

$$P_{кр} = \frac{175,72 \cdot 10^9}{(13,325 + 53,3)^2} (1,218^2 + 0,25) = 69,18 \cdot 10^6 \text{ Н},$$

что в точности совпадает с решением в функциях Бесселя.

Максимальная нагрузка на буровую вышку ВБ 53-320 составляет 3200 кН, что обеспечивает коэффициент запаса устойчивости  $k_y = 21,6$ .

#### Выводы

1. Буровые вышки для проходки шахтных стволов и вентиляционных скважин большого диаметра буровым способом работают с завышенным коэффициентом запаса устойчивости.

Так статическое напряжение от суммарной нагрузки (расчетной технологической 3200 кН и собственного веса вышки 40 кН) составляет 102 МПа.

2. Конструкцию вышки можно существенно облегчить, выполнив расчет вышки на прочность с учетом собственного веса, технологической и ветровой нагрузки, расчета на устойчивость и динамику.

#### Список литературы

1. Шевченко Ф.Л., Царенко С.Н. Общие и различные свойства балок и ферм // Журнал «Современное промышленное и гражданское строительство» ДонНАСА, 2011, № 4, С. 42-48.
2. Шевченко Ф.Л., Царенко С.Н., Петтик Ю.В. Упрощенный способ определения частоты основного тона поперечных колебаний пространственных стержневых вышек и динамический расчет буровой вышки на ветровую нагрузку. Шевченко Ф.Л., Петтик Ю.В., Царенко С.Н., // Матеріали міжнародної конференції Форум гірників – 2012: Д.: Національний гірничий університет, том № 3, С 247-251.
3. Динник А.Н. Приложение функций Бесселя к задачам теории упругости. Избранные труды. К.: АН УССР, 1955. – Том 2. – 220 с.
4. Тимошенко С.П. Устойчивость стержней, пластин и оболочек. - М.: Наука, гл. ред. физ.-мат. лит. 1971. – 807 с.
5. Вольмир А.С. Устойчивость деформируемых систем. - М.: Наука, гл. ред. физ.-мат. лит. 1967. – 983 с.
6. Шевченко Ф.Л., Улитин Г.М., Царенко С.Н. Расчет на устойчивость составных металлоконструкций переменной жесткости. // Вісник СевНТУ. Збірник наукових праць. Серія: Механіка, Енергетика, Екологія. Випуск 133. Севастополь, 2012. С. 85-89.
7. Шевченко Ф.Л. Механика упругих деформируемых систем, часть 1. Напряженно-деформированное состояние стержней: Учебное пособие с грифом МОН. Донецк, 2006. - 293 с.

## УСТОЙЧИВОСТЬ БУРИЛЬНОЙ КОЛОННЫ СТУПЕНЧАТО-ПЕРЕМЕННОГО СЕЧЕНИЯ БУРОВЫХ УСТАНОВОК ДЛЯ БУРЕНИЯ ШАХТНЫХ СТВОЛОВ

*Ф.Л. Шевченко, Ю.В. Петтик,*

*ГВУЗ «Донецкий национальный технический университет», Украина*

В работе рассматривается актуальная задача расчета устойчивости бурильной колонны ступенчато-переменного сечения буровых установок для бурения шахтных стволов. Показано, что для буровых установок с агрегатами РТБ жесткость нижнего участка (зона турбобуров) настолько велика, что ее деформациями можно пренебречь.

Бурильная колонна буровых установок для проходки шахтных стволов и вентиляционных скважин большого диаметра представляет полый стержень большой длины, в нижнем сечении соединенный с режущим инструментом (буром), в верхнем – с талевой системой и приводится во вращение ротором, который исключает линейные и угловые перемещения сечения в поперечном направлении при свободном перемещении вдоль оси бурильной колонны.

