $\nu$  –

соответственно модуль деформации и коэффициент Пуассона материала плитного фундамента;  $E_o$  и  $\nu_o$  – то же, основания;  $b$  – ширина подошвы фундамента;  $a$  – ее длина;  $h$  – толщина плиты.

Если  $t \leq \frac{4}{\alpha}$ , то фундамент считают **абсолютно-жестким**, а если  $t > \frac{4}{\alpha}$ , то

фундамент считают **гибким**. Здесь  $\alpha = \frac{a}{b}$  – отношение сторон плитного фундамента.

**Напряжения по подошве абсолютно-жестких фундаментов.** В этом случае задача исследований формулируется так.

1. Известны модель основания и входящие в нее параметры.
2. Заранее известны вертикальное перемещение  $S$  и крены фундамента в направлении координатных осей  $i_x$  и  $i_y$ .
3. Требуется определить напряжения по подошве фундамента.

**Модель Винклера - Фусса.** В этом случае из (3.51) имеем:

$$p(x, y) = c_z \cdot (S_0 + i_x \cdot x + i_y \cdot y), \quad (5.17)$$

где  $p$  – давление под подошвой фундамента в точке с координатами  $(x, y)$ ;  $c_z$  – коэффициент постели основания;  $S_0$  – средняя осадка фундамента;  $i_x$  и  $i_y$  – крены фундамента в направлении координатных осей  $Ox$  и  $Oy$  соответственно.

**Модель упругой линейной изотропной среды.** В этом случае в (5.14) следует положить  $z = 0$ , заменить сосредоточенную силу  $P$  ее дифференциалом  $dP = p(\xi, \eta) \cdot d\xi \cdot d\eta$  и выполнить интегрирование в пределах загруженной области  $D$ . При этом следует учесть, что осадка любой точки основания под подошвой фундамента равна  $S(x, y) = S_0 + i_x \cdot x + i_y \cdot y$ , где  $S_0$ ,  $i_x$  и  $i_y$  – см. пояснения к формуле (5.17).

Полученное таким образом **интегральное уравнение Фредгольма первого рода**

$$\frac{1-\nu^2}{\pi \cdot E} \cdot \iint_D \frac{p(\xi, \eta) \cdot d\xi d\eta}{\sqrt{(x-\xi)^2 + (y-\eta)^2}} = S_0 + i_x \cdot x + i_y \cdot y. \quad (5.18)$$

решают относительно неизвестного контактного давления  $p(x, y)$ .

В зависимости от конфигурации загруженной области для этой цели используют либо **численные**, либо **аналитические методы**.

Известны **аналитические решения** для **центрально загруженных круглого и ленточного фундаментов**. Эти решения имеют вид:

– для круглого фундамента

$$p(r) = \frac{P}{2 \cdot \pi \cdot R} \cdot \frac{1}{\sqrt{R^2 - r^2}}; \quad r = \sqrt{x^2 + y^2}; \quad (5.19)$$

– для ленточного фундамента

$$p(x) = \frac{P}{\pi} \cdot \frac{1}{\sqrt{a^2 - x^2}}; \quad a = b/2. \quad (5.20)$$

Здесь  $R$  – радиус круглого, а  $b$  – ширина ленточного фундамента. Кроме того, в формуле (5.19)  $P$  – сосредоточенная сила (см. рис. 5.2), а в формуле (5.20) – погонная нагрузка (см. рис. 5.4).

**Напряжения по подошве абсолютно-гибких фундаментов.** В случае стремящегося к бесконечности показателя гибкости фундамента ( $t \rightarrow \infty$ ), его деформации полностью следуют за деформациями основания. Поэтому для абсолютно-гибких фундаментов контактные напряжения полностью совпадают с напряжениями от внешней нагрузки. В частности, максимальные  $p_{\max}$  и минимальные  $p_{\min}$  напряжения под подошвой фундамента в данном случае определяют по формулам:

$$\frac{p_{\max}}{p_{\min}} = \frac{P}{A} \pm \frac{M_x}{W_x} \pm \frac{M_y}{W_y}. \quad (5.21)$$

Здесь  $p_{\max}$  и  $p_{\min}$  – соответственно максимальное и минимальное значения контактных давлений под подошвой фундамента;  $P$  – величина приложенной к фундаменту вертикальной силы;  $M_x$  и  $M_y$  – опрокидывающие моменты относительно центральных осей  $Ox$  и  $Oy$ ;  $W_x$  и  $W_y$  – то же, моменты сопротивления.

