

## ВИЗНАЧЕННЯ ЧИСЛА ФАКТИЧНИХ ВИМІРЮВАНЬ ДЛЯ ЗАСТОСУВАННЯ МЕТОДУ АКУСТИЧНОЇ ГЕОЛОКАЦІЇ

*О.М.Ерперт, М.С. Дубицька, Державний вищий навчальний заклад «Національний гірничий університет», Україна*

Застосовуючи класичний метод статистики з використанням  $t$  – критерію Стьюдента визначено число фактичних вимірювань для методу акустичної геолокації

Одним з ключових завдань у сучасній вугледобувній галузі в Україні є прогноз стану породного масиву при веденні гірських робіт. У шахтних умовах для отримання необхідної інформації про стан масиву без порушення його суцільності найбільш широко застосовуються сейсморозвідка [1], електрометричні [2] і акустичні [3, 4] методи.

Одним з найважливіших факторів, який безпосередньо впливає на ефективність застосування сучасних засобів виїмки вугілля, є малоамплітудні розривні тектонічні порушення. Раптовість зустрічі невиявлених розвідкою розривних тектонічних порушень створює значні труднощі для механізованої виїмки вугілля. В результаті, це призводить до повного або часткового перенарізання лав, що, відповідно, пов'язано з різким зниженням видобутку, а також тягне за собою втрати запасів вугілля в надрах, погіршення техніко-економічних показників і умов праці гірників. Найбільш інформативними з усіх відомих методів прогнозу є акустичний. Він ґрунтується на тому, що породний масив - це неоднорідне за своєю структурою та властивостями природне середовище. Будь-яка неоднорідність в ньому тим чи іншим чином впливає на параметри проходження акустичного зонduючого сигналу (змінюється швидкість, відбувається поглинання енергії, віддзеркалення і заломлення хвиль на структурних неоднорідностях). З теорії геолокації випливає, що ініціюючи на вході масиву сигнал з відомими параметрами, можна, аналізуючи форму сигналу, зареєстрованого на виході з масиву, отримати інформацію про дисперсійні властивості середовища, розташованого між джерелом і приймачем сигналу.

Одним з ключових питань методики геолокації є питання про кількість фактичних вимірювань, на підставі яких можна з довірчою ймовірністю говорити про наявність чи відсутність геологічного порушення. У роботі було поставлено завдання вирішення цього питання класичним методом статистики з використанням  $t$ -критерію Стьюдента.  $t$ -критерій Стьюдента відноситься до одного з найбільш широко використовуваних методів статистичного аналізу. Найчастіше він застосовується для перевірки нульової гіпотези про рівність середніх значень двох сукупностей, хоча існує також і одновибірочна модифікація цього методу.

$t$ -статистика будується зазвичай за наступним загальним принципом[5]: у чисельнику випадкова величина з нульовим математичним очікуванням (при виконанні нульової гіпотези), а в знаменнику - вибіркоче стандартне відхилення цієї випадкової величини, одержуване як квадратний корінь з незміщеної оцінки дисперсії. Для вирішення поставленого завдання приймемо дві незалежні вибірки, отримані з генеральних сукупностей  $X$  і  $Y$ , які мають нормальний розподіл. Першою вибіркою буде еталонне оцінювання об'єкта, а другою - фактичне опробування об'єкта.

Виконаємо 2 еталонних оцінювання об'єкта  $n = 20$  кожне, з умовою а) порушення є і б) порушення немає (рис.1)

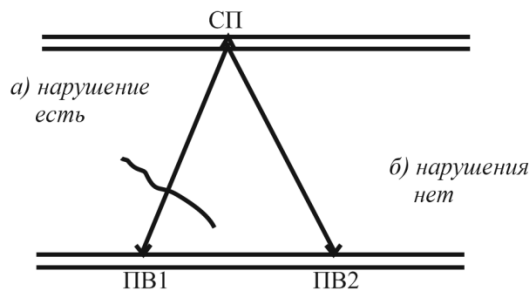


Рисунок 1 - Схема еталонного оцінювання об'єкта

У разі наявності порушення отримуємо наступний результат:

$m_1$  дослідів підтверджують порушення,  $x = 1$ ;

$n - m_1$  з  $n$  дослідів не підтверджують порушення,  $x = 0$ .