Для реактивно-турбинного бурения бурильная колонна в рабочем состоянии при различных технологических операциях, колонна кроме турбобуров, испытывает растяжение, так как колонна подвешена на талевой системе с усилием, компенсирующим ее вес и вес бора с утяжелителем за вычетом реакции со стороны забоя на турбобуры.

Однако, возможно внезапное прослабление в талевой системе вследствие задержки бурового инструмента на некоторых участках ствола при спускоподъемных операциях или при переходе во время бурения участков напластования с различной твердостью.

Бурильная колонна часто используется для ликвидации аварий, когда пикобуром под собственным весом бурильной трубы определяется положение оборванного бора или его отдельных элементов. В этом случае необходимо знать допускаемую нагрузку на пикобур с расчетом того чтобы бурильная колонна не потеряла устойчивости.

Вопросы потери устойчивости однородного стержня под действием собственного веса были решены в конце XVIII века Л. Эйлером для частного случая шарнирно закрепленного стержня, а затем в начале XX века А.Н. Динником были решены задачи устойчивости для других наиболее часто встречающихся случаев закрепления стержней на опорах.

В настоящее время критическая длина стержня с жесткостью при изгибе  $EJ$  и погонным весом  $q$  определяется по известной формуле через коэффициент приведения длины  $\mu$ , рис. 1.

$$l = \mu \sqrt{\frac{\pi^2 EJ}{q}} \quad (1)$$

Однако, это самые простые расчетные схемы стержней с распределенными параметрами. Задачи по расчету на устойчивость весомих сжатых стержней при наличии, кроме веса, еще сжимающей сосредоточенной силы  $N$  усложняются тем, что в начале координат аргумент расчетных формул не равен нулю и это не приводит к нулевым значениям некоторых постоянных интегрирования. Еще сложнее оказываются задачи устойчивости сжато-растянутых стержней, когда на растянутом участке стержня дифференциальное уравнения изогнутой оси будет описываться модифицированным уравнением Бесселя и при стыковке двух участков нужно учитывать обыкновенные и модифицированные функции Бесселя [1].

Такую же стыковку участков стержня нужно выполнять и в случае расчета стержней ступенчато переменного сечения, какими являются буровые стволы буровых установок с агрегатами РТБ (реактивно-турбинного бурения).

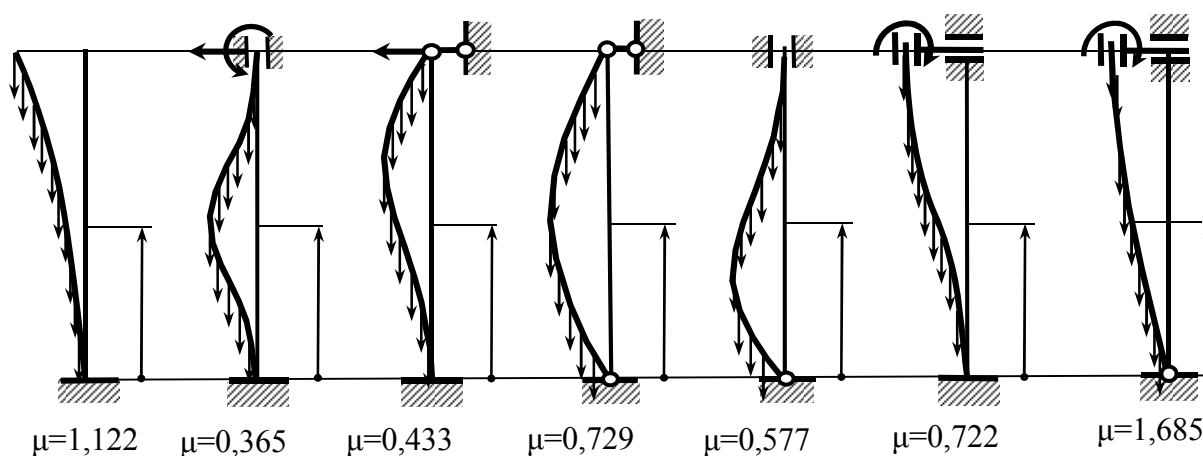


Рис. 1. Коэффициенты приведения длины для различных схем закрепления

Целью данной работы является исследование устойчивости буровой колонны ступенчато-переменного сечения буровых установок для бурения шахтных стволов.