Распределение контактных давлений по подошве **абсолютно-гибких фундаментов**  $p(x, y)$  всегда подчиняется **уравнению плоскости** вида:

$$p(x, y) = A + B \cdot x + C \cdot y, \quad (5.22)$$

где  $A, B$  и  $C$  – некоторые константы, а  $x$  и  $y$  – координаты.

В заключение отметим, что формулы (5.21) в настоящее время используются для **проверки краевых давлений** под подошвой фундаментов.

Распределение контактных давлений по подошве **фундаментов конечной жесткости**  $p(x, y)$  определяют путем решения уравнений вида:

$$D \cdot \Delta W = q(x, y) - p(x, y), \quad (5.23)$$

где  $D$  – цилиндрическая жесткость фундамента;  $q(x, y)$  – внешняя нагрузка на фундамент;  $W$  – прогиб фундамента;  $p(x, y)$  – контактные напряжения под подошвой фундамента.

Если расчет выполняется в рамках **модели Винклера - Фусса**, то контактные напряжения  $p(x, y)$  следует принимать в виде (3.51), а если используется модель упругой линейной изотропной среды, то - в виде (5.18).

В заключение отметим, что определение **контактных напряжений** играет важную роль при выполнении расчета напряженно-деформированного состояния систем "основание– фундамент– надфундаментная конструкция" **по раздельной схеме**. В современных методах **совместного расчета** этих систем **контактные напряжения** определяются автоматически, и их знание носит скорее познавательную, чем практическую ценность.

## 5.6. ЗАКОНОМЕРНОСТИ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ НАПРЯЖЕНИЙ В ГРУНТОВОМ ОСНОВАНИИ

Проектирование оснований и фундаментов не возможно без представления о характере распределения в них напряжений. Поэтому представленные ниже качественные закономерности распределения в грунтовых массивах важны для понимания будущим инженером характера деформирования и разрушения грунтовых оснований. Во всех случаях нами рассмотрены бесконечные **ленточный фундамент** (рис. 5.5) и **полосовая нагрузка** (рис. 5.6), поскольку при прочих равных условиях эти случаи приложения к основанию нагрузки **являются невыгоднейшими**.

Наиболее характерные эпюры **контактных напряжений** представлены на рис. 5.5. Их анализ и сопоставление позволяет сделать такие выводы:

- экспериментальные эпюры контактных напряжений при малых и средних нагрузках на основание имеют **седлообразную** форму (рис. 5.5-а, кривая 1);
- при больших (близких к разрушающим) нагрузках на основание эпюры контактных напряжений имеют форму **параболы** (рис. 5.5-а, кривая 2);
- наиболее близкое соответствие экспериментальным имеют рассчитанные в рамках упругого линейного основания контактные эпюры (рис. 5.5-а и б);
- гибкость фундамента существенно влияет на характер распределения контактных напряжений (рис. 5.5-в и г);
- величины контактных напряжений вблизи концов жесткого фундамента выше, чем в его центре (рис. 5.5-а, б).