Тоді середнє значення  $\bar{x}$  і його дисперсія мають наступний вигляд:

$$\bar{x} = 1 * \frac{m_1}{n} + 0 * \frac{n - m_1}{n} = \frac{m_1}{n},$$

$$S_x^2 = \left(1 - \frac{m_1}{n}\right)^2 * \frac{m_1}{n} + \left(0 - \frac{(n - m_1)}{n}\right)^2 * \frac{(n - m_1)}{n},$$

Таким чином, маємо,  $m_1 = 16$ ,  $m_2 = 5$ .

Аналогічно у разі відсутності порушення отримуємо новий результат:

$m_2$  дослідів підтверджують порушення,  $y = 1$ ;

$n - m_2$  дослідів не підтверджують наявності порушення,  $y = 0$ .

Тоді середнє значення  $\bar{y}$  і його дисперсія мають наступний вигляд:

$$\bar{y} = \frac{m_2}{n},$$

$$S_y^2 = \left(1 - \frac{m_2}{n}\right)^2 * \frac{m_2}{n} + \left(0 - \frac{(n - m_2)}{n}\right)^2 * \frac{(n - m_2)}{n}.$$

Маємо, умовно кажучи, 2 розподілу:  $\bar{x}$  і його дисперсія і  $\bar{y}$  і його дисперсія, тобто середнє значення  $\bar{x}$  і  $\bar{y}$  при досить великому обсязі вибірки підпорядковуються нормальному закону розподілу [6], зображеному на рис.2.

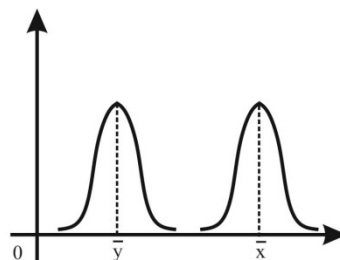


Рисунок 2 - Розподілення значень  $\bar{x}$  і  $\bar{y}$

Виконуємо фактичне опробування обсягу  $n_1$  ( $n_1 = 2,3,4,5, \dots$ ). З них  $n_2$  дослідів підтверджує порушення,  $z = 1$ ;  $n_1 - n_2$  дослідів не підтверджують порушення,  $z = 0$ .

Моменти розподілу наступні:

$$\bar{z} = \frac{n_2}{n_1},$$

$$S_z^2 = \left(1 - \frac{n_2}{n_1}\right)^2 * \frac{n_2}{n_1} + \left(0 - \frac{(n_1 - n_2)}{n_1}\right)^2 * \frac{(n_1 - n_2)}{n_1}.$$

Визначимо відмінність середніх значень  $\bar{x}$  і  $\bar{z}$ , і  $\bar{y}$  і  $\bar{z}$  за критерієм Стюдента. Якщо між  $\bar{x}$  і  $\bar{z}$  відмінності немає, то це свідчить про те, що підтверджується наявність порушення, якщо ж ні відмінності між  $\bar{y}$  і  $\bar{z}$ , то це говорить про те, що порушення не підтверджуються. Для перевірки обчислюємо статистики Стюдента різниць середніх значень за такими формулами:

$$t_{\text{стюд.}}(x) = \frac{|\bar{x} - \bar{z}|}{S_{d_1}},$$

$$t_{\text{стюд.}}(y) = \frac{|\bar{y} - \bar{z}|}{S_{d_2}},$$

де

$$S_{d_1} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 + \sum_{j=1}^{n_1} (z_j - \bar{z})^2}{(n + n_1 - 2)}} * \frac{n + n_1}{n * n_1},$$

$$S_{d_2} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2 + \sum_{j=1}^{n_1} (z_j - \bar{z})^2}{(n + n_1 - 2)}} * \frac{n + n_1}{n * n_1}.$$

Далі визначаємо число ступенів свободи за формулою:

$$v = (n + n_1) - 2,$$

де  $n_1$  - це число фактичних експериментів, а  $n$  - число еталонних експериментів.

Задаємо  $n_1 = 2, 3, 4, \dots$  і визначаємо  $t_{\text{стюд.}}^{\text{крит.}}$  при  $\alpha = 0,05$  і обчислимо число ступенів свободи  $v$ , де  $\alpha = 0,05$  - рівень значимості, який визначає ймовірність помилки, яка дорівнює 0,05. При цьому з довірчою ймовірністю 0,95 наше твердження справедливо.