Для реализации поставленной цели необходимо решить следующие задачи:

1. Найти общее решение весомого стержня на устойчивость загруженного продольной нагрузкой интенсивностью  $q$ , продольной силой  $N$  и поперечной силой  $P$ .

2. Решить задачу на устойчивость стержня ступенчато-переменного сечения жестко закрепленного внизу и скользящей заделкой вверху.

Расчет весомого стержня на устойчивость базируется на теории продольно-поперечного изгиба стержня, загруженного продольной нагрузкой интенсивностью  $q$ , продольной силой  $N$  и поперечной силой  $P$ , рис. 2.

Учитывая, что при небольших перемещениях, т.е. малых углах поворота сечений  $\theta = \frac{dy}{dx}$ , когда можно считать  $\cos \theta = 1$ , а  $\sin \theta = \theta$ , поперечная сила в произвольном сечении определяется уравнением равновесия отрезанной части стержня, а согласно теореме Журавского

$Q(x) = \frac{dM(x)}{dx} = EJ \frac{d^3 y(x)}{dx^3}$ , то сумма проекций всех сил на поперечное направление принимает вид

$$EJ \frac{d^3 y(x)}{dx^3} + (qx + N) \frac{dy}{dx} + P = 0. \quad (2)$$

Заменой текущей координаты  $x$  безразмерной координатой

$$z = \frac{2}{3} \sqrt{\frac{q}{EJ}} \left( x + \frac{N}{q} \right)^3, \text{ а } x + N = \sqrt[3]{\frac{9EJ}{4q}} z^2, \quad (3)$$

дифференциальное уравнение (2) преобразуется в обыкновенное уравнение Бесселя [2]

$$\frac{d^3 y(z)}{dz^3} + \frac{1}{z} \cdot \frac{d^2 y(z)}{dz^2} + \left( 1 - \frac{1}{9z^2} \right) \frac{dy(z)}{dz} = \frac{2P}{3qz}, \quad (4)$$

решение которого известно в виде

$$\frac{dy}{dz} = C_1 J_{1/3}(z) + C_2 J_{-1/3}(z) + aC(z), \quad a = \frac{6P}{q} \quad (5)$$

или

$$\frac{dy}{dz} = \frac{dy}{dz} \frac{dz}{dx} = -\sqrt[3]{\frac{3q}{2EJ}} z \cdot (C_1 J_{1/3}(z) + C_2 J_{-1/3}(z) + aC(z)). \quad (5^*)$$

Здесь используются функции Бесселя действительного аргумента

$$J_{1/3}(z) = \frac{(z/2)^{1/3}}{\prod(1/3)} \left[ 1 + \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{3^n}{n! \prod(3n+1)} \left( \frac{z}{2} \right)^{2n} \right], \quad (6)$$

$$J_{-1/3}(z) = \frac{(z/2)^{-1/3}}{\prod(-1/3)} \left[ 1 + \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{3^n}{n! \prod(3n-1)} \left( \frac{z}{2} \right)^{2n} \right], \quad (7)$$

и аналогичные ряды, представляющие решение неоднородного уравнения Бесселя [3]

$$C(z) = z \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n \cdot (3z)^{2n}}{\prod(9(2n+1)^2 - 1)}. \quad (8)$$

Интегрируя уравнение (5), можно получить уравнение изогнутой оси стержня

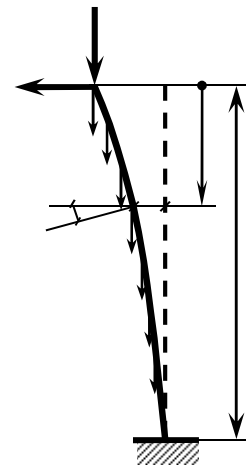


Рис. 2. Схема к выводу расчетного уравнения изогнутой оси

$$y(z) = C_1 A(z) + C_2 B(z) + aD(z) + C_3, \quad (9)$$

где:  $A(z) = \int J_{1/3}(z) dz$ ,  $B(z) = \int J_{-1/3}(z) dz$ ,  $D(z) = \int C(z) dz$ .