В заключение отметим, что рассчитанные в рамках модели упругого основания контактные напряжения вблизи концов фундамента **имеют особенность**,

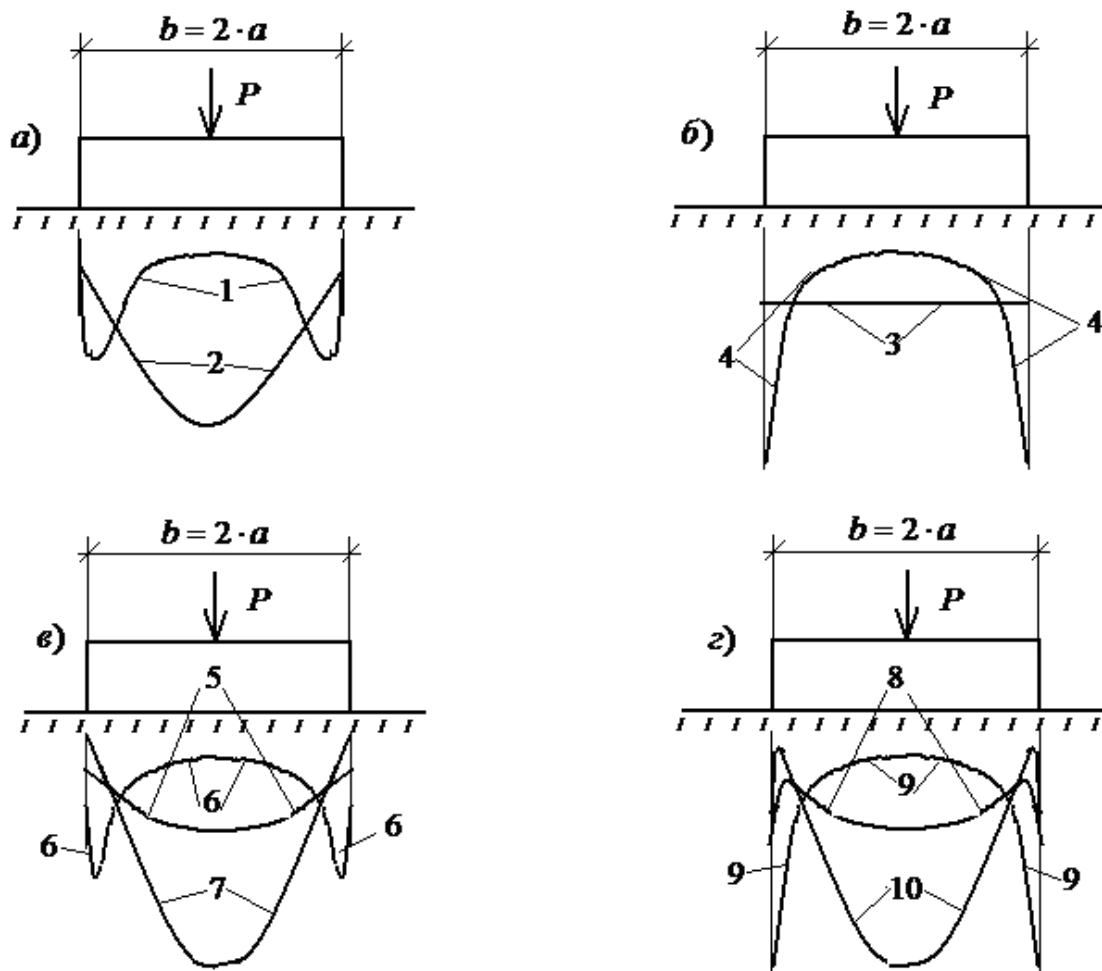


Рис. 5.5. Контактные напряжения в основании ленточного фундамента (схема): а и в– эксперимент; б и г– расчет. а и б– напряжения в основании абсолютно– жесткого фундамента. 1– эпюра контактных давлений при малых и средних давлениях под подошвой фундамента; 2– то же, при высоких; 3– расчет в рамках модели основания Винклера– Фусса; 4– то же, в рамках модели упругой изотропной среды; 5 и 8– эпюры контактных давлений при  $t = 0$ ; 6 и 9– то же, при  $t = 1$ ; 7 и 10– то же, при  $t = 5$

т.е. стремятся к бесконечности. Это не соответствует опытным данным, поскольку в натуральных условиях под краями фундаментов при больших напряжениях развиваются пластические деформации, величина которых всегда ограничена.