При деякому  $n_1$  досягаємо такого значення  $t_{\text{стюд.}}(x)$  або  $t_{\text{стюд.}}(y)$ , які менше  $t_{\text{стюд.}}^{\text{крит.}}$ .

Якщо:

$$t_{\text{стюд.}}^{\text{крит.}} > t_{\text{стюд.}}(x) \rightarrow \text{порушення є;}$$

$$t_{\text{стюд.}}^{\text{крит.}} > t_{\text{стюд.}}(y) \rightarrow \text{порушення відсутня.}$$

Т.ч. обчислення виконуємо для різних значень  $n_1$  до тих пір, поки не буде виконано одну з двох заявлених рівностей. Результати обчислень наведені в табл. 1.

Таблиця 1 - Результати обчислень  $t_{\text{стюд.}}(x)$  і  $t_{\text{стюд.}}(y)$  для різних значень  $n_1$

$n_1=2$	$n_2=2$	$v=20$	$t_{\text{кр}}=2,086$	$t_{\text{ст}}(x) < t_{\text{кр}}$
$S_{d_1}=0,297$	$S_{d_2}=0,321$	$t_{\text{ст}}(x)=0,674$	$t_{\text{ст}}(y)=2,34$	$t_{\text{ст}}(y) > t_{\text{кр}}$
$n_1=2$	$n_2=1$	$v=20$	$t_{\text{кр}}=2,086$	$t_{\text{ст}}(x) < t_{\text{кр}}$
$S_{d_1}=0,319$	$S_{d_2}=0,342$	$t_{\text{ст}}(x)=0,940$	$t_{\text{ст}}(y)=0,731$	$t_{\text{ст}}(y) < t_{\text{кр}}$
$n_1=3$	$n_2=3$	$v=21$	$t_{\text{кр}}=2,080$	$t_{\text{ст}}(x) < t_{\text{кр}}$
$S_{d_1}=0,242$	$S_{d_2}=0,262$	$t_{\text{ст}}(x)=0,828$	$t_{\text{ст}}(y)=2,867$	$t_{\text{ст}}(y) > t_{\text{кр}}$
$n_1=3$	$n_2=2$	$v=21$	$t_{\text{кр}}=2,080$	$t_{\text{ст}}(x) < t_{\text{кр}}$
$S_{d_1}=0,266$	$S_{d_2}=0,284$	$t_{\text{ст}}(x)=0,502$	$t_{\text{ст}}(y)=1,467$	$t_{\text{ст}}(y) < t_{\text{кр}}$
$n_1=3$	$n_2=1$	$v=21$	$t_{\text{кр}}=2,080$	$t_{\text{ст}}(x) < t_{\text{кр}}$