Дважды дифференцируя (5\*), можно получить уравнение изгибающих моментов

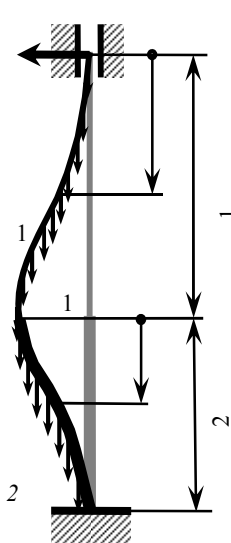
$$M(z) = \sqrt[3]{EJ \frac{9q^2}{4} z^2} \cdot \left[ C_1 J_{-2/3}(z) - C_2 J_{2/3}(z) + \frac{a}{3z} aC(z) + E(z) \right]. \quad (10)$$

Используя уравнения (5)-(10), решим задачу об устойчивости жестко защемленного на нижнем конце стержня ступенчато переменной жесткости при  $N = 0$  и скользящей заделке в верхнем сечении, рис. 3.

При выборе начала координат в скользящей заделке, безразмерные текущие координаты

$$(3) \quad z = \frac{2}{3} \sqrt{\frac{q}{EJ} \left( x + \frac{N}{q} \right)^3} \quad \text{на верхнем участке изменяются от } z=0 \text{ до } z_1 = z(l_1) = \frac{2}{3} \sqrt{\frac{q_1}{EJ_1} l_1^3}.$$

На нижнем участке при начале координат на границе участков безразмерная координата (3)



$$z = \frac{2}{3} \sqrt{\frac{q_2}{EJ_2} \left( x + \frac{N}{q_2} \right)^3} \quad \text{изменяется} \quad \text{от}$$

$$z_2 = z(0) = \frac{2}{3} \sqrt{\frac{q_2}{EJ_2} \left( \frac{q_1 l_1}{q_2} \right)^3} = z(l_1) \frac{q_1}{q_2} \sqrt{\frac{J_1}{J_2}} \quad \text{до значения}$$

$$z_3 = z(l_2) = \frac{2}{3} \sqrt{\frac{q_2}{EJ_2} \left( l_2 + \frac{q_1 l_1}{q_2} \right)^3} = z(l_1) \frac{l_1}{l_2} \sqrt{\frac{J_1}{J_2} \left( 1 + \frac{q_2 l_2}{q_1 l_1} \right)^3}.$$

Из условия отсутствия перемещений в скользящей заделке  $y(0) = 0$ ,  $y'(0) = 0$  на основании уравнений (5), (9) с учетом  $A(0) = B(0) = D(0) = 0$  находим  $C_2 = 0$ , а так как  $J_{-1/3}(0) = \infty$ , то  $C_2 = 0$ .

Из условия сопряжения участков по прогибам на основании уравнения (9) получаем зависимость

Рис. 3. Расчетная схема двухступенчатого стержня

$$C_1 A(z_1) + aD(z_1) = C_1^* A(z_2) + C_2^* B_2^*(z_2) + a^* D(z_2) + C_3^*. \quad (11)$$

Из условия сопряжения участков по углам поворота (5\*)

$$\sqrt[3]{\frac{3q_1}{2EJ_1} z_1} \cdot \frac{dy_1}{dz} = \sqrt[3]{\frac{3q_2}{2EJ_2} z_2} \cdot \frac{dy_2}{dz}, \quad \text{т.е. получим зависимость}$$

$$C_1^* J_{1/3}(z_2) + C_2^* J_{-1/3}(z_2) + a^* C(z_2) = \sqrt{\frac{J_2}{J_1}} (C_1 J_{1/3}(z_1) + aC(z_1)). \quad (12)$$

Здесь и дальше постоянные интегрирования для нижнего участка, в отличие от аналогичных постоянных верхнего участка, обозначены звездочками.