Далее исследуем закономерности распределения напряжений в грунтовом основании под воздействием **бесконечной полосовой нагрузки** (рис. 5.6) Эти данные важны для понимания будущим инженером влияния различных факторов на поля напряжений в грунтовом основании и как следствие– на его деформации, прочность и устойчивость.

Представленные на рисунке 5.6 изолинии позволяют сделать такие выводы.

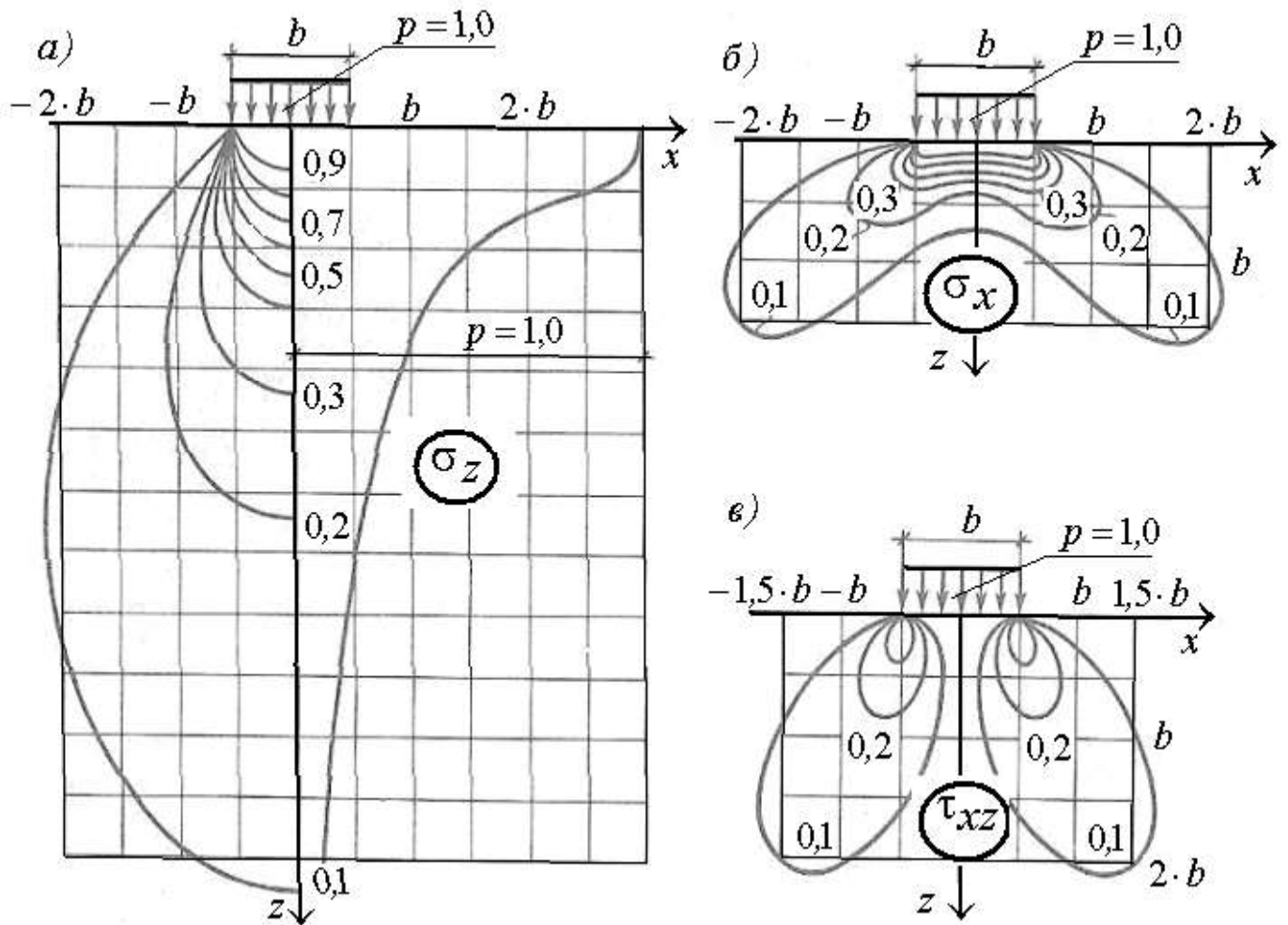


Рис. 5.6. Изолинии напряжений в основании, находящемся под воздействием полосовой нагрузки шириной  $b$  (схема): а– нормальных вертикальных  $\sigma_z$ ; б– то же, нормальных горизонтальных  $\sigma_x$ ; в– то же, касательных  $\tau_{xz}$ .