$S_{d_1} = 0,266$	$S_{d_2} = 0,284$	$t_{cr}(x) = 1,757$	$t_{cr}(y) = 0,293$	$t_{cr}(y) < t_{kp}$
$n_1 = 4$	$n_2 = 4$	$v = 22$	$t_{kp} = 2,074$	$t_{cr}(x) < t_{kp}$
$S_{d_1} = 0,209$	$S_{d_2} = 0,209$	$t_{cr}(x) = 0,957$	$t_{cr}(y) = 3,590$	$t_{cr}(y) > t_{kp}$
$n_1 = 4$	$n_2 = 3$	$v = 22$	$t_{kp} = 2,074$	$t_{cr}(x) < t_{kp}$
$S_{d_1} = 0,232$	$S_{d_2} = 0,248$	$t_{cr}(x) = 0,215$	$t_{cr}(y) = 2,018$	$t_{cr}(y) < t_{kp}$
$n_1 = 4$	$n_2 = 2$	$v = 22$	$t_{kp} = 2,074$	$t_{cr}(x) < t_{kp}$
$S_{d_1} = 0,239$	$S_{d_2} = 0,255$	$t_{cr}(x) = 1,254$	$t_{cr}(y) = 0,982$	$t_{cr}(y) < t_{kp}$
$n_1 = 4$	$n_2 = 1$	$v = 22$	$t_{kp} = 2,074$	$t_{cr}(x) > t_{kp}$
$S_{d_1} = 0,232$	$S_{d_2} = 0,248$	$t_{cr}(x) = 2,37$	$t_{cr}(y) = 0$	$t_{cr}(y) < t_{kp}$
$n_1 = 5$	$n_2 = 5$	$v = 23$	$t_{kp} = 2,069$	$t_{cr}(x) < t_{kp}$
$S_{d_1} = 0,187$	$S_{d_2} = 0,202$	$t_{cr}(x) = 1,072$	$t_{cr}(y) = 3,715$	$t_{cr}(y) > t_{kp}$
$n_1 = 5$	$n_2 = 4$	$v = 23$	$t_{kp} = 2,069$	$t_{cr}(x) < t_{kp}$
$S_{d_1} = 0,208$	$S_{d_2} = 0,222$	$t_{cr}(x) = 0$	$t_{cr}(y) = 2,473$	$t_{cr}(y) > t_{kp}$
$n_1 = 5$	$n_2 = 3$	$v = 23$	$t_{kp} = 2,069$	$t_{cr}(x) < t_{kp}$
$S_{d_1} = 0,219$	$S_{d_2} = 0,232$	$t_{cr}(x) = 0,916$	$t_{cr}(y) = 1,509$	$t_{cr}(y) < t_{kp}$
$n_1 = 5$	$n_2 = 2$	$v = 23$	$t_{kp} = 2,069$	$t_{cr}(x) < t_{kp}$
$S_{d_1} = 0,219$	$S_{d_2} = 0,232$	$t_{cr}(x) = 1,83$	$t_{cr}(y) = 0,647$	$t_{cr}(y) < t_{kp}$
$n_1 = 5$	$n_2 = 1$	$v = 23$	$t_{kp} = 2,069$	$t_{cr}(x) > t_{kp}$
$S_{d_1} = 0,209$	$S_{d_2} = 0,222$	$t_{cr}(x) = 2,877$	$t_{cr}(y) = 0,224$	$t_{cr}(y) < t_{kp}$
$n_1 = 6$	$n_2 = 6$	$v = 24$	$t_{kp} = 2,064$	$t_{cr}(x) < t_{kp}$
$S_{d_1} = 0,17$	$S_{d_2} = 0,184$	$t_{cr}(x) = 1,177$	$t_{cr}(y) = 4,076$	$t_{cr}(y) > t_{kp}$
$n_1 = 6$	$n_2 = 5$	$v = 24$	$t_{kp} = 2,064$	$t_{cr}(x) < t_{kp}$
$S_{d_1} = 0,190$	$S_{d_2} = 0,203$	$t_{cr}(x) = 0,175$	$t_{cr}(y) = 2,868$	$t_{cr}(y) > t_{kp}$
$n_1 = 6$	$n_2 = 4$	$v = 24$	$t_{kp} = 2,064$	$t_{cr}(x) < t_{kp}$
$S_{d_1} = 0,202$	$S_{d_2} = 0,214$	$t_{cr}(x) = 0,659$	$t_{cr}(y) = 1,945$	$t_{cr}(y) < t_{kp}$
$n_1 = 6$	$n_2 = 3$	$v = 24$	$t_{kp} = 2,064$	$t_{cr}(x) < t_{kp}$
$S_{d_1} = 0,206$	$S_{d_2} = 0,218$	$t_{cr}(x) = 1,457$	$t_{cr}(y) = 1,148$	$t_{cr}(y) < t_{kp}$
$n_1 = 6$	$n_2 = 2$	$v = 24$	$t_{kp} = 2,064$	$t_{cr}(x) > t_{kp}$
$S_{d_1} = 0,202$	$S_{d_2} = 0,214$	$t_{cr}(x) = 2,307$	$t_{cr}(y) = 0,389$	$t_{cr}(y) < t_{kp}$
$n_1 = 6$	$n_2 = 1$	$v = 24$	$t_{kp} = 2,064$	$t_{cr}(x) > t_{kp}$
$S_{d_1} = 0,191$	$S_{d_2} = 0,203$	$t_{cr}(x) = 3,32$	$t_{cr}(y) = 0,41$	$t_{cr}(y) < t_{kp}$
$n_1 = 7$	$n_2 = 7$	$v = 25$	$t_{kp} = 2,060$	$t_{cr}(x) < t_{kp}$
$S_{d_1} = 0,157$	$S_{d_2} = 0,170$	$t_{cr}(x) = 1,273$	$t_{cr}(y) = 4,41$	$t_{cr}(y) > t_{kp}$
$n_1 = 7$	$n_2 = 6$	$v = 25$	$t_{kp} = 2,060$	$t_{cr}(x) < t_{kp}$
$S_{d_1} = 0,177$	$S_{d_2} = 0,188$	$t_{cr}(x) = 0,323$	$t_{cr}(y) = 3,221$	$t_{cr}(y) > t_{kp}$
$n_1 = 7$	$n_2 = 5$	$v = 25$	$t_{kp} = 2,060$	$t_{cr}(x) < t_{kp}$
$S_{d_1} = 0,19$	$S_{d_2} = 0,2$	$t_{cr}(x) = 0,454$	$t_{cr}(y) = 2,323$	$t_{cr}(y) > t_{kp}$
$n_1 = 7$	$n_2 = 4$	$v = 25$	$t_{kp} = 2,060$	$t_{cr}(x) < t_{kp}$
$S_{d_1} = 0,195$	$S_{d_2} = 0,205$	$t_{cr}(x) = 1,174$	$t_{cr}(y) = 1,566$	$t_{cr}(y) < t_{kp}$
$n_1 = 7$	$n_2 = 3$	$v = 25$	$t_{kp} = 2,060$	$t_{cr}(x) < t_{kp}$
$S_{d_1} = 0,195$	$S_{d_2} = 0,205$	$t_{cr}(x) = 1,908$	$t_{cr}(y) = 0,8697$	$t_{cr}(y) < t_{kp}$