Согласно уравнению (2)  $Q = -qx \frac{dy}{dx} - P$ , следовательно, из условия сопряжения участков по поперечным силам получаем равенство

$$q_1 l_1 \frac{dy(z_1)}{dx} + P = q_2 l_2 \frac{dy(z_2)}{dx} + P, \quad \text{а согласно (5)} \quad a = \frac{6P}{q}, \quad \text{то условие сопряжения дает зави-}$$

симость:  $a = \frac{q_2}{q_1} a^*$ .

Условие сопряжения участков по изгибающим моментам согласно (10) с учетом  $\sqrt[3]{EJ_1 \frac{9q_1^2}{4} z_1^2}$  и отношения  $\sqrt[3]{\frac{J_1 q_1^2 z_1^2}{J_2 q_2^2 z_2^2}} = \sqrt[3]{\frac{J_1 q_1^2}{J_2 q_2^2} \cdot \frac{z^2(l_1)}{z^2(l_2)} \cdot \left(\frac{q_2}{q_1} \sqrt{\frac{J_2}{J_1}}\right)^2} = 1$

принимает вид:

$$C_1^* J_{-2/3}(z_2) - C_2^* J_{2/3}(z_2) + \frac{a^*}{3z_2} C(z_2) + E(z_2) = C_1 J_{-2/3}(z_1) + \frac{a}{3z_1} C(z_1) + E(z_1).$$

Условия защемления на нижней опоре  $y(z_3) = y'(z_3) = 0$  с использованием уравнений (5) и (9) дают еще два равенства: Так получаем шесть уравнений с шестью неизвестными:  $C_1, a, C_1^*, C_2^*, C_3^*, a^*$ :

1)  $y_2(z_2) = y_1(z_1)$ :

$$C_1^* A(z_2) + C_2^* B(z_2) + a^* D(z_2) + C_3^* = C_1 A(z_1) + a D(z_1);$$

2)  $y_2'(z_2) = y_1'(z_1)$ :

$$C_1^* J_{1/3}(z_2) + C_2^* J_{-1/3}(z_2) + a^* C(z_2) = \sqrt{\frac{J_2}{J_1}} (C_1 J_{1/3}(z_1) + a C(z_1));$$

3)  $M_2(z_2) = M_1(z_1)$ :

$$C_1^* J_{-2/3}(z_2) - C_2^* J_{2/3}(z_2) + \frac{a^*}{3z_2} C(z_2) + E(z_2) = C_1 J_{-2/3}(z_1) + \frac{a}{3z_1} C(z_1) + E(z_1);$$

4)  $y'(z_3) = 0$ :  $C_1^* J_{1/3}(z_3) + C_2^* J_{-1/3}(z_3) + a^* C(z_3) = 0$ ;

5)  $y(z_3) = 0$ :  $C_1^* A(z_3) + C_2^* B(z_3) + a^* D(z_3) + C_3^* = 0$ .