Примечания:

1. В левой части на рисунке "а" показаны изолинии напряжений  $\sigma_z$ , а в правой– эпюры их затухания по глубине на проходящей через центр фундамента вертикали.
2. Изолинии напряжений  $\sigma_z$  показаны лишь слева от вертикальной оси. Справа от нее имеет место их симметричное расположение.

1. Вертикальные нормальные напряжения  $\sigma_z$  распространяются преимущественно в глубину основания; горизонтальные нормальные напряжения  $\sigma_x$ – преимущественно в стороны от полосовой нагрузки, а касательные  $\tau_{xz}$  концентрируются по краям полосы.

2. Горизонтальные нормальные напряжения  $\sigma_x$  очень быстро затухают. Поэтому при расчете оснований их обычно не учитывают.

3. Касательные напряжения  $\tau_{xz}$  уменьшаются в 10 раз на глубине, равной

приблизительно удвоенной ширине фундамента. Поэтому, поскольку разрушение грунта происходит под воздействием касательных напряжений, **толщину грунтовой подушки** обычно принимают равной  $(1...3) \cdot b$ , где  $b$  - ширина подошвы фундамента.

4. Вертикальные нормальные напряжения  $\sigma_z$  распространяются за пределы загруженной области. Поэтому при строительстве зданий вблизи друг друга **обязательно учитывают взаимное влияние** их фундаментов.

5. Вертикальные нормальные напряжения  $\sigma_z$  уменьшаются в 10 раз на глубине, приблизительно равной шести ширинам загруженной области. Это необходимо учитывать при определении деформационных характеристик основания.

**Влияние площади, конфигурации и размеров фундаментов в плане на распределение вертикальных нормальных напряжений по глубине** (рис. 5.7).

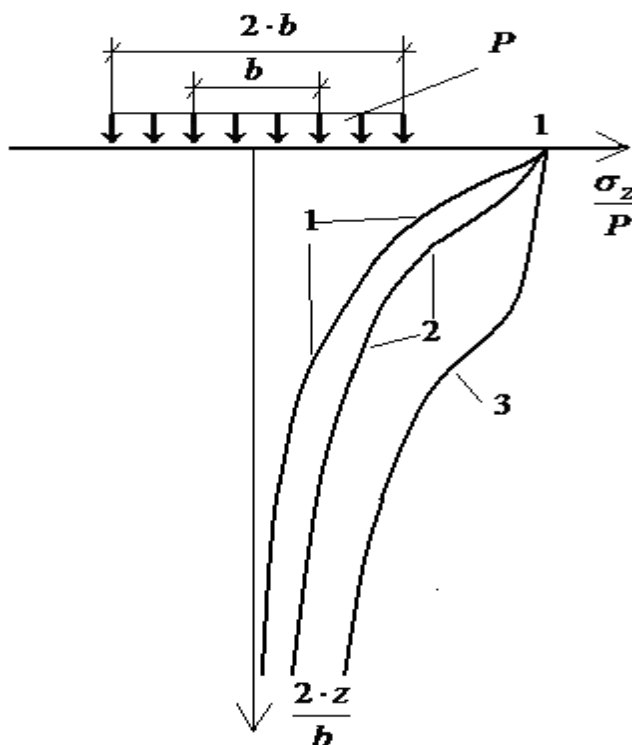


Рис. 5.7. Распределение вертикальных нормальных напряжений  $\sigma_z$  по глубине на проходящей через центр фундамента вертикали (схема): 1— квадратный фундамент шириной  $b$ ; 2— то же, ленточный шириной  $b$ ; 3— то же, ленточный шириной  $2 \cdot b$

Эти сведения важны для расчетов оснований по деформациям и определения диапазона глубин, на которых определяются деформационные характеристики оснований.