$n_1 = 7$	$n_2 = 2$	$v = 25$	$t_{кр} = 2,060$	$t_{ст}(x) > t_{кр}$
$S_{d_1} = 0,189$	$S_{d_2} = 0,1998$	$t_{ст}(x) = 2,722$	$t_{ст}(y) = 0,179$	$t_{ст}(y) < t_{кр}$
$n_1 = 7$	$n_2 = 1$	$v = 25$	$t_{кр} = 2,060$	$t_{ст}(x) > t_{кр}$
$S_{d_1} = 0,177$	$S_{d_2} = 0,189$	$t_{ст}(x) = 3,715$	$t_{ст}(y) = 0,568$	$t_{ст}(y) < t_{кр}$

За результатами моделювання процесу випробувань можна стверджувати, що при  $n_1 = n_2 = \{2, 3, 4\}$  наявність порушень оцінюється з вірогідністю не менше 0,95. При  $n_1 = \{4, 5, 6\}$  і  $n_2 = n_1 - 1$  ймовірність наявності порушення також не менше 0,95. Однак, на думку авторів, надійним є проведення випробування з числом відповідей  $n_1 = 7$ . У цьому випадку навіть при  $n_2 = 5$  наявність порушень підтверджується. Однак, якщо  $n_2 < 5$ , то обсяг вибірки слід збільшити для отримання достовірного результату із заданою довірчою ймовірністю.

#### Список літератури

1. Анциферов А.В. Теория и практика шахтной сейсморазведки / Анциферов А.В. – Донецк: ООО «АЛАН», 2003. – 312с.
2. Паламарчук Т.А. теоретические аспекты виброакустического и электрометрического контроля кластерно- иерархических структур / Паламарчук Т.А. // Сучасні ресурсозберігаючі технології гірничого виробництва. – Науково-виробничий збірник: Кременчуцький національний університет імені Михайла Остроградського. – Кременчук: КДПУ, 2009. – Вип. 1/2009(3). – С. 17-20.
3. Шашенко А.Н. Анализ структуры угольного пласта методом акустической геолокации / А.Н. Шашенко, В.Н. Журавлев, М.С. Дубицкая // Геотехническая и горная механика, машиностроение – Днепропетровск: «Научный вестник НГУ». – 2013. - № 1. – С.57-61.
4. Neil D.M., Hanna K., Descour J.M. RockVision3d™ seismic tomography applications in bump-prone coal mines. / Mine Planning and Equipment Selection 1999 & Mine Environmental and Economical Issues 1999/ - Dnipripetrovsk, NMUU of Ukraine, p.509-520.
5. Кремер Н.Ш. Теория вероятностей и математическая статистика: Учебник для вузов.- 2-е изд., перераб. и доп. / Кремер Н.Ш. – М.: ЮНИТИ-ДАНА, 2004.- 573с.
6. Вуколов Э.А. Основы статистического анализа. практикум по статистическим методам и исследованию операций с использованием пакетов STATISTICA и EXCEL: учебное пособие. – 2-е изд., испр. и доп. / Вуколов Э.А. – М.: ФОРУМ, 2008.- 464 с.