Вычитая из первого уравнения пятое, исключим постоянную  $C_3$ , и подставляя  $a = \frac{q_2}{q_1} a^*$ ,

из предыдущей системы получим четыре однородных уравнений:

$$C_1^* (A(z_2) - A(z_3)) + C_2^* (B(z_2) - B(z_3)) - C_1 A(z_1) = a^* \left( D(z_3) - D(z_2) + \frac{q_2}{q_1} D(z_1) \right),$$

$$C_1^* J_{1/3}(z_2) + C_2^* J_{-1/3}(z_2) - \sqrt{\frac{J_2}{J_1}} \cdot C_1 J_{1/3}(z_1) = a^* \left( \frac{q_1}{q_2} \sqrt{\frac{J_2}{J_1}} \cdot C(z_1) - C(z_2) \right),$$

$$C_1^* J_{-2/3}(z_2) - C_2^* J_{2/3}(z_2) - C_1 J_{-2/3}(z_1) = \frac{a^*}{3} \left[ \sqrt{\frac{J_1}{J_2}} (C(z_1) - C(z_2)) + E(z_1) - E(z_2) \right],$$

$$C_1^* J_{1/3}(z_3) + C_2^* J_{-1/3}(z_3) = -a^* C(z_3).$$

Для сокращения записи системы уравнений обозначим:

$$\alpha_1 = D(z_3) - D(z_2) + \frac{q_2}{q_1} D(z_1), \quad \alpha_2 = \frac{q_2}{q_1} \sqrt{\frac{J_2}{J_1}} \cdot C(z_1) - C(z_2),$$

$$\alpha_3 = \frac{1}{3} \left[ \sqrt{\frac{J_1}{J_2}} (C(z_1) - C(z_2)) + [E(z_1) - E(z_2)] \right], \quad \alpha_4 = C(z_3).$$

При этих обозначениях вычитанием последующих уравнений из предыдущих получаем систему трех однородных уравнений:

$$C_1^* \frac{A(z_2) - A(z_3)}{\alpha_1} + C_2^* \frac{B(z_2) - B(z_3)}{\alpha_1} - C_1 \frac{A(z_1)}{\alpha_1} - C_1^* \frac{J_{1/3}(z_2)}{\alpha_2} - C_2^* \frac{J_{-1/3}(z_2)}{\alpha_2} + \sqrt{\frac{J_2}{J_1}} C_1 \frac{J_{1/3}(z_1)}{\alpha_2} = 0,$$

$$C_1^* \frac{J_{1/3}(z_2)}{\alpha_2} + C_2^* \frac{J_{-1/3}(z_2)}{\alpha_2} - C_1 \sqrt{\frac{J_2}{J_1}} \frac{J_{1/3}(z_1)}{\alpha_2} - C_1^* \frac{J_{-2/3}(z_2)}{\alpha_3} + C_2^* \frac{J_{2/3}(z_2)}{\alpha_3} + C_1 \frac{J_{-2/3}(z_1)}{\alpha_3} = 0,$$

$$C_1^* \frac{J_{-2/3}(z_2)}{\alpha_3} - C_2^* \frac{J_{2/3}(z_2)}{\alpha_3} - C_1 \frac{J_{-2/3}(z_1)}{\alpha_3} + C_1^* \frac{J_{1/3}(z_3)}{\alpha_4} + C_2^* \frac{J_{-1/3}(z_3)}{\alpha_4} = 0.$$

После приведения подобных получаем систему однородных уравнений относительно неизвестных постоянных интегрирования:

$$\begin{aligned} C_1^* \left[ \frac{A(z_2) - A(z_3)}{\alpha_1} - \frac{J_{1/3}(z_2)}{\alpha_2} \right] + C_2^* \left[ \frac{B(z_2) - B(z_3)}{\alpha_1} - \frac{J_{-1/3}(z_2)}{\alpha_2} \right] + C_1 \left[ \sqrt{\frac{J_2}{J_1}} \frac{J_{1/3}(z_1)}{\alpha_2} - \frac{A(z_1)}{\alpha_1} \right] &= 0, \\ C_1^* \left[ \frac{J_{1/3}(z_2)}{\alpha_2} - \frac{J_{-2/3}(z_2)}{\alpha_3} \right] + C_2^* \left[ \frac{J_{-1/3}(z_2)}{\alpha_2} + \frac{J_{2/3}(z_2)}{\alpha_3} \right] + C_1 \left[ \frac{J_{-2/3}(z_1)}{\alpha_3} - \sqrt{\frac{J_2}{J_1}} \frac{J_{1/3}(z_1)}{\alpha_2} \right] &= 0, \\ C_1^* \left[ \frac{J_{-2/3}(z_2)}{\alpha_3} + \frac{J_{1/3}(z_3)}{\alpha_4} \right] + C_2^* \left[ \frac{J_{-1/3}(z_3)}{\alpha_4} - \frac{J_{2/3}(z_2)}{\alpha_3} \right] - C_1^* \frac{J_{-2/3}(z_1)}{\alpha_3} &= 0. \end{aligned}$$