Представленные на рисунке кривые позволили нам сделать такие выводы:

1. При одинаковой ширине фундаментов  $b$  и прочих равных условиях, чем больше отношение длины подошвы фундамента  $L$  к его ширине, тем медленнее затухают напряжения с увеличением глубины (кривые 1 и 2).

2. При прочих равных условиях, чем больше ширина фундамента, тем медленнее затухают с глубиной напряжения.

В ряде случаев слой раздробленного грунта подстилается скалой. В этом случае в грунтовом основании имеет место **концентрация напряжений** (рис. 5.8). Анализ представленных на рисунке кривых позволил нам сделать такие выводы.

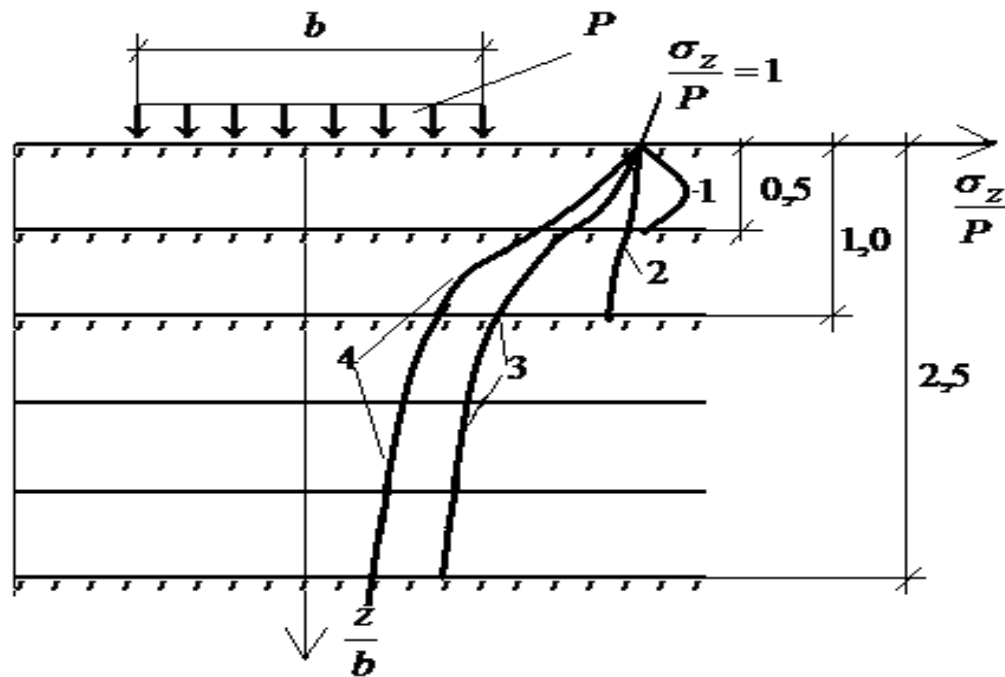


Рис. 5.8. Закономерности распределения вертикальных нормальных напряжений в зависимости от глубины залегания жесткого подстилающего слоя. 1- скала залегает на глубине  $H = 0,5 \cdot b$ ; 2- то же, на глубине  $H = b$ ; 3- то же, на глубине  $H = 2,5 \cdot b$ ; 4- то же, на неограниченной глубине.

1. При близком залегании жесткого подстилающего слоя к дневной поверхности напряжения в основании могут превышать величину внешней нагрузки.

2. При прочих равных условиях, чем ближе к дневной поверхности основания расположен жесткий подстилающий слой, тем больше величина нормальных вертикальных напряжений.

В заключение отметим, что перечисленные выше **особенности распределения напряжений** в грунтовом основании **обязательно** следует учитывать при реальном **проектировании оснований зданий и сооружений**, а также при **проведении инженерно- геологических изысканий**.