Обозначая коэффициенты при неизвестных первой колонки системы уравнений через  $\beta_i$ , второй – через  $\gamma_i$ , третьей – через  $\delta_i$  и приравнявая определитель рассматриваемой системы уравнений нулю, получаем уравнение устойчивости:

$$\beta_1 \gamma_2 \delta_3 + \beta_2 \gamma_3 \delta_1 + \gamma_2 \delta_2 \beta_3 - \beta_3 \gamma_2 \delta_1 - \gamma_3 \delta_2 \beta_1 - \beta_2 \gamma_1 \delta_3 = 0. \quad (13)$$

Для решения конкретной задачи нужно ввести параметры турбобура (жесткость при изгибе  $EJ_2$ , длину  $l_2$ , погонный вес  $q_2$ ) параметры буровой трубы ( $EJ_1$ ,  $q_1$ ), а длину бурового става  $l_1$  подбирать так, чтобы определитель (13) оказался равным нулю.

При подборе ориентироваться можно по критическим длинам бурильной колонны, вычисленным по формуле (1) для расчетных схем рис. 1, б, д.

Так при бурении скважины большого диаметра с применением агрегатов РТБ-1400 с параметрами бурильной трубы  $EJ_1 = 2,85 \cdot 10^6 \text{ Нм Нм}^2$ ,  $q_1 = 297 \text{ Н/м}$  критические длины для указанных условий закрепления для соответствующих схем б и д на опорах будут следующими:

$$l_{\sigma} = \sqrt[3]{\frac{\pi^2 \cdot 2,85 \cdot 10^6}{0,365^2 \cdot 297}} = 89,25 \text{ м} \quad \text{и} \quad l_{\delta} = \sqrt[3]{\frac{\pi^2 \cdot 2,85 \cdot 10^6}{0,577^2 \cdot 297}} = 65,76 \text{ м}.$$

#### Выводы

1. Для схемы бурения с использованием агрегатов РТБ-1400 с жесткостью турбобуров  $EJ_2 = 8,85 \cdot 10^6 \text{ Нм}^2$ , длиной  $l_2 = 15 \text{ м}$  и погонным весом  $q_2 = 970 \text{ Н/м}$  первый корень уравнения устойчивости (13) оказывается равным нулю при длине буровой колонны равной 89,61 м, такой же, как в жестко защемленном стержне.

2. Жесткость турбобуров настолько велика, что его деформациями можно пренебречь.

#### Список литературы

1. Шевченко Ф.Л., Петтик Ю.В. Устойчивость бурильной колонны буровых установок реактивно-турбинного бурения// Матеріали міжнародної конференції «Форум гірників - 2009». – Д.: Національний гірничий університет, 2009. С. 238-246.

2. Шевченко Ф.Л. Механика упругих деформируемых систем, часть 1. Напряженно-деформированное состояние стержней: Учебное пособие с грифом МОН. Донецк, 2006, - 293 с.

3. Шевченко Ф.Л. Механика упругих деформируемых систем, часть 2. Сложное напряженное состояние. Изд. второе. Учебное пособие с грифом МОН.: Донецк, ТОВ фірма «Друк-Інформ», 2007, - 310 с.